

超新星爆发发射的 γ 射线的能量*

戴开美 钱幼能

(南京大学物理系)

摘 要

本文用两箱模型导出了大气中的 ^{14}C 浓度与 ^{14}C 的产率、碳元素在大气和海洋中的贮存量及居留时间等量之间的关系,并进而给出根据树年轮 ^{14}C 数据计算超新星爆发后大气中增加的 ^{14}C 核子数 $\Delta X_1^{(0)}$ 和估算超新星爆发发出的 γ 射线能量 E_γ 的公式。

一、引 言

超新星爆发时产生从无线电波到高能 γ 射线的电磁辐射。超新星及其爆发产物是宇宙射线的主要来源之一。太阳系的形成、演化和地球上恐龙的灭迹等都可能与超新星爆发有关。所以,对超新星爆发的研究已引起了人们广泛的兴趣。

银河系内被人们观测到并有记录确定为超新星的只有七个,它们就是 A. D. 185、393、1006、1054、1181、1572 和 1604 爆发的超新星。A. D. 1700 爆发的仙后座 A 超新星至今还未找到观测记录。这样,近两千年来平均每两百多年才观测记录到一次银河系内的超新星爆发。历史上的观测记录只限于超新星爆发的光变。由于超新星爆发的时间尚无法预测,所以虽然现在已具备一些观测手段,但对超新星爆发瞬间出现的各种现象的观测仍是十分困难的。

二、计 算 公 式

超新星爆发时发出的辐射总能量是研究超新星爆发的基本量之一。从实测的光变曲线可以估算出辐射的能量,但它不包括 γ 射线的能量。下面,我们根据树木年轮 ^{14}C 含量来估算超新星爆发发射的 γ 射线的总能量。

超新星爆发发射的 γ 射线进入高层大气时与大气中的 ^{14}N 和 ^{16}O 分别通过核反应 $^{14}\text{N}(\gamma, n)^{13}\text{N}$ 和 $^{16}\text{O}(\gamma, n)^{15}\text{O}$ 产生光生中子,反应的阈能分别为 10.6 MeV 和 15.6 MeV。在 γ 光子的能量为 20 MeV 时,两种核反应的截面分别达到极大值 15 mb 和 10 mb。进入大气的 γ 射线除部分直接通过光核反应产生中子外,还有很大部分产生电子对,再通过光电-韧致簇射过程产生的粒子与大气相互作用产生中子。由于大气中有足够多的 ^{14}N (大气中氮占 4/5,氮元素中 ^{14}N 的丰度为 99.62%),所以光生中子和簇射粒子产生的中

本文于1987年8月27日收到。

* 国家自然科学基金资助项目。

子基本上都能与 ^{14}N 作用,由 $^{14}\text{N}(n, p) ^{14}\text{C}$ 核反应产生 ^{14}C . 入射到大气顶部的 γ 射线 ($> 10\text{MeV}$), 每尔格能量产生的 ^{14}C 核子数基本上等于 10^3 这一常数^[1]. ^{14}C 产生后立即与氧化合成 $^{14}\text{CO}_2$ 分子, 它与大气中原有的非放射性的 CO_2 分子一起参加自然界中碳的交换循环运动.

大气中的 ^{14}C 浓度不仅与 ^{14}C 的产率有关, 而且与碳在各交换贮存库内的贮存量和居留时间有关. 下面的讨论只考虑大气和海洋两个主要的碳的交换贮存库这种最简单的情形(两箱模型). 如果分别以 A_1 、 A_2 和 X_1 、 X_2 表示大气、海洋中每平方厘米“箱底”面积所对应的 ^{14}C 和 ^{14}C 核子数, R_1 、 R_2 表示大气、海洋中 ^{14}C 的浓度, 以 Q 表示大气中 ^{14}C 的产率, 以 λ 表示 ^{14}C 的衰变常数, λ_1 和 λ_2 分别表示碳从大气到海洋和从海洋到大气的迁移常数, 则

