

文章编号: 1000-0690(2002)05-0581-06

效用最大化、logit 变换和城市地理学的数量分析模型

陈彦光¹; 刘继生², 房艳刚²

(1. 北京大学城市与环境学系, 北京 100871; 2. 东北师范大学地理系, 吉林 长春 130024)

摘要:城市地理学的主要数学模型, 包括城市化进程的 logistic 模型, 城市位序-规模分布的幂指数模型以及城市人口密度衰减的负指数模型, 都可以从两个简单的科学假设出发推导出来。文章证明, 上述假设在理论上可以归结为效用最大化原理, 其本质与信息熵最大化有着深刻的内在关系。城市地理学的主要模型作为标度定律都可以借助 logit 变换进行简化处理, 从而为理论模型的实际应用以及城市演化动力学的模拟实验分析打开了方便之门。

关键词:效用最大化; 最大熵原理; logit 模型; 分形; 空间复杂性; 地理计算

中图分类号: 290 **文献标识码:** A

在城市地理学研究中, 有一种非常常用的数学模型——logit 模型^①, 该模型在城市地理系统的非线性分析和结构性模拟中扮演着重要角色^[1~3]。实际上, logit 模型可以从两个简单的基本假设中推导出来, 而城市地理学中的主要分析模型大都可以转换为 logit 形式, 这意味着城市地理学中的主要定量分析模型也都可以从两个基本假设中推导出来, 从而我们通过研究这两个基本假设就能解释城市地理系统的某些重要规律。本文首先给出这两个基本假设, 然后从它们出发分别导出城乡人口异速生长模型^[4]、城市化水平的 logistic 模型^[5,6]、城市化水平与经济发展水平的关系模型^[7]、城市位序-规模分布模型^[8,9]、城市人口的密度衰减模型^[10], 如此等等。最后通过假设分析揭示城市地理系统演化的效用最大化原理。

1 基本假设

Logit 模型基于两个基本假设: ①作出某项选择(或决策)的效用(utility)与有关的时空变量(x)成比例, 即有

$$u(x) = a + bx \quad (1)$$

式中, u 表示效用, x 为某种时空变量(如时间、空

间、等级、品类, 等等), a 、 b 为常(系)数, 有时 a 反映由选择主体的个人偏好引起的随机误差。②该效用引起的反应量与效用成指数关系, 即有

$$Q = e^u = e^{a+bx} = Ce^{bx} \quad (2)$$

式中, Q 为反应量, 显然系数 $C = e^a$ 。假定有 N 种可能的选择, 每种选择与 M 个时空变量有关, 那么, 反应量又会如何分布呢? 我们将借助城市地理学中的基本模型予以说明, 然后总结其根本规律。

2 城市地理系统的分析模型与 logit 变换

2.1 城市化模型与 logit 变换

首先从上述基本假设出发, 导出城、乡人口异速生长模型。在一个国家, 每个人都有两种可能的选择, 要么作城市人口, 要么作乡村人口。根据第一个假设, 作城市或作乡村人口的效用都与时间成正比, 根据式(1), 我们有城市人口对时间的效用函数

$$u_1(x) = a_1 + b_1x \quad (3)$$

相应的, 作乡村人口的效用函数为

$$u_2(x) = a_2 + b_2x \quad (4)$$

收稿日期: 2002-03-10; 修订日期: 2002-04-27

基金项目: 国家自然科学基金资助项目的部分内容(项目编号: 40071035)。

作者简介: 陈彦光(1965-), 男, 博士研究生, 主要从事地理分形和地理系统的空间复杂性研究。

① 在一般的英汉科技词典或国内的数学词典中, logit 被译为“分对数”, 相应的数学模型被称为“分对数单位模型(logit model)”。实际上, logit 的英文含义是 logistic probability unit, 即逻辑斯蒂概率单位模型, 取 logistic 字头(log), unit 的字尾(it), 合成了 logit 一词。

