

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2023.0357

电力电子变换器拓扑同构与拓扑等效辨析

莫李平^{1,2}, 陈桂鹏^{1,2,*}, 李志强³

(1. 厦门大学深圳研究院, 深圳 518000; 2. 厦门大学 航空航天学院, 厦门 361000;

3. 中国工程物理研究院 电子工程研究所, 绵阳 621000)

摘 要: 在电力电子变换器拓扑的推演过程中, 通过拓扑等效或拓扑同构来识别结构不同但性能相同的拓扑, 以避免重复研究, 但拓扑等效与拓扑同构的内涵存在显著区别, 容易导致混淆。为明确二者的区别与联系, 提出准确识别性能相同拓扑的方法。推导出拓扑同构的必要条件为其邻接矩阵的行列式相等, 并进一步推导出拓扑等效的充要条件为元件组成相同且简单回路一一对应; 从拓扑子图的角度分析两者关系, 发现拓扑同构是拓扑等效的充分非必要条件, 而拓扑等效是性能相同拓扑的充要条件。基于此, 建议实际应用中优先采用拓扑等效识别性能相同的拓扑。通过案例分析验证了理论的正确性和可行性。同时, 提出了一种基于深度优先搜索算法实现等效拓扑自动判定的方法, 为快速、准确识别性能相同的变换器拓扑提供了技术支持。

关 键 词: 电力电子变换器; 同构; 等效; 图论; 深度优先搜索

中图分类号: TM46; O157.5

文献标志码: A

文章编号: 1001-5965(2025)05-1440-09

电力电子变换器依靠半导体功率器件可实现电能的高效率转换与控制, 已被广泛应用于日常生活和工业生产^[1-2]。为满足日益增长的电能应用需求, 新型变换器拓扑的构建受到了国内外的广泛关注^[3-8]。随着变换器拓扑推演技术的发展, 尤其是计算机辅助技术在变换器拓扑推演中的应用^[9-14], 大量的新变换器拓扑开始涌现。然而, 基于计算机辅助的推演结果, 往往包含性能相同(即所有元件工作的电压和电流完全相等)但结构不同的拓扑。

为避免重复研究性能相同的拓扑, 学者们将变换器拓扑性能相同与拓扑同构进行等价, 并将变换器拓扑同构的识别问题转化为对应的图的同构判定问题^[15-17]。图的同构判定问题是图论研究中的基本问题^[18], 在电路拓扑、化学分子拓扑等研究领域均有较为广泛的应用^[19-20]。文献[15]将变换器拓扑建模为其邻接矩阵, 通过对比邻接矩阵的特征值和相似变换矩阵是否为置换矩阵辨识同构拓扑。文

献[16]提出了电路模拟法, 通过建模将图同构判定问题转换为判定对应伴随电路是否相同的问题。文献[17]在电路模拟法基础上引入了参考节点, 进一步提高了拓扑同构判定的效率。基于拓扑同构识别, 文献[11-12]从生成的大量单开关直流变换器拓扑中剔除了结构不同但性能相同的拓扑, 从甄选保留了性能不同的拓扑。

然而, 拓扑同构概念完全类比于图论中的图同构, 拓扑同构与拓扑性能相同的关系尚未充分验证。值得注意的是, 同样以识别性能相同的变换器拓扑为目的, 文献[21]提出了拓扑等效识别方法。与拓扑同构直接套用图论的概念不同, 拓扑等效建立在变换器元件的电压和电流完全相同的基础上。虽然拓扑等效的识别也需要先将拓扑建模为邻接矩阵, 但其通过搜索邻接矩阵得到简单回路进行拓扑等效识别。基于等效拓扑识别方法, 文献[9,14]在推演出的大量拓扑中剔除了性能相同的拓扑, 保

收稿日期: 2023-06-14; 录用日期: 2023-09-01; 网络出版时间: 2023-09-13 18:55

网络出版地址: link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20230913.1129.001

基金项目: 广东省基础与应用基础研究基金(2022A1515011616); 国家自然科学基金(51907172)

*通信作者. E-mail: cgp2017@xmu.edu.cn

引用格式: 莫李平, 陈桂鹏, 李志强. 电力电子变换器拓扑同构与拓扑等效辨析[J]. 北京航空航天大学学报, 2025, 51(5): 1440-1448.

MO L P, CHEN G P, LI Z Q. Discrimination on isomorphism and equivalence of topologies of power electronics converters[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2025, 51(5): 1440-1448 (in Chinese).

证了推演出的拓扑性能各不相同。

现有研究表明, 目前主要通过拓扑同构和拓扑等效来判定计算机推演的大量拓扑是否具有相同性能。然而, 拓扑同构和拓扑等效的内涵存在差异, 容易导致混淆。因此, 本文以拓扑同构、拓扑等效与拓扑性能相同三者之间的关系为研究重点, 通过理论推导, 明确拓扑同构与拓扑等效的判定条件及其适用范围, 同时揭示三者之间的内在联系。此外, 结合实际需求, 进一步结合深度优先搜索算法, 提出等效拓扑自动判定方法, 以实现性能相同拓扑的高效识别与筛选。

1 图论基本概念

图论是以图为研究对象的数学分支, 图论研究的图是由节点集 V 及连接这些节点的边集 E 组成, 通常表示为 $G(V,E)^{[22]}$ 。如图 1 所示, 将变换器中的元件视为对应的边, 则变换器可视为对应的图。由于拓扑同构与拓扑等效都与图论密不可分, 有必要对图论的基本概念进行介绍。

