

面向特大齿轮的激光跟踪测量精度提升方法

王子辰, 张爱梅

(郑州大学 机械与动力工程学院, 河南 郑州 450001)

摘要: 为实现特大齿轮激光跟踪测量精度的提升, 采用激光跟踪仪与柔性关节坐标测量臂相结合的测量方式, 建立了基于激光跟踪多边测量方法的特大齿轮组合式测量网络。采用柔性关节坐标测量臂蛙跳技术确定激光跟踪仪全局坐标系与柔性关节坐标测量臂坐标系之间的坐标转换关系, 实现不同站位下测量臂测量数据的空间配准。引入激光跟踪仪多边测量方法, 摒弃其角度测量模块, 建立激光跟踪多边测量位置参数标定模型, 通过测量冗余数据并对其进行 L-M 优化迭代, 以提高激光跟踪仪的全局控制精度。对建立的组合式测量网络进行仿真实验, 分析对比测量数据, 组合式测量网络的测量误差平均值为 0.007 mm, 误差标准差为 0.004 mm, 相同条件下, 使用激光跟踪仪直接测量方法的测量误差平均值为 0.044 mm。仿真实验分析表明, 该方法显著提升了测量精度, 满足了特大齿轮现场齿形测量的要求, 具有较好的理论与工程应用价值。

关键词: 特大齿轮; 组合式测量网络; 激光跟踪多边测量法; 测量精度; 提升

中图分类号: TN247; TG86 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3788/IRLA20210030

Laser tracking measurement accuracy improvement method for mega gear

Wang Zichen, Zhang Aimei

(School of Mechanical and Power Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China)

Abstract: In order to improve the precision of laser tracking measurement for mega gear, a combined measuring network for mega gear was established by combining laser tracking device and flexible joint coordinate measuring arm. The coordinate transformation relationship between the global coordinate system of laser tracker and the coordinate system of flexible joint coordinate measuring arm was determined by using the frog jump technology to realize the spatial registration of measurement data at different stations. A multi-dimensional measurement method of laser tracker was introduced, which had abandoned the angle measurement module, a multi-dimensional measurement position parameter calibration model of laser tracker was established, redundant data were measured and L-M optimization iteration was carried out in this method in order to improve the global control accuracy of laser tracker. The simulation experiment of combined measurement network was carried out, and the measurement data were analyzed and compared. The average error of combined measurement network was 0.007 mm and the error standard deviation was 0.004 mm. Under the same conditions, the average error of direct measurement method using laser tracker was 0.044 mm. The simulation results show that this method can improve the measuring accuracy obviously and meet the requirements of the measurement of tooth shape of mega gear. It has a good theoretical and engineering application value.

Key words: mega gear; combined measurement network; laser tracking multilateral measurement method; measurement accuracy; improvement

收稿日期: 2021-01-18; 修订日期: 2021-04-08

基金项目: 河南省科技厅项目 (18120021010)

作者简介: 王子辰, 男, 硕士生, 主要研究方向为数据可视化与智能设计。

导师简介: 张爱梅, 女, 教授, 硕士生导师, 主要研究方向为计算机应用技术、数字图形图像处理。

0 引言

工业上把直径超过 3 000 mm 的齿轮称为特大齿轮^[1],是矿山、盾构以及船舶等关键装备中应用最为广泛的传动零件。随着我国高端制造水平的不断提高,对关键装备中特大齿轮的运动精度、工作平稳性以及接触精度^[2]的测量与评价也有了更高的标准。但是,由于其具有尺寸大、质量大,齿数较多,齿分角较小等特点,无论是在位测量还是离位测量^[3]都会引入较大的测量误差。因此,如何提升特大齿轮的测量精度成为整个行业亟待解决的一项难题。

随着精密测量技术的不断发展,激光跟踪仪作为一种高精度、大尺寸测量仪器被引入到特大齿轮的测量技术中。北京工业大学石照耀提出一种特大齿轮激光跟踪在位测量方法^[4],该方法将激光跟踪仪能够测量大尺寸的特点与在位测量方法相结合,完成了特大齿轮的现场测量。张白、林家春提出了基于激光跟踪仪的齿距测量方法,满足直径 6 000 mm 以上、精度等级为 8 级的特大齿轮单个齿距偏差测量要求^[5]。陈洪芳、闫昊使用激光跟踪仪多站位测量方法,提高了特大齿轮在位测量系统的齿轮定位精度^[6]。

