论文

基于石墨烯双曲色散腔中回音廊共振的纳米激光器

李艳¹, 钟发成¹, 褚博¹, 邵立¹, 王俊俏², 万明杰³, 杨鹏¹, 王妍妍¹, 丁佩^{1*}, 曾凡光¹, 于占军¹, 许坤¹, 杜银霄¹, 霍海波¹, 陈卓^{4*}, 王振林⁴

1. 郑州航空工业管理学院材料学院, 郑州 450046;

2. 郑州大学物理学院, 郑州 450052;

3. 中国计量大学光学与电子科技学院, 杭州 310018;

4. 南京大学物理学院, 南京 210093

*联系人, 丁佩, E-mail: dingpei@zua.edu.cn; 陈卓, E-mail: zchen@nju.edu.cn

收稿日期: 2021-04-05; 接受日期: 2021-05-10; 网络出版日期: 2021-09-18

国家自然科学基金(编号: 11704344, 11904344, 11847099, 11947089, 61704156)、河南省科技攻关项目(编号: 202102210052, 182102210451, 192102210002)、航空科学基金(编号: 2019ZF055002, 2017ZC55006)和河南省自然科学基金(编号: 212300410414)资助项目

摘要 本文设计并研究了基于石墨烯球形双曲色散超材料腔(由多层石墨烯和介质交替包裹介质核组成)中回音廊共振的纳米激光器。首先说明该石墨烯-介质核壳结构具有双曲型色散关系, 支持共振波长远大于腔尺寸的回音廊模式, 能够把电场局域在深度亚波长的区域。另外, 由于该腔支持多个不同阶次的偶极回音廊共振, 并能够在不同介质层中形成强约束电场, 具有高Purcell因子。因此, 通过在相应的介质层引入增益, 可实现多波长激励, 且阈值较低。对于直径404 nm的腔, 在32.3 μm 的激励阈值仅为80.6 cm^{-1} 。进一步说明通过改变介质折射率、石墨烯费米能级或石墨烯/介质层对数, 还能够实现激励波长的宽带调谐。最后说明对于仅由2对石墨烯/介质层组成的回音廊共振腔, 最大共振波长和直径比也达到约50倍, 相应的激励阈值仅90.74 cm^{-1} 。该纳米激光器兼备了深度亚波长、低阈值和宽带可调谐等特性, 有望在太赫兹集成器件中发挥重要的应用。

关键词 Mie散射, 石墨烯双曲色散腔, 回音廊共振, 纳米激光器

PACS: 78.35.+c, 78.20.Bh, 78.67.Pt

1 引言

伴随着器件日益小型化和集成化的快速发展, 在光学集成中起重要作用的纳米激光器受到了广泛关注。特别是随着太赫兹波研究的不断深入, 太赫兹辐射

源作为太赫兹技术应用的重要器件引起人们极大的研究兴趣。早在2003年, SPASER (Surface Plasmon Amplification by Stimulated Emission of Radiation)概念的提出^[1], 为纳米激光器的研究提供了重要的理论依据。近年来, 基于法布里-珀罗腔、分布反馈式腔等传播型

引用格式: 李艳, 钟发成, 褚博, 等. 基于石墨烯双曲色散腔中回音廊共振的纳米激光器. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2021, 51: 104211
Li Y, Zhong F-C, Chu B, et al. Nanolasers based on whispering-gallery resonances in graphene cavities with hyperbolic dispersion (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2021, 51: 104211, doi: 10.1360/SSPMA-2021-0102

表面等离激元(SP)共振的纳米激光器已经得到了验证^[2-11]. 这类共振腔具有较高的品质因子, 因此制备出的纳米激光器阈值比较低, 但由于这类腔对光场的局域是通过SP在内部的全反射实现的, 因此其物理尺寸很难缩小到亚波长范围^[2].

由于贵金属纳米颗粒所支持的局域表面等离激元(LSP)共振能够把光场局域在远小于入射光波长的区域^[12,13], 人们通过金-二氧化硅纳米核壳结构^[14,15]、金纳米棒^[16]、银纳米盘^[17]、银四聚体腔^[18]等支持的LSP共振和增益材料相结合, 实现了激射. 但是金属损耗制约了LSP共振的品质因子, 导致这类激光器虽然具有较小的体积, 却伴随着较高的激射阈值. 例如对于半球壳的纳米激光器体系^[19], 其激射阈值就达到了 7080 cm^{-1} . 为了降低损耗, 近年来人们设计各种各样的金属纳米结构, 提出了基于LSP杂化以及超材料的纳米激光器^[20-22], 但是由于普通贵金属在中红外-太赫兹波段可以看成完美电导体, 因此无法用于实现中红外-太赫兹波段的纳米激光器.

最近关于石墨烯双曲色散超构材料的研究^[23,24], 为设计红外到太赫兹波段的深度亚波长、低阈值纳米激光器提供了新机遇. 双曲色散超材料在某一方面上存在负的等效介电常数, 使得其色散关系呈现出双曲线型, 因此理论上倒格矢可以达到无限大. 加上石墨烯等离激元具有低本征损耗及其共振频率从中红外到太赫兹连续可调等优异的性能^[25-30], 使得基于石墨烯/介质构建的双曲色散腔, 相比于Wu等人^[31]报道的银/介质双曲色散腔, 能够把电磁波局域在更加深度亚波长的腔内, 还能降低欧姆损耗, 提高品质因子. 因此, 将石墨烯双曲色散微腔和增益材料相结合, 可用于制备中红外甚至太赫兹波段的纳米激光器.

在本文中, 我们设计了一种由多层石墨烯/介质交替包裹介质核组成的球形双曲色散腔, 并基于腔所支持的回音廊共振实现了深度亚波长的低阈值纳米激光器. 首先, 利用有效介质理论, 计算了多层石墨烯/介质球形腔结构对应的色散关系, 说明该腔具有双曲色散的特点, 可支持无限大的波矢 k ; 接下来, 利用Mie散射理论^[32]分析多层石墨烯/介质组成的球形双曲色散共振腔的电场分布特性, 说明该腔支持回音廊共振, 能够把电磁波局域在深度亚波长的区域. 再者, 进一步利用Mie散射理论^[32]求解4对石墨烯/介质层组成的球形双曲色散腔的消光效率, 发现具有相同角动量数、不同

次级阶数的模式可以把电磁场局域在不同的介质层内, 并且模式具有高的Purcell因子, 因此可以通过将增益材料引入到不同的介质层内, 让该腔在不同阶数的偶极共振模式下实现多波长的激射, 并计算了激射阈值. 例如, 对于直径 404 nm 的球形双曲色散微腔可以在 $32.3 \text{ } \mu\text{m}$ 实现激射, 阈值仅为 80.6 cm^{-1} . 进一步说明通过改变介质折射率、石墨烯的费米能级或石墨烯/介质层数量, 还能够实现激射波长的调谐. 最后, 说明即使对于相对简单的、只有2对石墨烯/介质层组成的回音廊共振腔, 最大共振波长和直径比也达到了约50, 并且基于此结构的纳米激光器的激射阈值仅 90.74 cm^{-1} . 这种基于石墨烯-介质球形双曲色散腔中回音廊共振的纳米激光器兼备了深度亚波长、低阈值和宽带可调谐等特性, 将在太赫兹集成器件的设计中发挥重要的应用价值.