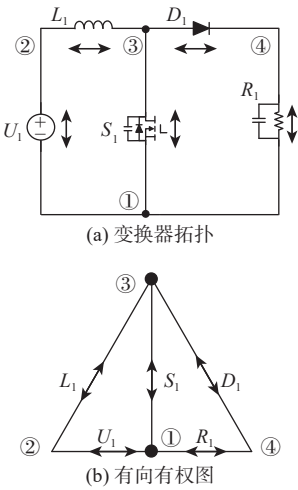


图 1 变换器拓扑与其对应的图

Fig. 1 Converter topology and its corresponding graph

- 1) 有向有权图。假设图 $G(V,E)$ 由顶点集 $V=\{v_1,v_2,\cdots,v_V\}$ 和边集 $E=\{e_1,e_2,\cdots,e_E\}$ 组成, 边的权值 $W=\{w_1,w_2,\cdots,w_W\}$ 且边有方向, 则图 G 为有向有权图。如图 1 所示, 将变换器中的元件视为有向有权的边, 则变换器可视为对应的有向有权图。
- 2) 入度和出度。有向图中, 入度是以顶点 v 为终点的有向边的数目, 出度是以顶点 v 为起点的有向边的数目。对应于拓扑中, 节点 v 的入度和出度分别为参考方向流入该节点和流出该节点的元件数量。
- 3) 子图。对于 2 个图 $G(V,E)$ 和 $G'(V',E')$, 若 $V'\subseteq V$ 且 $E'\subseteq E$, 则称图 G' 为图 G 的一个子图。

4) 路径与回路。给定图 $G(V,E)$, 节点 v_x 到节点 v_y 的路径为顶点序列 $\{v_x=v_{i0},v_{i1},v_{i2},\cdots,v_{in}=v_y\}$, 其中, $v_{ik}\in V(0\leq k\leq n)$, $\langle v_{i(j-1)},v_{ij}\rangle\in E(0\leq j\leq n)$ 。顶点互不相同的路径称为简单路径。除第 1 个顶点和最后 1 个顶点相同外, 其他顶点互不相同的路径称为简单回路。

5) 连通。在图 $G(V,E)$ 中, 若任意 2 个节点 $v_x,v_y\in V$ 之间都存在从 v_x 到 v_y 的路径, 则图 $G(V,E)$ 是连通的, 称为连通图。

6) 同构^[22]。假设 $G(V,E)$ 和 $G'(V',E')$ 是 2 个图, 如果存在一个双射 $f: V\rightarrow V'$, 使得对于任意 2 个节点 $v_x,v_y\in V$, 均有边 $e=\langle v_x,v_y\rangle\in E$ 等价于边 $e'=\langle f(v_x),f(v_y)\rangle\in E'$, 则称 $G(V,E)$ 和 $G'(V',E')$ 同构。

7) 邻接矩阵。图论中, 常用邻接矩阵存储图的连接关系。变换器拓扑同样可以建模为对应的邻接矩阵 A_{dj} 。当有方向的元件(输入端口、开关管和二极管)连接于节点 i 和节点 j , 且这些元件的参考方向如图 2 所示, 则 $A_{dj}(i,j)=Z_{pn}$ 且 $A_{dj}(j,i)=Z_{np}$, 其中, $Z\in\{U,S,D\}$; 当无方向的元件(输出端口、电感和电容)连接于节点 i 和节点 j 时, $A_{dj}(i,j)=A_{dj}(j,i)=Z$; 当没有元件连接于节点 i 和节点 j 时, $A_{dj}(i,j)=A_{dj}(j,i)=0$; 此外, 当 $i=j$ 时, $A_{dj}(i,j)=1$ 。

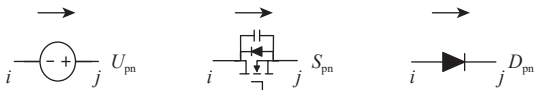


图 2 有方向元件的参考方向

Fig. 2 Reference directions of components with directions

2 变换器拓扑同构

在基于计算机辅助的拓扑推演过程中, 变换器通过邻接矩阵进行数字化表征。由于节点编号的随机性, 常常会出现同一拓扑的邻接矩阵不同。以图 3 为例, 若同一拓扑的 2 个节点编号⑤和⑥对调, 则对应的有向有权图不同, 相应的, 邻接矩阵 A_{djA} 和 A_{djB} 的第 5 行/列和第 6 行/列都不同, 如下:

$$A_{djA} = \begin{bmatrix} 1 & S_{pn} & U_{pn} & 0 & 0 & 0 \\ S_{np} & 1 & D_{np} & 0 & L & 0 \\ U_{np} & D_{pn} & 1 & S_{np} & 0 & D_{np} \\ 0 & 0 & S_{pn} & 1 & U_{pn} & 0 \\ 0 & L & 0 & U_{np} & 1 & R \\ 0 & 0 & D_{pn} & 0 & R & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$A_{djB} = \begin{bmatrix} 1 & S_{pn} & U_{pn} & 0 & 0 & 0 \\ S_{np} & 1 & D_{np} & 0 & 0 & L \\ U_{np} & D_{pn} & 1 & S_{np} & D_{np} & 0 \\ 0 & 0 & S_{pn} & 1 & 0 & U_{pn} \\ 0 & 0 & D_{pn} & 0 & 1 & R \\ 0 & L & 0 & U_{np} & R & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