特大齿轮激光跟踪测量方法虽然有效解决了由于传统测量方式所导致的测量基准与设计、制造基准不统一的问题,但是受激光跟踪仪测角误差较大的影响,其全局测量精度较低。因此,文中采用激光跟踪仪与柔性关节坐标测量臂相结合的测量方式,引入多边测量方法^[7],以激光跟踪仪干涉测距值作为约束条件,彻底摒弃激光跟踪仪的角度测量模块,建立了基于激光跟踪多边测量方法的组合式测量网络,有效提高了特大齿轮的测量精度。

1 特大齿轮组合式测量原理

特大齿轮的组合式测量网络包括激光跟踪仪及其测量系统、柔性关节坐标测量臂及其测量系统、靶镜标定板、临时基准点以及一台能进行数据处理的计算机,如图 1 所示。

利用柔性关节坐标测量臂在小范围内精度较高的特点,对特大齿轮的齿面进行接触式测量,获取齿面测点数据^[8]。考虑到测量臂的测量范围有限,故需要不断改变测量臂的站位以完成对特大齿轮全部所

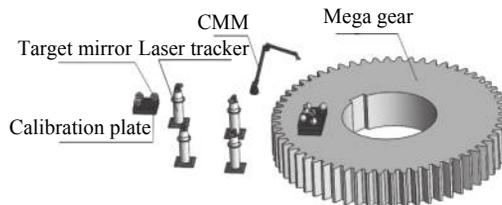


图 1 特大齿轮组合式测量网络

Fig.1 Combined measuring network of mega gear

需数据的测量。采用激光跟踪仪对测量网络进行全局控制,运用柔性关节坐标测量臂蛙跳技术^[9-10],通过计算两台仪器之间的坐标变换矩阵实现将不同站位处测量臂获取的点云数据配准到激光跟踪仪坐标系下,原理如图 2 所示。

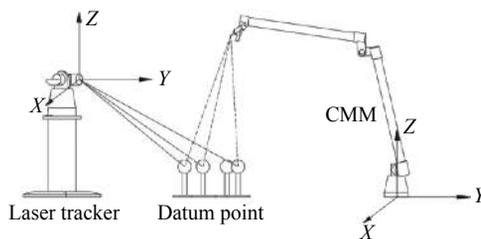


图 2 坐标变换原理示意图

Fig.2 Schematic diagram of coordinate transformation principle

要提升特大齿轮的测量精度,除了选取较高精度的测量臂外,更重要的是提高激光跟踪仪的全局控制精度。以 Leica AT960 激光跟踪仪为例,其全局测量精度为 $(15+6)\mu\text{m/m}$,其中角度测量精度为 $(15+6)\mu\text{m/m}$ 、干涉测距精度为 $0.5\mu\text{m/m}$ 。可见,激光跟踪仪的测角误差对其全局测量精度影响显著^[11]。为提高组合式测量网络的全局测量精度,将冗余技术与多边测量方法引入测量网络中^[12],摒弃角度测量模块。通过多台位置已知的激光跟踪仪测量同一临时基准点,以干涉测长值作为约束条件,利用空间多边法原理计算出该基准点的空间坐标,再利用冗余数据对临时基准点以及激光跟踪仪站位坐标进行迭代优化,以此达到更高的精度控制效果。

2 组合式测量网络模型的建立

2.1 空间配准坐标转换矩阵

通过蛙跳技术实现激光跟踪仪对组合式测量网络的全局控制,将不同站位下柔性关节坐标测量臂的测量数据统一到同一个激光跟踪仪坐标系下。在激

光跟踪仪与测量臂的公共测量范围内布置 $n(n \geq 4)$ 个临时基准点, 分别用激光跟踪仪和测量臂测量这些临时基准点, 可以得到激光跟踪仪坐标系下的坐标矩阵:

$$A = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_i \\ y_1 & y_2 & \dots & y_i \\ z_1 & z_2 & \dots & z_i \\ 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

以及柔性关节坐标测量臂坐标系下的坐标矩阵:

$$B = \begin{bmatrix} x'_1 & x'_2 & \dots & x'_i \\ y'_1 & y'_2 & \dots & y'_i \\ z'_1 & z'_2 & \dots & z'_i \\ 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

