doi：10.3969/j.issn.1002－0268.2015.11.010

基于振动频率法和优化功能的斜拉索索力测试研究

闫维明[1]，许晓建[1]，李 勇[2]，陈彦江[1]
（1. 北京工业大学 工程抗震与结构诊治北京市重点实验室，北京 100124；
2. 石家庄铁道大学 土木工程学院，河北 石家庄 050043）

摘要：通过应用振动频率法对某斜拉桥成桥后的拉索索力进行测试，并结合有限元数值模拟及优化功能，探讨了拉索锚固端填充物以及减振器等效刚度等影响因素对索力测试的影响。研究结果表明，锚固端填充物对振动频率法的影响很小，可以忽略不计；当减振器的等效刚度大到一定程度时，对振动频率法的影响不容忽视，应对计算索长进行修正；结合有限元数值优化功能，振动频率法可以精确地识别拉索索力。

关键词：桥梁；工程索力；斜拉桥；振动频率法；索力；锚固端填充物；减振器；数值优化
中图分类号：U443.38 **文献标识码**：A **文章编号**：1002－0268（2015）11－0061－07

Cable Force Measurement Based on Vibration Frequency Method and Optimization Function

YAN Wei-ming[1], XU Xiao-jian[1], LI Yong[2], CHEN Yan-jiang[1]
(1. Beijing Key Laboratory of Earthquake Engineering and Structural Retrofit, Beijing University of Technology, Beijing 100024, China;
2. School of Civil Engineering Shijiazhuang Tiedao University, Shijiazhuang Hebei 050043, China)

Abstract: Through measuring the cable tension of a cable-stayed bridge by vibration frequency method, combining with FE numerical simulation and its optimization function, we discussed the influence of cable anchorage end filling and equivalent stiffness of shock absorber, etc. on cable tension measurement. The results show that (1) the influence of anchorage end filler on the vibration frequency method is very small, which can be neglected; (2) when the equivalent stiffness of shock absorber increases to a certain extent, the influence on the vibration frequency method cannot be ignored, and the calculative cable length should be modified; (3) the vibration frequency method can exactly realize cable tension by using the FE numerical optimization function.

Key words: bridge engineering; cable-stayed bridge; vibration frequency method; cable force; anchoring end filling; shock absorber; numerical simulation

0 引言

拉索是斜拉桥的重要受力构件之一，桥跨结构的恒载以及绝大部分或全部桥面荷载通过拉索传递到桥塔上，索力大小直接影响桥梁结构的内力和变形。因此，准确掌握运营期斜拉索索力具有非常重要的意义。实际工程中常用的索力测试方法有：油压表读数法、荷载传感器测量法、磁通量法以及振动频率法等[1-2]。其中振动频率法的应用最为广泛，测试设备可以重复使用、操作便捷，不仅适用于施

收稿日期：2014－10－16
基金项目：国家自然科学基金项目（91315301－03）
作者简介：闫维明（1960－），男，黑龙江兰西人，教授．（yanwm@bjut.edu.cn）

工阶段也适用于成桥运营阶段的索力测试。

使用振动频率法进行斜拉索索力测试时，索力的识别受多种因素的影响，包括拉索端填充物长度、减振器刚度等。如何考虑多因素对索力识别的影响目前研究的还较少。常用的减小误差方法主要有简化公式法、换算长度法和推算公式法。

普遍认为，对于长索，当索长大于 150 m 时，减振器对索力的影响小于5%，可以直接使用简化公式法进行分析，但是当拉索小于 150 m 时，减振器的影响不能忽视；换算长度法即通过测试测量拉索减振器前后的频率变化来确定计算索长，但是实际施工过程中往往会忽视这一安装过程；减振器的存在会改变拉索的振型，可以用能量法推导新的索力与频率之间的关系，但是推导过程较为繁琐而且公式较为复杂，不适合实际工程广泛应用[3-4]。

本文通过对一座运营中的斜拉桥索力利用频率法进行了索力测试，基于 ANSYS 有限元软件建立了拉索的有限元模型，考察了不同影响因素对索力识别的影响规律，进而利用优化设计功能，对考虑的各种因素建立优化方程，通过优化得到较精确的实测索力。