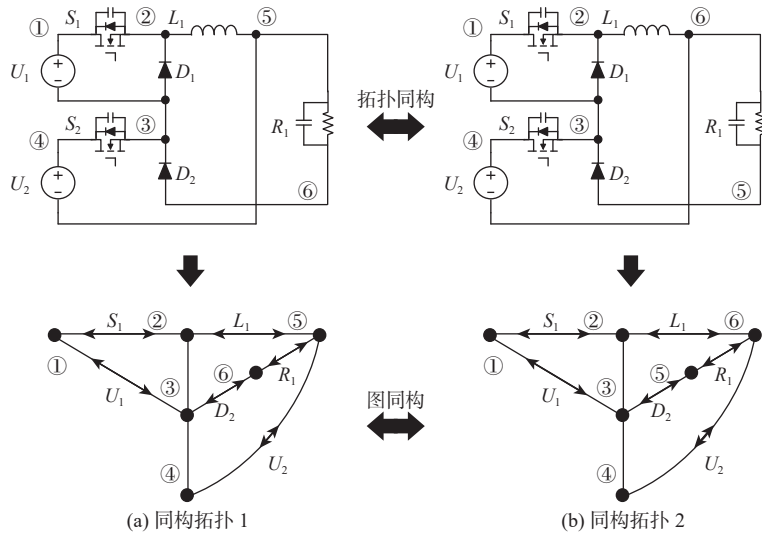


图 3 2 个同构的变换器拓扑及其对应的图

Fig. 3 Two isomorphic converter topologies and their corresponding graphs

此时, 计算机程序会将 A_{djA} 和 A_{djB} 认为是 2 个不同拓扑的邻接矩阵, 但实际上其性能完全相同的同构拓扑。

根据图论中同构的定义, 2 个同构的图本质上是节点编号不同情况下相同的图。据此, 2 个同构拓扑的邻接矩阵总可以通过一系列的行初等变换和列初等变换相互转换, 如式 (3) 所示, 这意味着同构拓扑的邻接矩阵是相似的。

$$A_{djA} = Q^{-1} A_{djB} Q \quad (3)$$

式中: Q 为初等变换矩阵。

根据相似矩阵的特性可知, 相似拓扑应具有相同的行列式。设 2 个变换器拓扑 A 和 B 的邻接矩阵分为 A_{djA} 和 A_{djB} , 可得以下推论。

推论 1 拓扑 A 和拓扑 B 同构是其性能相同的充分不必要条件。

推论 2 拓扑 A 和拓扑 B 同构的必要条件是其邻接矩阵的行列式相等, 即 $\det(A_{djA}) = \det(A_{djB})$ 。

3 变换器拓扑等效

文献 [21] 根据 2 个拓扑的元素组成是否完全相同及 2 个拓扑的简单回路是否一一对应, 判定 2 个拓扑是否等效。

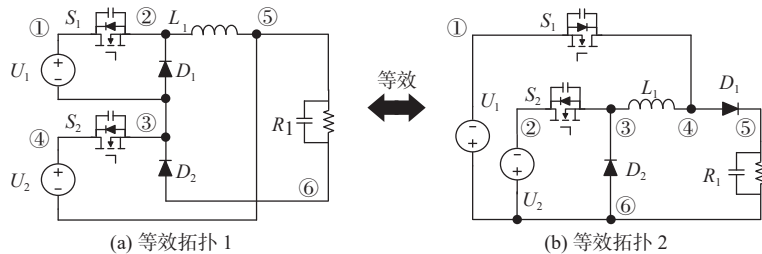


图 4 2 个等效的变换器拓扑

Fig. 4 Two equivalent converter topologies

设由 N 个元件组成的变换器拓扑有 N_p 条回路, 每个回路的电流分别为 $\{i_1(t), i_2(t), \dots, i_{Np}(t)\}$, 则第 j 个元件的电流 $i_j(t)$ 可通过式 (4) 计算:

$$i_j(t) = \sum_{p=1}^{N_p} k_{j,p} i_p(t) \quad j = \{1, 2, \dots, N\} \quad (4)$$

式中: 当第 j 个元件包含于第 p 个回路时, $k_{j,p}$ 等于 1 或 -1, 否则, $k_{j,p}$ 等于 0, 如下:

$$k_{j,p}, m_{j,p} = \begin{cases} 1 \text{ 或 } -1 & \text{第 } p \text{ 个回路包含第 } j \text{ 个元件} \\ 0 & \text{第 } p \text{ 个回路不包含第 } j \text{ 个元件} \end{cases} \quad (5)$$

此外, 第 j 个元件的电压 $v_j(t)$ 应满足:

$$\sum_{p=1}^{N_p} m_{j,p} v_j(t) = 0 \quad j = \{1, 2, \dots, N\} \quad (6)$$

式中: 当第 j 个元件包含于第 p 个回路时, $m_{j,p}$ 等于 1 或 -1, 否则, $m_{j,p}$ 等于 0。

因此, 若拓扑 A 和拓扑 B 的元素组成相同且所有简单回路存在一一对应, 则这 2 个拓扑所有元件的电压和电流都相等, 即 2 个拓扑的性能相同。以图 4 中的 2 个等效拓扑为例, 它们的元件组成均为 $\{U_1, U_2, L_1, S_1, D_1, D_2, R_1\}$, 其所有简单回路如图 5 所示。其中, 回路中对于有方向元件 (输入端口、二极管和开关管), 当回路方向与其在图 2 中定义的参