通过坐标变换关系可以得到如下关系式:

$$A = T \cdot B \quad (1)$$

式中: 矩阵 T 是一个 4×4 的坐标变换矩阵。

再通过最小二乘法求解该坐标变换矩阵, 令:

$$\|A - T \cdot B\|^2 \rightarrow \min \quad (2)$$

可以得到:

$$T = AB^T(BB^T)^{-1} \quad (3)$$

2.2 球心坐标拟合方程

激光跟踪仪测量的是跟踪头到靶镜球心的距离, 柔性关节坐标测量臂测量的是测头球心的空间坐标。在使用激光跟踪仪与测量臂测量临时基准点的过程中, 靶镜与测头的半径不同很难保证二者测量中心重合。为此, 在空间配准的过程中用靶镜代替临时基准点, 使用测量臂测量靶镜球面上的多个点, 并且保证测量臂测头与靶镜相切, 这样就实现了测头球心与靶镜球心的距离为定值, 即为两球半径之和, 如图 3 所示。

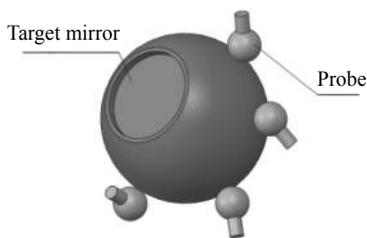


图 3 测量靶镜球心示意图

Fig.3 Schematic diagram of measuring the center of the target mirror

将测量臂测量得到不同的坐标值 $P_i(x_i, y_i, z_i)$ 代入球心坐标拟合方程:

$$(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2 + (z_i - z_0)^2 = (R + r)^2 \quad (4)$$

式中: (x_0, y_0, z_0) 为靶镜球心的坐标值; R 为靶球半径; r 为测头半径。通过求解非线性方程组 (4) 可以得到测量臂坐标系下具有更高精度的临时基准点坐标矩阵 B' :

$$B' = \begin{bmatrix} x''_1 & x''_2 & \dots & x''_i \\ y''_1 & y''_2 & \dots & y''_i \\ z''_1 & z''_2 & \dots & z''_i \\ 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

再代入到坐标转换公式 (3) 中, 可以解算得到具有更高精度控制效果的坐标转换矩阵 T' 。

2.3 多边测量模型及其优化算法

为提高激光跟踪仪对组合式测量网络的全局控制精度, 摒弃其角度测量模块, 采用四路激光跟踪并结合冗余数据的测量方法^[13-14]。布置激光跟踪仪的位置如图 4 所示。

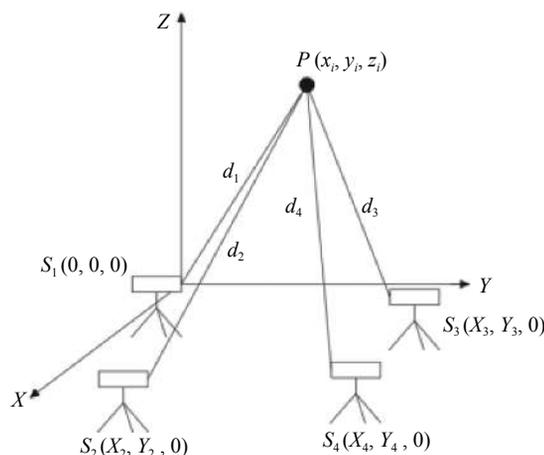


图 4 冗余技术测量示意图

Fig.4 Schematic diagram of measurement of redundancy technology

多边测量方法需要在四个不同站位下分别测量到临时基准点的距离, 考虑到激光跟踪仪的成本问题, 实际测量时使用单台激光跟踪仪分时多站位测量的方法。设激光跟踪仪四个不同站位的编号分别为 $S_i(i=1,2,3,4)$, 建立激光跟踪多边测量坐标系, 选取其中一台激光跟踪仪的跟踪头位置为坐标系原点 $S_1(0,0,0)$, 因为测量过程中使用同一台激光跟踪仪, 可以保证四个站位下激光跟踪仪跟踪头的高度相等, 则站位 2、站位 3、站位 4 的坐标分别为 $S_2(X_2, Y_2, 0)$, $S_3(X_3, Y_3, 0)$, $S_4(X_4, Y_4, 0)$ 。将激光跟踪仪位置参数 X_2 、