$$X_1 = A_1 R_1, \quad X_2 = A_2 R_2, \quad (1)$$

X_1 、 X_2 的变化满足两箱模型的基本方程:

$$\frac{dX_1}{dt} = Q - (\lambda + \lambda_1)X_1 + \lambda_2 X_2, \quad (2)$$

$$\frac{dX_2}{dt} = \lambda_1 X_1 - (\lambda + \lambda_2)X_2. \quad (3)$$

λ 和 λ_1 、 λ_2 的倒数分别定义为 ^{14}C 的平均寿命 τ (8267 年) 和碳在大气、海洋中的平均居留时间 T_1 、 T_2 . 如果以 W 表示每平方厘米“箱底”面积所对应的 ^{14}C 核子的总数, 即

$$W = X_1 + X_2, \quad (4)$$

那么

$$\frac{dW}{dt} = \frac{dX_1}{dt} + \frac{dX_2}{dt}. \quad (5)$$

将方程(2)、(3)代入(5)式, 并考虑(4)式, 有

$$\frac{dW}{dt} = Q - \lambda W, \quad (6)$$

它的解为

$$W = e^{-\lambda t} \int_{-\infty}^t Q(t') e^{\lambda t'} dt'. \quad (7)$$

为方便起见, 定义

$$\lambda^* = \lambda + \lambda_1 + \lambda_2, \quad (8)$$

方程(2)可写为

$$\frac{dX_1}{dt} = Q + \lambda_2 W - \lambda^* X_1, \quad (9)$$

其解为

$$X_1 = e^{-\lambda^* t} \int_{-\infty}^t (Q + \lambda_2 W) e^{\lambda^* t'} dt'.$$

根据(7)式, 被积函数中的 W 可用

$$W(t') = e^{-\lambda t'} \int_{-\infty}^{t'} Q(t'') e^{\lambda t''} dt''$$

代入, 然后交换对 t'' 与 t' 积分的次序 (对 t' 积分的积分限相应地改为 $t'' \rightarrow t$, 对 t'' 积分的积分限改为 $-\infty \rightarrow t$), 可求得

$$X_1 = \frac{1}{\nu + 1} e^{-\lambda t} \int_{-\infty}^t Q e^{\lambda t'} dt' + \frac{\nu}{\nu + 1} e^{-\lambda^* t} \int_{-\infty}^t Q e^{\lambda^* t'} dt'. \quad (10)$$

这里

$$\nu = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{A_2}{A_1}, \quad (11)$$

$\lambda_1 A_1 = \lambda_2 A_2$ 是由于大气、海洋中的 ^{12}C 是平衡的。

Q 、 R_1 和 X_1 可分别写成

$$Q(t) = Q_0 + \Delta Q(t), \quad (12)$$

$$R_1(t) = R_{10} + \Delta R_1(t), \quad (13)$$

$$X_1(t) = X_{10} + \Delta X_1(t). \quad (14)$$

各第一项为正常年份的平均值, 第二项为由于超新星爆发所引起的增量。在 (10) 式中令 $Q(t) = Q_0$ 即可求得

$$X_{10} = \frac{1}{\nu + 1} Q_0 (\tau + \nu T^*). \quad (15)$$

这里的 $\tau = 1/\lambda$, $T^* = 1/\lambda^*$ 为“特征时间”。而

$$R_{10} = \frac{X_{10}}{A_1} = \frac{Q_0}{(\nu + 1)A_1} (\tau + \nu T^*). \quad (16)$$

在 (10) 式中令 $Q(t) = \Delta Q(t)$ 即可求得 $\Delta X_1(t)$, 再除以 A_1 即得

$$\Delta R_1(t) = \frac{1}{(\nu + 1)A_1} \int_{-\infty}^t \Delta Q(t') [e^{-\lambda(t-t')} + \nu e^{-\lambda^*(t-t')}] dt'. \quad (17)$$