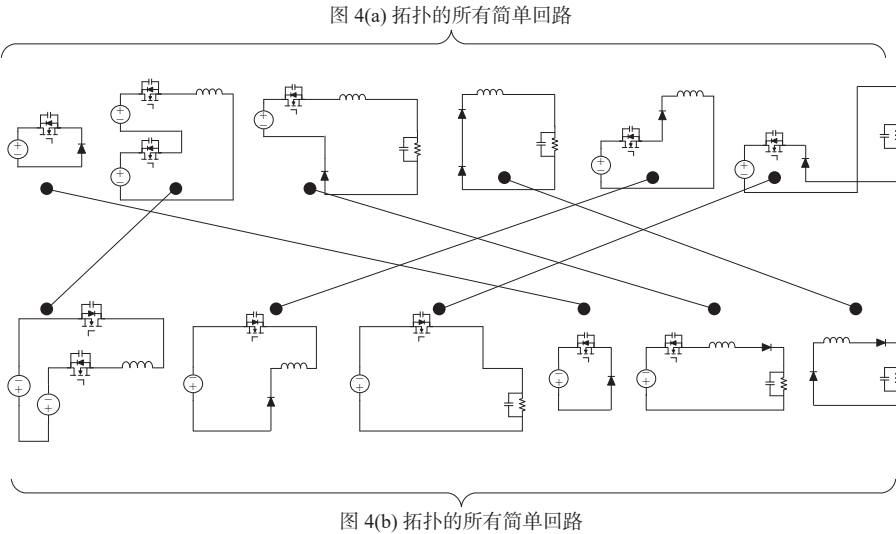


图 5 图 4 中 2 个拓朴简单回路的对应关系

Fig. 5 One-by-one matching simple loops of two topologies in Fig. 4

考方向相同时, 元件在回路中记为 Z_{pn} , 否则记为 Z_{np} 。如图 5 所示, 图 4(a) 和图 4(b) 拓朴的所有简单回路都一一对应, 因此, 这 2 个拓朴等效。设 2 个变换器拓朴 A 和 B , 可得到以下推论。

- 推论 3** 拓朴 A 和拓朴 B 等效是其性能相同的充分必要条件。
- 推论 4** 拓朴 A 和拓朴 B 等效的充分必要条件是其元件组成相同且所有简单回路一一对应。

4 拓朴同构与拓朴等效辨析

基于推论 2 可知, 当拓朴 A 和拓朴 B 同构时, 其邻接矩阵的行列式相等。若任意矩阵 A_{dj} 为

$$A_{dj} = \begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \cdots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \cdots & a_{2,n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n,1} & a_{n,2} & \cdots & a_{n,n} \end{bmatrix} \quad (7)$$

其行列式通过式 (8) 计算:

$$\det(A_{dj}) = \sum_{k=1}^K (-1)^k a_{1, \varphi_k(1)} a_{2, \varphi_k(2)} \cdots a_{n, \varphi_k(n)} \quad (8)$$

式中: φ_k 为序列 $\{1, 2, \cdots, n\}$ 的一种置换。 $\Phi = \{\varphi_1, \varphi_2, \cdots, \varphi_K\}$ 为序列 $\{1, 2, \cdots, n\}$ 上置换的全体, 即序列 $\{1, 2, \cdots, n\}$ 到自身上的一一映射的全体; 而 $\{\varphi_k(1), \varphi_k(2), \cdots, \varphi_k(n)\}$ 则为序列 $\{1, 2, \cdots, n\}$ 中的元素进行 k 次

交换后得到的序列, k 也称为该序列的逆序数。

将式 (8) 中行列式的任何一项 $a_{1, \varphi_k(1)}, a_{1, \varphi_k(2)}, \cdots, a_{1, \varphi_k(n)}$ 记为 Y_{φ_k} , 当 $Y_{\varphi_k} \neq 0$ 且 Y_{φ_k} 包含 $a_{x, \varphi_k(x)}$ 时, 从图论角度可以将 $a_{x, \varphi_k(x)}$ 视为其所对应的元件从 x 节点流入、从 $\varphi_k(x)$ 节点流出。事实上, n 阶矩阵行列式中的每一项 Y_{φ_k} 都是从矩阵中选取 n 个元素相乘得到, 且保证在每行和每列中都恰好只选取一个元素。因此, 将邻接矩阵所对应的图记为 G , 其行列式中的任意一个非零项 Y_{φ_k} 都正好是图 G 满足所有节点出度和入度都为 1 的一个子图。邻接矩阵的行列式可以视为将所有这样的子图都选取出来后, 并通过将子图的元件进行乘积后求和得到。

以图 3(a) 的变换器为例, 其邻接矩阵如式 (1) 所示。如图 6 所示, 该邻接矩阵行列式的某一项 $Y_{\varphi_k} = a_{1,2} a_{2,5} a_{3,1} a_{4,3} a_{5,4} a_{6,6}$, 其中, $a_{1,2}, a_{2,5}, a_{3,1}, a_{4,3}, a_{5,4}$ 分别对应于元素 $S_{pn}, L, U_{np}, S_{pn}, U_{np}$ 。由于 $a_{6,6}$ 的值为 1, 不影响 Y_{φ_k} 的值, $a_{1,2}, a_{2,5}, a_{3,1}, a_{4,3}, a_{5,4}$ 这些元素的乘积与简单回路①-②-⑤-④-③-①相对应。显然, 该简单回路是原拓朴的一个子图, 且该子图所有的节点出度和入度都为 1。值得注意的是, 行列式的项不仅包含简单回路, 还包含一些其他类型的子图。例如, 图 7 中, 邻接矩阵的某一项 $Y_{\varphi_k} = a_{1,2} a_{2,1} \cdot a_{3,3} a_{4,4} a_{5,6} a_{6,5} = S_{np} S_{pn} R^2$ 确定的子图为 2 个没有公共节点的元件。基于以上分析, 定义集合 G_{X-1} 为图 G_X 的第一类子

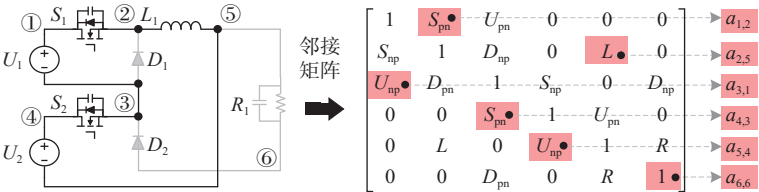


图 6 邻接矩阵行列式某项与简单回路的对应关系

Fig. 6 Corresponding relationship between each item in determinant of adjacent matrix and simple loop

