

# 基于牙冠与牙根特征的牙齿建模方法

李占利, 高天宇, 李洪安, 武璠菲

(西安科技大学计算机科学与技术学院, 陕西 西安 710054)

**摘 要:** 三维扫描技术和基于 CT 图像的三维重构是目前主流的牙齿建模方法。由于三维扫描技术只能得到牙冠部分的三维数据模型, 而被牙龈包裹的牙根数据却无法采集。利用 CT 图像进行三维重构虽然可以得到完整的牙齿数据模型, 但建模耗时长且成本高。针对上述建模方法的不足, 提出一种基于牙冠与牙根特征的牙齿建模方法。此方法基于牙体测量数据, 建立牙冠与牙根数据间的关联规则, 根据 Cardinal 样条插值和 Tangent 权的 Laplacian 网格变形算法进行三维建模。最后将建模结果与原始数据对比, 实验证明建模方法高效可行。

**关 键 词:** 牙根; 牙体测量; 三维建模; 样条曲线

中图分类号: TP 391

DOI: 10.11996/JGj.2095-302X.2017040483

文献标识码: A

文章编号: 2095-302X(2017)04-0483-06

## Tooth Modeling Method Based on Tooth Crown and the Features of Tooth Root

LI Zhanli, GAO Tianyu, LI Hongan, WU Fanfei

(College of Computer Science and Technology, Xi'an University of Science and Technology, Xi'an Shaanxi 710054, China)

**Abstract:** Three-dimensional (3D) scanning technology and 3D reconstruction based on CT images are popular methods for tooth modeling recently. However, 3D scanning only can provides partial 3D data of tooth crown, and the data of gingival root wrapped by the gum cannot be collected. Using CT images for 3D reconstruction can get complete data model of tooth, but the process is time-consuming and costly. In order to overcome the weakness of these methods above mentioned, a novel tooth modeling method is proposed based on tooth crown and the features of tooth root. This method establishes association rules for tooth crow and root based on the measured data of tooth, and 3D model is constructed according to the Cardinal spline interpolation and Tangent weight - Laplacian mesh editing. Compared the modeling results and original data, experimental results show that the modeling method is efficient and feasible.

**Keywords:** tooth root; tooth measurement; 3D modeling; spline curve

随着生活质量的日益提高, 人们在关心自身健康的同时也对容貌越发关注。口腔畸形不但影响面部美观, 而且可能引发一系列的口腔和消化系统疾病, 因此, 牙齿矫正被越来越多的人所关注。口腔正畸领域在计算机辅助诊断技术的支持下趋于数字化、可视化、精确化和智能化<sup>[1]</sup>。而

三维数字化牙齿模型则是计算机辅助诊断系统的基础, 当前获取三维牙颌数据并建立牙齿模型的方式主要有三维激光扫描、多目立体视觉采集重建、CT 图像重构等方式。三维激光扫描<sup>[2]</sup>利用三角法测量原理, 通过 CCD 获取激光在模型表面的反射光, 进而获取模型表面数据。三维激光扫描

收稿日期: 2016-11-29; 定稿日期: 2016-12-30

基金项目: 中国博士后科学基金项目(2016M602941XB); 陕西省教育厅科研计划项目(16JK1497); 西安科技大学校级科研培育基金项目(201634)

第一作者: 李占利(1964-), 男, 陕西周至人, 教授, 博士。主要研究方向为数字图像处理、计算机视觉。E-mail: lizl@xust.edu.cn

通信作者: 李洪安(1978-), 男, 山东武城人, 讲师, 博士。主要研究方向为数字图像处理、计算机图形学与计算机视觉。E-mail: an6860@126.com

