一类欠观测系统的可观测性研究

王大轶^{1,2*}, 董天舒^{1,2}, 侯博文³, 李嘉兴¹, 李茂登⁴, 徐超⁴, 邹元杰¹, 葛东明¹

1. 北京空间飞行器总体设计部, 北京 100094;

2. 北京理工大学宇航学院, 北京 100081;

3. 国防科技大学文理学院, 长沙 410073;

4. 北京控制工程研究所, 北京 100081

*联系人, E-mail: dayiwang@163.com

收稿日期: 2021-04-12; 接受日期: 2021-05-24; 网络出版日期: 2021-09-24

国家自然科学基金(编号: U20B2055, 61525301, 61690215, 61803028)资助项目

摘要 探索月球及月球以远天体对推动太阳系起源、行星演化、生命起源等基础科学问题的研究至关重要, 已成为各航天强国的发展重心. 由于深空探测任务距离遥远, 深空探测器依靠地面测控网进行导航难以保证安全可靠运行, 亟需发展自主导航能力. 基于序列图像的自主导航系统具有成本低、功耗小、全程适用和数据结构简单等优点, 可有效降低深空探测器自主导航系统的空间及能源负担, 是实现深空探测器自主导航的理想手段之一. 但是, 受深空探测目标先验信息缺失及复杂环境下系统误差难以自主校正的影响, 基于序列图像的深空探测自主导航系统属于典型的欠观测系统. 为提升此类自主导航系统的精度和工程实用性, 需以可观测性理论研究为基础, 指导自主导航系统的设计及工程实现. 针对可观测性理论研究的实际需求, 本文首先从非线性系统可观测能力的表征、判定及量化等三个方面系统地阐述了现有理论及方法的研究现状; 之后, 调研了一类欠观测系统(基于序列图像的自主导航系统)的可观测性分析方法, 给出了针对此类系统的可观测性研究现状, 并讨论了各方法之间的优劣; 最后, 通过对已有成果进行总结归纳, 探讨了现阶段欠观测系统可观测性研究存在的不足以及未来的发展趋势.

关键词 欠观测系统, 序列图像, 可观测性, 非线性系统

PACS: 05.45.-a, 95.10.Eg, 95.40.+s, 42.30.-d

1 引言

深空探测对推动太阳系起源、行星演化、生命起源等基础科学问题研究具有重要意义. 受大气环境、电磁干扰等因素的影响, 目前基于地基探测站的深空

探测方式已达到瓶颈, 为获取更为丰富、精确的深空天体信息, 需利用深空探测器对月球及月球以远天体执行观测、采样等探测任务. 由于深空探测任务距地球遥远, 传统的依靠地面测控系统对探测器进行导航指引的方式难以满足探测器执行任务所需的实时性和

引用格式: 王大轶, 董天舒, 侯博文, 等. 一类欠观测系统的可观测性研究. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2022, 52: 214502

Wang D-Y, Dong T-S, Hou B-W, et al. Observability of a class of under-observation systems (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2022, 52: 214502, doi: [10.1360/SSPMA-2021-0114](https://doi.org/10.1360/SSPMA-2021-0114)

安全性要求. 因此, 为保障深空探测器的安全可靠运行, 深空探测器亟需具备自主导航能力.

基于序列图像的自主导航是目前深空探测自主导航的理想手段. 受航天器硬件成本、能源功耗、数据计算及存储能力的限制, 深空探测器自主导航系统可选的测量手段十分有限. 基于光学敏感器的自主导航则具有硬件成本低、能源功耗小及数据结构简单的优势, 因此较其他自主导航方案更易于工程实现. 同时, 光学敏感器获得的序列图像包含了丰富的导航信息, 不仅可在中远程进行导航观测, 还可以在近程获取观测目标的特征信息, 是一种可应用于深空探测器任务全程的自主导航方法. 因此, 基于序列图像的自主导航方法已成为深空探测领域的研究热点.

基于序列图像的自主导航系统是一类典型的欠观测系统. 由于深空天体或小行星具有无人为标识、无信息交互的特点, 深空探测自主导航属于非合作目标自主导航. 在复杂深空环境下, 受系统误差的影响, 自主导航系统难以直接通过视觉几何方法重构非合作目标的距离信息, 这一关键信息的缺失使得基于序列图像的深空探测自主导航系统属于一类欠观测系统. 如何提高此类欠观测系统的可观测能力, 保障导航信息完备估计, 是实现深空探测自主导航的关键(图1).