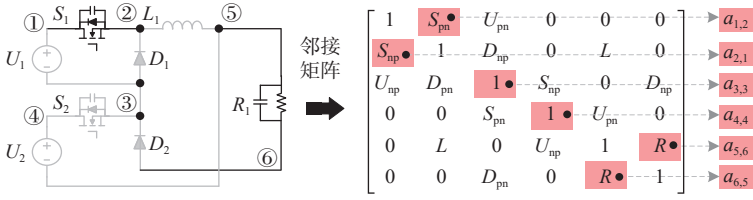


图 7 邻接矩阵行列式某项与 2 个不相连元件的对应关系

Fig. 7 Corresponding relationship between each item in determinant of adjacent matrix and two disconnected components

图集合,任何图 $g \in G_{X-1}$ 的所有节点的出度和入度都为 1。从拓扑子图的角度可得到如下推论。

推论 5 拓扑 A 和拓扑 B 对应的图分别为图 G_A 和图 G_B 。拓扑 A 和拓扑 B 同构的必要不充分条件为图 G_A 和图 G_B 的所有第一类子图一一对应,并表示为 $G_{A-1}=G_{B-1}$ 。

基于推论 4 可知,拓扑 A 和拓扑 B 等效的充要条件是其元件组成相同且所有简单回路一一对应。根据简单回路的定义,简单回路实际上就是出度和入度都等于 1 且节点数量大于 2 的连通图。实际上,出度和入度都为 1 且节点数量为 2 的子图可以视为一个元件。因此,定义集合 G_{X-2} 为图 G_X 的第二类子图集合,任何图 $g \in G_{X-2}$ 是连通的,且其所有节点的出度和入度都为 1,则可以得到如下推论。

推论 6 拓扑 A 和拓扑 B 对应的图分别为图 G_A 和图 G_B 。拓扑 A 和拓扑 B 等效的充要条件为图 G_A 和图 G_B 的所有第二类子图一一对应,并表示为 $G_{A-2}=G_{B-2}$ 。

设有 2 个拓扑 A 和 B ,其对应的图为 G_A 和 G_B ;第一类子图集合和第二类子图集合分别为 G_{A-1} , G_{A-2} , G_{B-1} , G_{B-2} 。设定如下命题:

- 1) P0: 拓扑 A 和 B 同构;
- 2) P1: $G_{A-1}=G_{B-1}$;
- 3) Q0: 拓扑 A 和 B 等效;
- 4) Q1: $G_{A-2}=G_{B-2}$;
- 5) R: 拓扑 A 和 B 性能相同。

基于以上定义的命题,结合推导得到的推论 1、推论 3、推论 5 和推论 6,进行进一步分析。分析发现,第一类子图集合必然包含第二类子图集合。这是因为第二类子图在满足第一类子图条件的基础上,还需要额外满足连通性的条件。因此,可以得出结论: P1 是 Q1 的充分非必要条件。

在此基础上,拓扑等效与拓扑同构之间的关系推导为: $P0 \Rightarrow P1 \Rightarrow Q1 \Leftrightarrow Q0 \Leftrightarrow R$ 。首先,根据推论 1,确定同构拓扑的第一类子图相等;然后,由于第一类子图集合包含第二类子图集合,可以推导出同构拓扑的第二类子图也相等;最后,结合第二类子图相等与拓扑等效的充要关系,可以进一步确定

同构的拓扑一定是等效的。可得,拓扑同构是拓扑等效的充分非必要条件。

5 案例分析

5.1 拓扑等效与拓扑同构关系验证

为验证拓扑等效与拓扑同构的关系,对图 8 的 2 个三端口变换器拓扑 A_1 和 B_1 进行分析。首先,根据拓扑的连接关系获取其邻接矩阵 A_{djA_1} 和 A_{djB_1} ,如下:

$$A_{djA_1} = \begin{bmatrix} 1 & U_{np} & S_{pn} & 0 & 0 & R \\ U_{pn} & 1 & L & 0 & 0 & 0 \\ S_{np} & L & 1 & 0 & S_{pn} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & L & U_{np} \\ 0 & 0 & S_{np} & L & 1 & S_{pn} \\ R & 0 & 0 & U_{pn} & S_{np} & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$A_{djB_1} = \begin{bmatrix} 1 & U_{np} & S_{pn} & 0 & 0 & R \\ U_{pn} & 1 & L & 0 & 0 & 0 \\ S_{np} & L & 1 & U_{np} & S_{pn} & 0 \\ 0 & 0 & U_{pn} & 1 & L & 0 \\ 0 & 0 & S_{np} & L & 1 & S_{pn} \\ R & 0 & 0 & 0 & S_{np} & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

其次,通过将 A_{djA_1} 和 A_{djB_1} 的行列式相减后发现,它们的行列式不相等,如下:

$$\det(A_{djA_1}) - \det(A_{djB_1}) = U_{pn}^2 S_{pn}^2 L^2 + \dots \neq 0 \quad (11)$$