式中, x 表示时间(年份)。根据第二个假设, 城、乡效用引起的反应人群数量与效用满足指数关系, 即有

$$U = e^{u_1(x)} = e^{a_1 + b_1 x} = U_0 e^{b_1 x} \quad (5)$$

这里的反应量 U 实则为第 x 年份的城市人口数量; 同理, 乡村人口数量可以表作

$$R = e^{u_2(x)} = e^{a_2 + b_2 x} = R_0 e^{b_2 x} \quad (6)$$

式中, R 表示第 x 年份乡村人口的数量。由式(6)可得 $x = (1/b_2) \ln(R/R_0)$, 代入式(5)得到

$$U = \eta R^\alpha \quad (7)$$

这便是城乡人口异速生长模型^[4], 式中 $\eta = U_0/R_0^\alpha$ 为比例系数, $\alpha = b_1/b_2$ 为标度因子。另一方面, 区域人口可以表作 $P_w = U + R$, 于是城市人口的比重即城市化水平(level of urbanization)可以表为

$$L = \frac{U}{P_w} = \frac{U}{U + R} \quad (8)$$

将式(5)和式(6)代入上式, 并依习惯将 x 表作 t , 易得

$$L = \frac{e^{u_1(x)}}{e^{u_1(x)} + e^{u_2(x)}} = \frac{1}{1 + ke^{-\omega t}} \quad (9)$$

显然这正是联合国(UN)常常用到的城市化水平(比重)logistic增长模型^[6], 这里 $k = \exp(a_2 - a_1)$, $\omega = b_1 - b_2$ 。视城市人口为一种“事件”, 乡村人口为另一种“事件”, 总人口为“事件”的全集, 则在数量上, 城市人口的比重即城市人口发生的“概率”, 式(9)便是城市人口的logistic概率单位即logit, 相应地有乡村人口的logit, 参照上面的步骤, 有关公式不难导出。定义城市人口-乡村人口的比率即城乡人口比为

$$X = \frac{U}{R} = \frac{e^{a_1 + b_1 x}}{e^{a_2 + b_2 x}} = \frac{1}{k} e^{\omega t} \quad (10)$$

这里 X 实则为发生比(odds)。上式两边取对数可得 Karmeshu 的城乡人口替代模型^[5]

$$\ln X = at - \ln k = \omega t + (a_1 - a_2) \quad (11)$$

在式(8)的分子、分母中同除以 R , 然后将式(10)代入化为 $L = X/(X + 1)$, 于是

$$X = \frac{L}{1 - L} \quad (12)$$

两边取对数化为

$$\ln\left(\frac{L}{1 - L}\right) = \ln X = \omega t - k \quad (13)$$

上式便是城市化水平与城乡人口比的logit变换

式, 一般表示为

$$\text{logit} L = \ln X = \ln\left(\frac{L}{1 - L}\right) \quad (14)$$

城市化水平与城乡人口比之间的logit变换是最简单的logit变换, 相应的模型为基于单变量的“二元”式logit模型(binary logit model, BLM), 这时时空变量为一个, 可供选择的方案有且只有两种。基于二元选择的logistic模型貌似简单, 但却具有非常复杂的行为, 蕴涵非常深刻的道理, R. May 的著名的混沌动力学模型便是在这种形式中发现的。当今许多重要的科学发现都是从看来非常简单的研究对象中得到的, 可见一项成果的价值并非与研究变量的多寡成正比例。

2.2 位序-规模分布模型与logit变换

当一个人选定了作城市人以后, 他(她)的下一个选择便是作大城市人、中等城市人还是小城市人。根据这种思想, 可以将城市自上而下分为 M 个等级, 然后考察人们选择第 m 级城市的概率($m = 1, 2, \dots, M$)。根据第一个假设, 我们有

$$u_1(m) = a_1 - b_1 m \quad (15)$$

式中, $u_1(m)$ 为人们选择第 m 级城市的效用, $b_1 > 0$ (b_1 前用负号表征等级序号越大, 效用越小)。考虑到大众的选择人同此心、心同此理, 根据第二个假设, 该效用引起的反应人群即为

$$P_m = e^{u_1(m)} = P_0 e^{-b_1 m} = P_1 r_p^{1-m} \quad (16)$$

这里, P_m 实则为第 m 级城市的平均人口, 系数 $P_0 = \exp(a_1)$, $P_1 = P_0/\exp(b_1)$, 参数 $r_p = \exp(b_1)$ 为城市规模比^[9]。另一方面, 对于城市体系而言, 则有

$$u_2(m) = a_2 + b_2 m \quad (17)$$

式中 $u_2(m)$ 为城市“选择”第 m 级别的效用, $b_2 > 0$ (b_2 前用正号表明序号越高, 效用越大)。于是该效用引起的城市反应数为

$$f_m = e^{u_2(m)} = f_0 e^{b_2 m} = f_1 r_f^{m-1} \quad (18)$$

这里 $f_0 = \exp(a_2)$, $f_1 = f_0 \exp(b_2)$, 参数 $r_f = \exp(b_2)$ 为城市数目比^[9]。式(16)、(18)乃是广义Beckmann-Davis模型^[11], 从此易于导出三参数Zipf模型^[9, 11]

$$P(r) = C(r - \alpha)^{-dz} \quad (19)$$

式中, r 为自大而小的城市位序, $P(r)$ 为第 r 位城市的人口, 参数 $C = P_1[r_f/(r_f - 1)]^{-dz}$, $\alpha = 1/(1 - r_f)$, $dz = \ln r_p / \ln r_f$ 。当样本较大时, 由于微调参数很小, 式(19)可近似表为通常的二参数Zipf模型