可以高速、高精度取得数据, 现已有诸多学者将三维激光扫描运用于建立牙齿模型中<sup>[3]</sup>。多目立体视觉是一种成本低廉、操作简单的数字化采集与重建方法, 其利用两台高像素 CMOS 数字相机, 从不同角度采集牙模图像进行分析, 进而获取三维牙颌模型<sup>[1]</sup>。CT 图像重构则通过对口腔进行 CT 扫描, 将获得的一系列二维图像录入计算机中, 再使用处理软件将 CT 图像堆叠重建进而得到三维牙齿模型。CT 图像重构可用于活体建模, 能得到全面、准确的三维牙齿信息模型<sup>[4]</sup>。近年来国内外学者提出了诸多不同的 CT 扫描建模方法, 如螺旋 CT 建立三维有限元模型<sup>[5]</sup>、Micro-CT 扫描重建牙齿三维图像<sup>[6]</sup>和基于 CBCT 的数字化牙列建模等<sup>[7]</sup>。然而上述方法均存在各自明显的不足, 三维激光扫描与多目立体视觉采集重建只能得到模型表面数据, 内部信息无法获取; CT 图像重构则由于需要使用 CT 扫描, 导致扫描用时长且费用昂贵。

针对上述三维牙齿建模方法的优势与不足, 为了更好地满足市场需求, 本文提出了一种成本低廉、快速可行的牙齿建模方法。该方法先对牙体测量数据进行整理分析, 然后进行三维建模。实验结果表明, 该算法能够快速得到较为完整的三维牙齿模型。

## 1 恒牙牙体测量数据整理及分析

### 1.1 牙齿根部特征

为了对牙齿根部建立仿真度较高的模型, 根据恒牙的牙根支根形态将恒牙牙根分为单根和多根。其中单根牙齿包括所有的切牙、尖牙以及除上颌第一前磨牙外的所有前磨牙共 9 种恒牙; 多根牙齿包括上下颌的全部磨牙, 总计 6 种形态的恒牙。

### 1.2 牙体测量数据整理及分析

在牙体测量的研究中, 以牙体全长、冠长、根长、冠宽、颈宽、冠厚和颈厚作为牙齿的基础信息<sup>[8]</sup>。除牙齿的基本信息外, 对于单根牙牙根存在的弯曲问题, 如图 1 所示。图中 A 点为近远中釉牙骨质界连线与牙体长轴的交点; 从 A 点起, 沿牙体长轴做一条直线, 该直线刚偏离牙体长轴的点为 B 点。根尖为 C 点。AB 延长线与 BC 的夹角即为牙根的弯曲度。弯曲度小于等于 5°为直牙

根, 大于 5°且小于等于 20°为中度弯曲牙根, 大于 20°为重度弯曲牙根<sup>[9]</sup>。



图 1 牙体弯曲度测量示意图

针对牙根弯曲问题, 文献<sup>[10]</sup>使用锥形束 CT 对 41 颗上颌中切牙进行了弯曲程度和数目构成比的测量, 结果见表 1。

表 1 上颌中切牙弯曲程度数目构成比(%)

弯曲程度	唇舌向	近远中向
直牙根	19(46.34)	24(58.54)
中度弯曲牙根	22(53.66)	17(41.46)
重度弯曲牙根	0(0)	0(0)

表 1 上颌中切牙的弯曲程度主要集中在不弯曲和中度弯曲, 而重度弯曲则为 0。

前磨牙与尖牙和切牙不同之处在于前磨牙的牙根存在两种形态: 单根和分叉。故翁希里<sup>[11]</sup>对前磨牙牙根的分叉情况进行了统计与测量, 见表 2。

表 2 前磨牙分叉距离测量数据

牙齿类型	例数(%)	分叉距离(mm)
上颌第一前磨牙	23/97(23.71)	14.24
上颌第二前磨牙	10/55(18.18)	12.44
下颌第一前磨牙	7/83(8.43)	12.05
下颌第二前磨牙	0/53(0)	-