因此,根据推论 2,图 8 中的拓扑 A_1 和拓扑 B_1 是非同构的。然后,获取这 2 个拓扑所有节点出度和入度都为 1 的子图,并构造出相应的第一类子图集,如图 9 所示。为方便展示,将 2 个方向相反且元件组成相同的简单回路合并为一个图。观察图 9 发现,拓扑 A_1 的第一类子图集中连通的部分与拓扑 B_1 的第一类子图集中连通的部分一一对应,即拓扑 A_1 和拓扑 B_1 的元件组成相同且简单回路一一对应。因此,根据推论 4 可以判定,拓扑 A_1 与拓扑 B_1 等效。依据以上子图的等效判定与实际相符,因为拓扑 A_1 中的 S_2 与 $\{L_2, S_3, U_2\}$ 整体串联,所以,将其交换后得到拓扑 B_1 。进一步分析图 9 中拓扑 A_1 与拓扑 B_1 的第一类子图集发现,其非连通的部分并不能一一对应。图 9 中,拓扑 A_1 的一个由 2 个简单回路①-②-③-①和⑤-④-⑥-⑤组成的子图无法在拓扑 B_1 的第一类

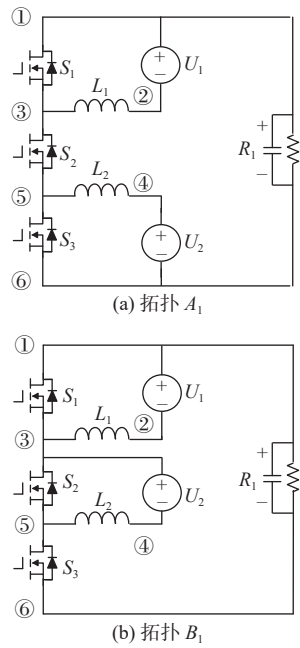


图 8 用于案例分析的三端口变换器拓扑

Fig. 8 Topologies of two three-port converter for case analysis

子图中找到与之对应的子图。因此,可以判定拓扑 A_1 与拓扑 B_1 不同构。依据以上子图的同构判定与实际相符,因为拓扑 A_1 和拓扑 B_1 的邻接矩阵行列式不相等,且式(11)中其行列式的差值中包含一项 $U_{pn}^2 S_{pn}^2 L^2$,对应于拓扑 A_1 中由 2 个简单回路①-②-③-①和⑤-④-⑥-⑤组成的子图。基于以上分析可知,图 8 中的拓扑 A_1 和拓扑 B_1 等效但不同构,验证了拓扑同构是拓扑等效的充分不必

要条件。

5.2 等效拓扑自动判定

基于推论 6 可知,拓扑等效识别的关键在于得到该拓扑图的第二类子图集,即出度和入度都为 1 且连通的子图集。本文通过深度优先搜索算法自动获取拓扑的第二类子图集,实现等效拓扑的自动判定。首先,任取拓扑的一个节点为根节点 N_{root} ,并以其作为起始节点开始逐层向下深度搜索。然后,当搜索到 N_{root} 或无法进行深度搜索时,会进行回溯搜索,直到拓扑中的所有节点都已经被搜索;当搜索到 N_{root} 时,说明找到了一个出度和入度都为 1 的连通子图,此时在回溯前还需存储该满足条件的子图;完成某一个节点作为根节点 N_{root} 的子图搜索后,将该节点从拓扑中删除,并从剩余的节点中任取一个节点作为新的根节点 N_{root} 继续搜索。最后,当所有节点都被作为根节点进行搜索后,可以得到拓扑所有的第二类子图,即第二类子图集。

以图 8(a) 拓扑为例,当选取节点①作为根节点时,第二类子图的搜索过程如图 10 所示。首先,从节点①开始,搜索至节点②后回到节点①,得到第 1 个第二类子图①-②-①,即元件 S_1 ;然后,回溯至节点②后搜索节点③,再次搜索到节点①,得到了第 2 个第二类子图①-②-③-①,即由元件 $\{U_1, L_1, S_1\}$ 组成的简单回路;以此类推,最后,得到 9 个以节点①为根节点的第二类子图。完成图 10 的搜索后,删除节点①及与节点①关联的元件后,从剩余的节点中任选一个作为根节点重新搜索,直到所有

