

doi: 10.3969/j.issn.1002-0268.2023.04.021

交通事故下基于 CA-SIR 模型的高速公路拥挤传播

姚 佼*, 鲍雨婕, 李俊杰
(上海理工大学 管理学院, 上海 200093)

摘要: 为探究交通事故对高速公路所造成的拥挤传播影响, 将流行病传播 SIR 模型微观化和动态化。针对其计算求解复杂的问题, 将其与元胞自动机 (CA) 有机结合, 并考虑了高速公路事故的特点和影响范围等因素。以单向三车道为例, 假设事故占用最左侧车道的 4 个元胞格, 对后续车辆拥堵传播的动态过程进行了模拟。对于模型中关键的拥堵传播率与拥堵恢复率 2 个参数, 则主要通过高速公路上车辆的换道概率和制动概率来设定量化公式, 最终分别得到三者间的确定关系。相关仿真结果表明: 所提出的 CA-SIR 模型与传统的 SIR 模型相比, 在最大拥挤车辆数保持相似的情况下, 由于考虑元胞自动机的离散, 可以更早反映事故发生后的车道封闭, 更符合实际情况; 根据相关的拥挤发生时空图, 当制动概率增加时, 事故带来的拥堵更早发生, 更晚消散, 拥堵的规模和影响路段长度更大; 当换道概率降低时, 对车辆最大排队长度及整体行驶时间并无显著影响, 但车辆在到达事故区域后所造成的拥挤影响会更早发生, 拥挤影响的车辆数也更大。故此, 在高速公路交通事故发生后, 应通过路侧交通广播、智能网联汽车、车路协同等技术手段, 尽可能快地发布交通事故信息, 引导车辆提前换道, 减少制动概率, 以期降低事故影响的拥挤规模和持续时间。

关键词: 交通工程; 拥挤传播; CA-SIR 模型; 高速公路; 制动概率; 换道概率

中图分类号: U491

文献标识码: A

文章编号: 1002-0268 (2023) 04-0170-09

CA-SIR Model Based Congestion Propagation of Expressway in Accident Scenario

YAO Jiao*, BAO Yu-jie, LI Jun-jie

(School of Business, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 20093, China)

Abstract: In order to investigate the influence of traffic accident on the congestion propagation on expressway, the epidemic propagation SIR model is combined with cellular automata (CA) for the complexity of its computational solution in a microscopic dynamic way considering the characteristics of expressway accidents and the influence range, etc. Taking one-way three-lane for example, assuming that the accident occupies 4 cells of the leftmost lane, the dynamic process of congestion propagation of subsequent vehicles is simulated. For the 2 key parameters of the model (congestion propagation rate and congestion recovery rate), the quantified formulas are set up mainly through the lane changing probability and braking probability of the vehicles on expressway, and eventually the definite relationship among the 3 factors is obtained. The related simulation result shows that (1) compared with the traditional SIR model, the proposed CA-SIR model can reflect the lane closure after accident earlier and better match the actual situation due to the consideration of CA discretization when the maximum number of congested vehicles is kept similar; (2) according to the related congestion occurrence diagram, when the braking probability increases, the congestion caused by

收稿日期: 2021-06-04

基金项目: 国家自然科学基金项目 (71971140, 52122215)

作者简介 (* 通讯作者): 姚佼 (1982-), 男, 山西芮城人, 副教授. (yaojiao@126.com)

accident occurs earlier and dissipates later, and the scale of the congestion is larger and the length of the affected section is longer; (3) when the probability of lane changing decreases, there is no significant influence on the maximum vehicle queue length and the overall travel time, but the influence of congestion caused by vehicles arriving at the accident area occurs earlier and the number of vehicles affected by congestion is larger. Therefore, after the occurrence of traffic accident on expressway, traffic accident information should be released as quickly as possible through roadside traffic broadcasting, intelligent networked vehicles, vehicle-infrastructure cooperation and other technical means to guide vehicles to change lane ahead of time and to reduce the braking probability, so as to reduce the scale and duration of congestion affected by the accident.

Key words: traffic engineering; congestion propagation; CA-SIR model; expressway; brake probability; lane changing probability

0 引言

我国高速公路特别是东部沿海地区已基本实现网络化的建设和运营。2020年以来,受到新冠疫情的影响,国内跨区域私家车出行的趋势渐增,高速公路交通需求增长显著,各类常发性和偶发性拥挤问题时有发生。由于高速公路全程封闭、行驶速度高、出入口间距长等特点,一旦发生拥挤,持续时间长,影响严重,甚至会带来次生交通事故,影响其运行的可靠性。在高速公路上通行的车辆常容易受到各类特殊事件而产生车辆排队拥挤状况,这样的拥挤传播就像是“蝴蝶效应”现象,而第1辆产生拥挤现象的车辆就像是挥动翅膀、引发美国德克萨斯州龙卷风的那只亚马逊蝴蝶。相关研究表明,1名司机的急刹车或超车可能引发1场“交通海啸”,其受影响路段长达80 km^[1]。因此,量化研究清楚高速公路拥挤产生的蝴蝶效应具有重要意义。