Y_2, X_3, Y_3, X_4, Y_4 作为迭代初值, 通过 Levenberg-Marquardt 优化算法得到较高精度的临时基准点坐标。

根据空间多边理论^[15], 已知任意三个站位的位置坐标及其干涉测量数据, 就可以解算出临时基准点的空间坐标, 再计算出该基准点到第四个站位处跟踪头的理论计算距离 l_{ij} , 根据干涉测量数据可以得到残差方程:

$$f = d_{ij} - l_{ij} \quad (5)$$

式中: $i=1,2,3,\dots,n$ 表示临时基准点的编号; $j=1,2,3,4$, 表示激光跟踪仪的站位编号。

设 $l_{ij}=F(p)$ 为优化迭代的目标函数, $p=(X_2, Y_2, X_3, Y_3, X_4, Y_4)^T$ 为迭代参数, 并在 p 处对 $F(p)$ 进行一阶泰勒展开, 可以得到:

$$F(p + \Delta p) = F(p) + J\Delta p \quad (6)$$

式中: $J = \frac{\partial F(p)}{\partial p}$ 为 Jacobi 矩阵; Δp 为迭代步长, 每一次迭代有:

$$p_{k+1} = p_k + \Delta p \quad (7)$$

将上述雅可比矩阵与残差方程的计算结果代入到增量正规化方程^[16-17]中:

$$\bar{N}\Delta p = J^T f \quad (8)$$

可以求出其最小二乘解为:

$$\Delta p = \bar{N}^{-1} J^T f \quad (9)$$

式中: $\bar{N} = (J^T J + \mu I)$, μ 为阻尼因子。

解算时, 将迭代步长 Δp 与预先设置好的阈值 ε 进行比较, 若 $\|\Delta p\| < \varepsilon$ 则结束迭代过程, 得到的 p_k 即为最优解。反之, 将迭代步长 Δp 不断地代入到公式 (7) 中得到新的坐标迭代参数, 再用改进的坐标参数重新求解残差矩阵、雅可比矩阵以及增量正规化方程, 代入下一轮迭代, 最终使得:

$$\|f - J\Delta p\| \rightarrow \min \quad (10)$$

2.4 激光跟踪位置参数标定模型

激光跟踪仪多边测量方法需要确定不同站位之间的相对位置关系。采用 IFM 干涉测距, 通过距离约束建立激光跟踪位置参数标定模型, 如图 5 所示。

选用一块标准靶镜标定板, 标定板上均匀排布着靶镜槽, 每个靶镜槽之间的距离为精确值, 且能保证靶镜中心的高度为定值, 标定板如图 6 所示。在标定板上放置三个靶镜, 其中一个靶镜放置在靶镜槽 1 的位置, 另外两个靶镜则随机放置, 由此, 建立以靶镜

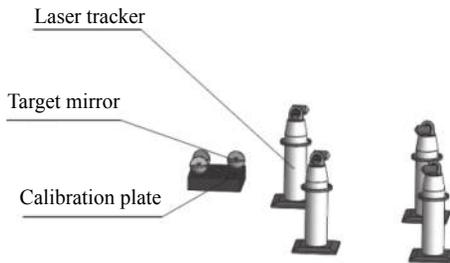


图 5 激光跟踪仪位置参数标定模型

Fig.5 Calibration model of laser tracker position parameters

槽 1 处靶镜中心为坐标系原点的靶镜坐标系, 通过标定板参数可以确定另外两个靶镜中心在坐标系中的精确坐标, 分别设为 $(x_2, y_2, 0)$ 、 $(x_3, y_3, 0)$ 。

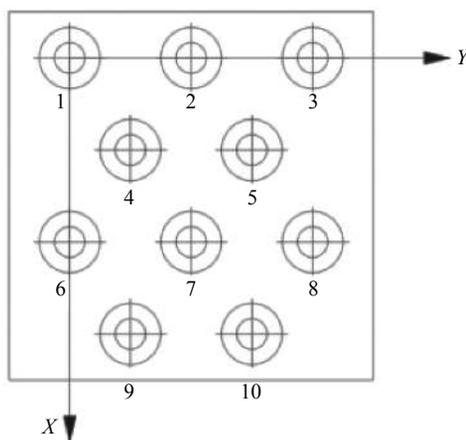


图 6 标定板示意图

Fig.6 Calibration plate diagram

固定好靶镜后, 在靶镜坐标系的第一象限内放置激光跟踪仪, 并设此时的位置为站位 1, 激光跟踪仪的坐标为 $S_1(X_1, Y_1, Z_1)$ 。用站位 1 处的激光跟踪仪分别测量标定板上的三个靶镜, 得到干涉测距值分别为 d_1, d_2, d_3 , 建立球面坐标方程组:

$$\begin{cases} X_1^2 + Y_1^2 + Z_1^2 = d_1^2 \\ (X_1 - x_2)^2 + (Y_1 - y_2)^2 + Z_1^2 = d_2^2 \\ (X_1 - x_3)^2 + (Y_1 - y_3)^2 + Z_1^2 = d_3^2 \end{cases} \quad (11)$$

