

文章编号: 1007-4627(2014) 03-0253-020

## 超重核性质与合成机制的理论研究

李璐璐<sup>1</sup>, 吕炳楠<sup>2</sup>, 王楠<sup>3</sup>, 温凯<sup>2</sup>, 夏铨君<sup>2, 4</sup>, 张振华<sup>5, 6</sup>,  
赵杰<sup>2</sup>, 赵恩广<sup>2, 7</sup>, 周善贵<sup>2, 7, 8</sup>

- (1. 北京应用物理与计算数学研究所, 北京 100094;  
2. 中国科学院理论物理研究所理论物理国家重点实验室, 北京 100190;  
3. 深圳大学物理科学与技术学院, 广东 深圳 518060;  
4. 中国科学院大学物理学院, 北京 100049;  
5. 北京大学物理学院核物理与核技术国家重点实验室, 北京 100871;  
6. 华北电力大学数理系, 北京 102206;  
7. 兰州重离子加速器国家实验室原子核理论中心, 兰州 730000;  
8. 华中师范大学核物质科学协同创新中心, 武汉 430079)

**摘要:** 探索原子核的电荷与质量极限, 合成长寿命超重核是当前原子核物理研究的重要前沿问题之一。本文综述了我们近几年在超重原子核结构性质与合成机制方面取得的理论研究进展。在结构性质方面, 利用处理对关联的粒子数守恒方法, 基于推转壳模型, 系统研究了铀系核与超铀核低激发谱, 发展了多维形状约束的协变密度泛函理论并用于研究铀系核势能面和裂变位垒以及  $N = 150$  同中子素中的非轴对称八极关联等。在超重核合成机制方面, 系统研究了利用重离子熔合反应合成超重核的三步过程, 包括俘获过程——提出了一个位垒穿透概率新公式、熔合过程——提出了一个基于动力学形变势能面的双核模型、存活过程——系统研究了激发态超重复合核存活概率等。系统研究了合成超重核的热熔合反应, 得到的熔合蒸发截面与实验符合, 并预言了合成 119 和 120 号超重元素的生成截面。

**关键词:** 超重核; 粒子数守恒方法; 推转壳模型; 协变密度泛函理论; 重离子熔合反应; 双核模型

**中图分类号:** O571.21+1; O571.23; O571.6 **文献标志码:** A **DOI:** 10.11804/NuclPhysRev.31.03.253

## 1 引言

20 世纪 60 年代后期, 原子核理论预言, 在  $Z = 114$  和  $N = 184$  附近可能存在一个超重稳定岛<sup>[1-4]</sup>。此后, 探索超重稳定岛、研究原子核的电荷和质量极限、合成长寿命或稳定的超重新元素, 一直是科学家关注的重要前沿领域之一。很多国际著名的核物理实验室, 包括德国亥姆霍兹重离子物理研究中心 (GSI Helmholtz Centre for Heavy Ion Research, GSI)、俄罗斯 Dubna 联合核子研究所、美

国 Livermore 国家实验室和 Berkeley 国家实验室、日本理化学研究所 (RIKEN) 等, 都投入了大量的人力物力, 建造重离子加速器和相关实验探测设备<sup>[5]</sup>, 探索超重岛, 并取得了很多进展。德国 GSI 利用冷熔合反应合成了 107 至 112 号超重元素<sup>[6]</sup>, 这些新元素都已被命名。在俄罗斯 Dubna 联合核子研究所, 科学家利用热熔合反应合成了 113 至 118 号元素<sup>[7-8]</sup>; 其中, 114 和 116 号元素分别被命名为 Flerovium (Fl) 和 Livermorium (Lv)<sup>[9-10]</sup>。图 1 给出了实验室合成的超重原子核及其衰变模式。经过长期探索和积累之

收稿日期: 2013-10-10; 修改日期: 2013-10-21

基金项目: 国家重点基础研究发展计划 (973 计划) 项目 (2013CB834400); 国家自然科学基金项目 (10975100, 10979066, 11121403, 11175252, 11105005, 11120101005, 11275098, 11275248, 11475115); 中国科学院知识创新工程重要方向项目 (KJCX2-EW-N01)

作者简介: 李璐璐 (1984-), 男, 安徽萧县人, 副研究员, 从事原子核聚变、原子核结构及反应研究; E-mail: lululi@pku.edu.cn

通信作者: 周善贵, E-mail: sgzhou@itp.ac.cn。

后,日本 RIKEN 利用冷熔合反应,也成功合成了 113 号元素<sup>[11–12]</sup>。在我国,兰州重离子加速器国家实验室在超重核合成方面取得了重要进展,先后合成了超重新核素  $^{259}\text{Db}$ <sup>[13]</sup> 和  $^{265}\text{Bh}$ <sup>[14–15]</sup>,并于 2011 年

成功进行了 110 号元素的一个核素 $^{271}\text{Ds}$ 的合成实验<sup>[16]</sup>。同时,我国科学家在重离子熔合反应实验及物理机制的研究方面也取得了重要的成就(参见文献[17]及其中的文献)。

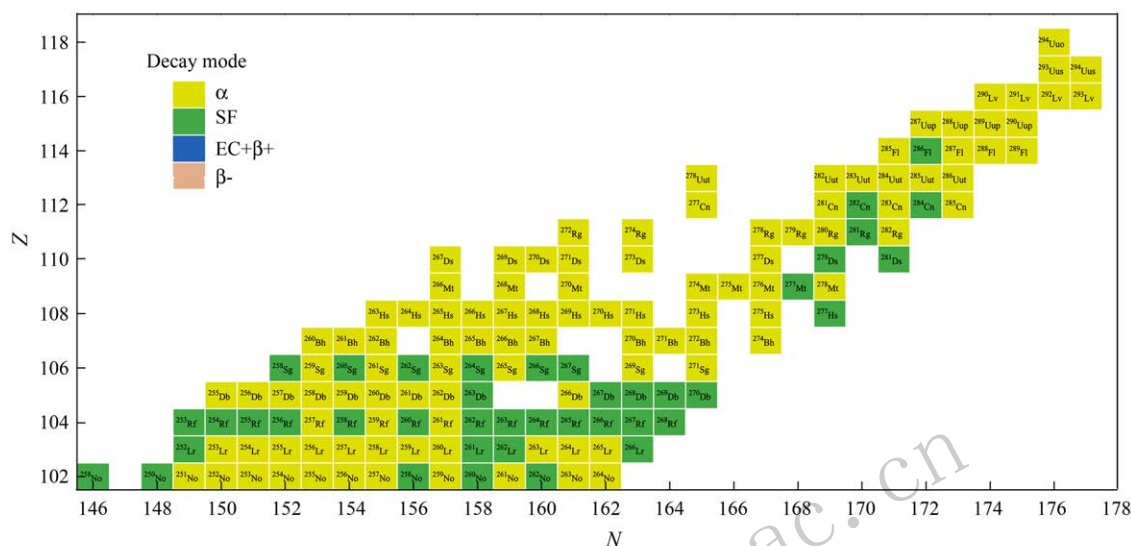


图 1 (在线彩图) 实验室合成的超重原子核及其衰变模式

同其它质量区的原子核一样,对于超重原子核的研究也包括研究其结构性质、衰变(含裂变)性质以及相关核反应机制。本文将综述我们近几年在超重原子核结构性质与合成机制方面取得的理论研究进展。

在超重核结构的理论研究方面,有很多重要问题,包括:超重核区的壳层结构及幻数、超重岛的位置;超重核的质量(结合能)和形状等基态性质;超重核的势能面、鞍点性质、鞍点及其附近原子核的形状特性、裂变路径以及裂变相关的质量参数等。超重岛的位置涉及到超重核的寿命、合成机制等关键问题。如何更好地预言稳定或者长寿命超重元素岛的中心位置,是对理论工作者的极大挑战。实验上,目前尚无法直接研究超重核的壳层结构信息。近年来,在  $Z \sim 100$  核区观测到许多转动带。这个核区的很多原子核具有稳定形变。由于形变效应,对于超重核区出现幻数比较关键的单粒子能级,降低到  $Z \sim 100$  原子核的质子费米面附近。研究这些核的低激发转动谱有助于深入认识超重核性质。利用基于推转壳模型(Cranked Shell Model, CSM)的粒子数守恒(Particle Number Conserving, PNC)方法(PNC-CSM)以及转动谱经验公式等,我们系统研究了  $Z \sim 100$  的原子核转动谱<sup>[18–23]</sup> (2.1 节)。形状

势能曲面(Potential Energy Surface, PES)对于超重核的稳定性研究至关重要。尤其是,裂变位垒是计算超重复合核裂变和存活概率的关键输入量。对于有待探索的超重核和已经合成的超重核,尚无裂变位垒的实验信息,因此只能利用理论模型计算得到。不同的形变自由度在重核的裂变过程起着不同的重要作用。最近,我们发展了一个同时包括非轴对称和反射不对称形状自由度的多维形状约束协变密度泛函理论(Multidimensionally-constrained covariant density functional theory, MDC-CDFT),并研究了铜系核的形状 PES 以及  $N = 150$  的一些同中子素的基态形状与非轴对称八极关联<sup>[24–31]</sup> (2.2 节和 2.3 节)。

研究合成超重原子核的反应机制,直接关系到如何登上超重稳定岛,在超重核相关的研究中占据重要的地位<sup>[32]</sup>。理论上,通常把利用重离子熔合反应合成超重核的过程分成三步<sup>[33]</sup>:俘获过程、熔合过程和存活过程,需要分别计算俘获截面、熔合概率和存活概率。我们系统地研究了俘获过程、熔合过程和存活过程涉及到的一些理论问题。在第 3 节中,将简要介绍相关的工作。包括:针对俘获过程,考虑了长程库仑相互作用对库仑位垒形状的影响,提出了一个位垒穿透概率新公式,更适用于描述极

低垒下量子隧穿<sup>[34]</sup>(3.1节); 针对熔合过程, 提出了一个基于动力学形变势能面的双核模型 (Di-Nuclear System model with Dynamical Potential Energy Surface, DNS-DynPES 模型)<sup>[35]</sup>(3.2节); 针对存活过程, 系统研究了激发态超重复核存活概率<sup>[36]</sup>(3.3节)等。我们系统研究了合成超重核的热熔合反应, 得到的熔合蒸发截面与实验符合, 并预言了合成 119 和 120 号超重元素的截面<sup>[35]</sup> (3.4节)。

## 2 超重核结构性性质研究

### 2.1 锕系核及超锕核转动谱研究

量子壳效应是超重核存在的根本原因。早期的核结构理论预言,  $Z = 114$  和  $N = 184$  是下一个双幻核<sup>[1-4]</sup>。但后来的理论研究给出的预言很不相同 (见文献[37-39])。单粒子能级的结构对超重稳定岛的位置起决定性作用。例如, 质子  $2f_{5/2}$  和  $2f_{7/2}$  自旋伙伴态之间的劈裂较大时, 超重核区质子幻数为 114; 该劈裂较小时, 这个幻数为  $Z = 120$ 。利用重离子熔合反应合成  $Z \geq 110$  超重核的合成截面非常小, 目前尚无法通过实验获得其单粒子谱的信息。得到超重核区单粒子能级信息的一种间接方法是研究质量数相对较轻的超锕原子核能谱。近年来, 实验上观测到  $Z \approx 100$  原子核的许多高自旋转动带<sup>[40-49]</sup>。实验

数据显示这个核区的原子核都具有稳定形变, 例如,  $^{252}\text{No}$  的四极形变  $\beta \approx 0.28 \pm 0.02$ 。由于形变效应, 对于超重核区出现幻数比较关键的单粒子能级, 例如质子  $2f_{5/2}$  和  $2f_{7/2}$ , 降低到  $Z \approx 100$  原子核的质子费米面附近。研究这些核的低激发转动谱可以揭示其组态结构、壳层结构以及稳定性等诸多信息, 从而一方面对现有的理论模型进行检验, 另一方面有助于深入认识超重核性质。

实验上主要结合反冲衰变标记 (Recoil Decay Tagging, RDT) 技术, 利用在束或衰变谱学方法研究超锕原子核的激发态性质, 代表性的实验室包括: 芬兰于韦斯屈莱大学物理系的加速器实验室 (The Accelerator Laboratory of the Department of Physics of the University of Jyväskylä, JYFL)、美国阿贡国家实验室 (Argonne National Laboratory, ANL)、德国 GSI、法国国家大型重离子加速器 (Grand Accélérateur National d'Ions Lourds, GANIL)、俄罗斯 Dubna 联合核子研究所弗廖罗夫核反应实验室 (Flerov Laboratory for Nuclear Reactions, FLNR) 以及日本的原子能研究机构 (Japanese Atomic Energy Agency, JAEA)<sup>[40-49]</sup>。兰州重离子加速器国家实验室也计划开展这方面的实验工作<sup>[50]</sup>。

图 2 给出了质子数  $Z = 96$  (Cm) 到 106 (Sg) 的原子核谱学实验研究结果的数据统计, 其中包括实验观

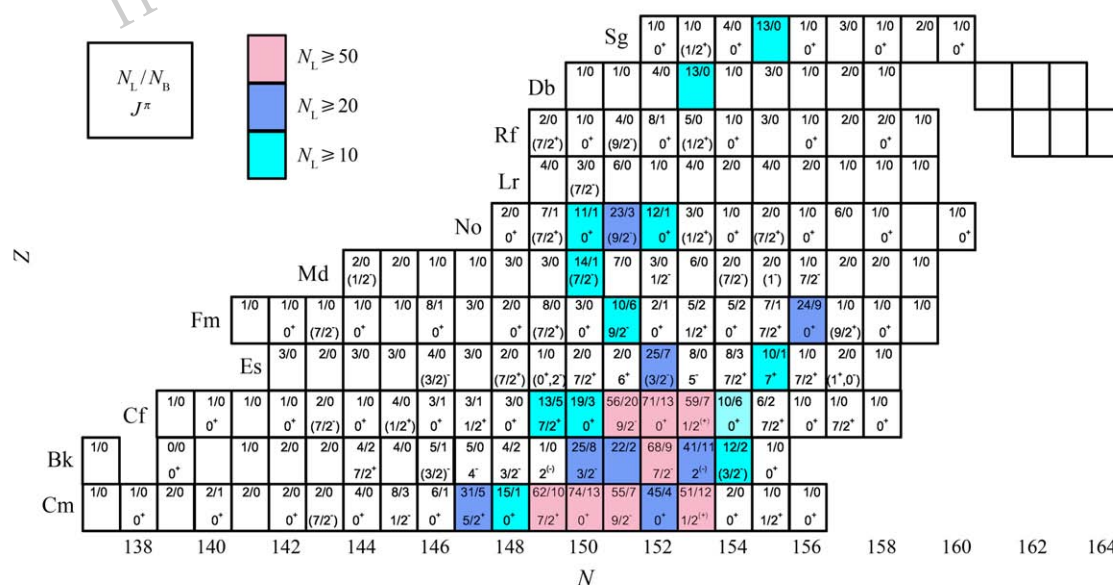


图 2 (在线彩图) 从质子数  $Z = 96$  (Cm) 到  $Z = 106$  (Sg) 原子核谱学实验研究结果的数据统计

实验数据主要取自 ENSDF <http://www.nndc.bnl.gov/ensdf/>,  $N_L$  和  $N_B$  分别表示实验观测到能级以及转动带的个数,  $J^π$  表示原子核基态的自旋宇称。本图取自文献[18], 稍有改动。