SIR模型是传染病学中最经典的模型。Lowell等在20世纪20年代首次提出SIR传播模型,成功模拟了疾病的传播,随后逐渐被推广到其他领域用于模拟事件的发生,如谣言舆论等传播媒介中。基于这种思想,与SIR相类似的传播模型还被运用于交通网络中的许多研究领域。Wu等^[2]在2004年从复杂网络的角度出发,通过模拟不同参数下的交通拥挤传播情况,指出在实际的交通出行中,交通拥挤在交通网络中向相邻的路段和节点进行传播,类似于病毒在复杂网络中SIR模型的传播。Zhang等^[3]通过建立交通拥挤传播的改进SIS传染病模型,基于BA无标度网络对传播过程进行仿真,验证了模型的有效性。周艳等^[4]深入分析城市交通网络拥挤的动态演进过程,建立了交通拥挤传播的改进SIS的病毒传播模型,利用状态转移概率方法,基于多层复杂网

络分析交通拥堵和预警信息交互传播的动力学行为特征,揭示了预警信息传播对交通拥堵传播的影响。张兆宁等^[5]通过分析SEIR模型对航班延误传播规律研究的适用性,研究节点传播机理,构建大面积航班延误传播模型,并对相关参数进行分析,研究了大面积航班延误的传播规律。左忠义等^[6]选取大连市内一路段为研究对象,将经典的传染病SIR模型应用于路边违章停车的传播规律研究,建立了路边违章停车行为的传播模型。殷勇等^[7]运用复杂网络的传播动力学理论来分析路网中列车晚点的传播扩散情况,通过建立铁路列车晚点传播的SIR模型,分析了列车晚点的传播机制。骆晨等^[8]将SIR传染病模型的传播特性运用于轨道交通网络中,证明了拥堵传播率随初始拥堵站点的增加而增加。

SIR传染病模型本身也在不断演化研究中推进。Pellis等^[9]验证了随机流行病模型可扩展到许多其他现实的模型中,并验证分析了Ludwig的结论:对于一种恢复后导致永久免疫的疾病,可以忽略流行病的时间动态,而不影响最终的规模分布,确保该结论在特定条件下的可行性。P'erez-Reche等^[10]提出了一种协同效应的SIR流行病学模型,使宿主的传染性和易感染性取决于被感染邻居的数量,设定2种不同的协同作用,一种导致快速入侵,感染大量宿主,另一种用缓慢而稀疏的探索性觅食策略,通过感染更少的宿主跨越更大的距离。

近年来,国内外诸多学者开始探索如何将SIR模型与元胞自动机模型进行结合。Fu等^[11]结合流行病学模型与元胞自动机方法,以CA-SIRS模型来模拟人群之间的情绪感染动态过程。郑三强等^[12]针对多因素传染病的精确仿真,结合元胞自动机模拟感染者的被动转化过程,更高精度地仿真了疫病传播的实际情况。李眩等^[13]制订元胞自动机模型的相应

规则,并对每个元胞同步更新,对传染病传播与控制过程所发生的变化进行有效模拟,验证了其合理性和有效性。任环等^[14]通过提出 SIR-CA 传播模型研究了病毒在复杂网络中的传播,发现当网络交通流量增大时,传播速度加快。

在元胞自动机模型与交通流模型仿真方面, Mu 等^[15]通过使用 CA 元胞自动机仿真模型分析了微型汽车在交通流中的交通特性,并研究了不同速度的微型汽车交通流量,证明微型汽车的引入会一定程度地缓解交通拥堵。姬浩等^[16]通过分析事故车辆对城市三车道道路的交通流影响,通过元胞自动机构建模型,得到了事故车辆在不同时刻与不同位置时呈现的不同情况。刘霞等^[17]针对双车道发生事故的模型,建立了双车道下的 CA 模型来分析不同区域时的换道特点,发现事故产生后应当缩短事故的处理时间,降低进口道车辆数来缓解事故带来的拥挤情况。Zeng 等^[18]提出了一种新的基于实时信息的平均速度反馈策略,用于改进 MCD 模型。通过仿真得到在自由流动阶段,虽然道路上车辆较少且车辆之间的距离相对较大,但前车的突然减速会引起减速波向道路上传播,平均速度反馈策略可以保持自由流条件下交通流的稳定。

综上所述, SIR 传染病模型在交通运输领域的各方面研究中得到一定程度运用,特别是对于城市道路交通拥挤的传播效果显著,但对于运行速度快、拥挤后果严重的高速公路,其应用效果有待验证。本研究将根据 SIR 传染病传播,融合到元胞自动机模型在高速公路交通拥挤的研究过程中,建立了一种高速公路交通拥挤传播的 CA-SIR 传染病模型。通过 CA-SIR 在高速公路拥挤传播的仿真研究,调整模型中的关键参数,得到拥堵传播率和拥堵恢复率与制动概率和换道概率之间的定量关系。从宏观角度揭示高速公路交通拥挤传播的复杂性,为切实提高其承载能力,充分利用现有交通资源,科学制订相关系统交通管理与控制策略提供理论基础。

1 高速公路的 CA-SIR 基本模型

1.1 初始 SIR 模型

SIR 模型是流行病学中的基本疾病在网络上传播的模型,该模型除了疾病传播外,也可在其他事物(信息、计算机病毒、谣言)的网络中传播。SIR 模型将人群分为 3 类:易感人群(Susceptible)、感染

人群(Infected)和被移除并且对进一步感染完全免疫的人群(Removed)。

将 SIR 模型引用至高速公路中的交通拥挤传播过程中,3 类状态分别表示为:易受到拥挤影响(S)、处于拥挤状态中(I)、不受拥挤影响(R),且自变量为时间 t ,分别记为: $S(t)$, $I(t)$, $R(t)$ 。