欠观测系统的可观测性研究为提高系统的可观测能力提供了新思路. 可观测能力是指系统在有限时间内根据观测量确定系统状态的能力^[1], 而可观测性从本质上反映了系统具备可观测能力的内涵. 可观测性分析结果不仅可以回答“系统状态是否可以被观测”等必要问题, 还可以进一步回答“系统状态被估计的难度有多大”或“可获取的导航精度边界是多少”等关键问题. 基于可观测性的分析结果, 可以指导敏感器测量数据的选用, 极大地降低导航系统对探测器计算及存储资源的占用, 有效平衡导航系统的观测代价及观测性能; 优化深空探测器路径, 寻求最佳观测时机, 有效地提高导航系统的精度及收敛速度. 可见, 可观测分析对欠观测系统至关重要, 但由欠观测系统通常其具有的非线性特征及弱可观测度特质, 完备、准确地分析其可观测能力具有一定的难度.

鉴于此, 有必要对欠观测系统的可观测性进行深入地研究、归纳和总结. 本文首先对非线性系统可观测性研究现状从系统可观测能力的表征、判定及量化三方面进行归纳分析. 进而调研了一类欠观测系统(基

图1 (网络版彩图)序列图像自主相对导航示意图

Figure 1 (Color online) Autonomous navigation based on sequence image.

于序列图像的自主导航系统)的可观测性研究现状, 系统地阐述了各方法之间的优劣. 最后, 通过对已有的可观测性研究成果进行总结归纳, 探讨了欠观测系统可观测性研究存在的不足以及未来发展的趋势.

2 内涵及研究现状

2.1 欠观测系统的特征

欠观测系统是指一类难以直接通过观测量获取完备的、精确的导航信息的系统. 导致系统欠观测的因素很多, 主要原因可归结为两类: 一是测量手段有限, 系统因空间、能源等客观因素限制, 可配置的、可使用的敏感器有限, 无法对系统状态、系统误差充分测量, 进而导致系统状态估计难以完备和精确; 二是测量信息中可有效利用的信息有限, 受计算能力、存储空间能力限制, 系统难以对所有测量信息进行处理, 无法从测量中获得足够的信息进行滤波, 进而影响系统状态估计的完备性和精确性. 值得注意的是, 欠观测系统仅仅是难以直接从观测信息中还原系统状态, 并不代表系统可观测性的完全缺失.

基于序列图像的深空探测器自主导航系统是一类典型的欠观测系统. 受深空探测目标的非合作属性以及复杂环境带来的系统误差影响, 难以直接从序列图像中还原系统状态, 因此, 基于序列图像的自主导航系统属于欠观测系统. 由于其同时具有非线性和欠观测的特征, 传统的针对线性系统的可观测性分析方法往往难以直接应用.

2.2 非线性系统可观测性的研究现状

可观测性的概念是在20世纪60年代被提出来的, 经过学术界和工程界的不断研究和验证, 已经证明可观测性对系统估计问题具有根本性意义. 目前, 非线性系统的可观测性研究主要聚焦于系统可观测能力的表征、判定及量化等核心问题. 其中, 可观测能力的表征是进行可观测能力定性判定及定量表达的基础, 是将非线性系统可观测能力进行抽象表达的方法, 在此基础上, 针对不同的表征形式, 其系统可观测能力的定性判定及定量表达方法也各有不同. 为系统地给出非线性系统可观测性的研究现状, 本节将从非线性系统可观测性研究的三个核心问题(表征、判定及量化)出发, 进行梳理和总结.

2.2.1 可观测能力表征方法的研究现状

非线性系统的可观测能力表征是研究非线性系统可观测性理论的基础, 目前主要的方法包括基于Gramian矩阵的、基于微分流形的以及基于可区分性的可观测能力表征方法.

(1) 基于Gramian矩阵的可观测能力表征

基于Gramian矩阵的系统可观测能力表征最早由Müller等人^[2]提出, 文献[3–5]的研究结果表明Gramian矩阵可有效表征线性定常及线性时变系统的可观测能力, 如何将Gramian矩阵由线性系统推广至更具一般性的非线性系统是该领域研究的热点.

Conley和Salgado^[6]给出了一种针对切换控制系统的可观测性分析方法, 通过将切换系统分解为单入单出的子系统, 可方便地给出各子系统的可观测性Gramian矩阵形式, 在此基础上利用Lyapunov法推导出切换系统完整的可观测性Gramian矩阵形式; Vaidya^[7]从建立非线性系统Lyapunov测度方程出发, 给出了针对一般非线性系统的Gramian可观测性矩阵的计算方法, 但由于非线性系统的Lyapunov测度方程很难得到解析解, 因此该方法仅适用于数值分析非线性系统的可观测性; Powel和Morgansen^[8]通过将非线性系统近似线性化, 推导了非线性系统的可观测性Gramian矩阵形式, 并分析了线性化误差对可观测性分析的影响, 分析结论表明基于近似线性化法表征的非线性系统可观测能力并不完备, 其可观测性仅为充分条件; Zeng^[9]基于可区分性定义给出了基于测度的非线性系统Gramian