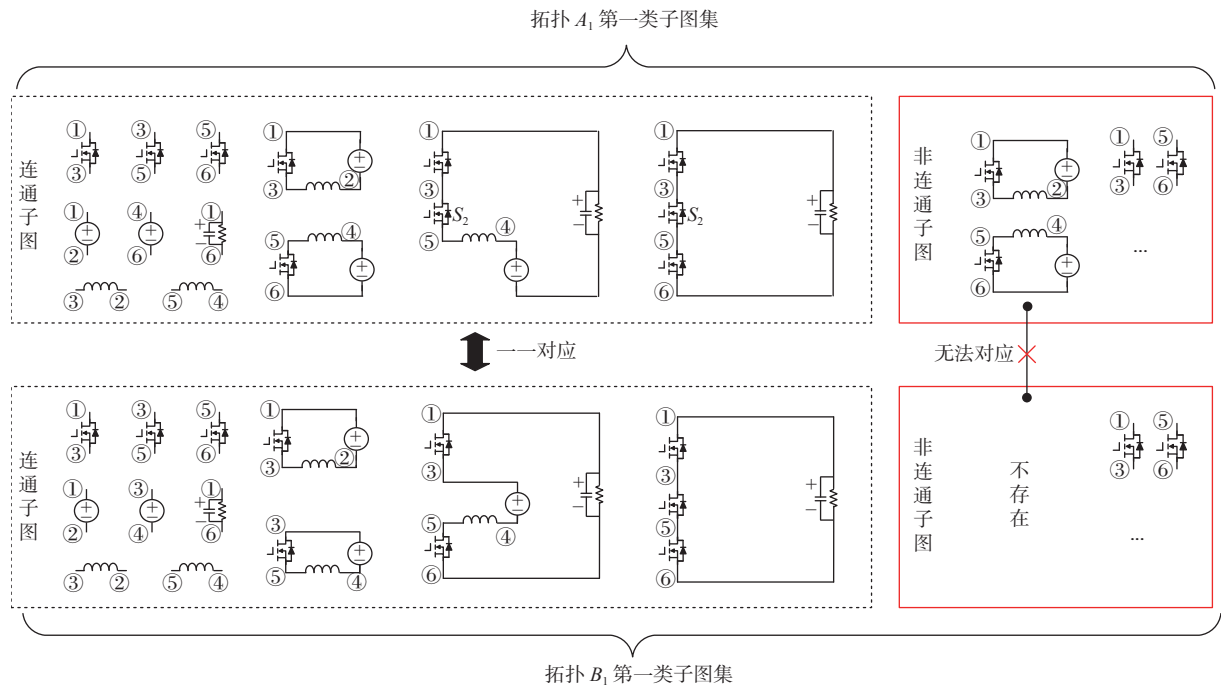


图 9 图 8 中拓扑 A_1 和拓扑 B_1 的第一类子图集

Fig. 9 The first class of subgraph set of topology A_1 and topology B_1 in Fig. 8

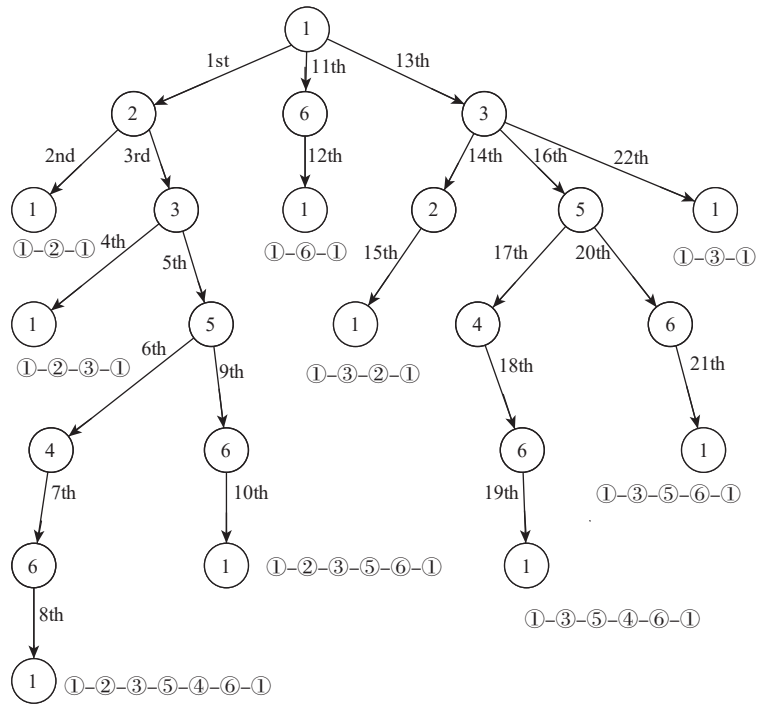


图 10 基于深度优先搜索算法获得的图 8(a) 拓扑以节点①为根节点的第二类子图
Fig. 10 Processes of obtaining the second class of subgraph of topology in Fig. 8(a) with root node based on depth-first-searching algorithm

节点都被选为根节点完成搜索后,可以得到拓扑的第二类子图集。在获取 2 个拓扑的第二类子图集后,通过对比它们是否一一对应,可以实现拓扑等效的自动判定。

6 结 论

1) 本文证明了拓扑同构是性能相同的充分非必要条件,而拓扑等效是其充要条件,并提出应采用拓扑等效进行拓扑识别以提高准确性并避免重复研究。

2) 基于拓扑等效的充要条件,设计了一种基于深度优先搜索的自动识别方法,成功实现了性能相同拓扑的快速筛选和识别。

3) 本文为电力电子变换器拓扑的性能分析与设计优化提供了理论基础和技术支持,未来可通过优化算法效率并结合智能化技术扩展至更复杂的拓扑结构。

参考文献 (References)

[1] ZHANG G D, LI Z, ZHANG B, et al. Power electronics converters: past, present and future[J]. Renewable and Sustainable Energy Reviews, 2018, 81: 2028-2044.

[2] ELSAYAD N, MORADISIZKOOHI H, MOHAMMED O A. A new hybrid structure of a bidirectional DC-DC converter with high conversion ratios for electric vehicles[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2020, 69(1): 194-206.

[3] GNANASAMBANDAM K, RATHORE A K, EDPUGANTI A, et

al. Current-fed multilevel converters: an overview of circuit topologies, modulation techniques, and applications[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2017, 32(5): 3382-3401.

[4] 荣德生, 孙瑄璿. 高增益耦合电感组合 Buck-Boost-Zeta 变换器[J]. 中国电机工程学报, 2020, 40(14): 4590-4601.

RONG D S, SUN X J. High gain coupled inductance combination Buck-Boost-Zeta converter[J]. Proceedings of the CSEE, 2020, 40 (14): 4590-4601(in Chinese).

[5] DE ANDRADE J M, SALVADOR M A, COELHO R F, et al. General method for synthesizing high gain step-up DC-DC converters based on differential connections[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2020, 35(12): 13239-13254.

[6] GANJAVI A, GHOREISHY H, AHMAD A A. A novel single-input dual-output three-level DC-DC converter[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2018, 65(10): 8101-8111.

[7] LI X L, DONG Z, TSE C K, et al. Single-inductor multi-input multi-output DC-DC converter with high flexibility and simple control[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2020, 35(12): 13104-13114.

[8] KUMAR G G, KRISHNA M V S, KUMARAVEL S, et al. Multi-stage DC-DC converter using active LC2D network with minimum component[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2021, 68(3): 943-947.