在理论框架中,将节点表示为选取路段中的各个车辆,一旦 1 辆车处于拥挤状态,在这个时期内将拥挤传播给其他易受拥挤车辆。在这个模型过程中,由于车辆保持行驶移动状态,故认为离开拥挤状态的车辆具有免疫性,不再受此阶段的拥挤影响,彻底离开拥挤状态。

拥挤状态中的车辆通过随机概率以平均传播率 λ 影响着周边其余未拥挤车辆,同时以平均恢复率 μ 逐渐驶离拥挤区域($I \rightarrow R$ 转换)。而受到拥挤状态车辆影响的车辆也将通过平均传播率 λ 变为拥挤车辆($S \rightarrow I$ 转换)。图 1 为车辆自身变化状态。在交通事故和不可预测的自然灾害中,传播概率 λ 比一般因交通流量过大而造成的拥挤要大,并且特殊事件导致交通系统拥挤不容易恢复,恢复概率 μ 也小于其他情况^[2]。

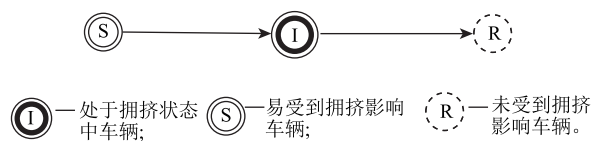


图 1 车辆状况变化

Fig. 1 Vehicles status variation

在 SIR 传播模型中,假设全过程内的车辆总数为 N ,保持不变, $S(t)$ 为自由流车辆、 $I(t)$ 为拥挤车辆、 $R(t)$ 为驶离车辆,则三者之间的微分方程为:

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = -\lambda I(t) \frac{S(t)}{N} \\ \frac{dI}{dt} = \lambda I(t) \frac{S(t)}{N} - \mu I(t), \\ \frac{dR}{dt} = \mu I(t) \end{cases} \quad (1)$$

式中, $S(t)$ 为 t 时刻自由流车辆占车辆总数的比例; $I(t)$ 为 t 时刻拥挤车辆占车辆总数的比例; $R(t)$ 为 t 时刻驶离车辆占车辆总数的比例; $s(t) + i(t) + r(t) = 1$ 。

进而得到三者之间的非线性微分方程为:

$$\begin{cases} \frac{ds}{dt} = \frac{d\left(\frac{S}{N}\right)}{dt} = \frac{1}{N} \cdot \left[-\lambda I(t) \frac{S(t)}{N} \right] = -\lambda i(t)s(t) \\ \frac{di}{dt} = \frac{d\left(\frac{I}{N}\right)}{dt} = \frac{1}{N} \cdot \left[\lambda I(t) \frac{S(t)}{N} - \mu I(t) \right] = \lambda i(t)s(t) - \mu i(t) \\ \frac{dr}{dt} = \frac{d\left(\frac{R}{N}\right)}{dt} = \frac{1}{N} \cdot [\mu I(t)] = \mu i(t) \end{cases}, \quad (2)$$

式中, N 为路段内的车辆总数; S 为易受到拥挤影响的车辆; $s(t)$ 为自由流车辆; $i(t)$ 为拥挤车辆; $r(t)$ 为驶离车辆。

1.2 改进后的 SIR 模型 CA-SIR

由于初始的 SIR 模型是基于常微分方程的宏观静态数学模型, 因此可能不适于描述拥挤状态中的车辆, 尤其是持续运动的车辆。因此, 应该将初始的 SIR 模型修改为微观和动态的, 以反映这种系统中的拥挤传播。在此模型中, 每辆车都可能处于以下 3 种状态之一: 易受到拥挤影响 (S)、处于拥挤状态中 (I) 或不受拥挤影响 (R)。由于 SIR 传染病模型中的微分方程过于简化复杂随机行为, 计算求解也相对复杂, 而元胞自动机 (Cellular Automata, CA) 模型则能简化证明和求解方面的难题, 并能更好地设定复杂随机行为, 可以同时在时间和空间的交通拥挤传播特征方面进行模拟, 因此, 在使用 CA 方法时, 提出了一种 CA-SIR 改进离散模型。

元胞自动机是一种时间空间与状态都离散的离散型模型, 它由元胞、元胞空间 L 、元胞邻居 K 和元胞规则 F 这 4 部分组成, 即: $CA = (L, Sd, K, F)$, 其中 Sd 是元胞的状态集。结合以上描述, CA-SIR 模型可通过以下进一步的定义来实现交通拥挤传播问题。

(1) 元胞空间: 建立包含 N 个元胞的一维元胞空间, 一维元胞空间中的 1 个元胞即表示网络中的 1 辆车。下一时刻元胞的状态通过当前该元胞和元胞邻居的状态来判定。

(2) 元胞状态合集: 设 $Sd_{i,j}^t$ 为 t 时刻在第 i 行, 第 j 列的元胞的状态。并且设定 $Sd_{i,j}^t = \{0, 1, 2\}$, 其中 0 表示易受到拥挤影响车辆; 1 表示处于拥挤状态车辆; 2 表示不受拥挤影响车辆。

(3) 邻居规则: 摩尔型邻居。

(4) 元胞的演化规则:

①当 $Sd_{i,j}^t = 0$, 若该车辆周围存在着拥挤车辆,

则每辆拥挤车辆以概率 λ 对其进行影响, 若影响成功, 则 $Sd_{i,j}^t = 1$, 否则, $Sd_{i,j}^t = 0$ 。

②当 $Sd_{i,j}^t = 1$, 该拥挤车辆在单位时步以概率 μ 转变为不受拥挤影响车辆, 若影响成功, $Sd_{i,j}^t = 2$, 否则, $Sd_{i,j}^t = 1$ 。