测到的能级数 ( $N_L$ )、转动带的个数 ( $N_B$ ) 以及原子核基态的自旋宇称 ( $J^\pi$ )。括号中的自旋宇称表示这些原子核的基态自旋宇称尚未确定。实验上研究较多的是  $Z \leq 102$ ,  $N \approx 152$  的偶偶核。最近, 在芬兰的 JYFL 进行的实验建立了  $^{246}\text{Fm}$  和  $^{256}\text{Rf}$  的基态转动带<sup>[51–52]</sup>。值得指出的是, 后者是第一次在超重核 (其存在完全由量子壳效应决定) 中进行的这类实验, 这意味着谱学实验向超重核区迈出了重要一步。

在理论方面, 深入研究超铀核谱学性质, 一方面可以加深对这个核区原子核性质的理解, 另一方面有助于将理论模型扩展到超重核区, 进而有助于了解超重核的单粒子能级结构等信息。用来研究超铀原子核的理论模型有很多, 主要包括: 宏观微观 (Macroscopic-Microscopic, MM) 模型<sup>[53–61]</sup>、组态约束的 Total Routhian Surface 方法<sup>[62–64]</sup>、自治的平均场模型<sup>[60–61, 65–68]</sup>、准粒子-声子耦合模型<sup>[69]</sup>、粒子-转子模型<sup>[70]</sup>、投影壳模型<sup>[71–72, 74]</sup>、重核壳模型<sup>[75]</sup>、CSM<sup>[18–22, 76–78]</sup> 等。研究对象包括超铀原子核的基态性质 (结合能、形状、壳结构、对关联强度

等)、同核异能态以及转动谱等。

利用 PNC 方法<sup>[79–80]</sup>, 基于 CSM, 在研究较轻的变形核以及超变形核的高自旋态方面已经取得了巨大成功 (见文献[21])。我们利用 PNC-CSM, 系统研究了超铀原子核的转动谱<sup>[18–22]</sup>。下面简要介绍部分结果。PNC-CSM 对奇  $A$  核以及偶偶核转动惯量的计算结果与实验符合得非常好。图 3 展示了 PNC-CSM 计算 (实线) 得到的 Cm, Cf, Fm 和 No 偶偶核同位素链基态带的第一类转动惯量  $J^{(1)}$  与实验值 (实心圆)<sup>[44–45]</sup> 的比较。PNC-CSM 的计算结果可以很好地重现实验值。从图中可以看出, 在一个同中子素链中, 随着质子数的增大, 转动惯量的上弯越来越不明显。文献[21]详细分析了导致这种行为的物理原因: 在 Cm 和 Cf 同位素中, 主要是质子  $i_{13/2}$  轨道对回弯 (上弯) 有贡献; 随着质子数增加, 在 Fm 和 No 同位素中, 回弯 (上弯) 由质子  $i_{13/2}$  轨道和中子  $j_{15/2}$  轨道之间的竞争产生。文献[21]还解释了为什么在这个质量区的一些原子核中没有观测到中子  $j_{15/2}$  轨道引起的回弯 (上弯)。

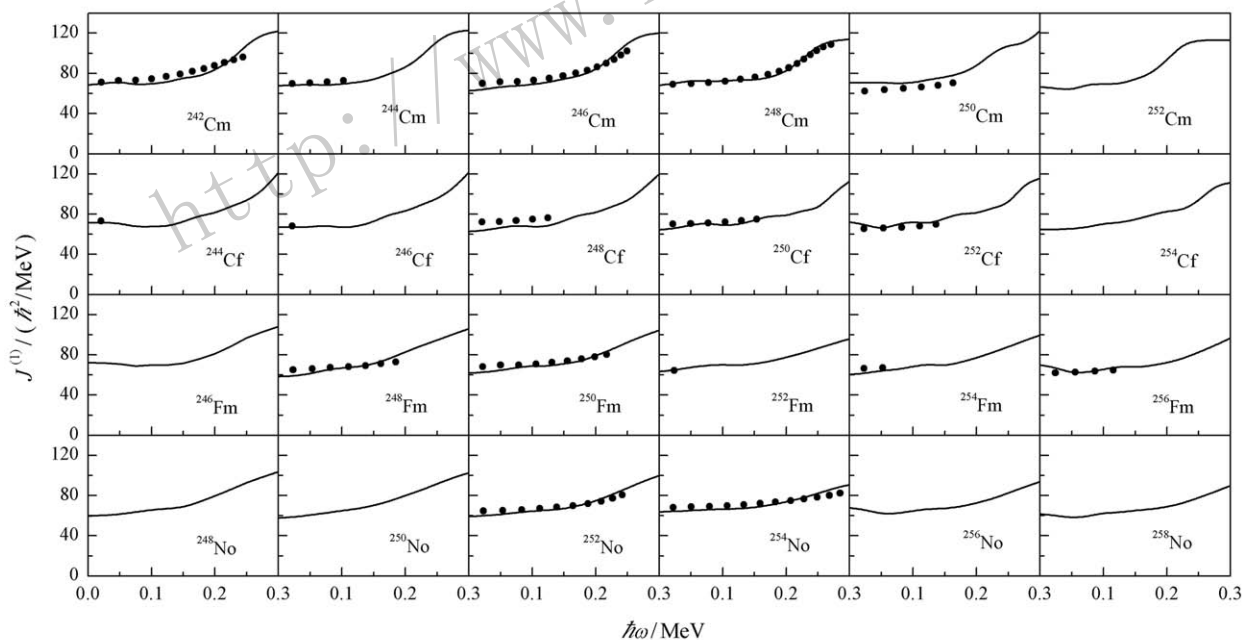


图 3 PNC-CSM 计算 (实线) 得到的 Cm, Cf, Fm 和 No 偶偶核同位素链基态带的第一类转动惯量  $J^{(1)}$  与实验值 (实心圆) 的比较

本图取自文献[21]。

理论上, 既可以用前面提到的理论模型深入地研究原子核的转动性质, 也可以用经验公式描述原子核的转动谱。描述原子核转动谱的经验

公式主要有: Bohr-Mottelson 提出的按  $I(I+1)$  展开的  $AB(ABC$  和  $ABCD)$  公式<sup>[81]</sup>、按  $\omega^2$  展开的 Harris 公式<sup>[82]</sup>、吴崇试和曾谨言提出的  $ab$  公式<sup>[83]</sup> 以及

其它几个二参数公式<sup>[84-85]</sup>、推转 Bohr-Mottelson 模型<sup>[86]</sup> 以及对能隙参量随转动频率增加而减小的指数型公式<sup>[87]</sup>等。我们利用上述公式中的  $AB$  ( $ABC$ 和 $ABCD$ ) 公式、Harris 公式以及  $ab$  公式研究了  $A \approx 250$  区的原子核转动能谱<sup>[23]</sup>。在文献[23]中, 用这些转动谱公式去拟合实验观测到的跃迁能量  $E_\gamma^{\text{exp}}$ , 使均方根偏差取极小, 我们发现, 对于大部分转动谱,  $ab$  公式能够给出更好的描述, 均方根偏差大多小于 1 keV。总体上, 对于这个质量区的偶偶核基态转动带,  $ab$  公式与  $ABCD$  公式能够更好地符合实验。而二参数的 Harris 公式对于描述稀土区、锕系区和  $A \approx 250$  质量区原子核的转动谱具有一定的局限性。

## 2.2 锕系核形状PES及裂变位垒研究

势能面和裂变位垒的信息对于准确描述超重核的合成过程非常重要<sup>[36, 88-90]</sup>。目前, 计算重核与超重核的裂变位垒的核结构模型主要有三类。第一类是 MM 模型: 对于每个形变点, 用 Strutinsky 方法对结合能做壳修正<sup>[91-92]</sup>, 以得到原子核的形状 PES。在此类模型中, 为准确描述原子核从基态到裂变的复杂形状变化, 一般需要引入多个形变参数, 计算高维度的形状 PES<sup>[88, 93]</sup>。第二类是自洽平均场模型: 将系统的形变参数约束到给定值<sup>[94]</sup>, 以计算原子核在这些参数所确定的形状下对应的能量<sup>[95-97]</sup>, 进而给出形状 PES。由于这些模型的自洽特性, 相应的计算往往比较耗时。迄今为止, 多数自洽平均场计算仅约束一到两个形变参数, 如  $\beta_{20}$  和  $\beta_{40}$ <sup>[98]</sup> 或  $\beta_{20}$  和  $\beta_{30}$ <sup>[99-100]</sup>。由于自洽平均场方法的变分特性, 未被约束且平均场允许的形变自由度都会自动寻找使总能量极小的值。因此, 在形状 PES 较简单时, 仅做一维约束即可可靠地确定鞍点<sup>[101-102]</sup>, 但对于一些复杂的势能面, 低维约束给出的鞍点可能不正确<sup>[88, 103]</sup>。例如, 当形状 PES 上存在多个近似平行的谷时, 一维计算的结果可能收敛到不同的谷底, 导致形状 PES 不连续<sup>[101]</sup>。这可以通过分析形状 PES 在其它形变自由度上的行为解决, 相当于做多维约束计算。特别是, 对于裂变这类涉及到很多形变自由度的过程, 需要做高维的约束计算, 才能可靠地确定鞍点位置。此外, 还有一类模型将上述两类模型的优点结合起来, 从而一方面可以以相对较小的计算量得到

多维形状 PES, 另一方面保留一定的自洽性, 如扩展的 Thomas-Fermi 模型<sup>[104]</sup>等。

锕系区原子核的形状 PES 多具有双峰裂变位垒。准确预言这些位垒的高度是对核理论模型的一个挑战<sup>[105-108]</sup>。首先, 许多不同的形变自由度在决定裂变位垒的高度时起着重要作用。例如, 早期的 MM 模型计算发现, 当引入三轴形变自由度时, 内垒会被降低若干 MeV; 而在外垒附近, 反射不对称的形状往往具有更低的能量<sup>[109-110]</sup>。这些发现后来也都被非相对论<sup>[107]</sup>和相对论<sup>[111-112]</sup>密度泛函理论的计算结果所支持。因此, 通常的做法是, 在研究内垒时仅考虑非轴对称与反射对称形状, 而对于外垒则仅考虑轴对称与反射不对称形状<sup>[88, 113-114]</sup>。但是, 随着形状的变化, 核内单粒子能级等会发生非常复杂的变化, 没有理由认为其它形变自由度不会参与到裂变过程中来<sup>[115]</sup>。在 MM 模型<sup>[116]</sup> 和非相对论的 DFT 理论<sup>[117]</sup>中, 已经包含了非轴对称和反射不对称形变。但在协变密度泛函理论<sup>[118-126]</sup>中, 还没有实现同时包含这些形状自由度的多维形状 PES 计算。有鉴于此, 在过去几年中, 我们发展了 MDC-CDFT<sup>[24-31]</sup>, 自洽包括  $V_4$  对称性限制下的所有形状自由度(即所有  $\mu$  为偶数的  $\beta_{\lambda\mu}$  形状), 可同时约束多个形变变量。在 MDC-CDFT 中, 协变密度泛函可以是如下四种组合中的任意一种: 核子之间通过介子交换 (Meson-exchange, ME) 或点耦合 (Point Coupling, PC) 发生相互作用; 耦合常数是非线性的 (Non-Linear, NL) 或密度相关的 (Density-Dependent, DD)。例如, ME-DD 形式的 MDC-CDFT, 即为核子之间通过交换介子发生相互作用, 相互作用耦合常数与核子密度相关。在 MDC-CDFT 中, 对关联可以通过 BCS(以 Bardeen、Cooper 和 Schrieffer 命名) 方法或 Bogoliubov 变换来处理, 对力的形式可以为以下任何一种: 常数对能隙、常数对相互作用、零力程对力、有限力程可分离对力<sup>[127-129]</sup>。

我们把利用 BCS 方法处理对关联的 MDC-CDFT 称为多维约束的相对论平均场模型 (Multi-Dimensional Constraint Relativistic Mean Field Model, MDC-RMF 模型)。在本节, 我们给出利用 MDC-RMF 模型和 PC-PK1 参数组<sup>[130]</sup> 研究锕系核形状 PES 的一些结果, 讨论三轴形变与八极形变及它们的共存对形状 PES 的影响。为与参数拟合时的条

件一致, 在计算中也使用了密度无关的零程对力并进行了光滑的对窗截断<sup>[130–131]</sup>, 并对总结合能进行了微观质心修正。

我们对  $^{240}\text{Pu}$  进行了一维、二维与三维的约束计算。图 4 中展示了约束  $\beta_{20}$  计算得到的一维形变势能曲线。从扁椭的  $\beta_{20} = -0.2$  到相应于裂变形状的  $\beta_{20} = 1.8$ , 在四种不同的自洽对称性约束下计算, 即轴对称(非轴对称)与反射对称(反射不对称)的各种组合。对于每种自洽对称性的组合, 除  $\beta_{20}$  外对

所有允许的形变自由度, 能量都自动取极小。从图 4 中可以看出, 当引入非轴对称形变时,  $^{240}\text{Pu}$  的内垒降低了 2 MeV 以上, 与垒高的经验值符合更好。而在外垒附近, 反射不对称形状对应的能量更低, 这也说明  $^{240}\text{Pu}$  更倾向于不对称裂变; 这与其它模型结果一致<sup>[107, 111–112]</sup>。除这些结论外, 我们首次发现, 由于非轴对称形变,  $^{240}\text{Pu}$  的反射不对称外垒也降低了 1 MeV 左右, 相应的外垒高度与经验值符合更好。这说明在第二个位垒附近,  $^{240}\text{Pu}$  存在非轴对称形变。