表 2 中, 下颌前磨牙出现分叉的情况极低, 其中下颌第一前磨牙 83 例中仅有 7 例出现分叉, 占总数的 8.43%; 下颌第二前磨牙 53 例中无一出现分叉, 故处理下颌前磨牙时可将其看作单根牙齿处理。由于同为三根的上颌磨牙之间和同为二根的下颌磨牙之间的牙齿根部差异主要体现在两颊根之间分叉度的大小。为研究磨牙间牙齿根部形态差异, 文献<sup>[12]</sup>使用曲面断层片测量了 46 组男、女性的磨牙牙齿根尖距, 结果见表 3。

表3 磨牙根间距测量数据(mm)

牙齿类型	根间距( $\bar{x} \pm s$ )	
	男	女
上颌第一磨牙	2.61±0.31	1.87±0.22
上颌第二磨牙	1.71±0.21	1.68±0.26
上颌第三磨牙	1.04±0.39	1.41±0.36
下颌第一磨牙	7.47±1.49	7.56±1.51
下颌第二磨牙	5.21±2.37	5.15±2.64
下颌第三磨牙	5.20±2.69	4.06±2.88

表3显示,上颌磨牙的根尖距大约在2 mm左右,下颌磨牙的根尖距大约在7 mm左右。而对于多根牙齿的牙根分叉位置,可以使用牙体全长、根长和分叉距离进行衡量,分叉位置=1-(牙体全长-分叉距离)/根长,用来表示分叉处对应牙根的位置。

## 2 牙齿建模方法

建模所用数据可通过三维扫描仪得到,为了保持模型细节,其三角网格需十分细密,由此使得建模过程运算量庞大。为了减少运算量、节省时间,需要在不影响模型细节的情况下减少三角网格密度,即进行降密处理。

为了方便得到牙冠的冠长、冠宽和冠厚数据,经过降密处理后的牙冠数据的自身坐标系通过叠加平移、旋转等变换矩阵与世界坐标系重合(世界坐标系为系统自带坐标系,即 $x$ 轴的法向(1,0,0), $y$ 轴的法向(0,1,0), $z$ 轴的法向(0,0,1))。重合后可使用函数得到牙冠三个坐标轴方向的边界信息,各个方向上边界信息的差值就是牙冠的冠长、冠宽和冠厚数据。牙体长轴为纵向贯穿牙齿的一条虚拟直线,由于其本身的坐标系与世界坐标系重合,为了便于确定牙体长轴,可将坐标轴近似的看作牙体长轴。

### 2.1 单根牙齿建模

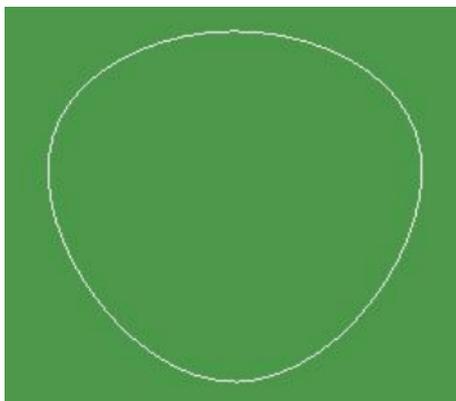
本文通过控制点生成样条曲线的方式绘制牙齿根部模型的经纬线,并据此确定牙根模型整体轮廓,最后以经纬线为框架填补三角面片,建立牙齿根部模型。所以选择合适的样条曲线绘制牙齿根部模型的经纬线显得尤为重要。

样条曲线的形状由一组给定的坐标点控制(即控制点)。曲线的构造便是依据这些控制点的位置选取分段连续参数多项式函数。根据分段连续参数多项式函数的选取方法,样条曲线可分为插值样条和逼近样条。本文在建立牙齿根部模型时需要对牙齿根部近、远、中方向和唇舌方向上的直径按照数据严格控制。故在绘制牙齿根部模型的经纬线时选用插值样条曲线。