取超新星爆发的当年 $t = 0$ 。如果超新星爆发使大气中每平方厘米“箱底”面积增加 $\Delta X_1^{(0)}$ 个 ^{14}C 核子, 则可取

$$\Delta Q(t) = \Delta X_1^{(0)} \delta(t). \quad (18)$$

对于 $t > 0$, 由 (17) 式可得

$$\Delta R_1(t) = \frac{\Delta X_1^{(0)}}{(\nu + 1)A_1} (e^{-\lambda t} + \nu e^{-\lambda^* t}). \quad (19)$$

除以 (16) 式, 可得

$$\frac{\Delta R_1(t)}{R_{10}} = \frac{\Delta X_1^{(0)}}{Q_0} \cdot \frac{e^{-\lambda t} + \nu e^{-\lambda^* t}}{\tau + \nu T^*}. \quad (20)$$

由于 $\lambda = 1/8267$ 年, 考虑实际问题时 t 最多只有几十年, 一般只有几年, $e^{-\lambda t} \simeq 1$, 所以

$$\frac{\Delta R_1(t)}{R_{10}} = \frac{\Delta X_1^{(0)}}{Q_0} \cdot \frac{1 + \nu e^{-t/T^*}}{\tau + \nu T^*}. \quad (21)$$

这就是我们所要求的超新星爆发以后大气中的 ^{14}C 浓度与超新星爆发使大气中增加的 ^{14}C 核子数 $\Delta X_1^{(0)}$ (每平方厘米)、 ^{14}C 产率 Q_0 、碳元素在海洋、大气中的平均居留时间比 $\nu (= \lambda_1/\lambda_2 = T_2/T_1 = A_2/A_1)$ 以及“特征时间” $T^* (1/T^* = 1/\tau + 1/T_1 + 1/T_2)$ 之间的关系。

从 (21) 式可清楚看到, $\Delta R_1(t)/R_{10}$ 应随 t 单调减小。但实际测得的数值往往在数

年内还会有一定的增加。我们在研究核弹爆炸引起的大气中 ^{14}C 浓度变化的工作中也注意到了这一情况。这主要是由于两箱模型过于简单了。实际上,核爆炸或超新星爆发在大气中产生的过量的 ^{14}C 并不在当年全部进入对流层,而要在平流层滞留一段时间^[2]。为考虑这一因素,我们可在两箱模型的基础上,对 ^{14}C 产率做如下修正:

$$\Delta Q(t) = \Delta X_1^{(0)}\delta(t) + \Delta X_1^{(1)}\delta(t-1) + \Delta X_1^{(2)}\delta(t-2) + \Delta X_1^{(3)}\delta(t-3). \quad (22)$$

这时(21)式应改为

$$\begin{aligned} \frac{\Delta R_1(t)}{R_{10}} &= \frac{1}{Q_0(\tau + \nu T^*)} \left[\Delta X_1^{(0)}(1 + \nu e^{-t/T^*}) \right], \quad (t=1) \\ &= \frac{1}{Q_0(\tau + \nu T^*)} \left[\Delta X_1^{(0)}(1 + \nu e^{-t/T^*}) \right. \\ &\quad \left. + \Delta X_1^{(1)}(1 + \nu e^{-(t-1)/T^*}) \right], \quad (t=2) \\ &= \frac{1}{Q_0(\tau + \nu T^*)} \left[\Delta X_1^{(0)}(1 + \nu e^{-t/T^*}) \right. \\ &\quad \left. + \Delta X_1^{(1)}(1 + \nu e^{-(t-1)/T^*}) + \Delta X_1^{(2)}(1 + \nu e^{-(t-2)/T^*}) \right], \quad (t=3) \\ &= \frac{1}{Q_0(\tau + \nu T^*)} \left[[\Delta X_1^{(0)}(1 + \nu e^{-t/T^*}) \right. \\ &\quad \left. + \Delta X_1^{(1)}(1 + \nu e^{-(t-1)/T^*}) + \Delta X_1^{(2)}(1 + \nu e^{-(t-2)/T^*}) \right. \\ &\quad \left. + \Delta X_1^{(3)}(1 + \nu e^{-(t-3)/T^*}) \right], \quad (t \geq 4). \quad (23) \end{aligned}$$