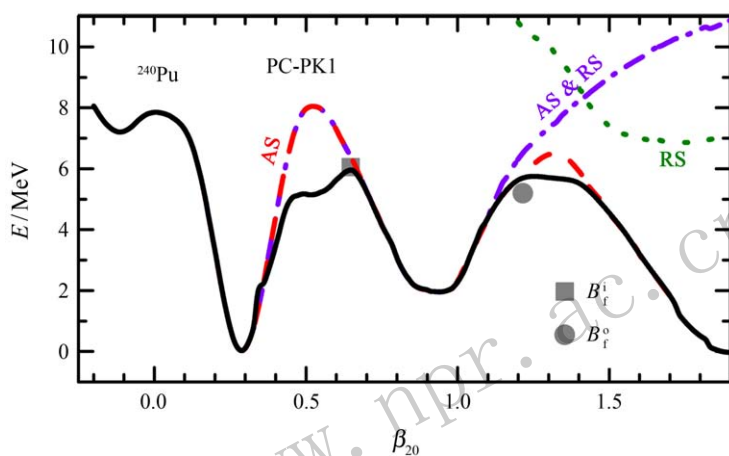


图 4 (在线彩图) 不同自洽对称性下得到的  $^{240}\text{Pu}$  的形变势能曲线

黑色实线表示  $V_4$  对称性下的计算结果, 红色短划线表示轴对称 (AS) 的计算结果, 绿色点线表示反射对称 (RS) 的计算结果, 紫色点划线表示反射对称与轴对称 (AS & RS) 的计算结果。灰色方块(圆)表示经验的内垒(外垒)高度  $B_{\text{emp}}$ 。基态能量被设定为能量零点。使用的参数为 PC-PK1。本图取自文献 [25]。

为给出准确的形状 PES 和裂变位垒信息, 须约束所有重要的形变自由度, 并在得到的多维势能面上寻找极小点与鞍点。基于  $^{240}\text{Pu}$  的讨论, 对铜系区原子核来说,  $\beta_{20}$ ,  $\beta_{30}$  和  $\beta_{22}$  等都可能是重要的自由度。但由于计算量很大, 我们将在系统计算中使用更多的自洽对称性与较少的约束参数。在内垒附近, 假定原子核具有反射对称性但允许非轴对称形变。而在外垒附近, 非轴对称形变与八极形变都可能出现, 将使用  $V_4$  对称性进行计算。因为增加约束变量的数目会导致计算量迅速增加, 系统计算中将仅约束  $\beta_{20}$  进行一维约束计算。

图 5 中展示了铜系区部分原子核在外垒附近的形变势能曲线。为了显示非轴对称形变导致的能量降低, 我们也进行了轴对称但反射不对称的计算。图中比较了位垒高度的计算结果与经验值, 其中经验值取

自文献 [132]。结果表明,  $^{240}\text{Pu}$  的计算中发现的非轴对称形变对反射不对称外垒的降低作用在大部分铜系区偶偶核中同样存在, 降低的幅度从几百 keV 到 1.5 MeV 不等。从图 5 中我们发现, 轴对称但反射不对称的计算高估了大部分核的外垒。允许非轴对称形变后, 除了  $^{248}\text{Cm}$ , 大部分核的位垒高度下降 1 MeV 左右, 与经验值符合更好。可以看出, 在没有包含非轴对称形变时,  $^{248}\text{Cm}$  的外垒已经明显低于经验值。分析表明,  $^{248}\text{Cm}$  在外垒附近有两条不同的裂变路径与相应的两个鞍点。这样在核发生裂变时, 这两条路径之间可能会发生竞争<sup>[25]</sup>。在提取裂变位垒的经验值时, 一般假设第二个位垒为有一定宽度的倒抛物线形, 而没有考虑势能面可能的复杂形状。这对经验位垒高度的影响还需要进一步讨论。

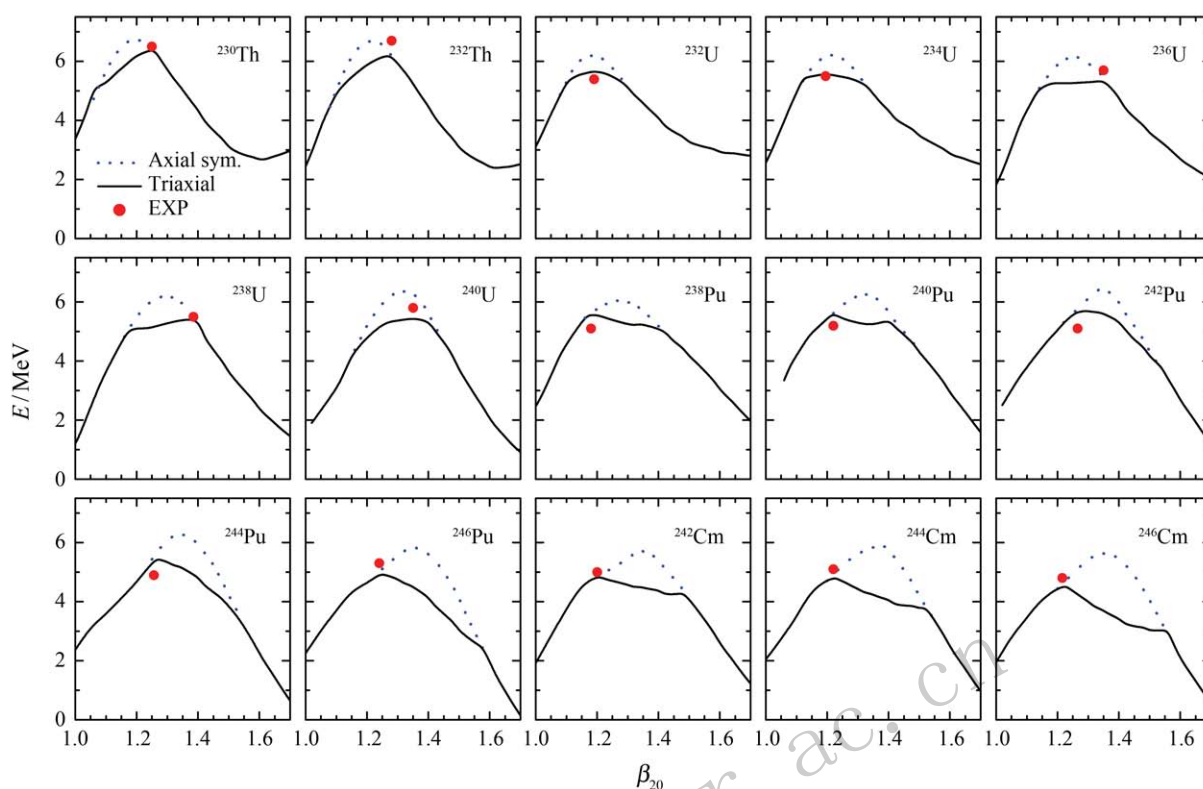


图5 (在线彩图) 部分锕系区原子核外垒附近的形变势能曲线

计算中允许反射不对称形变。蓝色点线表示轴对称的计算结果, 黑色实线表示允许非轴对称形变时的计算结果。红色圆点的高度表示裂变位垒的经验值。对每个核, 基态能量都被分别设为能量零点。使用的参数是PC-PK1。本图取自文献[28]。

### 2.3 $N = 150$ 同中子素非轴对称八极关联研究

由于对称性自发破缺, 很多原子核的形状偏离球形<sup>[94, 133–134]</sup>, 超重原子核也不例外, 而且可能具有更丰富的形状特性。例如, 关于超重核的形状, 有一些很有趣的问题, 包括:

(1) 一些超重核的基态可能具有非常大的形变, 因而可能导致超重核具有更长的寿命<sup>[135]</sup>;

(2) 在超重核中, 形状共存现象可能更加丰富<sup>[136]</sup>;

(3) 超重核可能具有正四面体形状<sup>[72, 73]</sup>。我们利用MDC-RMF模型, 采用DD-PC1参数<sup>[137]</sup>, 研究了 $N = 150$ 同中子素的非轴对称八极 $Y_{32}$ 关联。我们用BCS近似处理对关联, 采用有限力程可分离对力<sup>[127–129]</sup>。

首先, 我们研究了 $^{246}\text{Cm}$ ,  $^{248}\text{Cf}$ ,  $^{250}\text{Fm}$ 和 $^{252}\text{No}$ 的基态性质, 得到了这些核的四极形变 $\beta_{20}$ 、非轴对称八极形变 $\beta_{32}$ 、十六极形变 $\beta_{40}$ 以及结合能。对于这4个核, 计算得到的结合能与实验值符合很好。MDC-RMF模型给出的非轴对称的四极形变 $\beta_{22}$ 和轴

对称的八极形变 $\beta_{30}$ 均为零, 四极形变值 $\beta_{20} \approx 0.3$ , 十六极形变值 $\beta_{40} \approx 0.1$ , 它们的基态形状都有非零的非轴对称八极形变 $\beta_{32}$ 。

为了更清楚地了解非轴对称八极形变 $\beta_{32}$ 在 $N = 150$ 同中子素中的演化, 我们进行了一维的约束计算, 得到了相应的形变势能曲线。在每一个约束点, 约束 $\beta_{32}$ , MDC-RMF模型允许的其它形变自由度( $\beta_{20}$ ,  $\beta_{22}$ ,  $\beta_{30}$ ,  $\beta_{40}$ 等)均自洽地得到。图6给出了这些核的形变势能曲线。从图中可看到,  $^{246}\text{Cm}$ 的基态对应的 $\beta_{32}$ 值为0.02, 势能曲线在极小值附近随 $\beta_{32}$ 的变化相当平缓, 由 $\beta_{32}$ 形变带来的能量修正只有34 keV。  $^{248}\text{Cf}$ ,  $^{250}\text{Fm}$ 和 $^{252}\text{No}$ 的基态 $\beta_{32}$ 值分别为0.037, 0.034和0.025, 由 $\beta_{32}$ 带来的能量修正分别为0.351 MeV, 0.328 MeV和0.104 MeV。从上述结果可以推断在这些核中存在较强的 $Y_{32}$ 关联。值得注意的是在 $N = 150$ 同中子素中, 无论是 $\beta_{32}$ 值还是由 $\beta_{32}$ 形变带来的能量修正, 均在 $^{248}\text{Cf}$ 中达到了最大值。这和文献[69, 72]中的分析以及实验观测在这几个核中 $2^-$ 态的能量在 $^{248}\text{Cf}$ 中达到最低值是一致的。

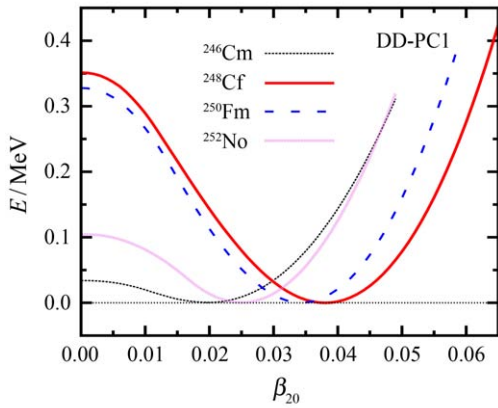


图 6 (在线彩图)  $N = 150$  同中子素  $^{246}\text{Cm}$  (短划线)、 $^{248}\text{Cf}$  (实线)、 $^{250}\text{Fm}$  (长虚线) 和  $^{252}\text{No}$  (点线) 的形变势能曲线

基态能量被设定为能量零点。计算中假定原子核具有  $V_4$  对称性。本图取自文献[26]。

非轴对称的八极关联主要来自于总角动量的差  $\Delta j = 3$ 、轨道角动量的差  $\Delta l = 3$  以及总角动量沿对称轴  $z$  的投影差  $\Delta K = 2$  的单粒子能级之间的耦合。在不考虑  $\beta_{32}$  时, 如果一个原子核的费米面刚好在这样的一对能级附近并且这两条能级是近简并的, 这样的原子核就会有较强的非轴对称八极  $Y_{32}$  关联效应。我们考察了  $^{248}\text{Cf}$  费米面附近质子和中子的单粒子能级结构[26]。对于质子, 轨道  $\pi 2f_{7/2}$  和  $\pi 1i_{13/2}$  比较接近, 它们的近简并会导致较强的八极关联。随着  $\beta_{20}$  的增加, 来自  $2f_{7/2}$  的轨道 [521]3/2 和来自  $1i_{13/2}$  的轨道 [633]7/2 是近简并的, 并且满足  $\Delta j = \Delta l = 3$  和  $\Delta K = 2$ , 因此, 随着  $\beta_{32}$  的增加, 非轴对称的八极  $Y_{32}$  关联逐渐增强, 在  $Z = 98$  处形成一个能隙。对于中子, 轨道  $\nu 2g_{9/2}$  和  $\nu 1j_{15/2}$  相当接近, 随着  $\beta_{20}$  的增加, 来自  $1j_{15/2}$  的轨道 [734]9/2 和来自  $2g_{9/2}$  的轨道 [622]5/2 近简并, 而中子费米面刚好处于这两条能级之间。因此, 当  $\beta_{32}$  增加时, 在  $N = 150$  处形成了一个比较大的能隙。从上面的分析我们知道, 对于  $N = 150$  同中子素,  $Y_{32}$  关联来自于中子和质子, 而该效应在  $^{248}\text{Cf}$  中最为显著。

### 3 超重核合成机制研究

利用重离子熔合反应合成超重核的理论模型有很多[35, 90, 138–164]。这些模型一般能够较好地描述已有实验, 但对于未知核区的预言, 通常有较大的分歧。目前, 基于冷熔合机制合成的核电荷数最大