1 工程概况

某斜拉桥为三跨（110 + 220 + 110）m 双塔四索面预应力混凝土梁斜拉桥，全长 440 m。本桥斜拉索采用空间四索面扇形布置，主塔两侧各分布 14 对，全桥共 112 对 224 根，斜拉索采用 OVM250 高强度环氧涂层钢绞线索，采用拉索群锚固体系，拉索锚固长度范围为 37.275 ~ 120.156 m，斜拉索两端锚管内设置减振器。具体桥型布置图如图 1 所示。

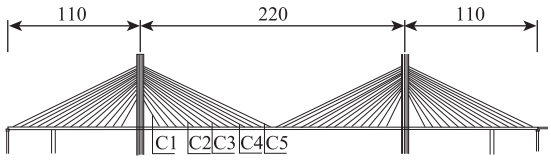


图 1 桥型布置图（单位：m）

Fig. 1 Layout of bridge（unit：m）

本文选择本桥其中一个索面不同长度的拉索进行研究，选取拉索的相关参数见表 1，拉索位置如图 1所示。

2 频率法简介

由弦振理论[5-6]可得拉索的振动方程为：

$$EI\frac{\partial^4 y}{\partial^4 x}+m\frac{\partial^2 y}{\partial^2 t}-T\frac{\partial^2 y}{\partial^2 x}=0, \tag{1}$$

式中，EI 为拉索的抗弯刚度；y 为拉索振动位移；T 为拉索索力；m 为拉索单位长度质量。

表 1 选取拉索参数表

Tab. 1 Parameters of selected cables

拉索编号	锚固点之间的索长 L/m	单位长度质量/（kg·m^{-1}）	安装减振器前的成桥索力 T_0/kN	安装减振器后的成桥实测基频 f_0/Hz
C1	37.275	35.7	1 999	3.875 0
C2	59.778	42.2	2 381	2.119 0
C3	79.094	49.2	2 939	1.628 0
C4	99.280	60.8	3 389	1.234 0
C5	120.156	64.5	4 153	1.093 0

假设拉索两端铰支，对式（1）进行分离变量可以得到拉索索力与第 n 阶自振频率的关系：

$$T_n=\frac{4mL^2f_n^2}{n^2}-\frac{n^2\pi^2EI}{L^2}, \tag{2}$$

式中，L 为拉索计算索长；f_n为拉索的第 n 阶自振频率；T_n为第 n 阶频率计算的索力。

由于大跨斜拉桥的斜拉索一般均较长，所以可以忽略抗弯刚度项，取基频进行计算：

$$T_1=4mL^2f_1^2, \tag{3}$$

式中 f_1 为拉索基频。对于其他因素的影响，只需对计算索长 L 进行修正即可。

3 锚固端填充物和索端减振器对频率法精度的影响

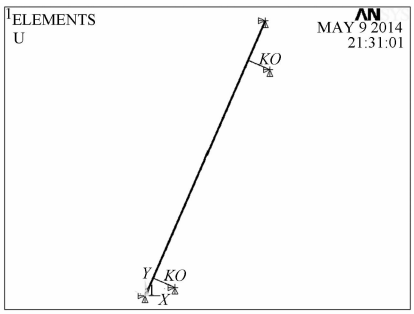
3.1 有限元模型的建立

采用 ANSYS 软件对选取斜拉索建立有限元模型（见图 2），其中减振器采用 combin14 单元模拟，拉索采用 Link10 单元模拟[7-8]，拉索弹性模量采用 Ernst 公式[9-10]修正，以减小垂度的影响。

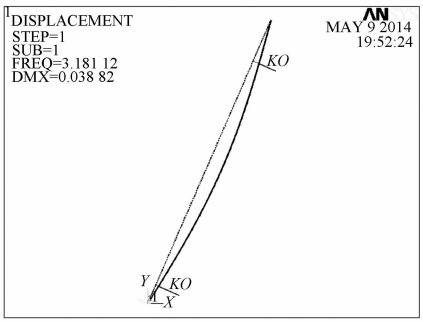
根据建立的斜拉索有限元模型，通过数值模拟考察了锚固端填充物对拉索振动频率的影响规律；其次考察了减振器不同等效刚度对拉索索力识别的影响规律；最后利用 ANSYS 优化功能及实测索频率来精确识别得到索力。