③当 $Sd_{i,j}^t = 2$ 且 $Sd_{i,j}^{t+1} = 2$ 时, 车辆驶离拥堵区域且不再受到拥堵影响。

高速公路拥挤传播过程中, 产生拥挤的车辆会潜在影响更多的后续车辆, 其周边所相邻的车辆数越多, 拥挤传播的速度越快, 所牵涉的车辆拥挤范围也越广。

2 交通事故下拥挤传播的 CA-SIR 模型构建

2.1 模型的基本假设

假设本模型是单向三车道, 车道长度为 700 m, 其中每个元胞单元格代表 1 辆车, 单元格长度设定为 7 m。任意时刻每个元胞都会出现 2 种可能: 被车辆占据或空置。

假设模型中所有车辆均为小汽车。且时间、空间和车辆速度均被整数离散化。车辆由泊松分布随机产生, 车辆总数 $N=200$ 辆, 从车道起点开始行驶, t 时刻第 i 辆车的速度为 $v_i(t)$ 且 $v_i(t) \in [0, v_{\max}]$, $v_{\max}$ 为车辆行驶的最大速度。由于每格单元格设定长度为 7 m, 所以规定 $v_{\max} = 5 \text{ cell/s} = 35 \text{ m/s} = 126 \text{ km/h}$ 。

交通事故发生后仅占用 1 条车道, 假定事故发生于 1 号车道 364 m 处, 所占用的公路长度约 28 m。事故对 2 号、3 号车道不造成影响。交通事故下基于元胞自动机的高速公路模拟图如图 2 所示。

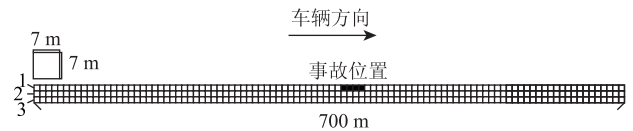


图 2 交通事故下基于元胞自动机的高速公路模拟示意图

Fig. 2 Schematic diagram of simulating expressway in traffic accident based on cellular automaton

2.2 模型的建立

2.2.1 车辆到达分布

模型中车辆到达采用泊松分布随机产生。泊松分布的基本公式为:

$$p(x) = \frac{(\delta t)^x e^{-\delta t}}{x!}, \quad x = 1, 2, \dots, n, \quad (3)$$

式中, $p(x)$ 为计数间隔 t 内的车辆数为 x 的概率; δ 为单位间隔的平均到达率; t 为每次计数所相隔的时间; e 为自然常数, 取 2.718 28。

设定3条车道共计车辆平均到达率为 $\delta=2$ pcu/s, 计数间隔为 $t=1$ s。

2.2.2 车辆跟驰模型

在车辆产生事故后, 后续车辆在通过事故点时状态也较为复杂, 不同驾驶员的选择行为也各不相同。根据Nasch的模型运行规则, 从 t 时刻到 $t+1$ 时刻根据以下规则更新。

(1) 加速规则: $v_i = \min(v_{t,i} + 1, v_{\max,i})$ 。反映车辆以最大速度行驶, 其中 $v_{t,i}$ 为 t 时刻第 i 辆车的速度; $v_{\max,i}$ 为第 i 辆车的最大速度, 即期望速度。

(2) 减速规则: $v_{t,i} = \min(v_{t,i}, d_{t,i})$ 。确保车辆不会与前车产生碰撞, 其中 $d_{t,i}$ 为 t 时刻第 i 辆车及其前车的车头间距; $d_{t,i} = x_{i+1} - x_i - l_{\text{car}}$ 为第 i 辆车和第 $i+1$ 辆车的距离; $x_{t,i}$ 为 t 时刻第 i 辆车的位置; l_{car} 为车身长度; 设定 $l_{\text{car}}=5$ m。

(3) 随机制动: $v_{t,i} = \max(v_i - 1, 0)$ 。设定 P_{brake} 为随机制动概率, 表示车辆以概率 P_{brake} 随机减速。

(4) 位置更新: $x_{t+1,i} = x_{t,i} + v_{t,i} \times \Delta t$ 。

在判断是否是头车后, 比较车辆与前车的车头间距 $d_{t,i}$ 与安全距离, 车辆采取相应的速度变化策

略, 得到完整的车辆跟驰模型。

2.2.3 换道规则

模型中第1条车道的第1辆车到达事故处时, 车辆会选择合适的时机进行换道行为, 此外车辆也有一定的随机概率进行自主换道。通过考虑目标车辆与周边紧邻车辆的间距、自身车速、车辆运行时需判断的速度、间距变量等综合因素。设定以下条件, 当满足这些条件时车辆会采取换道:

$d_{t,i} < \min(v_{t,i} + 1, v_{\max,i})$, 表示 t 时刻第 i 辆车受到前车影响, 可能会进行换道。

$d_{t,i,\text{other}} > \min(v_{t,i} + 1, v_{\max,i})$, 表示相邻车道上有足够的换道空间, 可为第 i 辆车提供换道。 $d_{t,i,\text{other}}$ 为 t 时刻第 i 辆车与相邻车道上最近前车的距离。

$d_{t,i,\text{back}} > \min(v_{t,i,\text{back}} + 1, v_{\max,i,\text{back}})$, 表示防止换道后被后方车辆追尾。 $d_{t,i,\text{back}}$ 为 t 时刻第 i 辆车与相邻车道上最近后车的距离; $v_{t,i,\text{back}}$ 为 t 时刻相邻车道上与第 i 辆车最近后车的速度; $v_{\max,i,\text{back}}$ 为 t 时刻相邻车道上与第 i 辆车最近后车的最大速度。