2 理论基础

2.1 石墨烯/介质球形核壳结构的色散特性

石墨烯材料的介电常数 ε_G 可通过其电导率 σ 来描述: $\varepsilon_G = 1 + i\sigma / (\varepsilon_0 \omega d_G)$ ^[33-36], 其中 ε_0 是真空介电常数, d_G 是石墨烯的厚度, 取 $d_G = 0.5 \text{ nm}$ ^[37,38]. 在随机相位近似下^[39,40], 石墨烯的电导率可以表示为 $\sigma = \sigma_{\text{intra}} + \sigma_{\text{inter}}$, 其中 σ_{intra} 和 σ_{inter} 分别源于石墨烯中电子的带内和带间跃迁:

$$\sigma_{\text{intra}} = \frac{2ie^2 k_B T}{\hbar^2 \pi (\omega + i/\tau)} \ln \left[2 \cosh \left(\frac{E_F}{2k_B T} \right) \right], \quad (1)$$

$$\sigma_{\text{inter}} = \frac{e^2}{4\hbar} \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctan \left(\frac{\hbar \omega - 2E_F}{2k_B T} \right) - \frac{i}{2\pi} \ln \frac{(\hbar \omega + 2E_F)^2}{(\hbar \omega - 2E_F)^2 + (2k_B T)^2} \right], \quad (2)$$

式中, E_F 为石墨烯的费米能级, 本文在不做特殊说明的情况下取 $E_F = 0.4 \text{ eV}$, 环境温度 T 设为 300 K , τ 是电子的弛豫时间 $\tau = \mu E_F / ev_F^2$, 与费米速度 $v_F = c/300$ 及电子迁移率 $\mu = 1.0 \text{ m}^2/(\text{Vs})$ 有关^[41]. ω 是入射电磁波的角频率, k_B 是玻尔兹曼常数, 这里石墨烯的参数选取与文献^[36]相似.

本文设计的多层石墨烯-介质球形核壳结构, 由介质核通过交替包裹石墨烯和介质层实现, 如图1(a)所示, 一次交替包裹形成一对介质/石墨烯层, 因此图1(a)

图 1 (网络版彩图) (a) 由交替的石墨烯和介质层组成的球形双曲色散腔结构示意图; (b) 由有效介质理论在 $f = 15$ THz 处计算该双曲色散腔的等频面 (黑色实线) 以及光在真空中的等频面 (红色虚线); (c) 内核半径为 50 nm, 交替包裹 4 对石墨烯 ($d_G = 0.5$ nm)/介质层 ($d_D = 50$ nm) 结构在角动量数 $n = 1$ 的偶极共振波长 $\lambda \approx 20 \mu\text{m}$ 处的电场强度分布图; (d) 内核半径为 50 nm, 交替包裹 12 对石墨烯 ($d_G = 0.5$ nm)/介质层 ($d_D = 50$ nm) 结构在角动量数 $n = 1$ 的偶极共振波长 $\lambda \approx 20 \mu\text{m}$ 处的电场强度分布图; (e) 内核半径为 15 nm, 交替包裹 18 对石墨烯 ($d_G = 0.5$ nm)/介质层 ($d_D = 15$ nm) 结构在角动量数 $n = 2$ 的四极共振波长 $\lambda \approx 20 \mu\text{m}$ 处的电场强度分布图; (f) 内核半径为 15 nm, 交替包裹 20 对石墨烯 ($d_G = 0.5$ nm)/介质层 ($d_D = 15$ nm) 结构在角动量数 $n = 3$ 的八极共振波长 $\lambda \approx 20 \mu\text{m}$ 处的电场强度分布图

Figure 1 (Color online) (a) A schematic of the hyperbolic dispersion cavity formed by alternately wrapping a dielectric core with graphene and dielectric layers. (b) The hyperbolic isofrequency contour (black solid line) of the cavity in the momentum space calculated with the effective medium approximation at a frequency of $f = 15$ THz. The red dotted line represents the corresponding isofrequency contour of vacuum. Electric field intensity enhancement distributions of the hyperbolic dispersive cavity formed by (c) 4 pairs of graphene ($d_G = 0.5$ nm) and dielectric ($d_D = 50$ nm) layers at dipolar resonant wavelength $\lambda \approx 20 \mu\text{m}$ with the angular momentum $n = 1$, (d) 12 pairs of graphene ($d_G = 0.5$ nm) and dielectric ($d_D = 50$ nm) layers at dipolar resonant wavelength $\lambda \approx 20 \mu\text{m}$ with the angular momentum $n = 1$, (e) 18 pairs of graphene ($d_G = 0.5$ nm) and dielectric ($d_D = 15$ nm) layers at quadrupolar resonant wavelength $\lambda \approx 20 \mu\text{m}$ with the angular momentum $n = 2$, and (f) 20 pairs of graphene ($d_G = 0.5$ nm) and dielectric ($d_D = 15$ nm) layers at octupolar resonant wavelength $\lambda \approx 20 \mu\text{m}$ with the angular momentum $n = 3$.

所示的结构共包含 4 对介质/石墨烯交替层 (将介质核看成第一介质层, 往外层数依次增加), 总外半径用 R_{out} 来表示, 每对的厚度可用 t 来表示, 其中介质层的厚度可用 d_D 表示. 该结构的有效介电张量可以采用如下形式:

$$\varepsilon = \hat{r}\hat{r}\varepsilon_r + \hat{\theta}\hat{\theta}\varepsilon_\theta + \hat{\phi}\hat{\phi}\varepsilon_t, \quad (3)$$

式中, 如果

$$\varepsilon_r = \varepsilon_G n_D^2 / ((1 - f_G)\varepsilon_G + f_G n_D^2) > 0,$$

$$\varepsilon_\theta = \varepsilon_t = f_G \varepsilon_G + (1 - f_G) n_D^2 < 0,$$

其中, f_G 表示石墨烯的占空比 $f_G = d_G / t$, n_D 表示介质

层的折射率, 则波矢满足 $\frac{k_z^2}{\varepsilon_\theta} + \frac{k_\theta^2}{\varepsilon_r} = \frac{\omega^2}{c^2}$, 具有双曲型色散关系, 如图 1(b) 所示. 在图 1(b) 中, 我们取每对介质和石墨烯层的厚度 $t = 50.5$ nm, 介质折射率 $n_D = 1.407$, 频率取 $f = 15$ THz (对应真空中波长 $\lambda = 20 \mu\text{m}$). 这种色散关系可支持无限大的波矢 k , 因此这类双曲色散腔能够把电磁波局域在深度亚波长的尺寸.

2.2 Mie 散射理论及结构支持的回音廊模式

利用 Mie 散射理论^[32]可以进一步计算和分析图 1(a) 中所示的球形双曲色散微腔的电场分布, 线性光谱和模式特性等.

在球坐标系下, 通过Mie理论可以将多层球结构内外的电场用矢量球谐函数的级数形式展开.