的超重元素是 113 号。合成更重的超重核遇到的困难是反应截面非常小; 冷熔合合成 113 号超重元素的反应截面仅为  $55 \text{ fb}^{[11-12]}$ 。对于 113 号以上的超重元素的冷熔合合成截面, 目前有两类理论结果。一类是, 随着核电荷数的增大, 合成截面可能继续指数下降[165], 超出了目前的实验技术所能达到的探测范围。另一类是, 在  $Z > 113$  时, 合成截面不随核电荷数指数下降, 而是保持在  $0.1 \text{ pb}$  左右[166]; 这样, 实验上将还有机会利用冷熔合反应合成更重的超重元素。当前, 合成比 118 号元素更重的超重元素是实验关注的焦点。但到目前为止, 已经进行的一些实验尚未取得进展[167–168]。理论上, 关于利用热熔合反应合成 118 号之后的新元素, 截面的预言差别很大[35, 90, 161, 165, 169–170]。例如, 对于  $^{50}\text{Ti} + ^{249}\text{Bk}$  这个反应体系, 理论预言的合成 119 号元素的最大截面分别是  $35 \text{ fb}^{[170]}$ ,  $50 \text{ fb}^{[165]}$ ,  $110 \text{ fb}^{[35]}$  和  $570 \text{ fb}^{[90]}$ 。因此, 不论是对于冷熔合反应, 还是对于热熔合反应, 不同的模型之间存在着严重的分歧。这些分歧主要源于以下两个方面: (1) 不同的模型基于不同的熔合机制, 因而给出不同的熔合概率, 这导致不同的模型给出的熔合概率  $P_{\text{CN}}$  可以相差几个数量级[171]; (2) 在计算反应截面, 尤其是计算复合核存活概率时, 所采用的核结构信息具有很大的不确定性。因此, 在超重核合成机制研究中, 一方面需要恰当地描述重离子熔合反应本身, 另一方面, 需要大量可靠的核结构信息。

利用重离子熔合反应合成超重核的过程一般可分为 3 个阶段, 如图 7 所示。(1) 俘获过程: 系统越过库仑位垒形成一个双核系统; (2) 熔合过程: 双核系统熔合形成复合核, 复合核通常处于能量在十几到几十个 MeV 的高激发态; (3) 存活过程: 处于激发态的复合核通过蒸发中子带走激发能, 形成冷的超重核。因此, 合成超重核的蒸发剩余截面可以写为

$$\sigma_{\text{ER}}(E_{\text{c.m.}}) = \frac{\pi \hbar^2}{2\mu E_{\text{c.m.}}} \sum_J (2J+1) T(E_{\text{c.m.}}, J) \times P_{\text{CN}}(E_{\text{c.m.}}, J) W_{\text{sur}}(E_{\text{c.m.}}, J), \quad (1)$$

式中:  $E_{\text{c.m.}}$  表示质心系的入射能量;  $T(E_{\text{c.m.}}, J)$ ,  $P_{\text{CN}}$  和  $W_{\text{sur}}$  分别表示位垒穿透概率、熔合概率及复合核的存活概率。

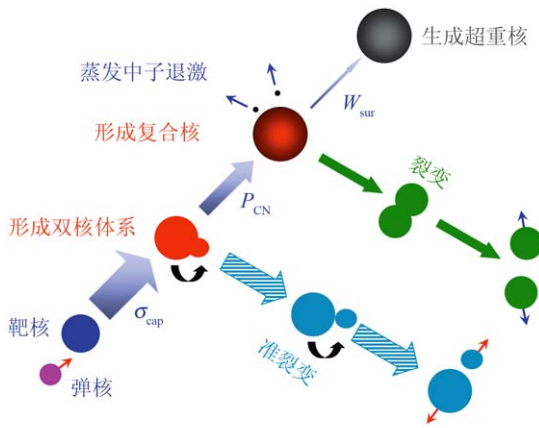


图7 (在线彩图) 利用重离子熔合反应合成超重核的三个阶段

### 3.1 俘获过程及位垒穿透概率新公式

隧穿效应是微观世界常见的一种量子现象，它是指粒子有一定概率能够穿透比自身能量更高的势垒<sup>[172]</sup>。隧穿效应在很多核反应过程中都起着至关重要的作用，例如 $\alpha$ 衰变、裂变及聚变过程等。随着核探测技术的发展，发现了许多与隧穿效应紧密联系的新物理现象，垒下熔合反应<sup>[173-176]</sup>便是其中之一。在超重核合成的三个阶段中都伴随着量子隧穿现象，因此能否准确地描述隧穿现象对超重核合成研究有着重要意义。

事实上，由于势垒形状的复杂性<sup>[177]</sup>，很难推导出一个计算穿透概率的解析公式。但是在熔合反应的研究中，通过抛物线近似(将库仑位垒的形状用抛物线进行拟合)，可以得到一个计算穿透概率的解析表达式<sup>[178-179]</sup>。Wong等<sup>[180]</sup>通过该表达式并结合一些近似(例如假定各分波的势垒宽度与 $s$ 分波的势垒宽度相等)，最终得到了一个计算熔合反应激发曲线的解析公式。抛物线近似可以较好地描述近垒以及垒上熔合反应<sup>[181]</sup>。因此，在很多模型中，通常都采用这种近似。在重离子碰撞过程中，由于弹核与靶核可能会发生动力学形变以及转动和振动激发，两核之间也可能有核子转移，弹核和靶核之间的相对运动与两核内部自由度强烈耦合。这些耦合对俘获截面，尤其是垒下俘获截面有很大的影响。求解耦合道方程，可以严格地考虑这些耦合道效应<sup>[181]</sup>。但是，一方面，这样做很复杂；另一方面，用来合成超重核的很多弹核与靶核的结构信息(振动谱、转动谱等)实验上未知。因此，通常引入能量依赖的

一维势垒<sup>[182]</sup>或者位垒分布来等效地考虑耦合道效应<sup>[142, 159, 166, 173, 183-186]</sup>。

由于电磁相互作用是一种长程相互作用，对于垒下特别是深垒熔合反应，对库仑位垒做倒抛物线近似并不合适。在这种情况下，一般可以采用路径积分或者WKB(以Wentzel、Kramers和Brillouin命名)近似来计算穿透概率。尽管如此，推导出一个适用于垒下熔合反应的穿透概率解析公式依然是有意义的。在文献[34]中，利用WKB近似，我们给出了一个适用于计算垒下穿透概率的解析表达式，该公式充分考虑了库仑长程相互作用对库仑位垒形状的影响。根据WKB近似，穿透概率可以描述为

$$T(E) = \exp \left[ -2 \int_{R_{in}}^{R_{out}} \sqrt{\frac{2\mu}{\hbar^2} (V(R) - E)} dR \right], \quad (2)$$

其中： $E$ 为入射能量； $\mu$ 为弹核与靶核的折合质量；相互作用势一般包含核势、库仑势以及离心势三部分：

$$V(R) = V_N(R) + V_C(R) + \frac{L(L+1)}{2\mu R^2}. \quad (3)$$

式(2)中 $R_{in}$ 和 $R_{out}$ 为势能曲线上 $V(R) = E$ 时内外两个转折点的径向坐标。在重离子熔合反应的研究中，通常将 $V(R)$ 在库仑位垒附近看成一个高度为 $V_B$ 、宽度为 $\hbar\omega$ 的倒抛物线，式(2)可以化为<sup>[179]</sup>，

$$T(E) = \exp \left[ -\frac{2\pi}{\hbar\omega} (V_B - E) \right]. \quad (4)$$

由于式(3)中存在长程库仑相互作用，因此对于深垒熔合反应，抛物线近似并不恰当。通过将势能曲线在库仑位垒 $R_B$ 处划分为两部分，式(2)可以化为

$$T(E) = \exp [-(x_1 + x_2)], \quad (5)$$

其中 $x_1$ 对应于 $R \in [R_{in}, R_B]$ 区间内 $V(R)$ 的贡献，这一部分依然可以采用抛物线近似，

$$\begin{aligned} x_1 &\equiv 2 \int_{R_{in}}^{R_B} \sqrt{\frac{2\mu}{\hbar^2} (V(R) - E)} dR \\ &\approx \frac{\pi}{\hbar\omega} (V_B - E), \end{aligned} \quad (6)$$

$x_2$ 对应于 $R \in [R_B, R_{out}]$ 区间内的 $V(R)$ 的贡献。对于 $s$ 波，在充分考虑库仑相互作用影响的同时，引入适当的假设可以得到

$$x_2 \equiv 2 \int_{R_B}^{R_{out}} \sqrt{\frac{2\mu}{\hbar^2} [V(R) - E]} dR \approx 2kR_B \left[ \tau \left( \frac{\pi}{2} - \arcsin \sqrt{\frac{1}{\tau}} \right) - \sqrt{\tau - 1} \right] + \frac{ka}{\sqrt{\tau - 1}} \frac{V_0}{E} \ln \left[ 1 + e^{(R_0 - R_B)/a} \right], \quad (7)$$

其中:  $V_0$ ,  $R_0$  和  $a$  为 Woods-Saxon 形式的核核相互作用势  $V_N$  的参数;  $k = \sqrt{2\mu E}/\hbar$ ;  $\tau = V_C(R_B)/E$ 。式 (7) 的具体推导过程见文献[34]。从式 (6) 和 (7) 可以看出, 为了计算穿透概率仅需要库仑位垒处的相关性质: 库仑位垒的位置  $R_B$ 、库仑位垒的高度  $V_B$ 、库仑位垒的宽度  $\hbar\omega$  和库仑位垒处的库仑势  $V_C(R_B)$ 。

对于  $\alpha$  衰变半衰期的研究通常采用 WKB 近似<sup>[187-189]</sup>处理, 因此可以用来检验我们的公式。在

计算  $\alpha$  衰变寿命时, 采用了文献[187] 中给出的  $\alpha$  粒子与衰变子核的相互作用势。通过  $\alpha$  衰变的两个极端的例子可以验证公式(5), (6) 和(7)的准确性:  $^{212}\text{Po}$  的  $\alpha$  衰变半衰期非常短, 只有  $3.02 \times 10^{-7} \text{ s}$ ; 而  $^{144}\text{Nd}$  具有非常长的  $\alpha$  衰变半衰期, 长达  $7.24 \times 10^{22} \text{ s}$ <sup>[190]</sup>。图 8 中给出了两组  $\alpha$  衰变所对应的势能曲线, 图中实线为文献[187]中的结果, 虚线为式 (5)、(6) 和 (7) 所对应的有效相互作用势

$$V_{\text{eff}}(R) = \begin{cases} V_B - \frac{1}{2}\mu\omega^2(R - R_B)^2, & R_{\text{in}} < R < R_B, \\ V_C(R) + \frac{V_C(R) - E}{V_C(R_B) - E} V_N(R) + \frac{1}{4} \frac{V_N^2(R)}{V_C(R_B) - E}, & R_B < R < R_V, \\ V_C(R), & R_V < R < R_{\text{out}}. \end{cases} \quad (8)$$

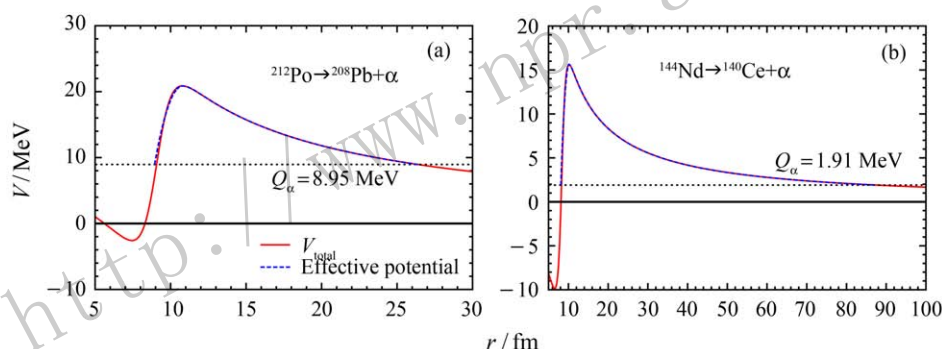


图 8 (在线彩图)  $\alpha$  粒子与  $^{212}\text{Po}$  以及  $^{144}\text{Nd}$  衰变子核之间的库仑势垒

实线为文献[187] 中的结果, 虚线是计算位垒穿透概率新公式 (5) 所对应的有效势式 (8)。本图取自文献[34]。

从图 8 可以看出, 与抛物线近似不同, 这里的有效势并不是对称的, 库仑位垒外的部分和文献[187]中“真实”的势能曲线基本上是重合的。通过式 (5), (6) 和 (7) 所得到的  $^{212}\text{Po}$  的  $\alpha$  衰变半衰期为  $2.45 \times 10^{-7} \text{ s}$ ,  $^{144}\text{Nd}$  的  $\alpha$  衰变半衰期为  $1.66 \times 10^{23} \text{ s}$ ; 两者同实验值都符合得非常好。这反映了新的穿透概率计算公式对于长寿命或者短寿命  $\alpha$  衰变都可以很好地描述。需要特别指出的是, 由于在计算  $\alpha$  衰变半衰期时, 采用的是文献[187]给出的相互作用势, 而不是真正的核核相互作用势, 因此同实验值的差别除了公式推导过程中采取的近似所带来的差别之外, 还会引入由相互作用势不“准确”所带

来的误差。为了更加直接地估计新公式的准确性, 文献[34]中针对  $^{190-218}\text{Po}$  同位素链计算了式 (7) 所对应的  $x_2$ , 并和基于同样的相互作用势、利用 WKB 近似得到的结果进行了比较, 两者符合很好, 相对均方根偏差仅为 0.28%。

文献[34]中详细比较了由新公式计算的 344 个原子核的  $\alpha$  衰变半衰期与实验值的差别  $S_\alpha = \log_{10}(T_{\text{cal}}/T_{\text{exp}})$ 。从中可以看出, 对于 68 个球形核 ( $|\beta_2| < 0.01$ ), 仅有一个核的  $|S_\alpha| > 1$ , 同实验值符合非常好。对于 155 个偶偶核, 有 4 个核的  $|S_\alpha| > 1$ 。总体上, 大约有 97.48% 的偶偶核  $|S_\alpha| < 1$ ; 94.44% 的偶奇核  $|S_\alpha| < 1$ ; 90.81% 的奇偶核  $|S_\alpha| < 1$ ; 奇奇核

的结果相对较差, 大约有 82.98% 的奇奇核  $|S_\alpha| < 1$ 。造成奇奇核结果相对较差的原因有两方面: 文献[187]中通过拟合得到的奇奇核  $\alpha$  衰变所对应的相互作用势不准确; 虽然奇奇核  $\alpha$  衰变过程中角动量  $L$  的变化不等于零, 但是由于实验上很难确定, 这里依然采用了  $s$  波所对应的公式。