$P(r) = P_1 r^{-q}$; 又因 r_f 和 r_p 有趋近于等值之势, 从而 $dz \rightarrow 1$, 这样可得标准的一参数 Zipf 模型 $P(r) = P_1/r$ 。

由式(16)可得第 m 级城市平均人口的概率

$$p_1(m) = \frac{e^{u_1(m)}}{\sum_m e^{u_1(m)}} = \frac{1}{1 + \sum_{n \neq m} e^{u_1(n)}}, \quad (n = 1, 2, \dots, M) \quad (20)$$

相应地发生比为

$$Q_1(m) = \frac{p_1(m)}{1 - p_1(m)} = 1 / \sum_{n \neq m} e^{u_1(n)} \quad (n \neq m) \quad (21)$$

于是得 logit 变换

$$\begin{aligned} \text{logit } P_1(m) &= \ln O_1(m) \\ &= \ln \left(\frac{p_1(m)}{1 - p_1(m)} \right) = - \ln \sum_{n \neq m} e^{u_1(n)} \end{aligned} \quad (22)$$

完全类似, 由式(18)可得第 m 级城市数目的概率 $p_2(m)$ 、发生比 $O_2(m)$ 以及 logit 变换 $\text{logit } p_2(m) = \ln O_2(m) = \ln \{ p_2(m) / [1 - p_2(m)] \} = - \ln \sum \exp u_2(m)$ 。这里选择主体(人或城市)为多个乃至无穷, 可供选择的方案(城市等级)理论上也是无穷之多(现实中则为有限), 但此时的时空变量有且只有一个——等级, 故可谓之为多元选择的 logit 模型。

2.3 城市人口密度模型和 logit 变换

当一个人选择作为城市人口并且业已选定某个等级的城市以后, 他(她)便要对城市区位进行选择。最简单的情况下, 区位可用到城市中心商务区(CBD)的距离来表征; 中国的城市虽然一般不存在 CBD, 但总可以找到作为城市中心的标志。为了讨论方便, 不妨以城市中心为圆心, 将城市划分为 N 个环带, 每个环带代表一个选择方案。根据前面的第一个假设, 选择第 i 个方案(环带)的效用函数可以表作

$$u_i = a - br_i \quad (23)$$

式中, r_i 为第 i 个环带到市中心的距离, 对于离散化的距离可以表作 $r_i = i - 1$ ($i = 1, 2, \dots, N$), 参数 $b > 0$, b 前用负号表明距离城市中心越远, 效用越小。由于大众的选择大多受共同的心理法则支配, 根据第二个假设, 应有

$$\rho_i = e^{u_i} = e^{a - br_i} = Ce^{br_i} \quad (24)$$

如果 $r_{i+1} - r_i$ 足够小, 或者说环带划分得足够狭

窄, 则 ρ_i 便是第 i 个环带的城市人口密度, 亦即距市中心 r_i 处的人口分布密度, 令 $C = \rho_0$, 省略下标 i , 则上式可以写作

$$\rho(r) = \rho_0 e^{-br} \quad (25)$$

容易看出, 这正是 Clark 的城市人口密度分布的空间衰减模型^[10]。根据式(24), 一个城市的总人口可以表作 $P_0 = \sum \rho_i = \sum \exp u_i$ ($i = 1, 2, \dots, N$), 于是第 i 个环带的人口比重即“概率”可以表作

$$\begin{aligned} P_i &= \rho_i / \sum_{i=1}^N \rho_i = e^{u_i} / \sum_{i=1}^N e^{u_i} \\ &= 1 / (1 + \sum_{j \neq i} e^{u_j}), \quad (j \neq i) \end{aligned} \quad (26)$$