3.2 连接筒内填充物对频率法测索力的影响

拉索在锚固时会在锚固区的连接桶内灌入环氧凝固剂、高强度混凝土砂浆等填充物，如图 3（a）所示。假设填充物和拉索一起受力，变形一致，在 ANSYS 中将拉索连接筒内填充物等效到拉索上[11]，拉索实际结构简图如图 3（b）所示，图中 L_1 和 L_2



(a) 安装减振器的拉索

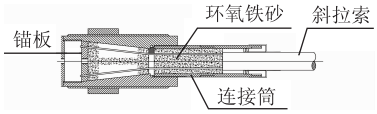


(b) 拉索一阶振型

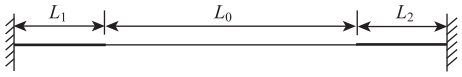
图 2　斜拉索有限元模型

Fig. 2　Finite element model of cable

分别为拉索位于梁端和塔端的填充物长度。表 2 为相关参数。



(a) 锚固端示意图



(b) 拉索结构简化图

图 3　拉索锚固端示意图及其结构简化图

Fig. 3　Schematic diagram of anchor end and simplified structure

表 2　拉索填充物段等效参数表

Tab. 2　Equivalent parameters of cable filling segment

拉索编号	填充物长度/m		填充段等效弹性模量/（$\times 10^{11}$ N·m^{-2}）	填充段等效密度/（$\times 10^{4}$ kg·m^{-3}）
	梁端 L_1	塔端 L_2		
C1	1.0	2.1	6.614	4.090
C2	1.3	1.1	5.902	3.608
C3	1.4	0.9	5.940	3.617
C4	1.7	0.9	5.740	3.477
C5	1.9	0.9	5.490	3.300

设置 4 个计算工况（表 3），在成桥索力 T_0 下对拉索进行数值模拟。表 4 为不同工况下的拉索基频 f_{Ci-Nj}（Ci 为拉索编号，Nj 为工况编号）；图 4（a）为不同工况下拉索基频相对于工况一的变化率；图 4（b）为以 f_{Ci-Nj} 为基频，以锚固点间的距离 L 为计算索长，采用式（3）计算的索力，相对于 T_0 所得索力误差：

$$\delta_{Ci-Nj} = |\ 4mL^2 f_{Ci-Nj}^2 - T_0\ | \times 100\%\ 。\qquad (4)$$

表 3　填充物工况说明

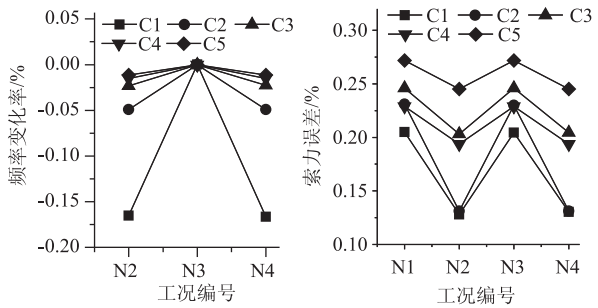
Tab. 3　Description of filling conditions

工况编号	N1	N2	N3	N4
工况说明	不考虑填充物	仅等效密度	仅等效刚度	刚度、密度均等效

表 4　不同填充物工况下拉索的基频（单位：Hz）

Tab. 4　Fundamental frequencies of cable under different filling conditions（unit：Hz）

工况编号	拉索编号				
	C1	C2	C3	C4	C5
N1	3.178 9	1.989 5	1.547 2	1.190 5	1.057 4
N2	3.168 6	1.988 5	1.546 8	1.190 3	1.057 3
N3	3.178 9	1.989 5	1.547 2	1.190 5	1.057 4
N4	3.168 7	1.988 5	1.546 9	1.190 3	1.057 3



(a) 相对于工况一的基频变化率　　(b) 索力误差

图 4　不同工况下各斜拉索的基频变化率及索力误差

Fig. 4　Fundamental frequency change rates and cable force errors of cables under different conditions

从表 4 和图 4（a）可以看出只有填充物段的密度变化时，拉索基频才有微小变化，而且随着索长的增加变化越来越小；从图 4（b）可以看出在 4 个工况下的索力误差均小于 0.3%，对振动法测试索力影响很小，可以忽略锚固端填充物的影响。如果拉索没有安装减振器，计算索长可取 L，即直接取锚固端之间的距离为计算索长。