通过最小二乘法求解该恰定非线性方程组可以得到靶镜坐标系下站位 1 处跟踪头的坐标值。保持标定板与靶镜不动, 改变激光跟踪仪的站位, 分别测量并计算得到激光跟踪仪跟踪头在站位 2、站位 3、站位 4 处的坐标值。

以站位 1 处跟踪头的位置为整个多边测量坐标系的原点, 并以此建立 X 轴、Y 轴和 Z 轴。通过上述

标定方法得到四个站位下跟踪头的坐标值后,可以相应地计算出站位 2、站位 3、站位 4 相对于站位 1 也就是坐标系原点处 X 轴和 Y 轴的相对坐标值,从而完成多边测量方法下激光跟踪仪的位置参数标定。采用“先布置,后定位”的标定思路,能够有效地避免在实际测量过程中反复调整激光跟踪仪,大大缩短了测量时间,配合冗余数据能够有效降低测量现场环境因素的干扰,实现激光跟踪仪的高效、精准定位。

3 测量实验与结果分析

为验证组合式测量网络的正确性与精度提升能力,对建立的组合式测量网络进行了实验验证。根据现场测量实际条件选定 FARO Vantage^{E6} 型号激光跟踪仪与 FARO Quantum^S V2 型号测量臂作为测量设备。激光跟踪仪的有效测量范围为 70 m,全局测量精度为 $(10+2.5)\mu\text{m}/\text{m}$,干涉测距精度为 $0.5\mu\text{m}/\text{m}$;测量臂单点测量精度高达 $10\mu\text{m}$ 。

所选测量仪器如图 7 所示。



图 7 所选测量仪器

Fig.7 Selected measuring instrument

3.1 激光跟踪仪位置参数标定

建立基于激光跟踪多边测量方法的组合式测量网络,首先要对激光跟踪仪不同站位下的位置参数进行测量标定,并验证其精度控制效果。设计仿真实验,将所选测量设备的标称精度作为最大误差限引入到仿真验证模型中,每次测量随机生成含有误差的测量数据。根据特大齿轮的尺寸参数,分别布置临时基准点位于激光跟踪多边测量坐标系原点的 436.353、1276.001、2072.722、3425.855 mm 距离处,每组完成 20 次含有随机误差的激光跟踪仪干涉测距。通过激光跟踪多边测量位置参数标定模型以及 L-M 优化算法求解出激光跟踪仪的位置参数测量值以及临时基准点坐标的测量值。四组实验激光跟踪仪位置参数的测量平均值与标准值如表 1 所示。

将四组实验临时基准点坐标值的测量结果与标准坐标值比较,分别计算出 X 方向和 Y 方向的测量误差平均值如表 2 所示。

为更加直观地展示测量误差平均值,绘制其并列柱状图如图 8 所示。

对比表 1 中的测量数据与标准值可以得出,激光跟踪位置参数标定模型具有较高的精度控制效果,四组测量实验中位置参数的最大测量误差值为 0.001 mm 。对于临时基准点的测量,从图 8 中可以看出,临时基准点的测量误差随着测量距离的增加而增大。其中,第二组与第三组的临时基准点布置在常

表 1 激光跟踪仪不同站位坐标值 (单位: mm)

Tab.1 Coordinate values of different stations of laser tracker (Unit: mm)

	Position		Group 1	Group 2	Group 3	Group 4
P2	X	Standard value	278.293	350.237	408.318	465.041
		Measured value	278.294	350.237	408.319	465.040
	Y	Standard value	19.608	91.833	86.587	181.150
		Measured value	19.609	91.832	86.587	181.149
P3	X	Standard value	108.947	211.714	144.500	201.476
		Measured value	108.947	211.714	144.499	201.476
	Y	Standard value	207.212	259.048	256.227	443.156
		Measured value	207.212	259.048	256.227	443.156
P4	X	Standard value	297.151	517.629	502.104	706.057
		Measured value	297.151	517.629	502.103	706.056
	Y	Standard value	192.448	388.820	305.389	710.938
		Measured value	192.448	388.820	305.390	710.939