式中, $i = 1, 2, \dots, j, \dots, N$, 而 $j = 1, 2, \dots, N$ (注意 i 可以等于 j , 但反之不然)。这便是城市人口空间分布的多元 logit 模型。假定某个环带被选择的概率是 P_i , 则不被选择的概率便是 $1 - P_i$, 于是事件发生比为

$$\begin{aligned} O_i &= \frac{P_i}{1 - P_i} = \frac{\rho_i / P_0}{1 - \rho_i / P_0} \\ &= \frac{1}{P_0 / \rho_i - 1} = 1 / \sum_{j \neq i} e^{u_j}, \quad (j \neq i) \end{aligned} \quad (27)$$

这样 logit 变换便是

$$\begin{aligned} \text{logit } P_i &= \ln O_i = \ln \left(\frac{P_i}{1 - P_i} \right) \\ &= - \ln \sum_{j \neq i} e^{u_j} \end{aligned} \quad (28)$$

更细致地, 可以将环带改为一个个的区位, 即点状地域单元, 上述表达式的基本形式不变, Muth 和 Mills 等人曾从城市住房效用最大化模型(utility-maximizing model)推导城市人口空间分布的负指数函数便是借助这种思想^[12, 13], 这样得到的 logit 模型称为多项式 logit 模型(multinomial logit model, MNL)。

3 效用与熵: 城市地理系统的动力源泉

3.1 效用最大化与标度定律

可以看出, 城市化、城市和城市体系的一些基本模型都可以从第 1 节的两个假设条件出发推导出来, 而且都可以归结为 logit 变换形式。因此有必要研究前述假设条件及其与 logit 变换的关系。首先探讨本文的假设条件以期揭示城市地理学的某些基本原理。第一个假设——效用与某个时空

变量成比例关系——易于理解,关键是第二个假设:为什么反应量与效用成指数关系?显然第二个假设不是真正的基本假设,还有更为基本的假设隐含其中。为此我们从效用分布的规律出发论证反应量与效用之间的指数关系。令反应量与效用之间的关系为

$$y = f(u) \propto f(x) \tag{29}$$

考虑到在一定时空条件下相应于 x 的反应量为常数(表作 M),故有

$$\sum_x f(u) \propto \sum_x f(x) = M \tag{30}$$

另一方面,反应量与时空变量的乘积之和也为一定(表作 N),从而

$$\sum_x xf(x) \propto \sum_x uf(u) = N \tag{31}$$

参照式(20)及式(26),概率函数可以表作 $P_i = f(x)/\sum f(x) = f(x)/M \propto f(u)/M$,由此得信息熵函数

$$H(x) = -\frac{f(x)}{M} \ln \frac{f(x)}{M} \tag{32}$$

在系统信息熵一定的情况下,若其总效用达到最大,则有

$$\max N = \sum_x uf(u) \propto \sum_x xf(x) \tag{33}$$

约束条件为式(30)和式(32)。为求极值解,构造 lagrange 函数如下

$$L(f) = \sum_x xf(x) + \lambda_1 [M - \sum_x f(x)] + \lambda_2 [H + \frac{f(x)}{M} \ln \frac{f(x)}{M}] \tag{34}$$

对上式求 $f(x)$ 的导数可得

$$\frac{\partial L(f)}{\partial f(x)} = x + \lambda_1 + \frac{\lambda_2}{M} (\ln \frac{f(x)}{M} + 1) \tag{35}$$

根据极值条件 $\partial L(f)/\partial f(x) = 0$ 易于得到

$$f(u) \propto f(x) = e^{a+bx} = e^{u(x)} \tag{36}$$

上式正是式(2)的表达形式,实则城市地理学中常用的标度定律,式中 $a = \ln M - \lambda_1/\lambda_2 - 1$, $b = M/\lambda_2$ 。显然,城市地理学中标度关系的理论基础乃是效用最大化。若以城市化水平为时空变量,以经济发展水平为反应量,由式(35)立即可得城市化水平与国民生产总值关系的周模型^[7]。城市地理学的许多基本模型亦可借助上述方法推导出来。

另一方面,城市地理学中的上述标度定律又可以借助熵最大化方法(entropy-maximising methods)推导出来^[14-17],我们自然要考虑效用最大化