3.3　减振器对频率法测索力的影响

为抑制拉索的振动，常常在斜拉索两端靠近锚头的位置安装橡胶减震装置，见图 5（a）。当拉索微幅振动时，两端减振器的变形很小，可近似将减震装置简化为等效支撑刚度 K 的弹性支撑[12]，设减振器之间的距离为 L_3，锚固点之间的距离为 $L = L_3 + L_4 + L_5$，如图 5（b）所示，具体参数如表 5 所示。

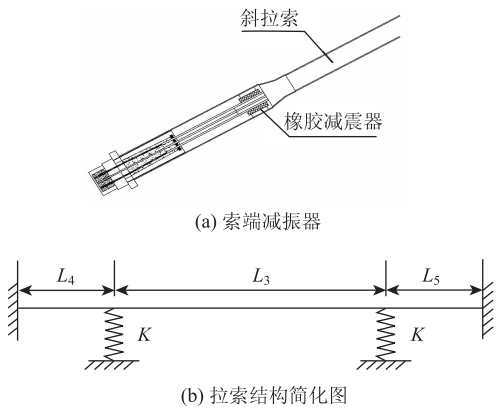


图 5 索端减振器以及其结构简化图

Fig. 5 Cable end shock absorber and its simplified structure diagram

表 5 拉索减振器参数表

Tab. 5 Parameters of cable shock absorber

参数说明	拉索编号				
	C1	C2	C3	C4	C5
梁端减振器到梁端锚固点的距离 L_4/m	2. 239	3. 200	2. 596	4. 288	4. 742
塔端减振器到塔端锚固点之间的距离 L_5/m	5. 345	2. 765	2. 242	2. 219	2. 177

减振器对频率法的影响主要来源于两方面，减振器的等效刚度和减振器的安装位置，减振器的位置可以精确得到，但是减振器的等效刚度一般难以精确估算，故主要对减振器的等效刚度进行研究。

对不同拉索在不同减振器等效刚度 K 和成桥索力 T_0 下进行数值模拟，分别得到不考虑减振器下的拉索基频的变化率（图 6）；不同拉索在不同减振器等效刚度下的基频（表 6）；并利用式（3），分别以 L 和 L_3 为计算索长计算不同等效刚度下的索力以及相对于 T_0 的索力误差（图 7），研究不同减振器等效刚度对振动频率法测索力的影响。

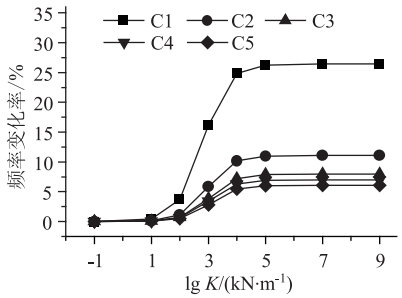


图 6 不同减振器等效刚度下的拉索基频变化率

Fig. 6 Change rates of fundamental frequency of cable with different equivalent stiffnesses of shock absorber

从图 7 可以看出，当取锚固点之间的距离 $L = L_3 + L_4 + L_5$ 为计算索长时，索力误差随着减振器等效刚度的增加而增加，而取减振器之间的距离 L_3 为计算索长时正好相反，并且这种变化随着索长的增加而减小。当减振器等效刚度 $K < 10$ kN/m 时，取这锚固点之间的距离 $L = L_3 + L_4 + L_5$ 为计算索长时，索力误差均小于 5%，可忽略减振器的影响；当减振器等效刚度 $K > 10^4$ kN/m 以后，可取减振器之间的距离 L_3 为计算索长。此时索力误差均小于 5%，拉索在接近减振器处刚接。本桥拉索减振器的等效刚度位于 $10^3 \sim 10^4$ kN/m 之间时，计算索长应位于减振器之间的距离和锚固点之间的距离之间，可取下述 ANSYS 优化功能计算索力。