通过详细的比较, 可以看出, 我们得到的新公式可以很好地描述  $\alpha$  衰变过程中的势垒穿透问题。但是由于在推导式(7)时做了  $s$  波近似, 而重离子碰撞过程往往涉及到较高  $L$  的分波, 因此该公式不能直接用来处理熔合反应。进一步, 我们推导了分波  $L$  所对应的  $x_2$ :

$$x_2 = -2kR_B\sqrt{\tau+\tau_L-1}+2\sqrt{L(L+1)}\times \\ \ln\left[\frac{R_B}{R_{out}}\frac{\tau+2\tau_L+2\sqrt{\tau_L}\sqrt{\tau+\tau_L-1}}{\tau'+2\tau'_L}\right]+ \\ kR_B\tau\left[\arcsin\frac{\tau-2}{\sqrt{\tau^2+4\tau_L}}+\frac{\pi}{2}\right]+ \\ \frac{ka}{\sqrt{\tau+\tau_L-1}}\frac{V_0}{E}\ln\left[1+e^{(R_0-R_B)/a}\right], \quad (9)$$

其中:  $k = \sqrt{2\mu E}/\hbar$ ;  $\tau = V_C(R_B)/E$ ;  $\tau_L = V_L(R_B)/E$ ;  $\tau' = V_C(R_{out})/E$ ;  $\tau'_L = V_L(R_{out})/E$ 。同式(7)相比, 式(9)多出了四个物理量: 库仑位垒处的离心势  $V_L(R_B)$ 、外转折点  $R_{out}$  的位置、外转折点处的库仑势  $V_C(R_{out})$  和外转折点处的离心势  $V_L(R_{out})$ 。当  $L=0$  时, 式(9)回归到式(7)。

### 3.2 熔合过程及复合核形成概率的研究

双核模型是描述重离子熔合反应合成超重核的一个重要模型, 在描述已有实验中取得了很大的成功<sup>[35, 153-161]</sup>。在重离子核碰撞过程中, 弹核与靶核会发生动力学形变<sup>[191-194]</sup>。动力学形变对于系统的激发能具有重要的影响。文献[194]中, 发展了一个新的双核模型。在该模型中, 采用包含两核形变以及质量不对称自由度三个变量的主方程研究超重核的熔合。我们提出了一个更简便地考虑弹核与靶核动力学形变的双核模型——DNS-DynPES模型, 系统研究了合成 112 至 120 号超重元素的热熔合反应<sup>[35]</sup>。

在双核模型中, 复合核的形成过程被看作是双核体系沿质量不对称自由度方向的演化: 当核子从较轻的核转移到较重的核时, 双核体系的质量不对称度增加。当质量不对称度  $\eta = \pm 1$  时, 即形成了复合核。反之, 当核子从较重的核向较轻的核转移时, 双核系统

的质量不对称度减小, 体系趋于对称, 双核系统发生准裂变的概率增加。用如下主方程描述双核系统质量转移以及超重核熔合过程,

$$\frac{dP(A_1, t)}{dt} = \sum_{A'_1} W_{A_1 A'_1}(t) [d_{A_1}(t)P(A'_1, t) - d_{A'_1}(t)P(A_1, t)] - \Lambda_{A_1}^{qf}(t)P(A_1, t). \quad (10)$$

其中:  $P(A_1, t)$  表示  $t$  时刻体系处于双核组态  $\{A_1, A_2\}$  ( $A_2 = A_T + A_P - A_1$ ) 的概率;  $d_{A_1}$  表示某一宏观态的维度, 即微观状态数;  $\Lambda_{A_1}^{qf}(t)$  表示双核系统的准裂变速率;  $W_{A_1, A'_1}$  表示从双核系统  $A_1$  向  $A'_1$  变化的转移概率,

$$W_{A_1, A'_1} = \frac{\tau_{mem}(A_1, E_1, A'_1, E'_1)}{\hbar^2 d_{A_1} d_{A'_1}} \times \sum_{ii'} |\langle A'_1, E'_1, i' | V | A_1, E_1, i \rangle|^2, \quad (11)$$

其中:  $i$  表示所有其它量子数。记忆时间为

$$\tau_{mem}(A_1, E_1; A'_1, E'_1) = (2\pi)^{1/2} \times \hbar \{ \langle V^2(t) \rangle_{A_1, E_1} + \langle V^2(t) \rangle_{A'_1, E'_1} \}^{-1/2}, \quad (12)$$

这里  $\langle \rangle_{A_1, E_1}$  表示求平均。准裂变速率  $\Lambda^{qf}(\Theta)$  表示双核系统沿  $R$  方向运动越过准裂变位垒而衰变的概率,

$$\Lambda_{A_1}^{qf}[\Theta(t)] = \frac{\omega}{2\pi\omega^{B_{qf}}} \left[ \sqrt{\left(\frac{\Gamma}{2\hbar}\right)^2 + (\omega^{B_{qf}})^2} - \frac{\Gamma}{2\hbar} \right] \times \exp\left[-\frac{B_{qf}(A_1, A_2)}{\Theta(t)}\right]. \quad (13)$$

这里  $B_{qf}$  和  $\Theta(t)$  分别表示准裂变位垒高度和系统的局域温度;  $\omega^{B_{qf}}$  是对准裂变位垒做倒抛物线近似后对应的谐振子势频率, 而  $\omega$  则是对两核的相互作用势的谷底做抛物线近似后对应的谐振子势频率<sup>[159, 195]</sup>。

在上述主方程中, 维度、准裂变速率、转移概率等均与体系激发能相关。双核系统的激发能为

$$E_{DNS}^*(A_1, t) = E_{total} - E_{DNS}^0(A_1, t) - E_{DNS}^{rot}(t), \quad (14)$$

其中:

$$E_{total} = E_{c.m.} + (M_T + M_P)c^2, \quad (15)$$

$$E_{DNS}^0(A_1, t) = V_{DNS}(A_1, t) + (M_1 + M_2)c^2, \quad (16)$$

$$E_{DNS}^{rot}(t) = \frac{J(J+1)}{2\mathcal{I}_{DNS}(A_1, t)}. \quad (17)$$

其中:  $M_1$  和  $M_2$  表示某一双核体系的两核质量;  $M_P$  和  $M_T$  表示弹核和靶核的质量;  $V_{\text{DNS}}(A_1, R, t)$  表示两核之间的相互作用势;  $V_{\text{DNS}}(A_1, t) = V_N(A_1, t) + V_C(A_1, t)$ ,  $V_N(A_1, t)$  及  $V_C(A_1, t)$  分别是两核之间的核势和库仑势。双核系统的能量作为质量不对称度的函数——PES (也称为驱动势) 写为

$$V_{\text{PES}}(A_1, t) \equiv V_{\text{DNS}}(A_1, t) + (M_1 + M_2 - M_T - M_P)c^2. \quad (18)$$

在两核相互作用过程中, 原子核会发生动力学形变。因此, PES 与时间相关。核势的计算采用双折叠势<sup>[196]</sup>, 库仑势采用 Wong 公式<sup>[180]</sup>。假设两核的动力学形变满足  $\delta\beta_1^2 C_1/A_1 = \delta\beta_2^2 C_2/A_2$ <sup>[141]</sup>, 其中  $C_i$  ( $i = 1$  和  $2$ ) 是原子核的硬度系数。定义  $\delta\beta_t \equiv (\delta\beta_1 + \delta\beta_2)/2$ , 并且假设动力学形变以过阻尼方式发展<sup>[191–193]</sup>,

$$\delta\beta_t = \delta\beta_{\text{max}} \left(1 - e^{-t/\tau_{\text{def}}}\right), \quad (19)$$

其中:  $\tau_{\text{def}}$  是驰豫时间; 最大的动力学形变  $\delta\beta_{\text{max}}$  可以通过求“内禀能量”的极小值求得。双核系统的“内禀能量”定义为

$$E_{\text{int}}(A_1, \delta\beta) = V_N(A_1; \beta_1, \beta_2) + V_C(A_1; \beta_1, \beta_2) + \sum_{i=1,2} \frac{1}{2} C_i \delta\beta_i^2, \quad (20)$$

两核的四极形变  $\beta_i = \beta_i^0 + \delta\beta_i$  ( $i = 1$  和  $2$ ), 其中  $\beta_i^0$  与  $\delta\beta_i$  分别为静态形变与动力学形变。

图 9 所示为  $^{50}\text{Ti} + ^{249}\text{Cf}$  双核体系内禀能量及 PES 与动力学形变的关系。在动力学形变较小时, 系统内禀能量随着动力学形变增大而减小, 在  $\delta\beta = 0.36$

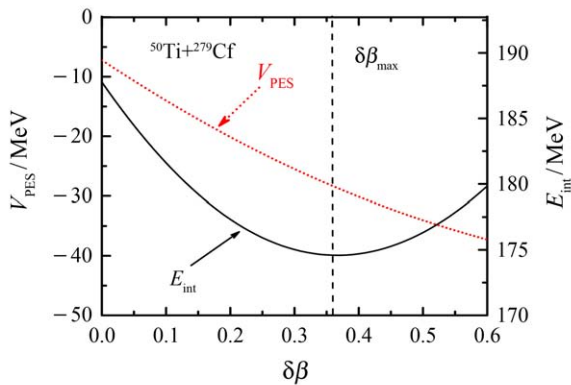


图 9 (在线彩图)  $^{50}\text{Ti} + ^{249}\text{Cf}$  双核体系内禀能量及驱动势与动力学形变的关系

本图取自文献[35]。

处得到极小值, 形变即为最大动力学形变  $\delta\beta_{\text{max}}$ , 在图中用垂直断线表示。  $^{50}\text{Ti} + ^{249}\text{Cf}$  的 PES 如图中点线表示, 随动力学形变呈近线性的单调减小。

求得包含动力学形变的 PES 后, 再求解描述核子转移过程的主方程, 即可得到时刻  $t$  体系处于任一双核组态的概率, 进而求得复合核形成概率  $P_{\text{CN}}$ 。

### 3.3 存活过程及激发态复合核存活概率的系统研究

熔合过程形成的复合核一般处于激发态。由于核子间的强相互作用, 激发能分散到了大量的核子当中, 一般认为系统达到了统计平衡。激发态复合核通过发射粒子和伽玛射线来退激。如果通过发射中子和伽玛射线退激, 核电荷数不变, 在这个意义上, 超重核“存活”下来。然而, 除了通过发射粒子退激, 对于超重核, 由于较低的裂变位垒以及核子激发带来的壳衰减效应, 其复合核的主要衰变方式是裂变, 这极大地减小了超重核的存活概率  $W_{\text{sur}}$ 。在文献[36]中, 我们系统研究了激发态超重核的存活概率。

分别用  $\Gamma_f$  和  $\Gamma_n$  来表示裂变和发射中子的衰变宽度。中子发射的宽度用下式计算<sup>[186]</sup>,

$$\Gamma_n(E^*, J) = \frac{2m_n R^2}{\pi \hbar^2} \times \int_0^{E^* - S_n} \frac{\rho(E^* - S_n - \varepsilon_n, J)}{\rho(E^*, J)} \varepsilon_n d\varepsilon_n, \quad (21)$$

其中:  $m_n$  是中子质量;  $S_n$  是中子分离能;  $R = r_0 A^{1/3}$  ( $r_0 = 1.20$  fm) 是复合核的半径;  $\rho(E^*, J)$  是复合核的能级密度。裂变宽度为

$$\Gamma_f(E^*, J) = \frac{1}{2\pi} \times \int_0^{E^* - B_f} \frac{\rho_{\text{s.d.}}(E^* - B_f - \varepsilon_f, J)}{\rho_{\text{s.d.}}(E^*, J)} T_f(\varepsilon_f) d\varepsilon_f, \quad (22)$$

其中: 裂变位垒高度  $B_f$  包含了壳衰减效应和复合核自旋的影响<sup>[197]</sup>;  $\rho_{\text{s.d.}}(E^*, J)$  是鞍点的能级密度; 位垒的穿透概率  $T_f(\varepsilon_f)$  则考虑了复合核裂变的隧穿效应<sup>[198]</sup>。

得到各个衰变道的宽度之后, 就可以知道每个衰变道的分支比。这里, 只考虑发射一个中子之后复合核的存活概率, 其表达式为

$$W_{\text{sur}}(E^*, J) = P_{1n}(E^*, J) \frac{\Gamma_n(E^*, J)}{\Gamma_n(E^*, J) + \Gamma_f(E^*, J)}, \quad (23)$$

其中单中子发射衰变道的实现因子<sup>[199]</sup>

$$P_{1n}(E^*, J) = \exp \left[ -\frac{(E^* - S_n - 2T)^2}{2\Sigma^2} \right], \quad (24)$$

其中: 核温度  $T = [1 + \sqrt{1 + 4aE^*}] / 2a$ ;  $\Sigma = 2.2 \text{ MeV}$ ;  $a$  为复合核的能级密度参数。

在我们的计算中, 超重核的基态性质及壳修正取自有限力程小液滴模型的结果<sup>[200]</sup>。基于超重核基态性质, 该模型给出了一个以质子数  $Z = 115$  和中子数  $N = 179$  为中心的超重稳定岛。我们系统研究了  $100 \leq Z \leq 134$  的激发态超重核的单中子发射道的存活概率<sup>[36]</sup>, 计算得到的存活概率激发曲线为近似的倒抛物线形状。对于每个超重核, 我们取存活概率的最大值, 其对应的激发能为最佳激发能。一般最佳

激发能为  $8 \sim 10 \text{ MeV}$  左右, 在丰中子区, 由于超重核的中子分离能非常小, 其最佳激发能偏小, 为  $1 \sim 4 \text{ MeV}$ 。如图 10 所示, 我们给出了  $100 \leq Z \leq 134$  的超重核在最佳激发能处的存活概率。可以看到在  $\beta$ -稳定线附近主要存在三个具有较高存活概率的岛, 分别位于以  $Z = 115$  和  $N = 179$  为中心的超重稳定岛、 $Z = 108$  和  $N = 162 \sim 164$  附近的形变子壳区域以及  $Z = 130$  和  $N = 198$  附近的区域。由于具有较大的壳修正能量, 这三个岛上的原子核的裂变位垒都较高, 使得这些质量区超重核的裂变宽度都比较小, 从而得到了较大的中子发射分支比和存活概率。在丰中子区, 较小的中子分离能导致较大的中子发射宽度, 因此在没有考虑更多衰变道并且激发能比较低的情况下, 非常丰中子区超重核单中子发射道的存活概率就变得很大。对于这些原子核, 必须考虑其它衰变模式的影响。此外, 由于中子分离能的奇偶效应, 超重核单中子发射道的存活概率也呈现出奇偶效应。