和熵最大化的数理关系。国外学者认为效用最大化与熵最大化具有内在的一致性^[18],因为 Wilson 的空间相互作用模型来自熵最大化假设,且与效用最大化模型存在一定的关系^[3]。今天看来,严格的表述应该是城市地理系统的效用最大化与信息量最大化等价,而与熵最大化数理相关:若以式(32)为目标函数,以式(30)、(31)为约束条件,同样可以导出式(36),这意味着求效用的极值与求熵的极值乃是对偶问题,地理系统必然追求效用最大,否则人类不存在进化;效用最大则熵只能最小,从而信息量作为负熵流就会趋于最大。由此可以判断:城市地理学中的标度定律乃是系统通过自组织过程寻求优化的结果,譬如城市人口空间衰减的 Clark 模型便是人口优化分布的基本模式之一,而其它模型诸如 Sherratt 模型、Newling 模型之类乃是系统因为外界干扰对优化状态暂时偏离的一种表现,国外学者基于 Newling 模型建立的所谓城市人口空间分布的“火山口”模型、波状推进理论以及将 Clark、Newling、Sherratt 模式归结为青、壮、老年时段等等诸如此类的理论^[19]全都不足为训。

3.2 logit 变换与城市地理系统的模拟分析

logit 模型在城市地理研究中模拟分析的作用不言而喻,问题在于模拟实验的理论依据和应用范围。计算机模拟在复杂性研究中一直扮演着不可或缺的重要角色,在城市地理学的空间复杂性研究中自当不能例外。但是,复杂现象的计算机模拟也有被滥用之嫌——五花八门的逼真模拟所揭示的新概念相对贫乏,许多研究结论不过是用一个概念代替了另一个概念,究其原因可能在于大多模拟追求的乃是实验结果与模拟对象的“简并”性质,但忽略了支配系统发育理论基础^[20]。城市地理学的空间复杂性研究也难免这类通病,解决的办法当然是从系统的理论根据着手,惟其如此才能将形式逻辑与模拟实验有效地结合,模拟研究才不至于流于形式。

从前述论证可知,城市地理学中标度关系的理论基础在于熵的极化和效用最大化,式(32)中则隐含着 logit 变化关系。借助上述理论,可将城市地理系统的演化目标、动力机制、逻辑过程融为一体,从而真正揭示研究对象的数理本质和因果关系。logit 模型的最大优点在于:不论研究对象有多少变量,关系有多么复杂,总可以将其转换为二元选择关系,即“是”与“否”或 0 和 1,这在现代计算机

模拟研究中是极其重要的。实际上,如果能够精通 logit 变换,在理论研究和系统分析、发展预测中也大有用武之地。只要恰当地建立了 logit 模型及其变换,利用 SPSS 等统计软件很容易得到计算结果。效用最大化过程在某种意义上也是系统的最优优化过程,logit 变换在城市地理系统分析、预测和优化决策中有着广泛的应用前景,但有效应用的前提在于理论框架的发展和完善。

4 结 论

标度定律是城市地理学的基本定律,由于城市地理系统的标度不变性质^[1],撇开了标度定律,就无法构造城市地理学的有效模型。从前面论述可知,不论城市化过程、城市形态与结构抑或城市等级体系,其标度关系的理论基础均在于效用和熵的极化,正所谓“一雨所润而万木不同”。通过揭示城市地理系统标度关系的理论基础和实质我们至少得到如下教益:第一,城市演化过程是一种自优化过程,这种过程有时也会偏离优化的方向,为此需要人们能动地协调和管理,有效地管理的前提是深入的理论探讨;第二,城市地理系统貌似复杂但演化规则简单而且有限,标度关系是几种规则的基本形式;第三,城市地理系统复杂化的路径似乎是首先由线性关系沟通基于效用(或熵)极化的半对数(指数、对数)关系,然后由一对对称的指数关系匹配成双对数(幂指数)关系,从而形成标度不变的分形结构——分形发育的过程也就是系统的优化过程;第四,城市地理系统的复杂化过程在处理方法上可以借助 logit 变化予以简化,这不仅可以使得模拟分析事半功倍,而且可以友好地沟通空间复杂性的理论研究与应用过程。

参考文献:

[1] Batty M, Longley PA. Fractal Cities: A Geometry of Form and Function [M]. London: Academic Press, Harcourt Brace & Company, Publishers, 1994.

[2] Landis JD, Zhang M. Using GIS to improve urban activity and forecasting models: three examples. In: Fotheringham AS, Wegener M. Spatial models and GIS: New Potential and New Models [C]. London: Taylor & Francis, 2000, 63~ 81.

[3] Wilson AG. Complex Spatial Systems: The Modelling Foundations of Urban and Regional Analysis [M]. Singapore: Pearson

Education Asia Pte Ltd., 2000.

[4] Naroll RS, Bertalanffy L von. The principle of allometry in biology and social sciences [J]. General Systems Yearbook, 1956, 1: 76~ 89.