表 6 不同工况下拉索的基频

Tab. 6 Fundamental frequencies of cable under different conditions

工况	拉索编号				
	C1	C2	C3	C4	C5
不考虑减振器	3. 178 9	1. 989 5	1. 547 2	1. 190 5	1. 057 4
$K = 10^{-1}$ kN/m	3. 179 1	1. 989 5	1. 547 2	1. 190 5	1. 057 4
$K = 10^{1}$ kN/m	3. 192 6	1. 992 0	1. 548 4	1. 191 3	1. 058 0
$K = 10^{2}$ kN/m	3. 297 4	2. 011 8	1. 558 0	1. 198 0	1. 062 7
$K = 10^{3}$ kN/m	3. 694 4	2. 106 3	1. 607 0	1. 231 1	1. 087 0
$K = 10^{4}$ kN/m	3. 967 7	2. 192 1	1. 658 4	1. 265 7	1. 114 8
$K = 10^{5}$ kN/m	4. 013 3	2. 208 2	1. 669 2	1. 273 1	1. 121 2
$K = 10^{7}$ kN/m	4. 018 6	2. 210 1	1. 670 5	1. 274 0	1. 122 0
$K = 10^{9}$ kN/m	4. 018 7	2. 210 1	1. 670 5	1. 274 0	1. 122 0
减振器处刚接	4. 018 6	2. 210 1	1. 670 5	1. 274 0	1. 122 0

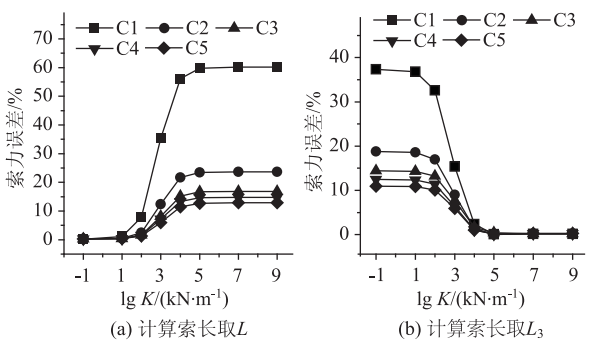


图 7 不同减振器等效刚度下的索力误差

Fig. 7 Cable force errors under different equivalent stiffnesses of shock absorber

4 优化功能在频率测试法中的应用

ANSYS 结构设计优化是一种确定结构最优设计方案的技术，其中设计变量为自变量，状态变量为因变量，目标变量为要尽量减小的值[13]。在拉索有限元模型中，索力和减振器等效刚度均为输入参数，

则索力和减振器等效刚度均为变量；而对于同一根拉索的索力和减振器等效刚度均与数值模拟基频成正相关关系，则以索力和减振器等效刚度为设计变量，以数值模拟得的基频为状态变量，以数值模拟的基频和现场实测基频之差的绝对值为目标变量，来进行拉索模型优化。具体步骤与优化参数见表 7 与图 8，具体优化结果见表 8。

现场采用无线加速度传感器分别对每根拉索进行振动测试，如图 9 所示，并采用峰值法，对每根拉索进行频率识别。图 10 为斜拉索 C5 的频率识别结果。

由表 8 可以看出优化计算所得基频 f_m 和本次实测基频 $f_{实测}$ 基本一致，通过优化识别的索力 T_m 相对于安装减振器之前测得的索力误差均小于 5%，且每根索优化识别计算时间都小于 60 s，同时 ANSYS 可以参数化建模，所以振动频率法测索力可以采用 ANSYS 优化功能来快捷地识别。