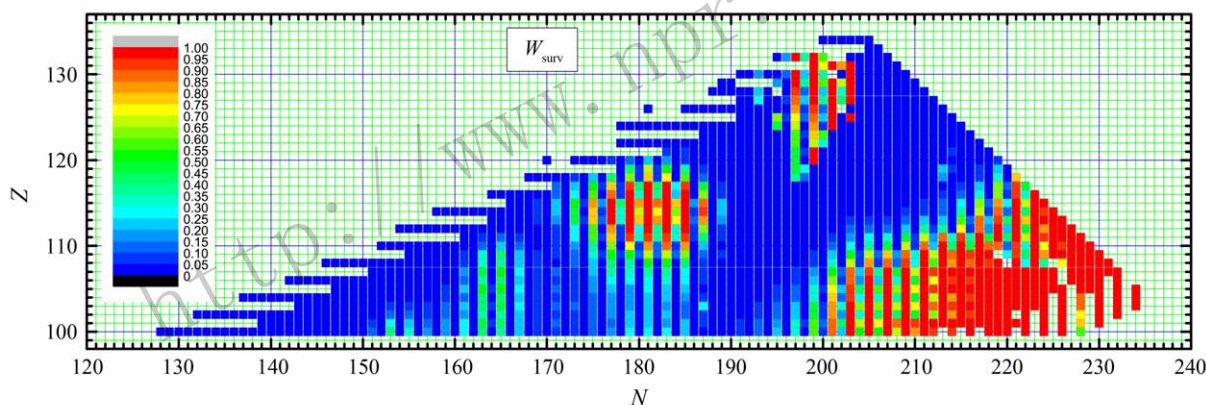


图 10 (在线彩图)  $100 \leq Z \leq 134$  的激发态超重核在最佳激发能处单中子发射道的存活概率<sup>[36]</sup>

从上述结果可见, 壳效应对激发态超重核稳定性和存活概率有重要的影响。因此, 不同的模型在超重核区预言不同的壳层结构, 利用这些模型给出的原子核基态性质, 如分离能和裂变位垒等, 计算得到的存活概率会有很大的差别。这些差别进一步给出蒸发剩余截面在实验未知的质量区域随质子数的变化有不同的趋势。

除了与壳效应直接相关的分离能和裂变位垒, 还有一些其它的参量对于存活概率的计算也非常重要。例如能级密度对衰变宽度的影响非常大<sup>[201]</sup>。因此, 为了准确地预言激发态超重核的存活概率, 不仅需要准确的原子核基态和鞍点性质, 如分离能和裂变位

垒, 同时还需要一个合适的能级密度形式。

### 3.4 合成超重核的热熔合反应

我们系统研究了合成  $Z = 112 \sim 120$  的超重核热熔合反应。对于俘获过程, 通过引入位垒分布, 等效地考虑耦合道效应<sup>[142, 186]</sup>; 对于熔合过程, 利用 DNS-DynPES 模型<sup>[35]</sup>; 对于存活过程, 利用前一节提到的统计模型以及有限力程小液滴模型给出的超重核的基态性质及壳修正。图 11 给出了生成  $Z = 112 \sim 120$  的超重核的热熔合反应的蒸发剩余截面。其中, 生成  $Z = 112 \sim 118$  的超重核的最大实验截面<sup>[8, 202-204]</sup> 与理论计算结果进行了对比, 图中也给出了理论计算采用的质心系入射能。对

于 112 至 118 号超重元素, 弹核为  $^{48}\text{Ca}$ , 靶核分别为  $^{238}\text{U}$ ,  $^{237}\text{Np}$ ,  $^{242}\text{Pu}$ ,  $^{243}\text{Am}$ ,  $^{248}\text{Cm}$ ,  $^{249}\text{Bk}$  以及  $^{249}\text{Cf}$  等。对于  $Z = 113$ , 115 和 118 的超重核, 最大的截面  $\sigma_{\text{ER}}$  出现于 3n 蒸发道, 而对于  $Z = 114$ , 116 及 117 超重核, 4n 道的截面更大一些。从  $Z = 112$  至 116, 实验的截面在 1 pb 和 10 pb 之间上下波动。对于  $Z > 116$  的超重核, 随着电荷数的增加, 蒸发剩余截面指数下降。对于合成 119, 120 号元素的反应, 理论计算的蒸发剩余截面已低于目前实验的探测水平。比如, 对于生成 119 号元素的反应  $^{50}\text{Ti} + ^{249}\text{Bk}$ , 其最大生成截面约为 0.11 pb(4n 蒸发道)。

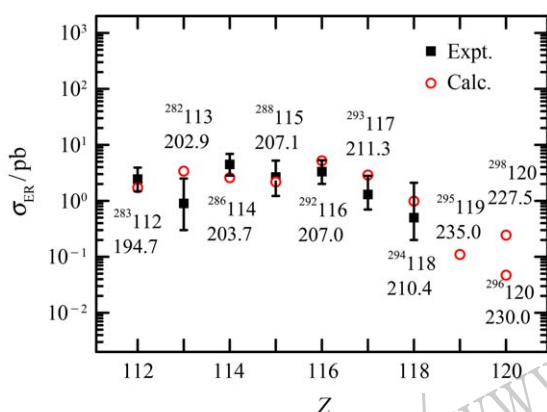


图 11 (在线彩图)  $Z = 112 \sim 120$  的超重核的热熔合反应的蒸发剩余截面。本图取自文献[35]

120 号元素的合成是当前实验与理论研究的热点, 一些国际上的实验室已经进行过合成 120 号元素的实验<sup>[167, 168]</sup>, 但是没有观测到预期的衰变链。因此, 理论研究合成 120 号元素的弹靶组合、最佳入射能量以及蒸发剩余截面就显得尤为重要。我们研究了生成 120 号元素的  $^{50}\text{Ti} + ^{249}\text{Cf}$  及  $^{50}\text{Ti} + ^{251}\text{Cf}$  反应的 3n, 4n 及 5n 蒸发道的激发函数<sup>[35]</sup>。结果显示, 最大的蒸发剩余截面均在 3n 蒸发道。其中用  $^{249}\text{Cf}$  做靶得到的 120 号元素的最大截面仅为 0.05 pb, 若采用  $^{251}\text{Cf}$  做靶, 最大截面可以达到约 0.25 pb。

## 4 总结和展望

本文综述了我们近几年在超重原子核结构性质与合成机制方面取得的理论研究进展。在结构性质方面, 主要介绍了以下三方面的工作: (1) 利用 PNC-CSM, 系统研究了超铀原子核转动与低激发谱, 计算得到的转动惯量、角动量顺排与实验符合。通过分

析费米面附近 Nilsson 能级的占据几率以及各条轨道对角动量顺排的贡献, 解释了这个质量区原子核的转动带产生回弯(上弯)的原因。还利用转动谱经验公式研究了铀系区与超铀核区的偶偶核与奇  $A$  核转动谱。(2) 发展了 MDC-CDFT, 可自洽包括所有  $\beta_{\lambda\mu}$  ( $\lambda = 2, 3, 4, \dots$  且  $\mu$  为偶数) 的形状自由度, 研究了铀系核势能面及裂变位垒, 首次发现三轴形变对铀系核第二个位垒的重要性。(3) 利用 MDC-CDFT, 研究了  $N = 150$  同中子素中的非轴对称八极关联, 发现在  $^{248}\text{Cf}$  和  $^{250}\text{Fm}$  中, 非轴对称八极关联最强, 并解释了其原因。在超重核合成机制方面, 系统研究了利用重离子熔合反应合成超重核的三步过程, 包括: (1) 针对俘获过程, 提出了一个计算位垒穿透概率新公式, 并用于研究原子核的  $\alpha$  衰变, 与实验符合; (2) 针对熔合过程, 提出了一个基于动力学形变势能面的双核模型——DNS-DynPES 模型, 用来研究复合核形成概率; (3) 针对激发态复合核存活概率进行了系统研究, 发现激发态复合核的存活概率与超重核基态的稳定性密切相关。利用 DNS-DynPES 模型, 我们系统研究了合成超重核的热熔合反应, 得到的熔合蒸发截面与实验符合, 并预言了合成 119 和 120 号超重元素的截面。

当前, 在超重核结构性质与合成机制的理论研究中, 有很多重要的问题需要进一步探索。超重核结构性质方面的问题, 包括: (1) 超重核区原子核的壳层结构与超重岛的中心位置; (2) 超重核的质量、形状、同核异能态等性质; (3) 超重核的势能面及裂变位垒、鞍点性质、鞍点及其附近原子核的形状特性、裂变路径以及裂变相关的质量参数等。特别是, 超重岛的中心位置涉及到超重核的寿命、合成机制等关键问题。如何更好地预言稳定或者长寿命超重元素岛的中心位置, 仍是对理论工作的极大挑战。当前, 更为突出的理论问题是超重核合成机制的研究。利用重离子熔合蒸发反应合成超重核的三步过程都很复杂, 特别是熔合过程和存活过程。对于熔合过程, 不同的模型往往基于不同的假设引入相关的宏观自由度, 这使得熔合概率的计算值相差几个数量级<sup>[171]</sup>。因此, 在利用宏观或者唯象模型系统研究熔合过程<sup>[205]</sup>的同时, 非常有必要利用微观理论研究熔合的微观机制<sup>[206-210]</sup>。核结构信息(质量、形变、能级密度、裂变位垒参数等)的不确定性给存活过程的理论描述带来了许多困

难。因此, 超重核合成机制的研究也需要与相关的核结构研究密切结合。

**致谢** 作者感谢靳根明和王素芳两位老师长期以来对我们工作的支持。感谢 D. Ackermann、G. G. Adamian、N. V. Antonenko、坂田文彦、包景东、陈列文、陈永寿、冯兆庆、甘再国、N. V. Giai、郭璐、S. Heinz、贺晓涛、S. Hofmann、李君清、李庆峰、李祝霞、刘玉鑫、刘祖华、孟杰、A. Nasirov、Yu. Oganessian、秦芝、任中洲、P. Ring、W. Scheid、沈彩万、孙宝玺、孙扬、H. Toki、王兵、王宁、王顺金、D. Vretenar、吴锡真、肖国青、许甫荣、徐珊珊、叶沿林、叶巍、曾谨言、张丰收、张焕乔、张玉虎、张肇西、赵维娟、赵玉民、周小红、朱胜江、邹冰松、A. S. Zubov、左维等的讨论或合作。本文的部分计算结果是在中国科学院计算机网络信息中心超级计算中心的中科院超级计算网格环境上得到的。

#### 参考文献:

- [1] SOBICZEWSKI A, GAREEV F, KALINKIN B. *Phys Lett*, 1966, **22**: 500.
- [2] MELDNER H. Proceedings of the Lysekil Symposium: Nuclides far off the Stability Line[C]. *Arkiv Fysik*, 1967, **36**: 593.
- [3] NILSSON S G, TSANG C F, SOBICZEWSKI A, *et al.* *Nucl Phys A*, 1969, **131**: 1.
- [4] MOSEL U, GREINER W. *Z Phys A*, 1969, **222**: 261.
- [5] XU H S, ZHOU X H, XIAO G Q, *et al.* *Nucl Phys Rev*, 2003, **20**: 76. (in Chinese)  
(徐珊珊, 周小红, 肖国青, 等. 原子核物理评论, 2003, **20**: 76.)
- [6] HOFMANN S, MÜNZENBERG G. *Rev Mod Phys*, 2000, **72**: 733.
- [7] OGANESSION Y. *J Phys G: Nucl Phys*, 2007, **34**: R165.
- [8] OGANESSION Y T, ABDULLIN F S, BAILEY P D, *et al.* *Phys Rev Lett*, 2010, **104**: 142502.
- [9] LOSS R D, CORISH J. *Pure Appl Chem*, 2012, **84**: 1669.
- [10] MENG X, ZHAO E G, ZHOU S G. *Physics*, 2014, **43**(03): 215. (in Chinese)  
(孟旭, 赵恩广, 周贵普. 物理, 2014, **43**(03): 215.)
- [11] MORITA K, MORIMOTO K, KAJI D, *et al.* *J Phys Soc Jpn*, 2004, **73**: 2593.
- [12] MORITA K, MORIMOTO K, KAJI D, *et al.* *J Phys Soc Jpn*, 2012, **81**: 103201.
- [13] GAN Z, QIN Z, FAN H, *et al.* *Eur Phys J A*, 2001, **10**: 21.
- [14] GUO J S, GAN Z G, WU X L, *et al.* *Nucl Phys Rev*, 2003, **20**: 96. (in Chinese)  
(郭俊盛, 甘再国, 吴晓蕾, 等. 原子核物理评论, 2003, **20**: 96.)
- [15] GAN Z G, GUO J S, WU X L, *et al.* *Eur Phys J A*, 2004, **20**: 385.
- [16] ZHANG Z Y, GAN Z G, MA L, *et al.* *Chin Phys Lett*, 2012, **29**: 012502.
- [17] ZHANG H Q, LIN C J, JIA H M, *et al.* *Sci China-Phys Mech Astron*, 2011, **54**(S1): s6.
- [18] ZHANG Z H. Theoretical investigation of the spectroscopy of the transfermium and the super-heavy nuclei[D]. Institute of Theoretical Physics, Chinese Academy of Sciences, 2012. (in Chinese)  
(张振华. 超锕核以及超重核谱学的理论研究[D]. 中国科学院理论物理研究所, 2012.)
- [19] ZHANG Z H, WEN K, HE X T, *et al.* *Nucl Phys Rev*, 2013, **30**: 268. (in Chinese)  
(张振华, 温凯, 贺晓涛, 等. 原子核物理评论, 2013, **30**: 268.)
- [20] ZHANG Z H, ZENG J Y, ZHAO E G, *et al.* *Phys Rev C*, 2011, **83**: 011304(R).
- [21] ZHANG Z H, HE X T, ZENG J Y, *et al.* *Phys Rev C*, 2012, **85**: 014324.
- [22] ZHANG Z H, MENG J, ZHAO E G, *et al.* *Phys Rev C*, 2013, **87**: 054308.
- [23] WEN K, ZHANG Z H, ZHAO E G, *et al.* *Sci Sin-Phys Mech Astron*, 2012, **42**: 22. (in Chinese)  
(温凯, 张振华, 赵恩广, 等. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2012, **42**: 22.)
- [24] LU B N, ZHAO E G, ZHOU S G. *Phys Rev C*, 2011, **84**: 014328.
- [25] LU B N, ZHAO E G, ZHOU S G. *Phys Rev C*, 2012, **85**: 011301(R).
- [26] ZHAO J, LU B N, ZHAO E G, *et al.* *Phys Rev C*, 2012, **86**: 057304.
- [27] LU B N, ZHAO J, ZHAO E G, *et al.* *EPJ Web Conf*, 2012, **38**, 05003.
- [28] LU B N, ZHAO J, ZHAO E G, *et al.* *Phys Rev C*, 2014, **89**: 014323.
- [29] LU B N, ZHAO J, ZHAO E G, *et al.* *J Phys: Conf Ser*, 2014, **492**: 012014.
- [30] LU B N. Multi-dimensional constrained relativistic mean field theory and the potential energy surfaces and fission barriers of actinide nuclei[D]. Institute of Theoretical Physics, Chinese Academy of Sciences, 2012. (in Chinese)  
(吕炳楠. 多维约束相对论平均场理论与锕系核的势能曲面和裂变位垒[D]. 中国科学院理论物理研究所, 2012.)