树木通过光合作用吸收大气中的 CO_2 , 树年轮 ^{14}C 含量的变化反映了大气中 ^{14}C 浓度的变化^[3]。如果测出了树年轮的 ^{14}C 含量 $\Delta^{14}\text{C}(t)$ ^[3], $\Delta R_1(t)/R_{10}$ 用 $\Delta^{14}\text{C}(t) - \Delta^{14}\text{C}(0)$ 代入,就可利用(21)式求出 $\Delta X_1^{(0)}$,或利用(23)式求出 $\Delta X_1^{(0)}$ 及 $\Delta X_1^{(1)}$ 、 $\Delta X_1^{(2)}$ 、 $\Delta X_1^{(3)}$ 。 $\Delta X_1^{(0)}$ (或与三修正量之和)就是由于超新星爆发使每平方厘米“箱底”大气中增加的 ^{14}C 核子数。这些 ^{14}C 核子是 $\Delta X_1^{(0)}/1000$ 尔格的 γ 射线所产生的。假如超新星离开地球的距离为 s , 超新星爆发发出的 γ 射线的总能量就可用下式估算:

$$E_\gamma = \frac{16\pi s^2}{1000} \Delta X_1^{(0)}. \quad (24)$$

三、计算公式的应用和讨论

取 $Q_0 = 7.0 \times 10^7$ 个/厘米²·年^[1], $T^* \simeq 20$ 年^[4], $\nu = 55$ ^[5], $\Delta R_1(t)/R_{10}$ 用目前国内外一些 ^{14}C 测量仪器可以达到的精度 3‰ 代入,则按(21)和(24)式,对 A. D. 1054 以

表 1 可测出树年轮 $\Delta^{14}\text{C}$ 3‰ 变化时的 $E_{\gamma\text{min}}$

超 新 星	年 份 (A. D.)	s (kpc)	$E_{\gamma\text{min}}$ (ergs)
金 牛 座 (Crab Nebula)	1054	1.1-1.7	$2.1 \times 10^{49} - 5.0 \times 10^{49}$
仙 后 座 (Tycho Brahe's)	1572	0.36-3.3	$2.2 \times 10^{48} - 1.9 \times 10^{50}$
蛇 夫 座 (Kepler's)	1604	1-9.9	$1.8 \times 10^{49} - 1.6 \times 10^{51}$
仙 后 座 A (Cassiopeia A)	1700	3.4	2.05×10^{50}

后的四次超新星爆发可分别求得 E_γ 的极小值, 把它记为 $E_{\gamma\min}$ (表 1)。当 γ 射线总能量超过 $E_{\gamma\min}$ 时, 我们就可在树木年轮中精确地测到它的影响, 并通过树年轮 ^{14}C 数据估算 E_γ 的数值。目前有人估计 E_γ 为 10^{48} — 10^{50} 尔格。这样我们有可能通过树年轮 ^{14}C 分析得到 E_γ 的比较精确的数值。

目前已经发表的可用于估算 E_γ 的树轮 ^{14}C 数据还很少。表 2 是 Kocharov 等^[6]测得的 A. D. 1572 前后的树轮 ^{14}C 数据。各参数取上述数值, 根据这组数据, 用 (21) 式可

表 2 树年轮 ^{14}C 数据 (据 Kocharov)

年 份 (A. D.)	$\Delta^{14}\text{C}$ (%)	年 份 (A. D.)	$\Delta^{14}\text{C}$ (%)	年 份 (A. D.)	$\Delta^{14}\text{C}$ (%)	年 份 (A. D.)	$\Delta^{14}\text{C}$ (%)
1564	1.87	1569	2.29	1574	2.46	1579	1.83
1565	1.71	1570	2.15	1575	2.48	1580	2.26
1566	1.76	1571	2.33	1576	2.52	1581	0.96
1567	3.13	1572	2.2	1577	2.2	1583	1.68
1568	2.36	1573	2.47	1578	2.13		