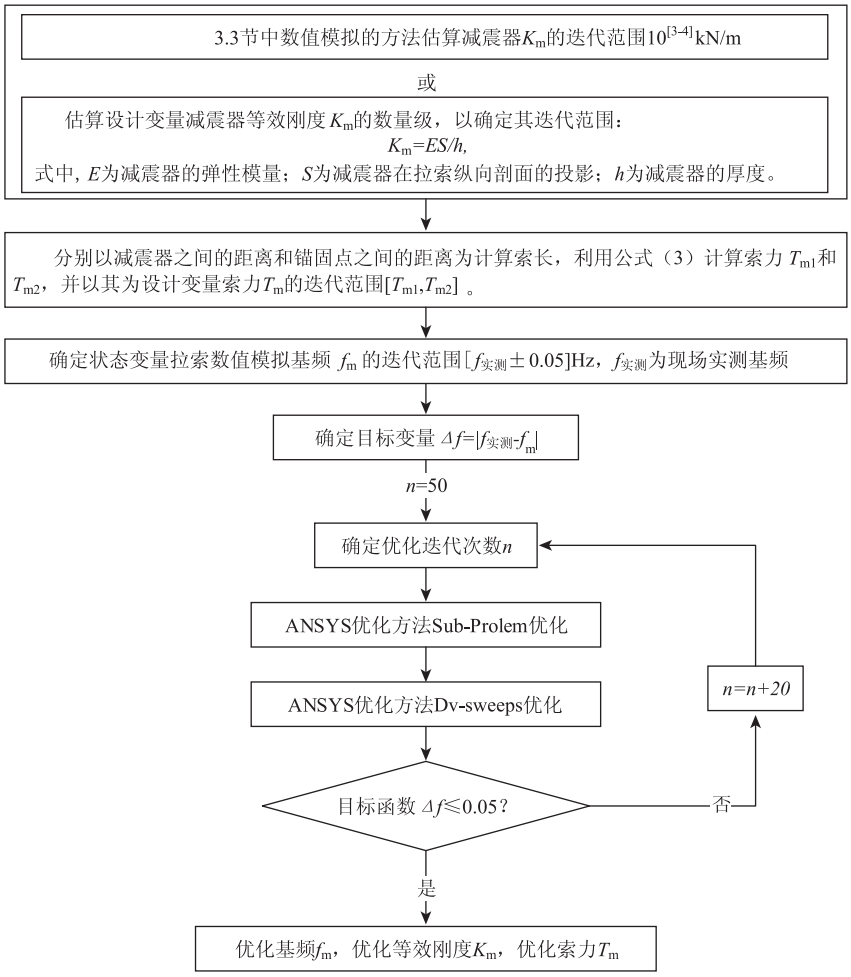


图 8　优化过程

Fig. 8　Optimization process

表 7　优化参数表

Tab. 7　Optimization parameters

拉索编号	迭代范围			迭代次数 n
	等效刚度 $K_m^{[3-4]}$/（kN·m^{-1}）	索力 T_m ［T_{m1}，T_{m2}］/ kN	基频 f_m ［$f_{实测}\pm0.05$］/ Hz	
C1	10	［1 802，2 878］	［3.808 6 ± 0.05］	70
C2	10	［2 256，2 784］	［2.148 4 ± 0.05］	50
C3	10	［2 911，3 393］	［1.660 2 ± 0.05］	50
C4	10	［3 373，3 863］	［1.269 5 ± 0.05］	50
C5	10	［4 565，4 054］	［1.107 0 ± 0.05］	50

图 9　现场传感器的安装

Fig. 9　Installing sensor on-site

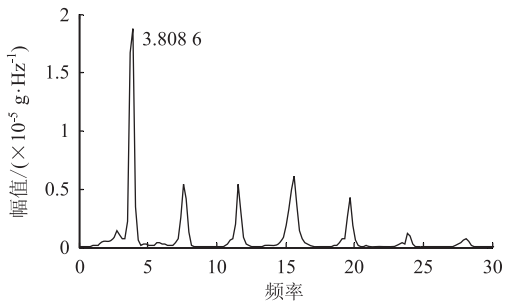


图 10 C5 拉索的频率识别结果

Fig. 10 Identification result of frequency of cable C5

表 8 优化结果

Tab. 8 Optimization result

拉索编号	本次实测基频 $f_{实测}$/Hz	优化结果			计算时间/s	成桥实测索力 T_0/kN	$\frac{\lvert T_m - T_0 \rvert}{T_0}$/%
		优化基频 f_m/Hz	优化索力 T_m/kN	等效刚度 K_m/(kN·m^{-1})			
C1	3.808 6	3.802 7	1 904	$10^{3.59}$	52	1 999	4.75
C2	2.148 4	2.143 5	2 339	$10^{3.17}$	38	2 381	1.76
C3	1.660 2	1.662 0	3 008	$10^{3.78}$	41	2 939	2.35
C4	1.269 5	1.272 0	3 502	$10^{3.01}$	43	3 389	3.33
C5	1.107 0	1.049 0	4 150	$10^{3.53}$	42	4 153	0.07

