DOI:10.13732/j.issn.1008-5548.2003.04.001
第9卷第4期 2003年8月
中国粉体技术
China Powder Science and Technology
Vol.9 No.4 August 2003

超微粒子一维量子振动系统的量子跃迁理论

姜迅东[1]，胡荣泽[2]

(1.东北大学理学院，辽宁 沈阳 110006；2.钢铁研究总院，北京 100081)

摘 要：根据文献[1]的理论，建立超微粒子一维量子振动系统的量子跃迁理论，得到在微扰作用下，超微粒子一维量子振动系统能态之间的跃迁几率。

关键词：超微粒子；能级；波函数；跃迁
中图分类号：O413.1 **文献标识码**：A
文章编号：1008-5548(2003)04-0001-02

Quantum Transition Theory of One-dimensional Quantum Oscillatory System for Ultrafine Particles

JIANG Xun-dong[1], *HU Rong-ze*[2]

(1.School of Science, Northeast University, Shenyang, 110006; 2.Central Iron and Steel Research Institute, Beijing, 100081, China)

Abstract: Based on the theory of Reference [1], the quantum transition theory of one-dimensional quantum oscillatory system for ultrafine particles is established. The transition probability of energy levels of one-dimensional quantum oscillatory system for ultrafine particles are obtained.

Key words: ultrafine particles; energy level; wave function; transition

继量子物理学家普朗克在1900年提出了“黑体是由带电的谐振子所组成的”这一假说之后，科学家狄拉克提出了“由相同玻色子系统组成的量子系统等效于由一组振子组成的量子系统，任何一个独立的玻色子态将伴随着一个振子”这一著名论断[2]。量子振动系统是研究其中包括原子、分子在内的超微粒子及电磁场这种特殊微观物质结构及物质运动的特殊物理模型。因此如何完整、准确地建立量子振动系统的物理模型，对于研究并揭示超微粒子的内在属性及其量子运动规律具有特别重要的理论和实际意义。

我们对量子振动理论已经进行了多年系统的研究。通过研究发现，建立在经典振动理论基础之上的海森堡量子振动理论，根本不能真实反映微观系统量子振动的本质。微观振动系统与宏观振动系统是截然不同的两个系统。表征微观振动系统和宏观振动系统属性的物理量以及对它们运动规律的描述，不可能存在任何相同或类似的关系。微观振动系统是开放系统，系统与外界时刻存在着能量交换。研究表明，微观振动系统的能级可以表示为随一系列实数变化的某些特定的函数关系。

本文根据文献[1]的理论，建立超微粒子一维量子振动系统的量子跃迁理论，得到在微扰作用下，超微粒子一维量子振动系统能态之间的跃迁几率，结果表明跃迁几率与某些实数有关。本文是建立电磁场辐射和超微粒子相互作用的理论基础。

1 超微粒子一维量子振动系统的量子跃迁理论

在量子微扰作用下，超微粒子一维量子振动系统的薛定谔方程可以表示为

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}|\Psi(t)\rangle=[H_0(s)+V(t)]|\Psi(t)\rangle,\quad(1)$$

式中 $H_0(s)$为超微粒子一维量子振动系统的无微扰哈密顿量；

$V(t)$为微扰合密顿量，且 $s=0,1,2,\cdots$。

$H_0(s)$满足下述本征值方程

$$H_0(s)|\Psi_{n,k}\rangle=E_{n,k}(s)|\Psi_{n,k}\rangle,\quad(2)$$

式中 $E_{n,k}(s)$为 $H_0(s)$的本征值；

$|\Psi_{n,k}\rangle$为 $H_0(s)$的本征矢。

研究下述方程

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}|\Psi(t)\rangle=H_0(s)|\Psi(t)\rangle,\quad(3)$$

(3)式的解为

$$|\Psi(t)\rangle=\sum_{n,k}C_{n,k}e^{-\frac{i}{\hbar}E_{n,k}(s)t}|\Psi_{n,k}\rangle,\quad(4)$$

将(4)式中的系数 $C_{n,k}$ 视为与时间有关，在微

收稿日期：2002-07-22
第一作者简介：姜迅东(1944-)，男，硕士，副教授。

扰为零的极限情况下，$C_{n,k}$化为常量。注意到此点，并将(4)式代入(1)式，得到

$$\sum_{n,k}[i\hbar\dot{C}_{n,k}(t)+E_{n,k}(s)C_{n,k}(t)]e^{-\frac{i}{\hbar}E_{n,k}(s)t}|\Psi_{n,k}\rangle=\sum_{n,k}[E_{n,k}(s)+V(t)]e^{-\frac{i}{\hbar}E_{n,k}(s)t}C_{n,k}(t)|\Psi_{n,k}\rangle, \quad (5)$$

将(5)式两端乘以$\langle\Psi_{m,k}|$，并利用关系式$\langle\Psi_{m,k}|\Psi_{n,k}\rangle=\delta_{m,k;n,k}$，则由(5)式得到

$$\dot{C}_{m,k}(t)=-\frac{i}{\hbar}\sum_{n,k}V_{m,k;n,k}(t)e^{\frac{i}{\hbar}[E_{m,k}(s)-E_{n,k}(s)]t}C_{n,k}(t), \quad (6)$$