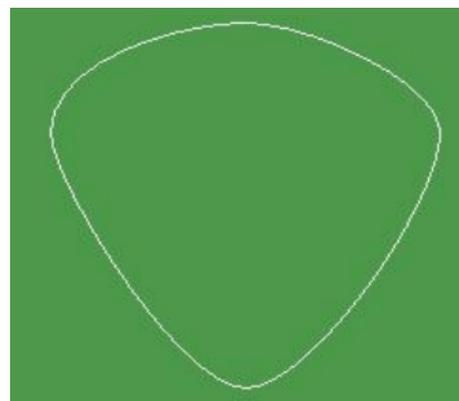
插值样条曲线需考虑灵活性与计算速度,在选取分段连续参数多项式时大多使用三次多项式。目前用于三次样条插值建立边界条件的常用方法有:自然三次样条、Hermite样条、Cardinal样条和Kochanek-Bartels样条4种。

其中自然三次样条不允许局部控制,即当控制点中任意一个发生变化,如果不给出一组完整的全新控制点集,就无法构造曲线。Hermite样条虽然可以进行局部调整,但是除了控制点外,还需输入曲线斜率作为端点约束<sup>[13]</sup>。Cardinal样条和Kochanek-Bartels样条这两种插值样条均基于Hermite样条的变化形式,其不需要输入曲线斜率作为端点约束。

为了比较Cardinal样条与Kochanek-Bartels样条,令两个样条中张量参数 $t$ 取相同值,本文取 $t=0$ 。同时Kochanek-Bartels样条中偏离参数 $b=0$ 使曲线段在端点处不发生偏移,连续性参数 $c=0$ 使整条封闭曲线在每个端点处具有连续的斜率,如图2所示。



(a) 使用 Cardinal 样条



(b) 使用 Kochanek-Bartels 样条

图2 两种样条绘制的封闭曲线

根据图 2 可知,在相同的张量参数  $t$  下,Cardinal 样条绘制的曲线较 Kochanek-Bartels 样条所绘制的封闭曲线更加饱满、圆滑,并且由于 Kochanek-Bartels 样条的曲线段边界条件在 Cardinal 样条曲线段边界条件的基础上增添了两个附加参数,在更方便地控制和调整曲线段形状的同时,也增加了运算量。这是因为 Kochanek-Bartels 样条的设计初衷是为了模拟物体运动时的动画路径,而不是去对实体的表示和绘画。所以本文中选取 Cardinal 样条作为绘制牙齿根部模型经纬线的方法,其不但可以准确地构造所需模型,且约束条件少,可以降低算法的复杂度。

本文牙齿建模所需的牙体测量数据均来源于医院提供的实际牙齿数据。现以上颌中切牙为例建立模型,牙体全长=冠长+根长,故牙体全长的变化主要由后者所决定,而冠长与根长之间存在着一定的相关性,即冠根比=冠长/根长。同时冠宽和颈宽间、冠厚和颈厚间也存在着相关性系数,使用两者之间的比值作为系数,即颈宽/冠宽与颈厚/冠厚。

当冠长、冠宽、冠厚及牙体长轴确定后,通过冠根比、颈宽/冠宽和颈厚/冠厚可算出根长、颈宽和颈厚,这里的颈宽和颈厚是位于颈缘处的数据,即距根尖最远处牙根的颈宽和颈厚。接着使用 MATLAB 对颈厚和颈宽进行多项式拟合,来确定牙根大体形状走向。

由于中切牙牙根的横切面呈圆三角形,故通过使用控制点生成样条曲线来建立牙根横截面,圆三角形的生成仅需 3 个控制点,但为了更好地控制颈厚,故本文使用 4 个控制点,如图 3 所示, A、B、C、D 4 个点为样条曲线控制点,  $x$  轴正方向为唇侧,其中 AB 间距离为颈厚, CD 间距离为颈宽。