5 结论

本文通过利用振动频率法对一座大跨斜拉桥的斜拉索索力进行识别，分析了不同影响因素对索力识别的精度影响，同时利用 ANSYS 优化功能对索力进行精确识别，可以得到以下结论：

（1）拉索两端锚固端填充物对于拉索基频的影响很小，计算索力时可以忽略不计；若没有减振器，拉索长度取锚固点之间的距离。

（2）对于本桥而言，当减振器等效刚度小于 10 kN/m 时，减振器的影响很小，计算索力时，可以忽略不计，计算索长取锚固点之间的距离；当减振器等效刚度大于 10^4 kN/m，相当于斜拉索在减振器处固结，计算索长应取减振器之间的距离。

（3）通过数值模拟的方法以及成桥索力 T_0 和对应安装减振器以后的成桥基频 f_0，估算减振器的等效刚度或者采用图 8 中的公式 $K_m = ES/h$，可以看出，对于本桥而言，减振器的影响不可忽略。

（4）利用振动频率法测索力时，可采用结构优化功能来识别索力，只要合理选取参数范围和步长以及迭代次数，索力的精确识别过程可以由 ANSYS 优化功能来实现。

（5）对于不同的斜拉桥，由于斜拉索的不同，采用振动频率法测试索力时，其影响因素以及其影响程度也不同。本文主要研究了锚固端填充物以及减振器刚度的影响，对其他影响因素（如减振器的位置、抗弯刚度）等并未做研究，应首先对这些影响因素进行计算分析，通过分析结果确定斜拉索的优化设计变量，然后采用优化功能对索力进行精确识别。

参考文献：

References：

[1] 孟少平，杨睿，王景全. 一类精确考虑抗弯刚度影响的系杆拱桥索力测量新公式［J］. 公路交通科技，2008，25（6）：87－91.
MENG Shao-ping，YANG Rui，WANG Jing-quan. Novel Formula of Tension Measurement for Tied Arch Bridges in Precise Consideration of Flexural Rigidity［J］. Journal of Highway and Transportation Research and Development，2008，25（6）：87－91.

[2] 袁博. 斜拉索索力测试影响因素分析及模型修正方法研究［D］. 西安：长安大学，2012.
YUAN Bo. Study on Influencing Factors of Cable Tension Measurement and Model Updating Method［D］. Xi'an：Chang'an University，2012.

[3] 李国强，魏金波，张开莹. 考虑边界弹性约束的索力动力检测理论与试验研究［J］. 建筑结构学报，2009，30（5）：220－226.
LI Guo-qiang，WEI Jin-bo，ZHANG Kai-ying. Theoretical and Experimental Study on Cable Tension Estimation by Vibration Method Accounting for Rotational End Restraints［J］. Journal of Building Structures，2009，30（5）：220－226.

[4] 唐盛华，方志. 考虑中间支撑的拉索等效索长计算方法［J］. 振动与冲击，2013，32（7）：82－87.
TANG Sheng-hua，FANG Zi. Equivalent Cable Length Calculation Method Considering Influence of Intermediate Supports［J］. Journal of Vibration and Shock，2013，32（7）：82－87.

[5] 谭艳. 斜拉桥索力测量及索力状态评估研究［D］. 湘潭：湖南科技大学，2009.
TAN Yan. Cable Tension Measurement and Condition Assessment for Cable-stayed Bridges［D］. Xiangtan：Hunan University of Science and Technology，2009.

[6] 梁鹏，徐岳，刘永健. 斜拉索分析统一理论及其应用［J］. 建筑科学与工程学报，2006，23（1）：68－77.
LIANG Peng，XU Yue，LIU Yong-jian. Unified Analysis Theory of Cable Stay and Its Applications［J］. Journal of

Architecture and Civil Engineering, 2006, 23 (1): 68 – 77.

[7] 李正,戴捷，韩大章. 斜拉索单元模拟在 ANSYS 中的实现 [J]. 现代交通技术，2009，6 (2)：45 – 50.
LI Zheng, DAI Jie, HAN Da-zhang. Stay Cable Simulation Based on Second Development of Ansys [J]. Modern Transportation Technology, 2009, 6 (2): 45 – 50.