入射电场:

$$\mathbf{E}_{in} = \sum_{n=1}^{\infty} E_n (\mathbf{M}_{o1n}^{(1)} - i\mathbf{N}_{e1n}^{(1)}), \quad (4)$$

核(第一层介质)内电场:

$$\mathbf{E}_1 = \sum_{n=1}^{\infty} E_n (c_n \mathbf{M}_{o1n}^{(1)} - id_n \mathbf{N}_{e1n}^{(1)}), \quad (5)$$

壳层内电场:

$$\mathbf{E}_l = \sum_{n=1}^{\infty} E_n (f_n^l \mathbf{M}_{o1n}^{(1)} - ig_n^l \mathbf{N}_{e1n}^{(1)} - iw_n^l \mathbf{N}_{e1n}^{(2)} + v_n^l \mathbf{M}_{o1n}^{(2)}), \quad (6)$$

结构外的散射场:

$$\mathbf{E}_s = \sum_{n=1}^{\infty} E_n (-b_n \mathbf{M}_{o1n}^{(3)} + ia_n \mathbf{N}_{e1n}^{(3)}), \quad (7)$$

式中 $E_n = E_0 i^n (2n+1) / n(n+1)$, l 表示结构的层数, 这里将核当作结构的第一层 ($l=1$), 第一壳层代表结构的第2层 ($l=2$), ..., 以此类推. 其中 $\mathbf{M}_{o1n}^{(p)}$, $\mathbf{N}_{e1n}^{(p)}$ 为矢量球谐函数, 展开系数 a_n , b_n , f_n^l , g_n^l , w_n^l , v_n^l 能够根据边界条件, 通过解方程组获得.

结构的消光、散射、吸收截面分别为颗粒在单位时间内散射加吸收、散射、吸收的光能量与入射光强度的比值, 具有面积的量纲. 而消光效率 (Q_{ext})、散射效率 (Q_{sca}) 和吸收效率 (Q_{abs}) 分别定义为各自的消光、散射和吸收截面与颗粒迎着入射光方向的投影面积 S ($S = \pi R_{\text{out}}^2$) 之比, 是量纲为1的量. 可用Mie散射系数 a_n 和 b_n 来表示:

$$Q_{\text{ext}} = \frac{2}{k^2 R_{\text{out}}^2} \sum_n (2n+1) \text{Re}(a_n + b_n), \quad (8)$$

$$Q_{\text{sca}} = \frac{2}{k^2 R_{\text{out}}^2} \sum_n (2n+1) (|a_n|^2 + |b_n|^2), \quad (9)$$

$$Q_{\text{abs}} = Q_{\text{ext}} - Q_{\text{sca}}, \quad (10)$$

式中, k 是双曲色散腔周围环境(这里可看作真空)中的波矢, n 代表模式的角动量数, $n=1$ 为偶极子模, $n=2$ 对应四极子模, $n=3$ 对应于八极子模, 由于Mie系数 a_n 引起的共振模式没有径向(球坐标系中的 $\mathbf{e}_r$ 方向)磁场分量被称为横磁模 (TM_n). 而 b_n 引起的共振模式因没有径向的电场分量被称为横电模 (TE_n). TM_n 模对应的是第 n 阶电共振, 而 TE_n 模对应第 n 阶磁共振. 利用

Mie散射理论还能进一步获得每一阶电或磁模式的贡献, 其中第 n 阶电 (a_n) 和磁 (b_n) 对消光效率的贡献为

$$\begin{aligned} Q_{\text{ext}}(a_n) &= \frac{2}{k^2 R_{\text{out}}^2} (2n+1) \text{Re}(a_n), \\ Q_{\text{ext}}(b_n) &= \frac{2}{k^2 R_{\text{out}}^2} (2n+1) \text{Re}(b_n), \end{aligned} \quad (11)$$

第 n 阶电 (a_n) 和磁 (b_n) 对散射效率的贡献为

$$\begin{aligned} Q_{\text{sca}}(a_n) &= \frac{2}{k^2 R_{\text{out}}^2} (2n+1) |a_n|^2, \\ Q_{\text{sca}}(b_n) &= \frac{2}{k^2 R_{\text{out}}^2} (2n+1) |b_n|^2. \end{aligned} \quad (12)$$

第 n 阶电 (a_n) 和磁 (b_n) 对吸收效率的贡献为

$$\begin{aligned} Q_{\text{abs}}(a_n) &= Q_{\text{ext}}(a_n) - Q_{\text{sca}}(a_n), \\ Q_{\text{abs}}(b_n) &= Q_{\text{ext}}(b_n) - Q_{\text{sca}}(b_n). \end{aligned} \quad (13)$$

为了说明该双曲色散腔能够支持回音廊模式, 我们分别设计了4对、12对、18对、20对介质/石墨烯交替层结构, 其中4对和12对的介质层厚度(包括介质核半径)均为50 nm, 18对和20对的介质层厚度均为15 nm, 四种结构均在波长 $\lambda = 20 \mu\text{m}$ 附近发生共振. 根据公式(4)–(7), 画出四种结构在波长 $\lambda = 20 \mu\text{m}$ 处的电场强度增强分布图, 如图1(c)–(f)所示. 发现不管是4对(图1(c))还是12对(图1(d))石墨烯/介质交替层结构, 电场都主要局域在第2, 3层介质中, 且最大场强均出现在第3层介质中, 展示出二重对称性特征, 属于角动量 $n=1$ 的偶极共振模式. 在图1(e)中, 对于18对介质/石墨烯交替层结构, 电场主要局域在6, 7层介质中, 展示出四重对称性特征, 属于角动量 $n=2$ 的四极共振模式. 对于20对介质/石墨烯交替层结构(图1(f)), 电场主要局域在8, 9层介质中, 展示出六重对称性特征, 属于角动量 $n=3$ 的八极共振模式. 这些共振模式和Wu等人^[31]以及Gu等人^[42]报道的银/介质双曲色散腔支持的回音廊共振模式类似. 其中较低阶的偶极模式能够产生大的电场增强, 并且结构交替层对的数目越多, 电场增强就越强. 而高阶模式的电场强度明显较弱. 因为对于这种双曲色散腔, 由于共振波长远大于腔尺寸, 则准静态近似成立, 仅偶极共振起主要贡献. 例如, 在角动量 $n=1$ 时, 对于12对石墨烯/介质交替层结构(图1(d)), 场强增强倍数达到了38200倍. 在角动量 $n=3$ 时, 20对介质/石墨烯交替层结构的最大场增强倍数仅0.0005.

3 结果分析

3.1 球形双曲色散腔的多个回音廊共振及其电场分布特性

为了进一步说明该结构支持多个深度亚波长的回音廊共振, 我们首先利用公式(8)和(11)研究结构的消光谱. 这里主要研究4对石墨烯/介质层组成的球形双曲色散腔(介质核半径和介质层厚度均为50 nm, 总半径 R_{out} 为202 nm, 如图2(a)插图所示)的消光谱. 图2(a)展示了前两阶电分量(a_1 , a_2)的贡献值, 可以看到, 只有偶极电分量在所示波段起主要贡献, 准静态近似成立. 并且对于四对石墨烯/介质层结构, 存在四个偶极回音廊共振模式, 分别记做 $\text{TM}_{1,1}$, $\text{TM}_{1,2}$, $\text{TM}_{1,3}$ 和 $\text{TM}_{1,4}$, 相应的共振波长分别为32.3, 19.8, 12.25和9.04 μm . 这里 $\text{TM}_{n,m}$ 的下角标 n 仍表示模式对应的角动量数, m 则为相同模式角动量数下的次级阶数, 共振波长越长, 次级阶数 m 越低. 我们发现该直径仅404 nm的球形腔,

支持的最低阶 $\text{TM}_{1,1}$ 模式的共振波长可达32.3 μm , 结构的共振波长和直径比达到了约80.