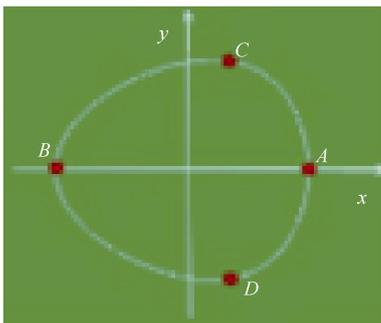
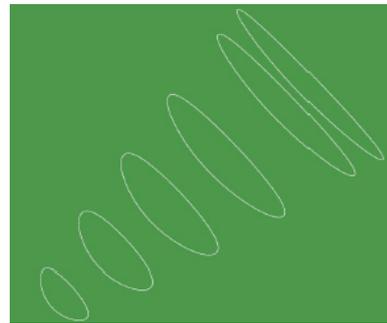
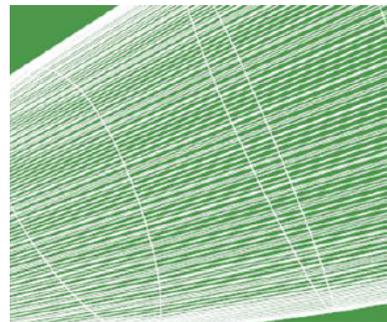


图 3 中切牙牙根截面示意图

根据根长及不同位置的颈厚与颈宽建立牙根轮廓,如图 4 所示。



(a) 建立纬线



(b) 根据纬线搭建经线

图 4 建立牙根轮廓

通过样条曲线生成牙根的多圈纬线,如图 4(a)所示;再通过纬线搭建经线,如图 4(b),这个框架就是牙根的形状;最后使用 VTK 中的函数对该牙根轮廓进行填补三角面片完成建模。

## 2.2 多根牙齿建模

多根牙齿相较单根牙齿多出一个分叉处,如图 5 所示。将多根牙齿分为 3 部分(根颈、根部分叉处和支根)分步进行建模,其中根颈与支根部分的建模方法与单根牙相同,对于分叉部分,采用基于 Tangent 权 Laplacian 坐标的三角网格变形算法通过对带孔洞的面模型拉伸变形得到。

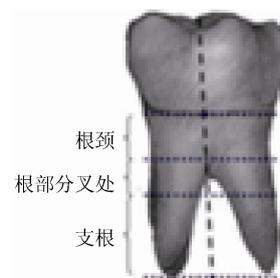


图 5 牙根的 3 部分

Tangent 权的 Laplacian 变形算法<sup>[14]</sup>的本质是将网格顶点的欧几里得空间坐标转换为 Laplacian 坐标。而 Laplacian 坐标包含了网格中的细节特征,所以在

变形过程中可以很好地保存网格细节特征<sup>[15]</sup>。在变形后利用 Laplacian 坐标可反求欧几里得空间坐标。

欧几里得空间坐标转换 Laplacian 坐标为

$$l_i = \sum \lambda_{ij}(v_j - v_i) \quad (1)$$

其中,  $l_i$  为欧几里得空间点坐标  $v_i$  所对应的 Laplacian 坐标;  $v_j$  为  $v_i$  的所有相邻点,  $\lambda_{ij}$  为与  $v_i$  有关的边权, 一般情况下  $\lambda_{ij}$  要满足相加等于 1 的性质。在 Tangent 权中, 其主要目标是使式(2)的权  $\lambda_1, \dots, \lambda_k \geq 0$ 。

$$\sum_{i=1}^k \lambda_i v_i = v, \quad \sum_{i=1}^k \lambda_i = 1 \quad (2)$$

其中

$$\lambda_i = \frac{\omega_i}{\sum_{j=1}^k \omega_j} \quad (3)$$

$$\omega_i = \frac{\tan(\alpha_{i-1} / 2) + \tan(\alpha_i / 2)}{\|v_i - v_0\|}$$

$\alpha_i \in (0, \pi)$  是三角形  $[v_0, v_i, v_{i+1}]$  中顶点  $v_0$  所对的角, 同理  $\alpha_{i-1}$  是三角形  $[v_0, v_{i-1}, v_i]$  中顶点  $v_0$  所对的角, 如图 6 所示。 $\omega_i$  是  $v_0$  关于邻近点  $v_i, \dots, v_k$  的坐标。综合式(1)、(3)可以得到 Laplacian 算子的系数矩阵  $L$ , 使