[9] MO L P, CHEN G P, HUANG J M. From components to converters: a fundamental topology derivation method for single-inductor multi-input multi-output converters based on graph theory[C]//Proceedings of the IEEE International Conference on Power Electronics, Computer Applications. Piscataway: IEEE Press, 2021: 458-463.

[10] CHEN Y, BAI J B, KANG Y. A nonisolated single-inductor multi-port DC-DC topology deduction method based on reinforcement learning[J]. IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in

Power Electronics, 2022, 10(6): 6572-6585.

[11] LI H, LI Y, WANG W, et al. Programmable topology deduction algorithm for $S^1D^2C^1L^1$ type DC-DC converters based on graph theory[C]//Proceedings of the 14th International FLINS Conference. Singapore: World Scientific, 2020.

[12] 李虹, 王文财, 李亚敏, 等. 基于图论的 $S^1D^1L^2C^1$ 型 DC-DC 变换器可编程拓扑搜索算法[J]. 中国电机工程学报, 2021, 41(16): 5670-5683.

LI H, WANG W C, LI Y M, et al. Programmable topology searching algorithm for $S^1D^1L^2C^1$ type DC-DC converters based on graph theory[J]. Proceedings of the CSEE, 2021, 41(16): 5670-5683(in Chinese).

[13] CHEN G P, JIN Z F, LIU Y W, et al. Programmable topology derivation and analysis of integrated three-port DC-DC converters with reduced switches for low-cost applications[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2019, 66(9): 6649-6660.

[14] MO L P, HUANG J M, CHEN G P, et al. Computer-aided systematic topology derivation of single-inductor multi-input multi-output converters from working principle[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers, 2022, 69(6): 2637-2649.

[15] 石勇, 杨旭, 何群, 等. 同构混合开关拓扑的辨识[J]. 中国电机工程学报, 2003, 23(11): 116-121.

SHI Y, YANG X, HE Q, et al. Identification of isomorphic hybrid switching topology[J]. Proceedings of the CSEE, 2003, 23(11): 116-121(in Chinese).

[16] SHANG H L, LI F, TANG X D, et al. A new algorithm for isomorphism determination of undirected graphs-circuit simulation method[J]. Circuits, Systems, and Signal Processing, 2011, 30(5): 1115-1130.

[17] 商慧亮, 刘洋, 柳志栋, 等. 改进电路模拟法的应用: 同构混合开关拓扑辨识[J]. 应用科学学报, 2014, 32(2): 199-208.

SHANG H L, LIU Y, LIU Z D, et al. Application of optimized circuit simulation: identification of isomorphic hybrid switching[J]. Journal of Applied Sciences, 2014, 32(2): 199-208(in Chinese).

[18] GROHE M, SCHWEITZER P. The graph isomorphism problem[J]. Communications of the ACM, 2020, 63(11): 128-134.

[19] LI Y Z, KUPRAT J, LI Y W, et al. Graph-theory-based derivation, modeling, and control of power converter systems[J]. IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics, 2022, 10(6): 6557-6571.

[20] MERKYS A, VAITKUS A, GRYBAUSKAS A, et al. Graph isomorphism-based algorithm for cross-checking chemical and crystallographic descriptions[J]. Journal of Cheminformatics, 2023, 15(1): 25.

[21] CHEN G P, MO L P, LIU Y W, et al. Computer-aided identification of equivalent power electronics converters[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2019, 34(10): 9374-9378.

[22] 肖位枢. 图论及其算法[M]. 北京: 航空工业出版社, 1993.

XIAO W S. Graph theory and its algorithm[M]. Beijing: Aviation Industry Press, 1993(in Chinese).

Discrimination on isomorphism and equivalence of topologies of power electronics converters

MO Liping^{1,2}, CHEN Guipeng^{1,2,*}, LI Zhiqiang³

(1. Shenzhen Research Institute of Xiamen University, Shenzhen 518000, China;

2. School of Aerospace Engineering, Xiamen University, Xiamen 361000, China;

3. Institute of Electronic Engineering, China Academy of Engineering Physics, Mianyang 621000, China)

Abstract: In the process of deriving topologies for power electronic converters, researchers often use topology equivalence or topology isomorphism to identify topologies with different structures but identical performance, thereby avoiding redundant studies. However, the connotations of topology equivalence and topology isomorphism differ significantly, which can easily lead to confusion. To address this issue, this paper aims to clarify the distinctions and connections between the two concepts and propose a method for accurately identifying topologies with identical performance. First, it is deduced that a necessary condition for topology isomorphism is that their adjacency matrices have the same determinant. Furthermore, it is derived that the necessary and sufficient condition for topology equivalence is that the components are identical and the fundamental loops correspond one-to-one. Subsequently, an analysis from the perspective of topology subgraphs reveals that topology isomorphism is a sufficient but not necessary condition for topology equivalence, while topology equivalence is a necessary and sufficient condition for identical performance. Based on this, the paper recommends prioritizing topology equivalence over topology isomorphism in practical applications to identify topologies with identical performance. The theoretical results are validated through case studies demonstrating their correctness and feasibility. Additionally, this paper proposes a method based on the depth-first search algorithm to automatically determine equivalent topologies, enabling the rapid and accurate identification of converter topologies with identical performance.

Keywords: power electronics converters; isomorphic converter topologies; equivalent converter topologies; graph theory; depth-first-searching

Received: 2023-06-14; **Accepted:** 2023-09-01; **Published Online:** 2023-09-13 18:55
URL: link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20230913.1129.001
Foundation items: Guangdong Basic and Applied Basic Research Foundation (2022A1515011616); National Natural Science Foundation of China (51907172)
*** Corresponding author.** E-mail: cgp2017@xmu.edu.cn