式中 $V_{m,k;n,k}(t)=\langle\Psi_{m,k}|V(t)|\Psi_{n,k}\rangle, \quad (7)$

(6)式的解可以表示为级数的形式，作为近似可以取该级数的前两项，得到

$$C_{m,k}(t)=C_{m,k}(t_0)-\frac{i}{\hbar}\sum_{n,k}\int_{t_0}^{t}V_{m,k;n,k}(t')e^{\frac{i}{\hbar}[E_{m,k}(s)-E_{n,k}(s)]t'}C_{n,k}(t')dt', \quad (8)$$

假定在$t=t_0$时刻，系统处于确定的态$|\Psi_i(t_0)\rangle$(用i标记初态)，因此$C_{n,k}(t_0)=\delta_{n,k;i,k}$。

于时刻t，找到系统处于末态$|\Psi_f(t)\rangle\neq|\Psi_i(t)\rangle$的几率为

$$C_{f,k}(t)=-\frac{i}{\hbar}\int_{t_0}^{t}V_{f,k;i,k}(t')e^{i\omega_{f,k;i,k}(s)t'}dt' \quad (9)$$

式中 $V_{f,k;i,k}(t)=\langle\Psi_{f,k}|V(t)|\Psi_{i,k}\rangle, \quad (10)$

$$\omega_{f,k;i,k}(s)=\frac{E_{n_f,k}(s)-E_{n_i,k}(s)}{\hbar} \quad (11)$$

式中 $E_{n_f,k}(s)=2(n_f+k)\hbar\omega\mathrm{ch}4\pi s, \quad (12)$

$E_{n_i,k}(s)=2(n_i+k)\hbar\omega\mathrm{ch}4\pi s \quad (13)$

式中 $\omega_{f,k;i,k}(s)$为在量子微扰$V(t)$的作用下，超微粒子一维量子振动系统的能级，由初态跃迁到末态的跃迁频率；$E_{n_f,k}(s)$超微粒子的一维量子振动系统处于末态的能级；$E_{n_i,k}(s)$为超微粒子的一维量子振动系统处于初态的能级；ω为超微粒子的一维量子振动系统的固有振荡频率。且$n_i=0,1,2,\cdots;n_f=0,1,2,\cdots;s=0,1,2,\cdots;k=\frac{1}{4}$,

假设t_0到t这段时间，微扰$V(t)$作用在超微粒子的一维量子振动系统上。假设$V(t)$可以表示为

$$V(t)=-fx(t), \quad (14)$$

根据文献[1]的工作，可以用V(s)代替V(t)

$$V(s)=-fxe^{-2\pi s}, \quad (15)$$

式中 $s=0,1,2,\cdots;f$为小量。

将(15)式代入(10)式，由(9)式得到

$$C_{f,k}(t)=-\frac{i}{\hbar}V_{f,k;i,k}(s)\int_{t_0}^{t}e^{i\omega_{f,k;i,k}(s)t'}dt', \quad (16)$$

式中 $V_{f,k;i,k}(s)=\langle\Psi_{f,k}|V(s)|\Psi_{i,k}\rangle, \quad (17)$

由(16)式很容易得到

$$C_{f,k}(t)=-\frac{i}{\hbar}V_{f,k;i,k}(s)\left[\frac{e^{i\omega_{f,k;i,k}(s)t}-e^{i\omega_{f,k;i,k}(s)t_0}}{i\omega_{f,k;i,k}(s)}\right], \quad (18)$$

式中 $V_{f,k;i,k}(s)=-\langle\Psi_{f,k}|fxe^{-2\pi s}|\Psi_{i,k}\rangle, \quad (19)$

由(18)式得到，于时间t找到超微粒子的一维量子振动系统处于末态的几率

$$|C_{f,k}(t)|^2=\frac{|V_{f,k;i,k}(s)|^2|1-e^{i\omega_{f,k;i,k}(s)T}|^2}{\hbar^2\omega_{f,k;i,k}^2(s)} \quad (20)$$

式中 $T=t-t_0$,

或 $$|C_{f,k}(t)|^2=\frac{4|V_{f,k;i,k}(s)|^2\sin^2\frac{1}{2}\omega_{f,k;i,k}(s)T}{\hbar^2\omega_{f,k;i,k}^2(s)} \quad (21)$$

研究函数$\sin^2\dfrac{\frac{1}{2}\omega_{f,k;i,k}(s)T}{\omega_{f,k;i,k}^2(s)}$和delta函数的行为，由式(21)很容易得到

$$|C_{f,k}(t)|^2=\frac{2\pi}{\hbar}T|V_{f,k;i,k}(s)|^2\delta[E_{n_f,k}(s)-E_{n_i,k}(s)], \quad (22)$$

在量子微扰作用下，超微粒子的一维量子振动系统，在单位时间内由初态跃迁到末态的几率为

$$\frac{2\pi}{\hbar}|\langle\Psi_{f,k}|fxe^{-2\pi s}|\Psi_{i,k}\rangle|^2\delta[E_{n_f,k}(s)-E_{n_i,k}(s)], \quad (23)$$

2 结 论

本文根据文献[1]的理论，建立超微粒子一维量子振动系统的量子跃迁理论，得到在微扰作用下，超微粒子一维量子振动系统能态之间的跃迁几率。结果表明，跃迁几率与数s有关。本文为电磁辐射与物质相互作用量子论的建立奠定了理论基础。对于超微粒子更复杂的量子振动系统，将另文讨论。

参考文献：

[1] 姜迅东，胡荣泽.超微粒子的一维振动的量子化处理[J].中国粉体技术，2002,8(2):8-12.

[2] 狄拉克.量子力学原理[M].北京：科学出版社，1979.233.