$$l_x = Lx, \quad l_y = Ly, \quad l_z = Lz \quad (4)$$

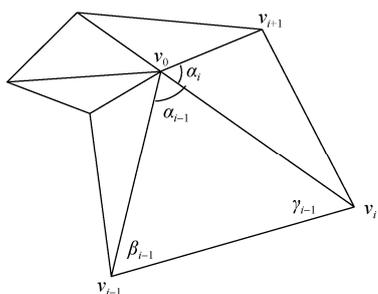


图 6 星形图

在变形的过程中, 需要选择网格中的不动点以及控制点, 其中设  $u_i$  为  $m$  个控制点的坐标,  $v'_i$  是变换后的坐标;  $V$  是原始网格的欧几里得空间坐标矩阵;  $\Delta$  为原始网格的欧几里得空间坐标对应的 Laplacian 坐标矩阵,  $\Delta = LV$ ;  $V'$  是网格变形后的欧几里得空间坐标矩阵。根据 Laplacian 坐标的平移不变形、原始网格的欧几里得空间坐标和 Laplacian 坐标, 可以构造出平移变形的能量函数

$$E(V') = \|LV' - \Delta\| + \sum_{i=1}^m \|v'_i - u_i\| \quad (5)$$

当能量函数  $E(V')$  取最小值时, 意味着变形后网格的 Laplacian 坐标逼近于原始网格的 Laplacian 坐标, 同时变形后网格的不动点以及控制点的坐标逼近于原始网格的不动点坐标及预先设定的控制点坐标。而求解能量函数  $E(V')$  的最小值问题等同于求解式(6)的线性系统,  $I$  的秩为  $m$ ,  $U$  为  $m$  个控制点的坐标  $u_i$  的矩阵, 从而大大降低了该算法的复杂性, 使该算法具有高效性、鲁棒性。

$$\begin{bmatrix} L \\ 0 | I \end{bmatrix} V' = \begin{bmatrix} \Delta \\ U \end{bmatrix} \quad (6)$$

计算出根颈部分与分叉处连接的横切面以及分叉处分出的支根所在位置的横截面。将根颈与分叉处连接的横切面和支根所在位置的横截面连接成为一个带有孔洞的面 polydata(图 7(a))。将得到的面 polydata 使用变形算法, 支根位置孔洞的边界点设为拖拽点, 外围边界以及孔洞之间的 Y 字形部分设为不动点, 变形结果如图 7(b)所示。



(a) 带有孔洞的面 polydata

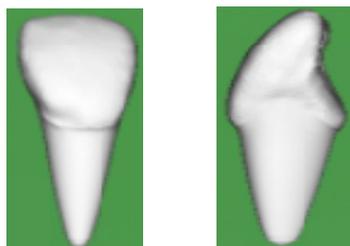


(b) 使用变形算法后

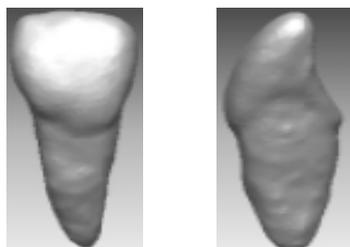
图 7 根部分叉处建模

### 3 实验结果

使用 CT 扫描重建得到的单颗牙齿数字模型, 将牙冠与牙根进行分割, 对牙根部分采用本文所述的建模方法, 并将建模结果与原始数字模型进行对比, 结果如图 8、9 所示。