[5] Karmeshu. Demographic models of urbanization [J]. Environment and Planning B: Planning and Design, 1988, 15(1): 47~ 54.

[6] 周一星. 城市地理学 [M]. 北京: 商务印书馆, 1999.

[7] 周一星. 城市化水平与国民生产总值关系的规律性探讨 [J]. 人口与经济, 1982, (1): 28~ 33.

[8] Bella A L. A short discussion of alternative approaches to modeling complex self-organising systems. In: Bertuglia C S, Biarachi G, Mela A (Eds). The City and Its Sciences [C]. Heidelberg: Physica-Verlag, 1998, 145~ 172.

[9] 陈彦光, 刘继生. 城市系统的异速生长关系与位序-规模法则——对 Steindl 模型的修正与发展 [C]. 地理科学, 2001, 21(5): 412~ 416.

[10] Clark C. Urban population densities [J]. Journal of Royal Statistical Society, 1951, 114: 490~ 496.

[11] 刘继生, 陈彦光. Davis 规律与 Beckmann 模型的数理等价性——城市体系等级结构的宏观-微观对称性分析 [J]. 经济地理, 2001, 21(2): 231~ 234.

[12] Muth R. Cities and Housing: The Spatial Patterns of Urban Residential Land Use [M]. Chicago, IL: University of Chicago Press, 1969.

[13] Mills ES. Studies in the Structure of the Urban Economy [M]. Baltimore, MD: Johns Hopkins University Press, 1972.

[14] Curry, L. The random spatial economy: an exploration in settlement theory [J]. Annals of the Association of American Geographers, 1964, 54: 138~ 146.

[15] Bussiere R, Snickers F. Derivation of the negative exponential model by an entropy maximizing method [J]. Environment and Planning A, 1970, 2: 295~ 301.

[16] 陈彦光. 城市人口空间分布函数的理论基础与修正形式——利用最大熵方法推导关于城市人口密度衰减的 Clark 模型 [J]. 华中师范大学学报(自然科学版), 2000, 34(4): 489~ 492.

[17] 陈彦光, 刘继生. 城市等级体系分形模型中的最大熵原理 [J]. 自然科学进展, 2001, 11(11): 1170~ 1174.

[18] Batty. Less is more, more is different: complexity, morphology, cities, and emergence [J]. Environment and Planning B: Planning and Design, 2000, 27: 167~ 168.

[19] Cadwallader MT. Urban Geography: An Analytical Approach [J]. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 1997.

[20] 郝柏林. 复杂性的刻画与“复杂性科学” [J]. 科学, 1999, 51(3): 3~ 8.

Utility-Maximization, Logit Transformation and the Basic Mathematical Models for Analytical Urban Geography

CHEN Yarr guang¹; LIU Jrr sheng², FANG Yarr gang²

(1. *Department of Geography, Peking University, Beijing 100871; 2 Department of Geography, Northeast Normal University, Changchun, Jilin 130024*)

Abstract: Many basic mathematical models as scale laws can be derived from a pair of assumptions, i. e. ① The utility in some sense is proportional to some kinds of variables such as time, space, and class; ② The respondent variables of the utility such as population size and city number is the exponential function of the utility. The basic models include the allometric relationship of urban and rural population, logistical model of urbanization process, the relationship between level of urbanization and that of economic development, i. e. Zhou's model, urban population density model, i. e. Clark's model, the generalized Beckman-Davis model, and the three-parameter Zipf model, etc. It is proved that the exponential relationships between the utility and its respondency come from utility-maximization that is consistent with entropy-maximization, and utility-maximization and entropy-maximization are actually principles of duality.

On the other hand, the basic models for analytical urban geography can be changed into logit models, for example, the urban and rural population allometric model is linked to binary logit model (BLM), and the Clark model can be connected with multinomial logit model (MNL). This means that we can simulate the urban dynamics based on utility-maximization principle by means of logit transformation that can simplify the researched objects to a great extent. The logit transformation will become an important part of geocomputation and the simulation based on the logit models consociated with utility-maximization principle will contribute to the studies of spatial complexity.

Utility-maximization is not only one of the general principles of urban geography but the foundation of urban maximization from which we can develop new methods for urban planning. Perhaps the consistence of utility-maximization and entropy-maximization is the key to solving the problems of spatial complexity. Unlike the concepts such as "the edge of chaos" and "self-organized criticality", the duality of utility and entropy-maximization can answer many theoretical questions without using one concept to replace another.

Key words: utility-maximization; entropy-maximization; logit models; fractal; spatial complexity; geocomputation