矩阵建立方法, 并证明了该可观测性表征形式是线性系统Gramian矩阵向非线性系统的推广; Pereira等人^[10]针对一类特殊的非线性系统(线性切换系统)进行可观测性分析, 给出了一种新的代数形式的Graimian矩阵, 以表征系统的可观测性. Bettayeb和Djennoune^[11,12]针对分数阶非线性系统的可观测能力表征问题, 通过计算分数阶系统的Lyapunov方程建立了能观、能控性Gramian矩阵, 扩展了能观、能控性Gramian矩阵的适用范围. Rydel和Stanisławski^[13]针对非协调分数阶系统的可观测性Gramian矩阵计算问题开展了研究. Qi等人^[14]建立了电力非线性动力学模型的Graiman矩阵形式, 并基于优化Graiman矩阵奇异度给出了电力系统测量敏感器配置的最优方案. Ritter等人^[15]基于传统的Gramian矩阵分析了风机非线性控制系统的可观测性, 并利用奇异值分解分析了系统的可观测度, 以此评估了不同分风机系统内不同敏感器的可观测能力.

综上所述, 目前将Gramian矩阵推广到非线性系统主要方法有两种: (i) 将非线性系统近似表示为线性系统, 之后建立近似线性系统的可观测性Gramian矩阵, 并以此分析非线性系统的局部可观测性; (ii) 通过建立关于系统观测的测度表达式或Lyapunov方程, 直接推导非线性系统的Gramian矩阵形式. 上述两类方法在一定程度上均可实现对非线性系统可观测能力的表征, 但受限于Gramian矩阵的复杂计算形式, 对非线性系统通常难以获得解析形式的可观测能力表征, 因此基于传统Gramian矩阵的可观测能力表征通常用于数值分析系统的可观测性及可观测度.

(2) 基于微分流形的可观测能力表征

基于微分流形理论的非线性系统可观测能力表征是一种局部可观测能力表征方法^[16], 是目前表征非线性系统可观测能力的常用方法之一. Hermann和Krener^[17]利用系统可区分性的概念^[18]将微分流形理论自然地引入到非线性系统的可观测性分析中, 在非线性系统状态方程、观测方程均为连续可微的前提下, 以系统观测方程相对系统状态方程各阶Lie导数的微分形式构成可观测性矩阵的行空间, 以此建立了非线性系统的可观测性矩阵, 实现了对非线性系统局部可观测性的表征. Sira-Ramirez^[19]则在文献[17]的基础上, 通过将非线性系统进行Carleman线性化, 证明了基于微分几何的非线性系统可观测性矩阵与线性系统的Kalman可观测性矩阵^[20]等价, 该结论从侧面说明了基

于微分流形的非线性系统可观测能力表征是一种局部可观测能力表征方法. De Persis和Isidori^[21]在可观测能力微分几何表征的基础上, 提出了可观测性共分布 (Observability Codistributions) 的概念, 以非线性系统的不可观测子空间定性表征非线性系统的可观测能力. Stigter等人^[22]则给出了针对一类高维复杂非线性系统的基于微分几何的可观测性矩阵形式, 实现了对大型复杂系统的可观测能力表征.

(3) 基于可区分性的离散非线性系统可观测能力表征

由于微分几何法要求系统状态方程及观测方程均为连续可微, 而对于网络系统等离散系统, 其可观测能力的表征难以采用微分几何法, 为此, 众多学者基于可区分性概念给出了离散系统可观测能力的表征方法. Özveren和Willsky^[23]针对离散动态系统的可观测能力表征开展了研究, 建立了动态事件的传播表达式, 并给出了可观测性定义. Giua和Seatzu^[24]给出一种针对PN (Place/Transition) 网络系统的观测器可覆盖树及观测器可覆盖性图的建立方法, 基于此实现了对网络系统的可观测能力表征. Ramirez-Treviño等人^[25]则利用网络事件的可检测性给出了IPN (Interpreted Petri Nets) 网络系统的可观测能力表征形式. Holloway等人^[26]给出了状态可观测性及条件可观测性的概念, 以此实现了对不同结构的离散事件系统的可观测能力进行表征. De Santis等人^[27]以可区分性为基础, 讨论了离散系统的可观测性及可诊断性的统一表达形式. Giua等人^[28]基于可区分性给出了分散可观测性的定义, 以实现一类状态分散测量的离散系统可观测能力表征. Zhang等人^[29]基于可区分性分析了一种有限状态的非确定及非全量系统在不同实现条件下的可观测能力表征及判定形式. Chilenski等人^[30]基于可区分性的思想通过描述有向图节点被观测的覆盖情况, 实现了对一类有向图系统的可观测能力表征.