$\text{rand}() < P_{\text{change}}$ 。 P_{change} 为车辆的平均换道概率, $\text{rand}()$ 为0到1之间的随机数。

图3为车辆换道行为的仿真示意图。

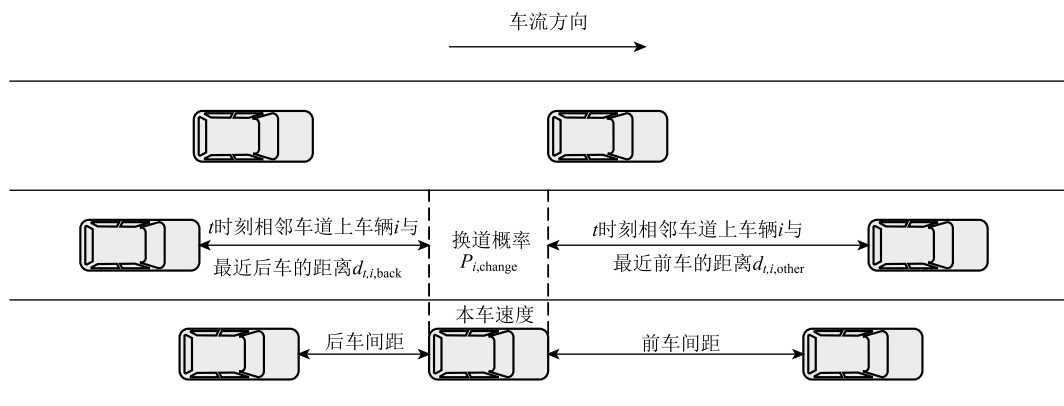


图3 车辆换道行为的仿真示意图

Fig. 3 Simulation diagram of vehicle's lane changing behavior

2.2.4 SIR 关键参数确定

λ_{CA} 为系统中的任意车辆从状态 S 被影响成为状态 I 的概率, 且 λ_{CA} 是一个在0到1内的非负值。 λ_{CA} 的大小与不同系统中车辆所受的仿真影响有关, 通过系统中不同制动概率 P_{brake} 与换道概率 P_{change} 的情况得到动态变化的传播概率 λ_{CA} 。其值越大表示该系统中拥挤车辆所受制动概率 P_{brake} 与换道概率 P_{change} 的影响越大。设定传播概率 λ_{CA} 的公式为:

$$\lambda_{\text{CA}} = \frac{\bar{\lambda} \times \delta}{20 \times e^{-P_{\text{change}} \times P_{\text{brake}}}}, \quad (4)$$

式中, $\bar{\lambda}$ 为平均拥堵传播概率; δ 为车辆总平均到达率。设定 $\bar{\lambda}=0.75$, $\delta=2$ pcu/s, 计数间隔为 $t=1$ s。

μ_{CA} 为系统在拥挤状态中车辆从状态 I 驶离拥挤区域变为状态 R 的概率, 且 μ_{CA} 是一个在0到1内的非负值。与 λ_{CA} 相类似, μ_{CA} 的大小也受到系统中不同制动概率 P_{brake} 与换道概率 P_{change} 的影响而产生动态变化。其值越大表示该系统受制动概率 P_{brake} 与换道概率 P_{change} 的影响越大, 拥挤消散的效果也越明显。设定恢复概率 μ_{CA} 的公式为:

$$\mu_{\text{CA}} = \frac{\bar{\mu}}{20 \times e^{-P_{\text{change}} \times P_{\text{brake}}}}, \quad (5)$$

式中, $\bar{\mu}$ 为平均拥堵恢复概率, 设定 $\bar{\mu}=0.4$ 。

3 模型的仿真分析

本研究通过上述一系列假设构建 CA-SIR 模型, 将此改进后模型与初始 SIR 模型进行对比, 可得到 CA-SIR 模型。在假定高速公路与交通事故的具体影响因素后, 更能真实地反映各个时刻的车辆拥挤数量, 验证模型的有效性。进一步, 通过基于 CA-SIR 模型对道路时空图进行不同制动概率 P_{brake} 与换道概率 P_{change} 的分析, 得到该高速公路事故发生条件下车辆的拥挤变化情况及时空变化规律, 为缩小事故造成的拥挤规模和持续时间提供可行性依据。

3.1 数据模拟及分析

通过 CA-SIR 模型对三车道高速公路产生的交通事故及周围路段进行仿真模拟后, 与初始 SIR 模型相比较, 得到图 5 不同模型中处于拥挤状态车辆的 I 的对比分析, 其中 SIR 模型取平均传播率 $\lambda=0.1$, 平均恢复率 $\mu=0.03$; CA-SIR 模型参数为制动概率 $P_{\text{brake}}=0.3$, 换道概率 $P_{\text{change}}=0.9$, 车辆单位间隔的平均到达率 $\delta=2(\text{pcu/s})$ 。这些参数的设定保障了 2 种模型间的差异化最小, 确保了对比过程中的拥挤传播和恢复率相似。