求得对应于 $t = 1, 2, 3$ 和 4 的 $\Delta X_i^{(0)}$ 分别为 3.32×10^7 、 3.36×10^7 、 3.81×10^7 和 4.55×10^7 个/厘米², 取平均后 $\Delta X_i^{(0)} = 3.76 \times 10^7$ 个/厘米²。用 (24) 式估算 A. D. 1572 仙后座超新星爆发发出的 γ 射线总能量 $E_\gamma = 2.3 \times 10^{48}$ — 1.9×10^{50} 尔格。用 (23) 式, 可算得仙后座超新星爆发使当年和以后三年每平方米“箱底”大气中增加的 ^{14}C 核子数分别为 3.32×10^7 和 0.03×10^7 、 0.41×10^7 、 0.65×10^7 个/厘米², 即考虑产率修正后 $\Delta X_i^{(0)} = 4.41 \times 10^7$ 个/厘米², 比不考虑修正时算得的多 17%。这时用 (24) 式估算的 $E_\gamma = 2.7 \times 10^{48}$ — 2.3×10^{50} 尔格。

Stuiver 等^[7,8]最近发表了树轮 ^{14}C 含量高精度测量 ($\sim 2\%$) 数据 (表 3)。这些数据是用 10—20 个年轮合成一个样品测得的, 用于 ^{14}C 年龄校正, 不能用于估算 E_γ 。但用这些数据求得的 A. D. 1572 前后 60 年 (或 30 年) $\Delta^{14}\text{C}$ 平均值和 Kocharov 等的数据 (表 2) 的年平均值 (2.15%) 比较, 可看到后者比前者高出 1.6% 左右。Kocharov 等的数据是七十年代初测得的, 如有可能, 最好能用目前的高精度测量设备复测校验一下。

表 3 树年轮 ^{14}C 数据 (10~20 年轮为一样品, 年份对应于中间的年轮)

数据来源	年份 (A. D.)	$\Delta^{14}\text{C}$ (%)	$\Delta^{14}\text{C}$ 平均值 (%)
Stuiver & Pearson	1550 1570 1590	10.3 ± 0.5 5.6 ± 0.6 2.4 ± 0.5	6.1
Stuiver & Becker	1564.5 1574.5 1584.5	6.6 ± 0.8 5.3 ± 0.8 3.5 ± 0.8	5.1

参 考 文 献

- [1] Lingenfelter, R. E. & R. Ramaty, Proc. 12th Nobel Symp., p. 513, 1970.
- [2] Dai, K. M. & C. Y. Fan, Radiocarbon, Vol. 28, p. 300, 1986.
- [3] 范章云与戴开美, 物理学进展, 第 4 卷, 第 413 页, 1984.

- [4] Houtermans, J., *Zeit. für Physik*, Vol. 193, p. 1, 1966.
- [5] Broecker, W. S., T. H. Peng and R. Engh, *Radiocarbon*, Vol. 22, p. 565, 1980.
- [6] Кочаров Г. Е., Дергачёв В. А., Семенов А. А., Румянцев С. А., Романова Е. Н., Маланова Н. С., Свеженцев Ю. С. В кн.: Тр. У Всесоюз. совещ. по проблеме "Астрофизические явления и радиоуглерод". -Тбилиси: ТГУ, 1974, с. 47.
- [7] Stuiver, M. & G. W. Pearson, *Radiocarbon*, Vol. 28, p. 805, 1986.
- [8] Stuiver, M. & B. Becker, *Radiocarbon*, Vol. 28, p. 863, 1986.

The Gamma-ray Energy Output from Supernova Explosion

Dai Kai-mei Qian You-neng

(Dept. of Physics, Nanjing University)

Abstract

Using a two box model, the dependence of ^{14}C concentration in the atmosphere on the ^{14}C production rate, the inventories and residence time of carbon in the atmosphere and ocean are deduced. Then a formula for calculating the increment of ^{14}C nucleon number in atmosphere after a supernova explosion according to tree ring ^{14}C data and a formula for estimating the gamma ray energy output emitted from the explosion are successively given.