上述四个回音廊共振模式所对应的电场强度分布情况, 可以由公式(4)–(7)计算获得. 图2(c)–(f)展示了 $\text{TM}_{1,1}$, $\text{TM}_{1,2}$, $\text{TM}_{1,3}$ 和 $\text{TM}_{1,4}$ 四个回音廊共振模式的电场强度增强分布. 从图中可以明显看出在共振时, 电场强度能够得到很大的增强. 另外, 由于电场的分布展示出二重对称性特征, 也证明了对于角动量 $n = 1$ 的四个回音廊共振模式 $\text{TM}_{1,1}$ (图2(c)), $\text{TM}_{1,2}$ (图2(d)), $\text{TM}_{1,3}$ (图2(e))和 $\text{TM}_{1,4}$ (图2(f)), 均为偶极电模式, 其不同之处在于具有不同次级阶数 m 的模式将电场局域在不同的电介质层. 例如, $\text{TM}_{1,1}$ 模式的电场主要局域在最外层(第四层)介质中, $\text{TM}_{1,2}$ 模式的电场主要分布在第2, 3层介质中, $\text{TM}_{1,3}$ 模式的电场主要分布在第2层介质中, $\text{TM}_{1,4}$ 模式的电场主要分布在第1层(核)介质中. 由上面的结果, 我们发现这种支持回音廊共振的石墨烯球形双曲色散腔不仅具有深度亚波长特性, 还能够将电

图 2 (网络版彩图) 石墨烯双曲色散腔的回音廊模式性质. (a) 四对石墨烯($d_G = 0.5 \text{ nm}$)/介质层($d_D = 50 \text{ nm}$, $n_D = 1.407$)交替包裹组成的球形双曲色散微腔的消光谱, 这里分成了偶极和四极电分量的贡献值(a_1 , a_2). 为了更清楚地显示电四极子的贡献, 将其消光效率值扩大了200倍; (b) 偶极电共振的四个不同次阶模式 $\text{TM}_{1,1}$, $\text{TM}_{1,2}$, $\text{TM}_{1,3}$ 和 $\text{TM}_{1,4}$ 对应的 Q 因子和模式体积; (c) $\text{TM}_{1,1}$, (d) $\text{TM}_{1,2}$, (e) $\text{TM}_{1,3}$ 和(f) $\text{TM}_{1,4}$ 的电场强度分布特征

Figure 2 (Color online) The whispering-gallery mode properties of the hyperbolic dispersion cavity formed by 4 pairs of graphene ($d_G = 0.5 \text{ nm}$) and dielectric ($d_D = 50 \text{ nm}$, $n_D = 1.407$) layers. (a) Extinction efficiency spectra (the contributions from the first two electric terms (a_1 , a_2), respectively) for the hyperbolic dispersion cavity (inset). For clarity, the contribution from a_2 is magnified 200 times. (b) Quality factor Q (black dots) and mode volume V_m (red dots) versus the mode orders m of four dipolar resonances $\text{TM}_{1,1}$, $\text{TM}_{1,2}$, $\text{TM}_{1,3}$ and $\text{TM}_{1,4}$ supported by the hyperbolic cavity. Electric field intensity enhancement distributions of the four dipolar resonances (c) $\text{TM}_{1,1}$, (d) $\text{TM}_{1,2}$, (e) $\text{TM}_{1,3}$ and (f) $\text{TM}_{1,4}$, respectively.

场高度局域在腔的不同介质层中. 因此这种腔的Purcell因子相比传统的法布里-珀罗腔或等离子激元共振腔将会有大的提高, 如果在腔内引入增益介质, 将更有利于提高其辐射速率.

该石墨烯双曲色散腔的Purcell因子, 可利用如下公式来求解^[22,43]:

$$F_p = \frac{3}{4\pi^2} \left(\frac{\lambda}{n_D} \right)^3 \left(\frac{Q}{V_m} \right), \quad (14)$$

式中 V_m 代表模式体积, Q 代表品质因子. 由 Q 的定义: Q =共振波长/半峰宽, 通过拟合 $TM_{1,1}$, $TM_{1,2}$, $TM_{1,3}$ 和 $TM_{1,4}$ 四个模式的消光谱, 可以得出四个回音廊共振模式的 Q 因子分别为22.5, 34.5, 47.4和52.6, 如图2(b)中黑色方形点所示. 随着模式次级阶数 m 的增加, Q 值逐渐增加. 需要说明的是这里的 Q 值和基于尺寸较大的纯介质微腔中回音廊共振的 Q 值(一般 $>10^5$)^[44-46]相比低很多, 主要是因为结构中的石墨烯具有一定的欧姆损耗. 但是这种回音廊共振模式由于能够将电场更多地局域在电介质层, 因此和准静态近似下传统LSP共振模式的品质因子 Q_{static} ($Q_{static} = \omega/2\varepsilon_G''(\omega) \times (d\varepsilon_G'(\omega)/d\omega)$, $\varepsilon_G = \varepsilon_G' + i\varepsilon_G''$)^[47]相比有数倍的提高. 通过计算发现, 这里 $TM_{1,1}$, $TM_{1,2}$, $TM_{1,3}$ 和 $TM_{1,4}$ 四个模式的 Q 因子分别比 Q_{static} 增大了5.1, 4.7, 4.1和3.5倍. 另外, 通过减小石墨烯的占空比 f_G (相当于增加介质层厚度), 使得更多能量储存在介质层中, 更少能量储存在损耗层, 相当于减少了欧姆损耗, 会进一步增大 Q/Q_{static} 的值. 模式体积可通过下面的公式计算^[48]:

$$V_m = \iiint W(\mathbf{r}) d^3(\mathbf{r}) / W(\mathbf{r})_{\max}, \quad (15)$$

其中 $W(\mathbf{r})$ 为腔的能量密度. 通过计算可以得到四个共振模式的模式体积, 如图2(b)中红色圆点所示, 随着模式次级阶数 m 的增加, 模式体积增加. 四个共振模式 $TM_{1,1}$, $TM_{1,2}$, $TM_{1,3}$ 和 $TM_{1,4}$ 的模式体积分别为 $V_m = 2.69 \times 10^{-8} (\lambda/n_D)^3$, $V_m = 4.79 \times 10^{-8} (\lambda/n_D)^3$, $V_m = 7.015 \times 10^{-8} \times (\lambda/n_D)^3$ 和 $V_m = 1.25 \times 10^{-8} (\lambda/n_D)^3$. 因此可根据公式(14)得出四个回音廊共振模式 $TM_{1,1}$, $TM_{1,2}$, $TM_{1,3}$ 和 $TM_{1,4}$ 的Purcell因子分别高达 6.356×10^7 , 5.476×10^7 , 5.138×10^7 和 3.206×10^7 . 因此可以预期, 这种石墨烯球形双曲色散腔可以使得激射更容易实现. 这里 $TM_{1,1}$ 模式的Purcell因子最高, 主要因为 $TM_{1,1}$ 模式的共振波长(λ_{res})与

半径(R_{out})的比值最大, 而大的 λ_{res}/R_{out} 对应大的Purcell因子^[31]. 同样的结构, 模式越低阶, 共振波长越长, 因此偶极模式比高阶模式拥有更高的Purcell因子, 实现激射更有优势. 基于以上原因, 我们不再对图1(a)中红线表示的角动量数 $n=2$ 的四个四极子模式进行详细讨论. 接下来, 我们主要对偶极模式的激射进行研究.