- [31] ZHAO J. Exotic shapes in atomic nuclei[D]. Institute of Theoretical Physics, Chinese Academy of Sciences, 2014. (in Chinese)  
(赵杰. 原子核的奇特形状[D]. 中国科学院理论物理研究所, 2014.)
- [32] JIN G M. Nucl Phys Rev, 2003, **20**: 71. (in Chinese)  
(靳根明. 原子核物理评论, 2003, **20**: 71.)
- [33] LIU Z H. Nucl Phys Rev, 2003, **20**: 91. (in Chinese)  
(刘祖华. 原子核物理评论, 2003, **20**: 91.)
- [34] LI L L, ZHOU S G, ZHAO E G, *et al.* Int J Mod Phys E, 2010, **19**: 359.
- [35] WANG N, ZHAO E G, SCHEID W, *et al.* Phys Rev C, 2012, **85**: 041601(R).
- [36] XIA C J, SUN B X, ZHAO E G, *et al.* Sci China-Phys Mech Astron, 2011, **54**(Suppl. 1): s109.
- [37] PEI J S, XU F Y, WU Z Y, *et al.* Nucl Phys Rev, 2003, **20**: 116. (in Chinese)  
(裴俊琛, 许甫荣, 吴哲英, 等. 原子核物理评论, 2003, **20**: 116.)
- [38] ZHANG W, MENG J, ZHANG S, *et al.* Nucl Phys A, 2005, **753**: 106.
- [39] SOBICZEWSKI A, POMORSKI K. Prog Part Nucl Phys, 2007, **58**: 292.
- [40] HERZBERG R D, AMZAL N, BECKER F, *et al.* Phys Rev C, 2001, **65**: 014303.
- [41] LEINO M, HESSBERGER F P. Annu Rev Nucl Part Sci, 2004, **54**: 175.
- [42] HERZBERG R D. J Phys G: Nucl Phys, 2004, **30**: R123.
- [43] HERZBERG R D, GREENLEES P T, BUTLER P A, *et al.* Nature, 2006, **442**: 896.
- [44] HERZBERG R D, GREENLEES P. Prog Part Nucl Phys, 2008, **61**: 674.
- [45] TAKAHASHI R, ISHII T, ASAI M, *et al.* Phys Rev C, 2010, **81**: 057303.
- [46] KETELHUT S, GREENLEES P T, ACKERMANN D, *et al.* Phys Rev Lett, 2009, **102**: 212501.
- [47] TANDEL S K, CHOWDHURY P, LAKSHMI S, *et al.* Phys Rev C, 2010, **82**: 041301R.
- [48] ACKERMANN D. Acta Phys Pol B, 2011, **42**: 577.
- [49] GREENLEES P T. Acta Phys Pol B, 2011, **42**: 587.
- [50] YANG H B, YU L, HUANG T H, *et al.* Nucl Phys Rev, 2013, **30**: 369. (in Chinese).  
(杨华彬, 郁琳, 黄天衡, 等. 原子核物理评论, 2013, **30**: 369.)
- [51] PIOT J, GALL B J P, DORVAUX O, *et al.* Phys Rev C, 2012, **85**: 041301(R).
- [52] GREENLEES P T, RUBERT J, PIOT J, *et al.* Phys Rev Lett, 2012, **109**: 012501.
- [53] ĆWIOK S, HOFMANN S, NAZAREWICZ W. Nucl Phys A, 1994, **573**: 356.
- [54] MUNTIAN I, PATYK Z, SOBICZEWSKI A. Phys Rev C, 1999, **60**: 041302(R).
- [55] SOBICZEWSKI A, MUNTIAN I, PATYK Z. Phys Rev C, 2001, **63**: 034306.
- [56] PARKHOMENKO A, SOBICZEWSKI A. Acta Phys Pol B, 2004, **35**: 2447.
- [57] PARKHOMENKO A, SOBICZEWSKI A. Acta Phys Pol B, 2005, **36**: 3115.
- [58] ADAMIAN G G, ANTONENKO N V, SCHEID W. Phys Rev C, 2010, **81**: 024320.
- [59] ADAMIAN G G, ANTONENKO N V, KUKLIN S N, *et al.* Phys Rev C, 2010, **82**: 054304.
- [60] ADAMIAN G G, ANTONENKO N V, MALOV L A, *et al.* Phys Part Nucl, 2010, **41**: 1101.
- [61] ADAMIAN G G, ANTONENKO N V, KUKLIN S N, *et al.* Phys Rev C, 2011, **84**: 024324.
- [62] XU F R, ZHAO E G, WYSS R, *et al.* Phys Rev Lett, 2004, **92**: 252501.
- [63] LIU H L, XU F R, WALKER P M, *et al.* Phys Rev C, 2011, **83**: 011303.
- [64] LIU H L, XU F R, WALKER P M. Phys Rev C, 2012, **86**: 011301(R).
- [65] BENDER M, RUTZ K, REINHARD P G, *et al.* Phys Rev C, 1998, **58**: 2126.
- [66] AFANASJEV A V, KHOO T L, FRAUENDORF S, *et al.* Phys Rev C, 2003, **67**: 024309.
- [67] BENDER M, BONCHE P, DUGUET T, *et al.* Nucl Phys A, 2003, **723**: 354.
- [68] DELAROCHE J P, GIROD M, GOUTTE H, *et al.* Nucl Phys A, 2006, **771**: 103.
- [69] JOLOS R V, MALOV L A, SHIRIKOVA N Y, *et al.* J Phys G: Nucl Part Phys, 2011, **38**: 115103.
- [70] ZHUANG K, LI Z B, LIU Y X. Commun Theor Phys, 2012, **57**: 271.
- [71] SUN Y, LONG G L, AL-KHUDAIR F, *et al.* Phys Rev C, 2008, **77**: 044307.
- [72] CHEN Y S, SUN Y, GAO Z C. Phys Rev C, 2008, **77**: 061305(R).
- [73] CHEN Y S, GAO Z C. Nucl Phys Rev, 2013, **30**: 278.
- [74] AL-KHUDAIR F, LONG G L, SUN Y. Phys Rev C, 2009, **79**: 034320.
- [75] CUI J W, ZHOU X R, CHEN F Q, *et al.* Phys Rev C, 2014, **90**: 014321.
- [76] EGIDO J L, RING P. J Phys G: Nucl Phys, 1982, **8**: L43.
- [77] EGIDO J, RING P. Nucl Phys A, 1984, **423**: 93.

- [78] HE X T, REN Z Z, LIU S X, *et al.* Nucl Phys A, 2009, **817**: 45.
- [79] ZENG J Y, CHENG T S. Nucl Phys A, 1983, **405**: 1.
- [80] ZENG J Y, SUN H Z. Theory of Atomic Nuclear Structure[M]. Shanghai: Scientific & Technical Publishers, 1987. (in Chinese)  
(曾谨言, 孙洪洲. 原子核结构理论[M]. 上海: 科学技术出版社, 1987.)
- [81] BOHR A, MOTTELSON B R. Nuclear Structure, volume II. New York: Benjamin, 1975.
- [82] HARRIS S M. Phys Rev Lett, 1964, **13**: 663.
- [83] WU C S, ZENG J Y. High Ener Phys Nucl Phys, 1984, **8**: 219. (in Chinese)  
(吴崇试, 曾谨言. 高能物理与核物理, 1984, **8**: 219.)
- [84] ZENG G M, LIU W, ZHAO E G. Phys Rev C, 1995, **52**: 1864.
- [85] WU L A, DING H M, YAN Z T, *et al.* Phys Rev Lett, 1996, **76**: 4132.
- [86] HU J, XU F. Phys Rev C, 1993, **48**: 2270.
- [87] ZHOU S G, ZHENG C. Phys Rev C, 1997, **55**: 2324.
- [88] MÖLLER P, SIERK A J, ICHIKAWA T, *et al.* Phys Rev C, 2009, **79**: 064304.
- [89] PEI J C, NAZAREWICZ W, SHEIKH J A, *et al.* Phys Rev Lett, 2009, **102**: 192501.
- [90] LIU Z H, BAO J D. Phys Rev C, 2011, **84**: 031602(R).
- [91] STRUTINSKY V M. Nucl Phys A, 1967, **95**: 420.
- [92] STRUTINSKY V M. Nucl Phys A, 1968, **122**: 1.
- [93] MÖLLER P, SIERK A J, IWAMOTO A. Phys Rev Lett, 2004, **92**: 072501.
- [94] RING P, SCHUCK P. The Nuclear Many-Body Problem[M]. New York: Springer-Verlag Berlin, Heidelberg, 1980.
- [95] FLOCARD H, QUENTIN P, VAUTHERIN D, *et al.* Nucl Phys A, 1974, **231**: 176.
- [96] KOLB D, CUSSON R Y, SCHMITT H W. Phys Rev C, 1974, **10**: 1529.
- [97] BEINER M, FLOCARD H M, VENERONI, QUENTIN P. Phys Scr, 1974, **10**: 84.
- [98] ĆWIOK S, ROZMEJ P, SOBICZEWSKI A, *et al.* Nucl Phys A, 1989, **491**: 281.
- [99] ĆWIOK S, NAZAREWICZ W, SALADIN J, *et al.* Phys Lett B, 1994, **322**: 304.
- [100] TER-AKOPIAN G M, HAMILTON J H, OGANESSIAN Y T, *et al.* Phys Rev Lett, 1996, **77**: 32.
- [101] EGIDO J L, ROBLEDO L M, CHASMAN R R. Phys Lett B, 1997, **393**: 13.
- [102] BERGER J, GIROD M, GOGNY D. Nucl Phys A, 1989, **502**: 85.
- [103] MYERS W D, SWIATECKI W J. Nucl Phys A, 1996, **601**: 141.
- [104] MAMDOUH A, PEARSON J M, RAYET M, *et al.* Nucl Phys A, 1998, **644**: 389.
- [105] BURVENICH T, BENDER M, MARUHN J A, *et al.* Phys Rev C, 2004, **69**: 014307.
- [106] MIREA M, TASSAN-GOT L. Cent Eur J Phys, 2011, **9**: 116.
- [107] GIROD M, GRAMMATICOS B. Phys Rev C, 1983, **27**: 2317.
- [108] BLUM V, MARUHN J, REINHARD P G, *et al.* Phys Lett B, 1994, **323**: 262.
- [109] PASHKEVICH V V. Nucl Phys A, 1969, **133**: 400.
- [110] MÖLLER P, NILSSON S G. Phys Lett B, 1970, **31**: 283.
- [111] ABUSARA H, AFANASJEV A V, RING P. Phys Rev C, 2010, **82**: 044303.
- [112] RUTZ K, MARUHN J A, REINHARD P G, *et al.* Nucl Phys A, 1995, **590**: 680.
- [113] EGIDO J L, ROBLEDO L M. Phys Rev Lett, 2000, **85**: 1198.
- [114] BONNEAU L, QUENTIN P, SAMSOEN D. Eur Phys J A, 2004, **21**: 391.
- [115] SKALSKI J. Phys Rev C, 1991, **43**: 140.
- [116] JACHIMOWICZ P, KOWAL M, SKALSKI J. Phys Rev C, 2011, **83**: 054302.
- [117] SKALSKI J. Phys Rev C, 2007, **76**: 044603.
- [118] SEROT B D, WALECKA J D. Adv Nucl Phys, 1986, **16**: 1.
- [119] REINHARD P G. Rep Prog Phys, 1989, **52**: 439.
- [120] RING P. Prog Part Nucl Phys, 1996, **37**: 193.
- [121] BENDER M, HEENEN P H, REINHARD P G. Rev Mod Phys, 2003, **75**: 121.
- [122] VRETENAR D, AFANASJEV A, LALAZISSIS G, *et al.* Phys Rep, 2005, **409**: 101.
- [123] MENG J, TOKI H, ZHOU S G, *et al.* Prog Part Nucl Phys, 2006, **57**: 470.
- [124] PAAR N, VRETENAR D, COLO G. Rep Prog Phys, 2007, **70**: 691.
- [125] NIKŠIĆ T, VRETENAR D, RING P. Prog Part Nucl Phys, 2011, **66**: 519.
- [126] MENG J, GUO J Y, LI J, *et al.* Progress in Physics, 2011, **31**: 1. (in Chinese)  
(孟杰, 郭建友, 李剑, 等. 物理学进展, 2011, **31**: 1.)
- [127] TIAN Y, MA Z Y. Chin Phys Lett, 2006, **23**: 3226.
- [128] TIAN Y, MA Z, RING P. Phys Lett B, 2009, **676**: 44.
- [129] TIAN Y, MA Z Y, RING P. Phys Rev C, 2009, **79**:

- 064301.
- [130] ZHAO P W, LI Z P, YAO J M, *et al.* Phys Rev C, 2010, **82**: 054319.
- [131] BENDER M, RUTZ K, REINHARD P G, *et al.* Eur Phys J A, 2000, **8**: 59.
- [132] CAPOTE R, HERMAN M, OBLOZINSKY P, *et al.* Nucl Data Sheets, 2009, **110**: 3107.
- [133] BOHR A, MOTTELSON B R. Nuclear Structure, volume I[M]. Singapore: World Scientific, 1998.
- [134] LU X T, JIANG D X, YE Y L. Nuclear Physics[M]. 2nd ed. Beijing: Atomic Energy Press, 2000. (in Chinese) (卢希庭, 江栋兴, 叶沿林. 原子核物理[M]. 第2版. 北京: 原子能出版社, 2000.)
- [135] REN Z, TOKI H. Nucl Phys A, 2001, **689**: 691.
- [136] ĆWIOK S, HEENEN P H, NAZAREWICZ W. Nature, 2005, **433**: 705.
- [137] NIKŠIĆ T, VRETENAR D, RING P. Phys Rev C, 2008, **78**: 034318.
- [138] SWIATECKI W J, SIWEK-WILCZYNSKA K, WILCZYNSKI J. Acta Phys Pol B, 2003, **34**: 2049.
- [139] SWIATECKI W J, SIWEK-WILCZYNSKA K, WILCZYNSKI J. Phys Rev C, 2005, **71**: 014602.
- [140] SIWEK-WILCZYNSKA K, CAP T, KOWAL M, *et al.* Phys Rev C, 2012, **86**: 014611.
- [141] ZAGREBAEV V I. Phys Rev C, 2001, **64**: 034606.
- [142] ZAGREBAEV V I, ARITOMO Y, ITKIS M G, *et al.* Phys Rev C, 2001, **65**: 014607.
- [143] ZAGREBAEV V I, KARPOV A V, GREINER W. Phys Rev C, 2012, **85**: 014608.
- [144] ABE Y, BOILLEY D, GIRAUD B, *et al.* Acta Phys Hung A, 2004, **19**: 77.
- [145] SHEN C, KOSENKO G, ABE Y. Phys Rev C, 2002, **66**: 061602(R).
- [146] SHEN C, ABE Y, BOILLEY D, *et al.* Int J Mod Phys E, 2008, **17**: 66.
- [147] SHEN C W, ABE Y, LI Q F, *et al.* Sci China Ser G-Phys Mech Astron, 2009, **52**: 1458.
- [148] SHEN C, BOILLEY D, LI Q, *et al.* Phys Rev C, 2011, **83**: 054620.
- [149] LIU Z H, BAO J D. Sci China Ser G-Phys Mech Astron, 2009, **52**: 1482.
- [150] LIU Z H, BAO J D. Phys Rev C, 2011, **83**: 044613.
- [151] LIU Z H, BAO J D. Phys Rev C, 2012, **85**: 057603.
- [152] ARITOMO Y, HAGINO K, NISHIO K, *et al.* Phys Rev C, 2012, **85**: 044614.
- [153] ADAMIAN G G, ANTONENKO N V, SCHEID W, *et al.* Nucl Phys A, 1998, **633**: 409.
- [154] ADAMIAN G G, ANTONENKO N V, SCHEID W. Phys Rev C, 2004, **69**: 044601.
- [155] ADAMIAN G G, ANTONENKO N V, ZUBOV A S. Phys Rev C, 2005, **71**: 034603.
- [156] ADAMIAN G G, ANTONENKO N V, SARGSYAN V V. Phys Rev C, 2009, **79**: 054608.
- [157] LI W, WANG N, LI J F, *et al.* Europhys Lett, 2003, **64**: 750.
- [158] LI W, WANG N, JIA F, *et al.* J Phys G: Nucl Phys, 2006, **32**: 1143.
- [159] WANG N, LI J Q, ZHAO E G. Phys Rev C, 2008, **78**: 054607.
- [160] LI J Q, FENG Z Q, GAN Z G, *et al.* Nucl Phys A, 2010, **834**: 353c.
- [161] NASIROV A K, MANDAGLIO G, GIARDINA G, *et al.* Phys Rev C, 2011, **84**: 044612.
- [162] FENG Z Q, JIN G M, LI J Q. Nucl Phys Rev, 2011, **28**: 1.
- [163] LIANG Y J, ZHU M, LIU Z H, *et al.* Phys Rev C, 2012, **86**: 037602.
- [164] ZHANG J, WANG C, REN Z. Nucl Phys A, 2013, 909: 36.
- [165] ZAGREBAEV V, GREINER W. Phys Rev C, 2008, **78**: 034610.
- [166] FENG Z Q, JIN G M, LI J Q, *et al.* Phys Rev C, 2007, **76**: 044606.
- [167] OGANESSION Y T, UTYONKOV V K, LOBANOV Y V, *et al.* Phys Rev C, 2009, **79**: 024603.
- [168] DULLMANN C E. News from TASCA[C]. //talk given at the 10th Workshop on Recoil Separator for Superheavy Element Chemistry, October 14, 2011, GSI Darmstadt, Germany.
- [169] LIU Z H, BAO J D. Phys Rev C, 2009, **80**: 054608.
- [170] WANG N, TIAN J, SCHEID W. Phys Rev C, 2011, **84**: 061601(R).
- [171] NAIK R S, LOVELAND W, SPRUNGER P H, *et al.* Phys Rev C, 2007, **76**: 054604.
- [172] ZENG J Y. Quantum Mechanics[M]. 3rd ed. Beijing: Science China Press, 2000. (in Chinese) (曾谨言. 量子力学[M]. 第3版, 北京: 科学出版社, 2000.)
- [173] DASGUPTA M, HINDE D J, ROWLEY N, *et al.* Annu Rev Nucl Part Sci, 1998, **48**: 401.
- [174] LIANG J F, SHAPIRA D, GROSS C J, *et al.* Phys Rev Lett, 2003, **91**: 152701.
- [175] LIANG J F, SHAPIRA D, GROSS C J, *et al.* Phys Rev Lett, 2006, **96**: 029903.
- [176] UMAR A S, OBERACKER V E. Phys Rev C, 2007, **76**:

- 014614.
- [177] ALEIXO A N F, BALANTEKIN A B, RIBEIRO M A C. *J Phys A: Math Theor*, 2000, **33**: 1503.
- [178] KEMBLE E C. *Phys Rev*, 1935, **48**: 549.
- [179] HILL D L, WHEELER J A. *Phys Rev*, 1953, **89**: 1102.
- [180] WONG C Y. *Phys Rev Lett*, 1973, **31**: 766.
- [181] HAGINO K. Multi-dimensional quantum tunneling in heavy-ion fusion reactions[D]. Tohoku University, 1998.
- [182] MOHANTY A K, SASTRY S V S, KATARIA S K, *et al.* *Phys Rev Lett*, 1990, **65**: 1096.
- [183] STELSON P H. *Phys Lett B*, 1988, **205**: 190.
- [184] STELSON P H, KIM H J, BECKERMAN M, *et al.* *Phys Rev C*, 1990, **41**: 1584.
- [185] ROWLEY N, SATCHLER G R, STELSON P H. *Phys Lett B*, 1991, **254**: 25.
- [186] FENG Z Q, JIN G M, FU F, *et al.* *Nucl Phys A*, 2006, **771**: 50.
- [187] DENISOV V Y, IKEZOE H. *Phys Rev C*, 2005, **72**: 064613.
- [188] BUCK B, JOHNSTON J C, MERCHANT A C, *et al.* *Phys Rev C*, 1996, **53**: 2841.
- [189] XU C, REN Z. *Nucl Phys A*, 2005, **760**: 303.
- [190] DUARTE S B, TAVARES O A P, GUZMAN F, *et al.* *At Data Nucl Data Tables*, 2002, **80**: 235.
- [191] RIEDEL C, WOLSCHIN G, NOERENBERG W. *Z Phys A*, 1979, **290**: 47.
- [192] RIEDEL C, NÖRENBERG W. *Z Phys A*, 1979, **290**: 385.
- [193] WOLSCHIN G. *Phys Lett B*, 1979, **88**: 35.
- [194] HUANG M, ZHANG Z, GAN Z, *et al.* *Phys Rev C*, 2011, **84**: 064619.
- [195] GRANGE P, LI J Q, WEIDENMUELLER H A. *Phys Rev C*, 1983, **27**: 2063.
- [196] ADAMIAN G G, ANTONENKO N V, JOLOS R V, *et al.* *Int J Mod Phys E*, 1996, **5**: 191.
- [197] LI W, WANG Z, XU H, *et al.* *Chin Phys Lett*, 2004, **21**: 636.
- [198] ZUBOV A S, ADAMIAN G G, ANTONENKO N V, *et al.* *Eur Phys J A*, 2005, **23**: 249.
- [199] ADAMIAN G G, ANTONENKO N V, IVANOVA S P, *et al.* *Phys Rev C*, 2000, **62**: 064303.
- [200] MÖLLER P, NIX J R, MYERS W D, *et al.* *At Data Nucl Data Tables*, 1995, **59**: 185.
- [201] ZUBOV A, ADAMIAN G, ANTONENKO N. *Phys Part Nucl*, 2009, **40**: 847.
- [202] ZAGREBAEV V I, DENIKIN A S, KARPOV A V, *et al.* Low-energy nuclear knowledge base (Nuclear Reaction Video)[EB/OL]. [2013-09-30]. <http://nrv.jinr.ru/nrv/>
- [203] OGANESSION Y T, UTYONKOV V K, LOBANOV Y V, *et al.* *Phys Rev C*, 2007, **76**: 011601(R).
- [204] OGANESSION Y T, UTYONKOV V K, LOBANOV Y V, *et al.* *Phys Rev C*, 2006, **74**: 044602.
- [205] WANG B, ZHAO W J, GOMES P R S, *et al.* Systematic Study of Breakup Effects on Complete Fusion at Energies Above the Coulomb Barrier. arXiv:1407.5861 [nucl-th], 2014.
- [206] WEN K. A Study on the Microscopic Mechanism of Heavy Ion Fusion Reactions Based on the Quantum Molecular Dynamics Simulations[D]. Institute of Theoretical Physics, Chinese Academy of Sciences, 2014. (in Chinese) (温凯. 基于量子分子动力学模型研究重离子熔合的微观机制[D]. 中国科学院理论物理研究所, 2014.)
- [207] WEN K, SAKATA F, LI Z X, *et al.* *Phys Rev Lett*, 2013, **111**: 012501.
- [208] WEN K, SAKATA F, LI Z X, *et al.* Energy-Dependence of Nucleus-Nucleus Potential and Friction Parameter in Fusion Reactions. arXiv:1407.5912 [nucl-th], 2014.
- [209] DAI G F. Dissipation dynamics in time-dependent Hartree-Fock theory[D]. Institute of Theoretical Physics, Chinese Academy of Sciences, 2014. (in Chinese) (戴高峰. 基于时间相关的Hartree-Fock理论研究重离子碰撞中的能量耗散机制[D]. 中国科学院理论物理研究所, 2014.)
- [210] DAI G F, GUO L, ZHAO E G, *et al.* *Sci China-Phys Mech Astron*, 2014, **57**: 1618.

# Theoretical Study of Structure and Synthesis Mechanism of Superheavy Nuclei

LI Lulu<sup>1, 1)</sup>, LÜ Bingnan<sup>2</sup>, WANG Nan<sup>3</sup>, WEN Kai<sup>2</sup>, XIA Chengjun<sup>2, 4</sup>, ZHANG Zhenhua<sup>5, 6</sup>,  
ZHAO Jie<sup>2</sup>, ZHAO Enguang<sup>2, 7</sup>, ZHOU Shangui<sup>2, 7, 8</sup>

( 1. Institute of Applied Physics and Computational Mathematics, Beijing 100094, China;

2. State Key Laboratory of Theoretical Physics, Institute of Theoretical Physics,  
Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China;

3. College of Physical Science and Technology, Shenzhen University, Shenzhen 518060, Guangdong, China;

4. School of Physics, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China;

5. State Key Laboratory of Nuclear Physics and Technology, School of Physics,  
Peking University, Beijing 100871, China;

6. Mathematics and Physics Department, North China Electric Power University, Beijing 102206, China;

7. Center of Theoretical Nuclear Physics, National Laboratory of Heavy Ion Accelerator, Lanzhou 730000, China;

8. Center for Nuclear Matter Science, Central China Normal University, Wuhan 430079, China)

**Abstract:** The exploration of charge and mass limits of atomic nuclei and the synthesis of long-lived or stable superheavy nuclei (SHN) are on the frontier of modern nuclear physics. Recent theoretical progresses made by us on the study of structure and synthesis mechanism of SHN are reviewed. The study of structure properties includes a systematic study of low-lying spectra of actinide and transfermium nuclei by using a cranked shell model with the pairing treated by a particle number conserving method (PNC-CSM), the study of potential energy surfaces and fission barriers of actinide nuclei and non-axial octupole correlations in  $N = 150$  isotones by using newly-developed multi-dimensional constraint covariant density functional theories (MDC-CDF). The study of the synthesis mechanism of SHN is carried out by examining in details of the three steps in producing SHN via heavy-ion fusion reactions: i) For the capture process, a new barrier penetration formula is proposed for potential barriers containing a long-range Coulomb interaction; ii) For the fusion process, a dinuclear system model with a dynamical potential energy surface (the DNS-DynPES model) is developed; and iii) For the survival process, a systematic study of the survival probability against fission in the 1n-channel of SHN with  $100 \leq Z \leq 134$  is made and it is found that the survival probability in the 1n-channel is mainly determined by the nuclear shell effects. By using the DNS-DynPES model, hot fusion reactions for synthesizing SHN with charge numbers  $Z = 112 \sim 120$  are studied. The calculated evaporation residue cross sections are in good agreement with available data and predictions are made for synthesizing SHN with  $Z = 119$  and 120.

**Key words:** superheavy nuclei; particle number conserving method; cranked shell model; covariant density functional theory; heavy-ion fusion reaction; di-nuclear system model

**Received date:** 10 Oct. 2013; **Revised date:** 21 Oct. 2013

**Foundation item:** National Basic Research Program of China(973 Program)(2013CB834400); National Natural Science Foundation of China (10975100, 10979066, 11121403, 11175252, 11105005, 11120101005, 11275098, 11275248, 11475115); Knowledge Innovation Project of Chinese Academy of Sciences(KJCX2-EW-N01)

**Corresponding author:** ZHOU Shangui, E-mail: sgzhou@itp.ac.cn.