根据图 4 中的黑色虚线方框, 在模型初始阶段及拥堵高峰时间段内, CA-SIR 模型与 SIR 模型中的拥挤车辆数相差 7%, 较为类似。而在拥挤形成阶段和拥挤消散阶段, CA-SIR 模型中处于拥挤状态的车辆数要明显偏高于 SIR 模型, 2 个阶段比例分别高了 460% 和 113%。这是因为在 CA-SIR 模型中结合交通事故对 1 条车道的部分路段进行了封闭, 所以拥挤现象产生更早, 消退更晚, 但拥堵高峰时段内的最大拥挤车辆数是保持相似的。因此, 可以认为, CA-SIR 模型相较 SIR 传染病模型对于高速公路产生交通事故的仿真模拟, 更能反映实际情况。

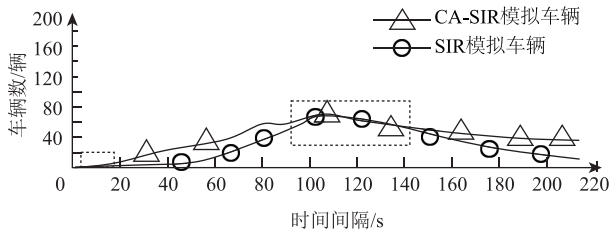
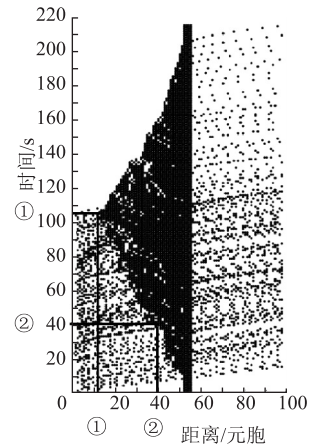


图 4 CA-SIR 模型与 SIR 模型中拥挤车辆的对比分析

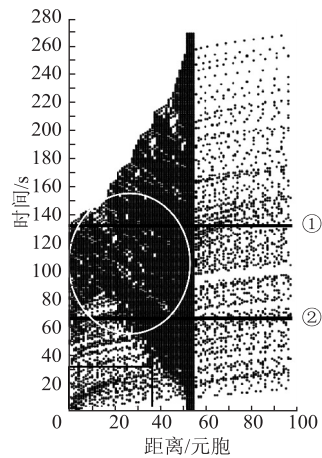
Fig. 4 Comparative analysis of congested vehicles between CA-SIR model and SIR model

3.2 基于高速公路时空变化的仿真分析

道路时空变化是指在时间变化下通行车辆行驶距离的时空图。通过记录所有车辆在模型运动中所有时刻的位置, 通过点的形式将每辆车的行驶位置记录在图中。横坐标代表车辆行驶的距离, 纵坐标代表车辆在该位置时所通行的时间。如图 5 所示, 图中第 52 个元胞至第 55 个元胞内产生了交通事故。



(a) $P_{\text{brake}}=0.3$



(b) $P_{\text{brake}}=0.5$

图 5 $P_{\text{change}}=0.9$ 时的车辆时空图

Fig. 5 Spatio-temporal diagrams of vehicle location

when $P_{\text{change}}=0.9$

通过 MATLAB 的仿真研究发现, 当制动概率过大时, 该模型仿真将不具有可行性, 车辆一旦驶出就会造成或遭遇拥堵状况, 交通事故条件的设定将无效; 而换道概率对整体仿真过程的影响较小, 故制动概率的取值范围较大。现设定制动概率为 $P_{\text{brake}}=0.3$, 换道概率 $P_{\text{change}}=0.9$ 进行仿真模拟。由图 5 (a) 所示, 由于车辆到达采用泊松分布模型, 所以车辆出现的时间间隔并不是均匀的, 整体间隔粗细相间, 最先驶出的车辆受到交通事故的影响较

小。当车辆逐渐增多时,受到交通事故的影响车辆产生明显的聚集现象,车辆的最大排队情况反映在第 105 s 时,车辆排队至第 12 个元胞格,见图 5 (a) 中的第①条黑色竖向实线及其横向实线对应的位置和时刻,此时整体车速降低。当所有车辆都驶出发车区域后,拥堵区域逐渐开始消散。整个模型运动时间约为 215 s。该车辆时空图中出现的车辆最大排队情况与图 5 相同参数下 SIR 传染病模型与 CA-SIR 模型下最大拥堵车辆数产生时间相同。

当取制动概率 P_{brake} 增加到 0.5, 其他参数保持不变时, 得图 5 (b)。

对比图 5 (a) 与图 5 (b) 能明显看出, 由于制动概率增加, 模型中车辆在主要受到交通事故封闭车道的影响外, 还受到车辆随机制动概率的影响, 容易形成小区域性的聚集, 见图 5 (b) 左下方的黑色细实线方框内。最先驶出的车辆由于还未到达事故发生区域, 所以前方车辆制动而产生的小型拥堵很快就能消散。而当后续车辆已到达交通事故区域并产生大型拥堵后, 受到随机制动概率的影响, 在第 65 s 时 (图 5 (b) 中第②条横向实线对应的时刻), 拥堵从第 55 个元胞波及至起点, 直至第 130 s 时 (图 5 (b) 中第①条横向实线对应的时刻), 起点处的拥堵现象才得到缓解开始消散, 且拥堵区域消散的更慢。整个模型对起点处造成拥堵现象共 65 s, 运行时间约为 270 s。

当换道概率 P_{change} 降低到 0.5, 其他参数保持不变时, 事故发生后的时空图如图 6 所示。图 5 (b) 与图 6 (b) 中的 2 条黑色实线分别表示起点处受到拥堵影响和结束拥堵影响的时刻。