3.2 基于石墨烯双曲色散腔的多波长纳米激光器的激射特性

这里仍采用图2(a)的结构尺寸, 根据图2(c)-(f)中展示的双曲色散腔在 $TM_{1,1}$, $TM_{1,2}$, $TM_{1,3}$ 和 $TM_{1,4}$ 四个共振模式处将电场局域在不同介质层的情况, 该电场分布特性使得我们可以把四种不同的增益材料分别引入电场比较强的不同介质层内, 让球形双曲色散微腔在不同的次级模式阶数 m 上实现多波长的激射. 为了模拟引入增益材料的特性, 我们在对应的介质层中引入复折射率 $n_D = 1.407 + i\kappa$, 增益系数 $\alpha = 2\pi|\kappa|/\lambda$, 在结构图示中用橙色来表示引入增益材料的介质层. 例如对于 $TM_{1,1}$ 共振模式, 由于电场主要局域在球形腔的最外层介质中(图2(c)), 则增益材料引入到结构最外层的介质层中, 如图3(a)中最上面的插图所示. 同理, 根据图2(d)-(f)中三个回音廊模式 $TM_{1,2}$, $TM_{1,3}$ 和 $TM_{1,4}$ 的场强分布特点, 分别把增益材料引入到相应场强较强的介质层, 如图3(b)-(d)插图所示. 根据公式(8)-(10), 图3(a)-(d)从上到下分别计算了在回音廊模式 $TM_{1,1}$, $TM_{1,2}$, $TM_{1,3}$ 和 $TM_{1,4}$ 共振波长下, 散射(Q_{sca})和吸收效率(Q_{abs})随增益系数 α 变化的趋势. 由于四个模式的变化趋势类似, 因此我们选 $TM_{1,1}$ 模式来说明增益阈值的确定过程. 如图3(a)所示, 当光学增益系数 α 从0增加到 80.609 cm^{-1} 时, 散射效率(黑线)快速从 10^{-5} 量级增加到约3800, 然而吸收效率(红线)先增加后快速减小到0, 十分显著地减小了腔的损耗, 说明随着增益系数 α 的增大, 使得结构的损耗得到了补偿^[15]; 当增益系数 α 从 80.609 cm^{-1} 增加到 80.614 cm^{-1} 时, 散射和吸收效率的幅度变化十分剧烈, 散射效率从3800快速增加到 10^5 量级, 而吸收效率快速从0降到 -10^5 量级, 从而消光效率等于散射效率加上吸收效率等于0 ($Q_{ext} = Q_{sca} + Q_{abs} = 0$), 系统的光放大和耗散达到动态平衡, 净放大为零, 此时激射效率最大^[19,49]; 再进一步增加增益系数 α 时, 散射效率和吸收效率的振幅又快速减小, 例如, 当增益系数增加到 80.63 cm^{-1} 时, 散射效率从 10^5 量级快速

图 3 (网络版彩图) (a)–(d) 从上到下分别是 TM_{1,1}, TM_{1,2}, TM_{1,3} 和 TM_{1,4} 模式共振时, 散射效率和吸收效率随增益系数变化的趋势, 这里的双曲色散腔除了具有不同的光学增益层以外, 其他结构参数和图 2 中的一样, 插图分别表示增益材料在不同介质层中(桔色)的情况; (e)–(h) 从上到下分别是在增益系数为 80.615, 113.422, 161.42 和 400.3 cm⁻¹ 时对应的吸收和散射效率谱。

Figure 3 (Color online) (a)–(d) From top to bottom, scattering (Q_{sca}) and absorption (Q_{abs}) efficiencies versus the optical gains calculated at the four dipolar resonances TM_{1,1}, TM_{1,2}, TM_{1,3} and TM_{1,4} for the hyperbolic dispersion cavities with the same structural parameters as those used in Figure 2 but different optical gains. Inset schematically indicates that for different mode orders, the gain medium in different dielectric layers (orange regions) is considered. (e)–(h) From top to bottom, the Q_{sca} and Q_{abs} spectra calculated at the threshold of 80.615, 113.422, 161.42 and 400.3 cm⁻¹, respectively.

减小到 534, 而吸收效率却从 -10^5 量级快速增加到 -1983 , 此时光放大超过了系统的能量耗散, 导致共振位置偏移和线宽增加, 从而激光瓦解^[15]. 因此总存在一个最优的 α 值, 使得散射和吸收效率达到最大振幅, 而消光效率等于散射效率加上吸收效率等于 0, 此时

的 α 值可认为是发生激光的阈值^[19,49]. 因此, 对于 TM_{1,1}, TM_{1,2}, TM_{1,3} 和 TM_{1,4} 四个回音廊共振模式而言, 80.614, 113.422, 161.42 和 400.3 cm⁻¹ 可分别认为是相应的激光阈值. 这里 TM_{1,1} 的激光阈值最小, 主要因为 TM_{1,1} 共振模式拥有最大的 Purcell 因子. 另外, 这些阈

值在实验上是能够达到的, 例如块体的半导体InGaAs和InGaAsP、量子阱结构InGaAsP/InP和InGaAsN/InP, 在室温下激发都能够超过 1000 cm^{-1} [5,50,51]. 我们进一步根据公式(8)–(10), 计算了当增益材料的增益系数分别达到阈值80.614, 113.422, 161.42和 400.3 cm^{-1} 时, 石墨烯双曲色散腔的散射和吸收效率谱, 如图3(e)–(h)所示. 发现在四个回音廊模式 $\text{TM}_{1,1}$, $\text{TM}_{1,2}$, $\text{TM}_{1,3}$ 和 $\text{TM}_{1,4}$ 的共振波长处, 散射和吸收效率的振幅可以达到 10^5 – 10^6 的数量级, 并且此时的线宽和图2(a)中四个模式的线宽相比也显著减小.