表 2 参数标定误差平均值 (单位: mm)

Tab.2 Average value of parameter calibration error (Unit: mm)

Direction	Group 1	Group 2	Group 3	Group 4
X	0.001	0.005	0.005	0.012
Y	0.001	0.007	0.011	0.014

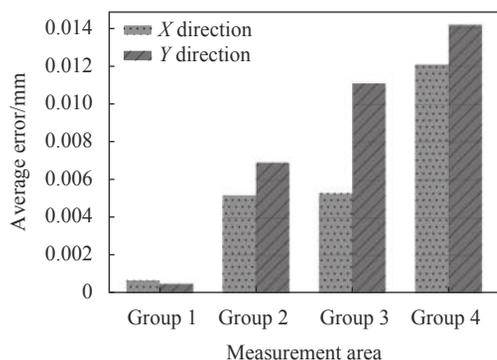


图 8 激光跟踪仪参数标定误差柱状图

Fig.8 Histogram of parameter calibration error of laser tracker

规测量范围内, 第四组实验结果为特大齿轮极端测量范围下的测量误差, 结果为 X 方向误差平均值为

0.012 mm, Y 方向误差平均值为 0.014 mm。由此可以证明, 建立的激光跟踪多边测量位置标定模型具有较高的测量精度与较强的可行性。

3.2 测量精度提升验证与结果分析

为进一步验证组合式测量网络的精度提升能力, 根据两点间距离不变原理, 完成组合式测量网络的测量精度提升验证仿真实验。选取标称长度为 100 mm 的标准件块规, 使用柔性关节坐标测量臂分别测量不同位置下块规的左右端点坐标值。根据齿形测量测点数量的选取原则, 在合理的测量范围内随机测量 45 组不同位置下块规的左、右端点坐标值。通过测量臂坐标转换方程实现空间配准, 将测量得到的块规端点坐标统一到激光跟踪多边测量坐标系下, 计算块规的测量长度并与其标称值相比较, 得到不同位置下的块规测量误差, 如表 3 所示。

为验证组合式测量网络的精度提升效果, 在块规位置相同的条件下, 使用激光跟踪仪与柔性关节坐标测量臂直接测量的方法得到块规的长度误差值如表 4 所示, 绘制两组测量误差折线图如图 9 所示。

表 3 组合式测量网络测量块规长度测量误差 (单位: mm)

Tab.3 Measurement error of block gauge length measured by combined measuring network(Unit: mm)

Group	Error value								
1	0.012	10	-0.003	19	0.014	28	-0.004	37	0.009
2	-0.014	11	0.002	20	0.008	29	0.015	38	0.009
3	-0.005	12	-0.004	21	-0.005	30	0.005	39	0.010
4	-0.007	13	-0.003	22	0.007	31	0.006	40	0.004
5	0.003	14	0.008	23	0.003	32	-0.002	41	0.007
6	0.008	15	-0.002	24	-0.001	33	-0.004	42	-0.011
7	-0.013	16	0.005	25	0.004	34	-0.003	43	0.013
8	0.008	17	0.005	26	-0.007	35	0.014	44	-0.014
9	0.008	18	0.012	27	0.008	36	-0.005	45	0.013

表 4 激光跟踪仪直接测量块规长度测量误差 (单位: mm)

Tab.4 Measurement error of the block gauge length measured directly by laser tracker(Unit: mm)

Group	Error value								
1	0.081	10	-0.058	19	0.078	28	-0.031	37	0.029
2	-0.075	11	-0.010	20	0.029	29	0.062	38	0.030
3	-0.055	12	-0.028	21	-0.047	30	0.017	39	0.042
4	-0.036	13	-0.092	22	0.047	31	0.017	40	-0.011
5	-0.056	14	0.021	23	0.043	32	-0.015	41	-0.008
6	0.025	15	0.003	24	-0.039	33	-0.025	42	-0.094
7	-0.069	16	0.049	25	-0.060	34	-0.031	43	-0.102
8	-0.006	17	-0.067	26	0.007	35	0.053	44	-0.144
9	0.022	18	0.041	27	0.022	36	-0.040	45	-0.091