[8] 周强. 索力调整在 ANSYS 中的实现 [D]. 武汉：华中科技大学，2005.
ZHOU Qiang. Cable Adjustment of Stayed Bridge in ANSYS [D]. Wuhan: Huazhong University of Science & Technology, 2005.

[9] 项海帆. 高等桥梁结构理论 [M]. 2 版. 北京，人民交通出版社，2013.
XIANG Hai-fan. Advanced Theory of Bridge Structures [M]. 2nd ed. Beijing: China Communications Press, 2013.

[10] 谭长建. 斜拉索参数振动及斜拉桥有限元分析 [D]. 成都：西南交通大学，2006.
TAN Chang-Jian. Parameter Vibration of Stay Cable and Finite Element Analysis of Cable-stayed Bridge [D]. Chengdu: Southwest Jiaotong Univercity, 2006.

[11] 李廷波. 索力测试频率法的研究及其工程应用 [D]. 长沙：长沙理工大学，2007.
LI Ting-bo. Research and Practical Application of Frequency Method for Cable Force Measurement [D]. Changsha: Changsha University of Science & Technology, 2007.

[12] 雷凡. 带减振器的斜拉桥索力测试方法的理论与试验研究 [D]. 武汉：武汉理工大学，2007.
LEI Fan. Theory and Test Research on Cable Tension Estimation Method of Cable-stayed Bridge with Shock Absorber [D]. Wuhan: Wuhan University of Technology, 2007.

[13] 张涛. ANSYS APDL 参数化有限元分析技术及其应用实例 [M]. 北京：中国水利水电出版社，2013.
ZHANG Tao. Parametric Finite Element Analysis Technique of APDL ANSYS and Its Application [M]. Beijing: China Water & Power Press, 2013.

(上接第 60 页)

[9] 黄晓航，高宗余. 无应力状态控制法综述 [J]. 桥梁建设，2010 (1)：71 – 74.
HUANG Xiao-hang, GAO Zong-yu. A Summarized Account of Unstressed State Control Method [J]. Bridge Construction, 2010 (1): 71 – 74.

[10] 程俭廷，张俊平，张力文. 猎德大桥吊索张拉施工方案分析与优化 [J]. 中外公路，2011，31 (6)：172 – 175.
CHENG Jian-ting, ZHANG Jun-ping, ZHANG Li-wen. Analysis and Optimization on Hanger Tensioning Construction Scheme of Liede Bridge [J]. Journal of China & Foreign Highway, 2011, 31 (6): 172 – 175.

[11] 黄海云，张俊平，刘爱荣，等. 空间索面自锚式悬索桥主缆横向位移及索夹横向偏转角的试验研究 [J]. 公路工程，2009，34 (2)：41 – 44.
HUANG Hai-yun, ZHANG Jun-ping, LIU Ai-rong, et al. Testing Study on Lateral Displacement of Main Cable and Lateral Deflection Angle of Cable Clamp in the Self – anchored Suspension Bridge with Spatial Cable System [J]. Highway Engineering, 2009, 34 (2): 41 – 44.

[12] 张志伟. 自锚式悬索桥索鞍无预偏施工吊杆张拉的优化研究 [J]. 世界桥梁，2011 (2)：34-37.
ZHANG Zhi-wei. Optimization Research of Construction of Hanger Tensioning for Self-anchored Suspension Bridge with No Pre-offsetting of Cable Saddles [J]. World Bridges, 2011 (2): 34 – 37.

[13] 李盼到，徐艳玲，姜鹏. 基于无应力状态法的自锚式悬索桥吊杆张拉方案 [J]. 特种结构，2012，29 (3)：50 – 52.
LI Pan-dao, XU Yan-ling, JIANG Peng. The Method of Suspender Tension of Self-anchored Suspension Bridge Based on No-stress Status [J]. Special Structures, 2012, 29 (3): 50 – 52.

[14] 柯红军，李传习，刘建. 平胜大桥自锚式悬索桥静载试验与评价 [J]. 公路交通科技，2009，26 (2)：53 – 59.
KE Hong-jun, LI Chuan-xi, LIU Jian. Static Loading Test and Assessment of Pingsheng Self-anchored Suspension Bridge [J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2009, 26 (2): 53 – 59.