3.3 纳米激光器激光波长的可调谐性

在本部分, 我们进一步研究基于石墨烯球形双曲色散腔的纳米激光器对激光波长的调谐性. 根据Mic散射理论[32], 模式的共振波长跟结构的尺寸、层数、材料等均有关. 接下来, 首先通过改变石墨烯双曲色散腔中介质层的折射率或石墨烯的费米能级 E_F 来调谐结构的共振位置, 从而可实现基于该结构的纳米激光器激光波长的调谐. 在这里, 我们保持结构的石墨烯(层厚 $d_G = 0.5 \text{ nm}$)/介质层(层厚 $d_D = 50 \text{ nm}$)的层对数为4和总半径为202 nm不变. 图4(a)展示了在石墨烯的费米能级 $E_F = 0.4 \text{ eV}$ 不变的情况下, 四个回音廊模式 $\text{TM}_{1,1}$, $\text{TM}_{1,2}$, $\text{TM}_{1,3}$ 和 $\text{TM}_{1,4}$ 的共振位置随介质层折射率变化的趋势. 从图中可以看到, 随着介质折射率的增加, 四个模式的共振波长均发生红移, 其中 $\text{TM}_{1,1}$ 的共

振波长从介质折射率 $n_D = 1.407$ 时的 $32.3 \mu\text{m}$ 红移到了 $n_D = 1.75$ 时的 $39.7 \mu\text{m}$. 图4(b)是在保持介质层折射率 $n_D = 1.407$ 不变, 改变石墨烯的费米能级的情况下, 四个回音廊模式 $\text{TM}_{1,1}$, $\text{TM}_{1,2}$, $\text{TM}_{1,3}$ 和 $\text{TM}_{1,4}$ 的共振位置变化情况. 发现随着石墨烯费米能级的增加, 共振波长发生蓝移. 因此可以预期基于石墨烯双曲色散腔回音廊共振的纳米激光器的激光波长, 能够通过简单地改变介质层折射率或石墨烯费米能级进行调谐.

我们进一步研究通过调节双曲色散腔中石墨烯/介质层对数来实现纳米激光器的激光波长的调谐. 在这里, 我们固定石墨烯的费米能级 $E_F = 0.4 \text{ eV}$ 和介质折射率 $n_D = 1.407$. 由于最低阶的 $\text{TM}_{1,1}$ 模式不仅共振波长最长, 对应的激光阈值也最小, 因此下面只研究 $\text{TM}_{1,1}$ 模式. 在图5(a)中, 保持结构中中介质层的总厚度为200 nm不变, 改变石墨烯/介质层对数, 从2对变到10对. 从图5(a)中可发现随着石墨烯/介质层对数的增加, $\text{TM}_{1,1}$ 的共振波长(黑色点)发生了明显的红移, 红移从约 $20 \mu\text{m}$ 到了 $60 \mu\text{m}$. 这主要是因为随着结构层数的增加, 能更好地用有效介质理论描述, 共振波长也会变得更长[27]. 因此可以预期纳米激光器的激光波长能够通过增加结构的层对数相应地调谐到更长的波长. 从图5(a)中可以看出, 阈值从3对石墨烯/介质层结构开始, 随着结构层对数的增加呈现出增加的趋势, 但对于10对石墨烯/介质层结构, 增益系数也只有约 125 cm^{-1} .

图 4 (网络版彩图)具有不同次级阶数 m 的偶极共振波长随结构中介质折射率 n_D 和石墨烯费米能级 E_F 变化的调谐性. 具有不同介质折射率 n_D (a)或石墨烯费米能级 E_F (b) (其他参数和图2相同)的石墨烯双曲色散腔的偶极共振波长随次级阶数 m 变化的规律

Figure 4 (Color online) Tunabilities of dipole resonance wavelengths with different secondary order m varying with refractive index n_D and graphene Fermi level E_F in the hyperbolic dispersive cavities. The resonant wavelength versus the dipole mode orders m for the hyperbolic dispersive cavities with the same structural parameters as those used in Figure 2 but different refractive index of the dielectric n_D (a) or Fermi energy of the graphene E_F (b).

图 5 (网络版彩图) (a) 固定石墨烯双曲色散腔的介质层总厚度为 200 nm, 费米能级 $E_F = 0.4 \text{ eV}$, 介质层折射率 $n_D = 1.407$, 最低阶模式 $\text{TM}_{1,1}$ 的共振波长(最大共振波长)和结构中石墨烯/介质层对数的依赖关系; (b) 模式 $\text{TM}_{1,1}$ 在共振波长处的电场强度分布图; (c) 在 $\text{TM}_{1,1}$ 共振波长处, 散射和吸收效率随增益系数变化的趋势, 插图表示增益材料在外层介质中的情况; (d) 在增益系数为 90.73 cm^{-1} 时对应的吸收和散射效率谱

Figure 5 (Color online) (a) The maximum resonant wavelength of the mode $\text{TM}_{1,1}$ versus the number of graphene and dielectric pairs for the hyperbolic dispersive cavities with the parameters of $E_F = 0.4 \text{ eV}$, and $n_D = 1.407$. The total thickness of the dielectric layers is fixed as 200 nm. (b) Electric field intensity enhancement distributions of the resonance $\text{TM}_{1,1}$ for the cavity with only two graphene and dielectric pairs. (c) Scattering (Q_{sca}) and absorption (Q_{abs}) efficiencies versus the optical gains calculated at the resonance $\text{TM}_{1,1}$ for the hyperbolic dispersive cavities with the same structural parameters as those used in (b) but different optical gains. Inset indicates that the gain medium in the first dielectric layer (red region) is considered. (d) The Q_{sca} and Q_{abs} spectra calculated at the threshold of 90.73 cm^{-1} .

3.4 两对石墨烯/介质层情况下的电场分布和激射情况

由于 2 对石墨烯/介质层结构在实际加工中更容易实现, 接下来我们进一步研究仅 2 对石墨烯/介质层情况下的电场分布和激射情况. 首先画出结构在 $\text{TM}_{1,1}$ 共振波长 20 μm 处的电场分布图, 如图 5(b) 所示. 发现场强仍然主要局域在最外层介质层中, 最大场增强倍数达到了 6140. 与图 3 的研究类似, 将增益材料引入最外层介质中, 如图 5(c) 插图所示. 图 5(c) 中, 我们计算了在 $\text{TM}_{1,1}$ 共振下, 散射效率(黑线)和吸收效率(红线)随增益系数变化的趋势, 可得出激射阈值为 90.74 cm^{-1} . 在增益系数为 90.74 cm^{-1} 时, 我们也计算了散射效率(黑线)和吸收系数(红线)随波长的变化趋势, 如图 5(d) 所

示. 进一步说明即使对于相对简单的、只有 2 对石墨烯/介质层的结构, $\text{TM}_{1,1}$ 模式的共振波长和直径比达到了约 50, 并且基于此结构的纳米激光器的激射阈值也仅有 90.74 cm^{-1} . 需要说明的是, 和图 3(b) 和 (f) 中利用 4 对石墨烯/介质层组成的球形双曲色散腔中 $\text{TM}_{1,2}$ 模式实现的激射 ($\alpha = 113.422 \text{ cm}^{-1}$) 相比, 阈值更低. 因此对于实现单一波长的激射, 在结构大小相同的情况下, 若更少层结构的最低阶模式能达到共振波长的要求, 则比用多层结构实现激射更有优势.