(a)、(b) 本方法建模

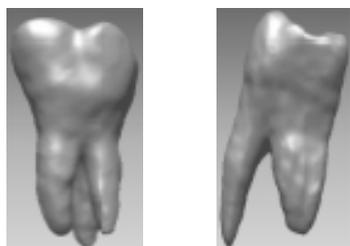


(c)、(d) CT 扫描后重建

图 8 上颌中切牙建模结果对比



(a)、(b) 本方法建模



(c)、(d) CT 扫描后重建

图 9 上颌第三磨牙建模结果对比

图 8 为上颌中切牙建模结果对比图。通过图 8 可知,建模的牙体全长、根长、颈宽等一系列的牙齿系数与原始模型基本保持一致,可清晰、准确地构建出牙冠与牙根之间的比例,从而达到与原始数字模型基本相同。

图 9 为上颌第三磨牙建模结果对比图。通过对比,本文建模方法得到的效果图在牙根底端有明显的弯曲走势,与原始模型高度吻合,分叉处圆滑自然,能够较准确地体现原始模型。到目前为止,该方法已经应用到实际临床治疗中,并取得了良好的效果,在舒适度和形状方面得到了用户好评。

## 4 结束语

本文针对人类恒牙牙根的分类与特征,研究了恒

牙的多组实际测量数据,提出了基于牙冠与牙根特征的牙齿建模方法。该方法通过对牙体测量数据的整理与分析,得到了不同类型牙齿牙冠与牙根间数据的联系。根据这些联系在已有牙冠数据的基础上计算推导出该牙冠所对应的牙齿根部数据,并使用样条曲线及 Laplacian 变形完成对牙齿的建模。目前该方法已在临床矫正牙齿中使用,并取得了良好的效果。

## 参考文献

- [1] 刘伟. 基于多目立体视觉的牙模三维数字化采集与重建研究[D]. 成都: 电子科技大学, 2013.
- [2] 位洪军. 单线激光扫描三维测量技术研究[D]. 天津: 天津大学, 2011.
- [3] BAILEY E, NELSON G, MILLER A J, et al. Predicting tooth-size discrepancy: a new formula utilizing revised landmarks and 3-dimensional laserscanning technology [J]. American Journal of Orthodontics and Dentofacial Orthopedics, 2013, 143(4): 574-585.
- [4] 张莹, 彭惠. 三维有限元法在正畸生物力学中的研究进展[J]. 齐齐哈尔医学院学报, 2013, 34(2): 249-251.
- [5] SUN L, GUO Y J, LIU X J. The accuracy of tooth image reconstruction from spiral CT, micro-CT, and cone-beam CT scan [J]. Advanced Materials Research, 2013, 791: 2053-2057.
- [6] 刘琳, 刘娜, 郭靖, 等. 不同牙槽骨吸收程度下颌前磨牙牙周膜应力分析的初步研究[J]. 中华老年口腔医学杂志, 2015, 13(2): 75-79.
- [7] 段博文. 基于 CBCT 与三维扫描的数字化牙列建模与应用[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2014.
- [8] 王耀钟, 官群立, 邓婧, 等. 山东地区部分青少年第一前磨牙的外形特征[J]. 国际口腔医学杂志, 2012, 39(5): 597-600.
- [9] 李雪燕, 张江山, 章燕珍. 锥形束 CT 在上颌前牙牙根形态观测中的应用[J]. 吉林大学学报, 2012, 38(3): 575-579.
- [10] 李雪燕. 锥形束 CT 观测上颌前牙牙根形态的研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2013.
- [11] 翁希里. 关中地区汉族人群恒牙形态学研究[D]. 西安: 第四军医大学, 2007.
- [12] 雷公元, 王增全, 余兴华. 磨牙形态差异的 X 线测量研究[J]. 广东牙病防治, 2013(11): 593-596.
- [13] 瞿师. 基于运动捕获的人体运动生成与编辑关键技术研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2011.
- [14] 许斌, 李忠科. 基于 STL 文件的 Laplacian 网格优化算法[J]. 计算机工程, 2013, 11(39): 244-248.
- [15] 彭威, 王磊, 卢德唐. 局部到整体的六面体网格质量优化算法[J]. 机械工程学报, 2014, 50(23): 140-146.