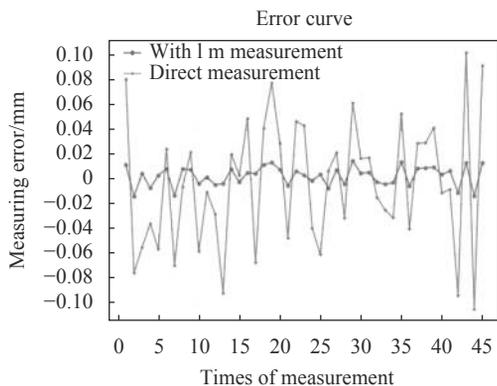


图 9 测量误差折线图

Fig.9 Line chart of measurement error

分析、对比两组测量结果可以得出, 基于多边测量方法的组合式测量网络测量误差平均值为 0.007 mm, 标准差为 0.004 mm, 而包含角度测量模块的激光跟踪仪直接测量方法得到的测量误差平均值为 0.044 mm, 标准差为 0.028 mm。为使结果具有普遍性, 设计多组不同位置参数下的实验, 测量误差对比折线图见图 10。

对上述图中测量结果进行统计分析, 得到两种测量方法的误差平均值与标准差如表 5 所示。

从表 5 中可以看出, 使用组合式测量网络方法得到的误差远小于直接测量方法得到的误差, 且离散程度较小, 相对稳定。由于缺少特大齿轮样板, 因此无

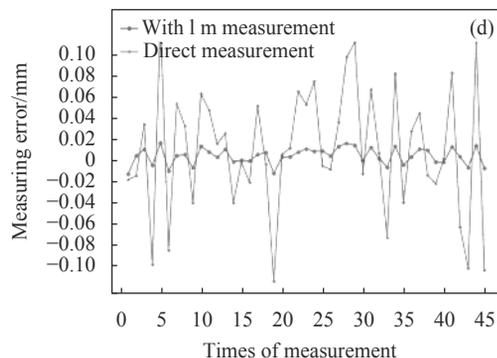
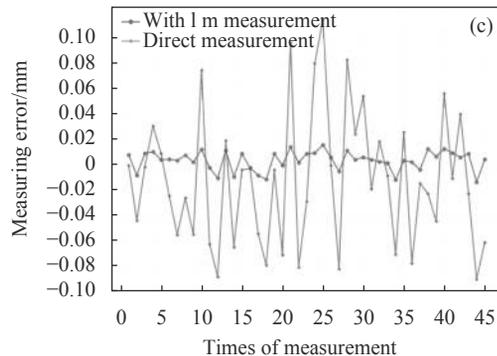


图 10 测量误差折线图

Fig.10 Line chart of measurement error

表 5 测量误差结果分析表 (单位: mm)

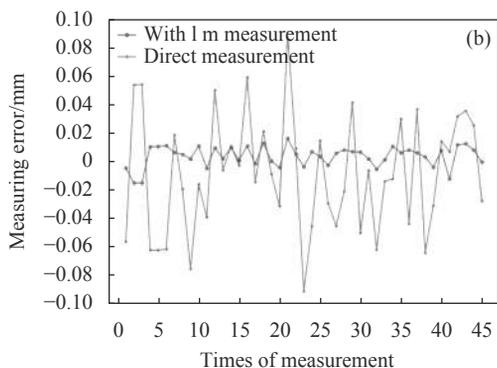
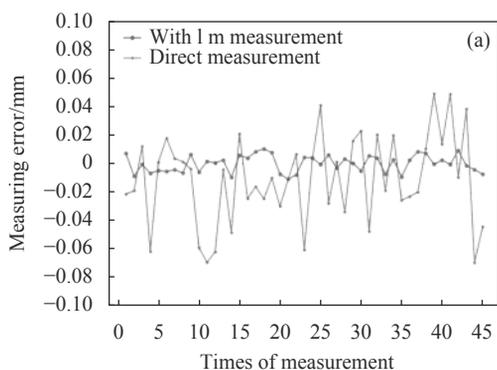
Tab.5 Analysis table of measurement error results(Unit: mm)

Position	Optimized		Direct	
	Avg.	Std.	Avg.	Std.
P1	0.007	0.004	0.044	0.028
P2	0.005	0.003	0.027	0.020
P3	0.007	0.004	0.036	0.023
P4	0.007	0.004	0.044	0.031
P5	0.007	0.005	0.049	0.037