4 结论

本文设计了一种基于多层石墨烯/介质球形双曲色散腔中回音廊共振的深度亚波长、低阈值纳米激光

器. 首先, 利用有效介质理论, 通过计算多层石墨烯/介质球形腔结构对应的色散关系, 说明该腔具有双曲色散的特点, 可支持无限大的波矢 k . 进一步利用 Mie 散射理论求解了多层石墨烯/介质组成的球形双曲色散共振腔的电场分布, 证明该腔支持回音廊模式, 能够把电磁波能量高度局域在腔的介质层内, 且产生巨大的光场增强, 降低欧姆损耗. 接下来, 以 4 对石墨烯/介质层组成的球形双曲色散腔为例, 通过 Mie 散射理论求解其消光效率, 发现该腔支持四个具有相同偶极共振、但不同次级阶数的回音廊模式, 并能够把电磁场局域在不同的介质层内, 同时具有高的 Purcell 因子. 因此, 可以通过将增益材料引入到相应的介质层内, 让该石墨烯-介质双曲色散腔在不同次级阶数 m 的共振模式下实现多波长的激射, 且阈值较低. 对于直径 404 nm 的球形双曲色散腔可以实现波长在 32.3 μm 的

激射, 阈值仅为 80.6 cm^{-1} . 另外, 我们还说明通过改变介质折射率、石墨烯的费米能级或石墨烯/介质层对数, 都能够实现激射波长的调谐. 最后, 说明即使对于相对简单的、只有 2 对石墨烯/介质层组成的核壳结构, $\text{TM}_{1,1}$ 模式的共振波长和直径比达到了约 50, 并且基于此结构的纳米激光器的激射阈值也仅有 90.74 cm^{-1} .

这种基于石墨烯球形双曲色散腔中回音廊共振的纳米激光器, 相比基于法布里-珀罗腔、分布反馈式腔中 SP 共振的纳米激光器^[2-11], 具有更小的结构体积; 而比基于 LSP 共振腔的纳米激光器^[14-19]具有更低激射阈值. 因此这种石墨烯-介质球形双曲色散腔可以作为一种比较理想的构建红外到太赫兹波段的纳米激光器结构, 为纳米激光器的小型化、低阈值发展提供新的设计思路 and 方案.

参考文献

- Bergman D J, Stockman M I. Surface plasmon amplification by stimulated emission of radiation: Quantum generation of coherent surface plasmons in nanosystems. *Phys Rev Lett*, 2003, 90: 027402
- Nezhad M P, Simic A, Bondarenko O, et al. Room-temperature subwavelength metallo-dielectric lasers. *Nat Photon*, 2010, 4: 395–399
- Lu Y J, Kim J, Chen H Y, et al. Plasmonic nanolaser using epitaxially grown silver film. *Science*, 2012, 337: 450–453
- Pan J, Chen Z, Chen J, et al. Low-threshold plasmonic lasing based on high- Q dipole void mode in a metallic nanoshell. *Opt Lett*, 2012, 37: 1181–1183
- Hill M T, Marell M, Leong E S P, et al. Lasing in metal-insulator-metal sub-wavelength plasmonic waveguides. *Opt Express*, 2009, 17: 11107–11112
- Oulton R F, Sorger V J, Zentgraf T, et al. Plasmon lasers at deep subwavelength scale. *Nature*, 2009, 461: 629–632
- Hill M T, Oei Y S, Smalbrugge B, et al. Lasing in metallic-coated nanocavities. *Nat Photon*, 2007, 1: 589–594
- Baek H, Lee C H, Chung K, et al. Epitaxial GaN microdisk lasers grown on graphene microdots. *Nano Lett*, 2013, 13: 2782–2785
- Ma R M, Oulton R F, Sorger V J, et al. Room-temperature sub-diffraction-limited plasmon laser by total internal reflection. *Nat Mater*, 2011, 10: 110–113, arXiv: 1004.4227
- Khajavikhan M, Simic A, Katz M, et al. Thresholdless nanoscale coaxial lasers. *Nature*, 2012, 482: 204–207, arXiv: 1108.4749
- Gardner K, Zhi Y, Tan L, et al. Whispering gallery mode structure in polymer-coated lasing microspheres. *J Opt Soc Am B*, 2017, 34: 2140
- Willems K A, Van Duyne R P. Localized surface plasmon resonance spectroscopy and sensing. *Annu Rev Phys Chem*, 2007, 58: 267–297
- Gramotnev D K, Bozhevolnyi S I. Plasmonics beyond the diffraction limit. *Nat Photon*, 2010, 4: 83–91
- Noginov M A, Zhu G, Belgrave A M, et al. Demonstration of a spaser-based nanolaser. *Nature*, 2009, 460: 1110–1112
- Ding P, He J, Wang J, et al. Low-threshold surface plasmon amplification from a gain-assisted core-shell nanoparticle with broken symmetry. *J Opt*, 2013, 15: 105001
- Meng X, Kildishev A V, Fujita K, et al. Wavelength-tunable spasing in the visible. *Nano Lett*, 2013, 13: 4106–4112
- Kwon S H, Kang J H, Seassal C, et al. Subwavelength plasmonic lasing from a semiconductor nanodisk with silver nanopan cavity. *Nano Lett*, 2010, 10: 3679–3683
- Yuan D, Wang J, Li Y, et al. A multi-wavelength spaser based on plasmonic tetramer cavity. *J Opt*, 2019, 21: 115001
- Meng X, Guler U, Kildishev A V, et al. Unidirectional spaser in symmetry-broken plasmonic core-shell nanocavity. *Sci Rep*, 2013, 3: 1241
- Wan M, Gu P, Liu W, et al. Low threshold spaser based on deep-subwavelength spherical hyperbolic metamaterial cavities. *Appl Phys Lett*, 2017,