可以看出, 在图 6 (a) 中, 第 100 s 时车辆排队最大, 影响至第 12 个元胞格, 见图 6 (a) 中的第①条黑色竖向实线及其横向实线对应的位置和时刻, 整个模型运动时间约为 215 s。与图 5 (a) 对比发现, 当换道概率降低时, 车辆最大排队长度方面以及整体行驶时间并无明显区别。但车辆在到达事故区域后所造成的拥堵影响会更早发生, 如在第 40 个元胞处, 图 5 (a) 于第 40 s 才涉及拥堵影响, 而图 6 (a) 在第 29 s 就受到了拥堵影响, 见图 5 (a) 和图 6 (a) 中的第②条黑色横向实线对应的时刻。

同理, 在图 6 (b) 中, 第 60 s 时 (图 6 (b) 中第②条横向实线对应的时刻) 车辆由于交通事故所造成的拥堵已影响至起点位置, 第 150 s 时 (图 6 (b) 中第①条横向实线对应的时刻), 起点处的拥堵现象才开始消散。整个模型对起点处造成拥堵现象

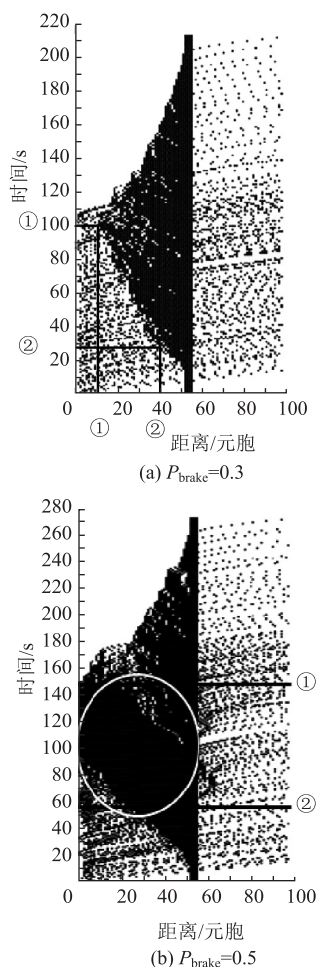


图 6 $P_{\text{change}} = 0.5$ 时的车辆时空图

Fig. 6 Spatio-temporal diagrams of vehicle location when $P_{\text{change}} = 0.5$

共 90 s, 运行时间约为 270 s。与图 5 (b) 对比发现, 当换道概率降低时, 车辆在整体行驶持续时间并无区别, 拥堵均涉及至模型起始处, 但影响产生时间略早, 结束影响很晚, 起点处的拥堵持续时间增长到 150%。在图 5 (b) 与图 6 (b) 的白色圆形框中, 拥堵产生范围内的空元胞数更少, 说明换道概率的下降导致了拥堵产生所涉及的车辆数更多。

根据以上分析可知, 当交通事故产生占用部分车道后, 随着车辆逐渐到达所导致的交通拥堵现象也更明显。制动概率 P_{brake} 的增加会造成事故影响外的小型聚集, 导致拥堵现象更早产生, 更晚消散且拥堵涉及范围更大, 车辆最大排队更长, 模型仿真所运行的整体时间也更长。

换道概率 P_{change} 的下降虽然对仿真整体运行时间没有明显影响, 但也会导致拥堵在同一位置更早发生, 对同一位置造成的拥堵持续时间更久, 所影响的后续车辆也更多, 拥堵规模更明显。

根据上述研究可以认为, 在高速交通事故发生后, 应通过路侧交通广播、智能网联汽车、车路协同等技术手段, 尽可能快地发布交通事故信息, 特别是通知其后交通流中的车辆前方相关事故信息, 引导车辆提前换道, 减少制动概率, 以期降低事故影响的拥堵规模和持续时间。

4 结论

通过将高速公路的拥堵传播现象与传染病 SIR 模型相比较, 发现拥堵传播的过程与传染病的传播有一定相似性。本研究建立了三车道高速公路发生交通事故封闭车道部分路段情况下的元胞自动机传染病模型。在模型构建中, 通过建立基于车辆换道概率及制动概率的拥堵传播率与拥堵恢复率, 得到了 CA-SIR 中的关键参数, 并通过对不同场景的参数调整, 获取了在交通事故下的高速公路拥堵传播各时间点的拥堵车辆发展阶段。

运用 CA-SIR 来模拟研究高速公路的拥堵传播现象, 可以避免传统 SIR 传染病模型里微分方程中的复杂计算, 且更符合实际地对交通现象进行模拟。通过道路时空图变化、车辆随时间的位置变化等来直观清晰地了解拥堵传播过程及消散过程, 验证 CA-SIR 关键参数的可行性。

仿真结果表明, 拥堵传播率和拥堵恢复率均随制动概率与换道概率的上升而上升, 在高速交通事故发生后, 应制订相关措施尽可能降低后续影响交通流中的车辆制动概率、增加其提前换道的概率, 以期减小事故造成的拥堵规模和持续时间。

参考文献:

References:

- [1] OROSZ G, WILSON R E, SZALAI R, et al. Exciting Traffic Jams: Nonlinear Phenomena Behind Traffic Jam Formation on Highways [J]. *Physical Review E: Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*, 2009, 80 (4): 1-12.
- [2] WU J J, GAO Z Y, SUN H J. Simulation of Traffic Congestion with SIR Model [J]. *Modern Physics Letters B*, 2004, 18 (30): 1537-1542.
- [3] 张俊锋, 马昌喜, 吴芳, 等. 复杂城市交通网络拥堵传播的改进 SIS 模型 [J]. *交通运输研究*, 2015, 1 (6): 20-25.
- [4] 周艳, 李妍羲, 江荣贵, 等. 交通拥堵与预警信息交互传播动力学分析 [J]. *地球信息科学学报*, 2017, 19 (10): 1279-1286.
- [5] ZHOU Yan, LI Yan-xi, JIANG Rong-gui, et al. Dynamic Analysis of Interactive Transmission of Warning Information and Traffic Congestion [J]. *Journal of Geoinformation Science*, 2017, 19 (10): 1279-1286.
- [6] 张兆宁, 张佳. 基于 SEIR 模型的大面积航班延误传播 [J]. *科学技术与工程*, 2020, 20 (8): 3356-3361.
- [7] ZHANG Zhao-ning, ZHANG Jia. Large-scale Flight Delays Propagation Based on SEIR Model [J]. *Science Technology and Engineering*, 2020, 20 (8): 3356-3361.
- [8] 左忠义, 王英英, 包蕴. 基于 SIR 的路边违停行为传播模型研究 [J]. *大连交通大学学报*, 2019, 40 (3): 7-11.
- [9] ZUO Zhong-yi, WANG Ying-ying, BAO Yun. Research on Roadside Violation Behavior Propagation Model Based on SIR [J]. *Journal of Dalian Jiaotong University*, 2019, 40 (3): 7-11.
- [10] 殷勇, 刘杰, 刘庆. 基于 SIR 模型车站晚点传播仿真研究 [J]. *综合运输*, 2017, 39 (7): 60-65, 84.
- [11] YIN Yong, LIU Jie, LIU Qing. Simulation Research of Station Delay Propagation Based on SIR Model [J]. *China Transportation Review*, 2017, 39 (7): 60-65, 84.
- [12] 骆晨, 刘澜, 牛龙飞. 城市轨道交通超大客流网络拥挤传播研究 [J]. *石家庄铁道大学学报 (自然科学版)*, 2014, 27 (2): 83-86.
- [13] LUO Chen, LIU Lan, NIU Long-fei. The Research on the Network Congestion for Large Passenger Flow of Urban Rail Transit [J]. *Journal of Shijiazhuang Tiedao University (Natural Science)*, 2014, 27 (2): 83-86.
- [14] PELLIS L, FERGUSON N M, FRASER C. The Relationship between Real-time and Discrete-generation Models of Epidemic Spread [J]. *Mathematical Biosciences*, 2008, 216 (1): 63-70.
- [15] PÉREZ-RECHE F J, LUDLAM J J, TARASKIN S N, et al. Synergy in Spreading Processes: From Exploitative to Explorative Foraging Strategies [J]. *Physical Review Letters*, 2011, 106 (21): 218701.
- [16] FU L B, SONG W G, LÜ W, et al. Simulation of Emotional Contagion Using Modified SIR Model: A Cellular Automaton Approach [J]. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 2014, 405: 380-391.

- [12] 郑三强, 韩晓卓. 多因素制约下的 SIR 传染病模型的元胞自动机仿真模拟研究 [J]. 广东工业大学学报, 2018, 35 (5): 51-59.
ZHENG San-qiang, HAN Xiao-zhuo. A Simulation of Cellular Automata Based on the SIR Infectious Disease Model with Multifactorial Constraints [J]. Journal of Guangdong University of Technology, 2018, 35 (5): 51-59.
- [13] 李眩, 童百利, 吴晓兵. 基于元胞自动机的传染病传播和控制仿真模型 [J]. 辽宁工业大学学报 (自然科学版), 2020, 40 (5): 290-295.
LI Xuan, TONG Bai-li, WU Xiao-bing. Simulation Model of Infectious Disease Transmission and Control Based on Cellular Automata [J]. Journal of Liaoning University of Technology (Natural Science Edition), 2020, 40 (5): 290-295.
- [14] 任环, 蒋国平, 胡海宏. 考虑交通流量的 SIR-CA 病毒传播模型 [J]. 计算机技术与发展, 2011, 21 (8): 250-253.
REN Huan, JIANG Guo-ping, HU Hai-hong. A SIR-CA Model for Epidemic Propagation Considering Traffic Flow [J]. Computer Technology and Development, 2011, 21 (8): 250-253.
- [15] MU R, YAMAMOTO T. An Analysis on Mixed Traffic Flow of Conventional Passenger Cars and Microcars Using a Cellular Automata Model [J]. Procedia-Social & Behavioral Sciences, 2012, 43, 457-465.
- [16] 姬浩, 王永东, 李佩, 等. 事故车辆影响下的城市三车道道路交通流仿真 [J]. 中国安全科学学报, 2021, 31 (3): 112-120.
JI Hao, WANG Yong-dong, LI Pei, et al. Traffic Flow Simulation of Urban Three-lane Road Considering Influence of Accident Vehicle [J]. China Safety Science Journal, 2021, 31 (3): 112-120.
- [17] 刘霞, 胡凯, 龚鹏. 基于元胞自动机的事故交通流模型仿真 [J]. 解放军理工大学学报 (自然科学版), 2017, 18 (3): 285-288.
LIU Xia, HU Kai, GONG Peng. Simulation of Accident Traffic Flow Model Based on Cellular Automata [J]. Journal of PLA University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2017, 18 (3): 285-288.
- [18] ZENG J W, QIAN Y S, MI P F, et al. Freeway Traffic Flow Cellular Automata Model Based on Mean Velocity Feedback [J]. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 2021, 562 (15): 125387.