法进行实际测量实验。根据国标《GB 10095—1988》, 分度圆直径为 3000 mm 的特大齿轮齿形公差为 100 μm, 当组合式测量网络的测量误差小于公差带的 20%~30%时, 即视为测量精度满足要求。可见, 基于激光跟踪多边测量方法的组合式测量网络不仅能够满足特大齿轮测量精度的需求, 而且具有较高的精度提升效果。

4 结 论

文中采用组合式测量方法实现特大齿测量精度



的提升,运用柔性关节坐标测量臂点位测量与激光跟踪仪干涉测距等技术手段,建立了特大齿轮的组合式测量网络。实验结果表明,组合式测量网络的测量误差均值为 0.007 mm,标准差为 0.004 mm,相较于激光跟踪仪直接测量方法具有较强的精度提升能力。文中建立的组合式测量网络同样适用于其他大型零件的逆向工程测量建模,具有较强的通用性。

参考文献:

- [1] China Gear Professional Association. China Gear Industry Yearbook[M]. Beijing : Beijing Institute of Technology Press, 2010. (in Chinese)
- [2] Peng Peng, Xiao Tiyi, Liu Tao, et al. Reliability of dynamic kinematic accuracy for gear transmission [J]. *Journal of Mechanical Transmission*, 2019, 43(5): 96-100, 125. (in Chinese)
- [3] Zheng Zhongpeng. Research on the establishment of coordinate system for large gear measurement system[D]. Xi'an: Xi'an University of Technology, 2017. (in Chinese)
- [4] Shi Zhaoyao, Zhang Bai, Lin Jiachun, et al. Principle and key technology of laser tracking in-situ measurement for extra-large gears [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2013, 21(9): 2340-2347. (in Chinese)
- [5] Zhang Bai, Lin Jiachun. New method of tooth pitch deviation measurement based on laser tracker for mega spur gear [J]. *Journal of Mechanical Transmission*, 2019, 43(10): 146-150. (in Chinese)
- [6] Chen Hongfang, Yan Hao, Shi Zhaoyao. Laser tracking multi-station positioning for extra-large gears [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2014, 22(9): 2375-2380. (in Chinese)
- [7] Xu You. Research on 3D coordinate measuring system based on laser tracking absolute length measurement multilateral method[D]. Tianjin: Tianjin University, 2018. (in Chinese)
- [8] Ma Guoqing, Liu Li, Yu Zhenglin, et al. Application and development of three-dimensional profile measurement for large and complex surface [J]. *Chinese Optics*, 2019, 12(2): 214-228. (in Chinese)
- [9] Li Yuyang, Ma Yingbao, Zheng Yilong, et al. Error compensation of coordinate transformation method for combined large-scale measuring system [J]. *Tool Engineering*, 2016, 50(12): 100-103. (in Chinese)
- [10] Gu Yongqi. Research on combined large-scale precision measuring techniques and application to the EAST superconducting tokamak device[D]. Hefei: Hefei University of Technology, 2012. (in Chinese)
- [11] Xu Yaming, Zheng Qi, Guan Xiao. Measurement accuracy analysis of Leica AT960 laser tracker [J]. *Journal of Geomatics*, 2020, 45(1): 8-12. (in Chinese)
- [12] Zhang Shuai, Miao Dongjing, Li Jishuang, et al. Influence of tracking mode on measurement accuracy in multi-purpose pose measurement system [J]. *Acta Metrology Sinica*, 2020, 41(9): 1055-1061. (in Chinese)
- [13] Galliana Flavio, Lanzillotti Marco. Report of a multilateral accurate measurement comparison on a high-precision multimeter to evaluate the traceability transfer from INRIM in the field of low-frequency electrical quantities [J]. *Journal of Metrology Society of India*, 2019, 34(1): 473-478.
- [14] Shen Rui. Research on the method of improving the accuracy of multi Station measurement of laser tracker[D]. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2020. (in Chinese)
- [15] Bachevskii S V, Martem'yanov I S. Cooperative processing of measurements in multilateral radial-range difference system of passive radiolocation [J]. *Russian Aeronautics (Iz VUZ)*, 2015, 58(4): 478-483.
- [16] Wu Bin, Xu You, Yang Fengting, et al. 3D coordinate measuring system based on laser tracking absolute length measurement multilateral method [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2008, 37(8): 140-145. (in Chinese)
- [17] Yan Hao. Method to improve the laser tracking measuring accuracy for large-scale parts[D]. Beijing: Beijing University of Technology, 2014. (in Chinese)