110: 031103

- 21 Zheng C, Jia T, Zhao H, et al. Low threshold tunable spaser based on multipolar Fano resonances in disk-ring plasmonic nanostructures. *J Phys D-Appl Phys*, 2016, 49: 015101
- 22 Huo Y, Jia T, Ning T, et al. A low lasing threshold and widely tunable spaser based on two dark surface plasmons. *Sci Rep*, 2017, 7: 13590
- 23 Iorsh I V, Mukhin I S, Shadrivov I V, et al. Hyperbolic metamaterials based on multilayer graphene structures. *Phys Rev B*, 2013, 87: 075416, arXiv: [1211.5117](#)
- 24 Othman M A K, Guclu C, Capolino F. Graphene-based tunable hyperbolic metamaterials and enhanced near-field absorption. *Opt Express*, 2013, 21: 7614–7632, arXiv: [1302.2965](#)
- 25 Ju L, Geng B, Horng J, et al. Graphene plasmonics for tunable terahertz metamaterials. *Nat Nanotech*, 2011, 6: 630–634
- 26 Woessner A, Lundberg M B, Gao Y, et al. Highly confined low-loss plasmons in graphene-boron nitride heterostructures. *Nat Mater*, 2015, 14: 421–425, arXiv: [1409.5674](#)
- 27 Chen J, Badioli M, Alonso-González P, et al. Optical nano-imaging of gate-tunable graphene plasmons. *Nature*, 2012, 487: 77–81, arXiv: [1202.4996](#)
- 28 Fei Z, Rodin A S, Andreev G O, et al. Gate-tuning of graphene plasmons revealed by infrared nano-imaging. *Nature*, 2012, 487: 82–85, arXiv: [1202.4993](#)
- 29 Cheng H, Chen S, Yu P, et al. Dynamically tunable broadband mid-infrared cross polarization converter based on graphene metamaterial. *Appl Phys Lett*, 2013, 103: 223102
- 30 Cheng H, Chen S, Yu P, et al. Dynamically tunable broadband infrared anomalous refraction based on graphene metasurfaces. *Adv Opt Mater*, 2015, 3: 1744–1749
- 31 Wu C, Salandrino A, Ni X, et al. Electrodynamical light trapping using whispering-gallery resonances in hyperbolic cavities. *Phys Rev X*, 2014, 4: 021015
- 32 Bohren C F, Huffman D R. *Absorption and Scattering of Light By Small Particles*. New York: Wiley, 1983
- 33 Maier S A. *Plasmonics: Fundamentals and Applications*. New York: Springer, 2007
- 34 Zhu B, Ren G, Zheng S, et al. Nanoscale dielectric-graphene-dielectric tunable infrared waveguide with ultrahigh refractive indices. *Opt Express*, 2013, 21: 17089–17096
- 35 Xiang Y, Guo J, Dai X, et al. Engineered surface Bloch waves in graphene-based hyperbolic metamaterials. *Opt Express*, 2014, 22: 3054–3062
- 36 Liu P, Zhang X, Ma Z, et al. Surface plasmon modes in graphene wedge and groove waveguides. *Opt Express*, 2013, 21: 32432–32440
- 37 Koppens F H L, Chang D E, Garcia de Abajo F J. Graphene plasmonics: A platform for strong light-matter interactions. *Nano Lett*, 2011, 11: 3370–3377, arXiv: [1104.2068](#)
- 38 Christensen J, Manjavacas A, Thongrattanasiri S, et al. Graphene plasmon waveguiding and hybridization in individual and paired nanoribbons. *ACS Nano*, 2012, 6: 431–440
- 39 Wunsch B, Stauber T, Sols F, et al. Dynamical polarization of graphene at finite doping. *New J Phys*, 2006, 8: 318, arXiv: [cond-mat/0610630](#)
- 40 Hwang E H, Das Sarma S. Dielectric function, screening, and plasmons in two-dimensional graphene. *Phys Rev B*, 2007, 75: 205418, arXiv: [cond-mat/0610561](#)
- 41 Novoselov K S, Geim A K, Morozov S V, et al. Electric field effect in atomically thin carbon films. *Science*, 2004, 306: 666–669, arXiv: [cond-mat/0410550](#)
- 42 Gu P, Chen J, Chen S, et al. Ultralarge Rabi splitting and broadband strong coupling in a spherical hyperbolic metamaterial cavity. *Photon Res*, 2021, 9: 829–838
- 43 Giannini V, Fernandez-Dominguez A I, Heck S C, et al. Plasmonic nanoantennas: Fundamentals and their use in controlling the radiative properties of nanoemitters. *Chem Rev*, 2011, 111: 3888–3912
- 44 Lee H, Chen T, Li J, et al. Chemically etched ultrahigh- Q wedge-resonator on a silicon chip. *Nat Photon*, 2012, 6: 369–373
- 45 Song Q H. Emerging opportunities for ultra-high Q whispering gallery mode microcavities. *Sci China-Phys Mech Astron*, 2019, 62: 074231
- 46 Chang P F, Cao B T, Huang L G, et al. Polarization-modified Fano line shape spectrum with a single whispering gallery mode. *Sci China-Phys Mech Astron*, 2020, 63: 214211
- 47 Wang F, Shen Y R. General properties of local plasmons in metal nanostructures. *Phys Rev Lett*, 2006, 97: 206806
- 48 Xiang C, Chan C K, Wang J. Proposal and numerical study of ultra-compact active hybrid plasmonic resonator for sub-wavelength lasing

applications. *Sci Rep*, 2014, 4: 3720

49 Stockman M I. The spaser as a nanoscale quantum generator and ultrafast amplifier. *J Opt*, 2010, 12: 024004, arXiv: 0908.3559

50 Carrère H, Marie X, Lombez L, et al. Optical gain of InGaAsN/InP quantum wells for laser applications. *Appl Phys Lett*, 2006, 89: 181115

51 Korbl M, Groning A, Schweizer H, et al. Gain spectra of coupled InGaAsP/InP quantum wells measured with a segmented contact traveling wave device. *J Appl Phys*, 2002, 92: 2942–2944

Nanolasers based on whispering-gallery resonances in graphene cavities with hyperbolic dispersion

LI Yan¹, ZHONG Fa-Cheng¹, CHU Bo¹, SHAO Li¹, WANG Jun-Qiao², WAN Ming-Jie³,
YANG Peng¹, WANG Yan-Yan¹, DING Pei^{1*}, ZENG Fan-Guang¹, YU Zhan-Jun¹,
XU Kun¹, DU Yin-Xiao¹, HUO Hai-Bo¹, CHEN Zhuo^{4*} & WANG Zhen-Lin⁴

¹ School of Materials Science and Engineering, Zhengzhou University of Aeronautics, Zhengzhou 450046, China;

² School of Physics, Zhengzhou University, Zhengzhou 450052, China;

³ College of Optical and Electronic Technology, China Jiliang University, Hangzhou 310018, China;

⁴ School of Physics, Nanjing University, Nanjing 210093, China

We theoretically propose a novel nanolaser based on whispering-gallery resonances (WGRs) in spherical cavities with hyperbolic dispersion, composed of a dielectric core alternately wrapped by graphene and dielectric layers. First, we showed that the multilayer graphene-dielectric core-shell cavities have a negative dielectric constant in at least one direction and exhibit an unusual hyperbolic dispersion. Such cavities can support the whispering-gallery modes with resonance wavelengths much larger than the cavity sizes and can strongly confine the electromagnetic fields in deep subwavelength regions. Moreover, multiple dipole WGR modes with different orders can be excited by such cavities, accompanied by high Purcell factors and strong confinement electric fields within different dielectric layers. Therefore, by introducing gain into these different dielectric layers, lasing at different resonance wavelengths can be realized with a low lasing threshold. For the cavity with a diameter of 404 nm, the lasing threshold at a wavelength of 32.3 μm is only 80.6 cm^{-1} . Furthermore, we demonstrated that by manipulating the refractive index of the dielectric layers, graphene Fermi energy, or the number of pairs of graphene and dielectric layers, the lasing wavelengths in a wide spectral range could be easily adjusted. Finally, even for the relatively simple core-shell cavity with only two pairs of graphene and dielectric layers, the ratio of resonant wavelength and cavity diameter for the $\text{TM}_{1,1}$ mode is approximately 50, and the lasing threshold is only 90.74 cm^{-1} . This type of nanolasers has the characteristics of deep subwavelength, low threshold, and wide-band tunability. Hence, these lasers have great potential for applications in integrated terahertz devices.

Mie scattering, graphene hyperbolic dispersion cavity, whispering-gallery resonance, nanolaser

PACS: 78.35.+c, 78.20.Bh, 78.67.Pt

doi: 10.1360/SSPMA-2021-0102