(4) 其他可观测能力表征方法

除上述三类非线性系统可观测能力表征方法外, Ibarra-Rojas等人^[31]将非线性系统的不可区分轨迹转换为微分方程形式, 以该微分方程的解的存在性表征了系统的可观测能力. Hespanha等人^[32]针对离散非线性系统给出了基于范数的可观测能力表征方法. Rumschinski等人^[33]在文献^[32]的基础上提出了集合可观测性的概念. Bageshwar等人^[34]针对离散Kalman滤波

系统的可观测能力分析, 提出了随机可观测性的概念. Ge等人^[35]则给出了基于CR下限的可观测能力表征形式. 段广仁^[36]推导了仿射非线性系统的能观规范型, 给出了一般非线性动态系统完全能观性的定义.

2.2.2 可观测能力定性判定方法的研究现状

非线性系统的观测能力的定性判定对研究非线性系统观测属性至关重要, 现有观测能力的定性判定方法根据判定机理的不同可被归纳为三类: 基于秩判据的、基于零空间的以及基于范数的可观测能力定性判定方法.

(1) 基于秩判据的可观测能力定性判定方法

秩判据是目前定性判定非线性系统可观测能力的常见方法之一, 该判定方法源于线性系统可观测性秩判据^[20], 其优点在于具有明确的几何含义, 易于理解. 但值得注意的是, 由于高阶Lie导数运算及Gramian矩阵积分运算对非线性系统难以得到解析表达式, 因此基于数值方法计算可观测性矩阵的秩是目前常用方法, 同时其系统可观测性结论往往仅为充分条件.

(2) 基于零空间的可观测能力定性判定方法

基于零空间的可观测能力定性判定方法由Castillo等人^[37,38]提出. 由于非线性系统的可观测性矩阵的核空间需根据系统实际情况进行分析计算, 当系统维度较高时其可观测性矩阵的核空间通常难以获得, 尽管如此, Ramanandan等人^[39]、Rothman等人^[40]、Huang等人^[41]以及Hinks等人^[42]仍成功将该方法应用于不同工程场景.

(3) 基于范数的可观测能力定性判定方法

基于范数的可观测能力定性判定方法最早由Hespanha等人^[32]提出, 在此基础上Li等人^[43]将这一判定方法由非线性切换系统推广至一般非线性系统.

由于基于范数的可观测性判据是以“输入输出对状态的稳定性” (Input-Output-To-State Stability)^[44,45]为基础, 该判据的成立还间接说明了非线性系统的可观测性与其开环稳定性存在内在联系, 这为非线性系统的可观测性判定提供了新思路, Ibarra-Rojas等人^[31]利用这一思想, 基于不区分模型的稳定性分析了非线性系统的全局可观测性.

2.2.3 可观测能力定量表达方法的研究现状

可观测能力的定性判定可确定系统可观测能力的

有无, 但无法获知系统观测的难易程度或估计精度的大小情况, 此时则需要定量分析系统的可观测能力, 非线性系统可观测能力的定量表达则是实现系统可观测能力定量分析的基础. 目前非线性系统可观测能力定量表达方法主要包括基于条件数、基于范数、基于Fisher信息阵及基于协方差矩阵方法.

(1) 基于条件数的可观测能力量化方法

通过条件数度量系统可观测能力的大小是一种几何分析方法, 该方法最早由Chen^[46]提出, 以非线性系统局部可观测性矩阵^[17]为基础, 通过计算该矩阵的条件数, 以系统局部可观测性矩阵的病态程度度量非线性系统可观测能力的大小. Baglietto等人^[47]给出了非线性系统Gramian矩阵的近似计算方法, 再由Gramian近似矩阵的奇异值量化系统的可观测能力. Katriniok等人^[48]则通过以状态方程及观测方程的雅可比矩阵取代Lie导数运算, 简化了系统可观测性矩阵形式, 在新构建的系统局部可观测性矩阵的基础上, 基于条件数法实现了非线性系统可观测能力的量化. Ning等人^[49]则通过UKF滤波算法得到了非线性系统的近似线性形式, 在此基础上以可观测性矩阵的条件数量化了非线性系统可观测能力. 常晓华等人^[50]则基于条件数法分析了航天器自主导航系统的可观测度. Yu等人^[51]给出了Lie导数运算的二阶近似形式, 简化了Lie导数运算, 在此基础上以条件数法分析了火星探测器大气进入过程中自主导航系统的可观测度.

(2) 基于范数的可观测能力量化方法

基于范数的可观测能力量化方法最早由Moore^[52]提出, 该方法从信号能量强弱的角度分析系统的可观测能力, 以Gramian可观测性矩阵的Frobenius范数表示信号传输的增益, 进而实现了系统可观测能力的量化. 与之类似的, Sevaston和Longman^[53]提出了基于系统传递函数增益的可观测能力量化方法, 系统传递函数增益则可以用系统Gramian观测矩阵的1, 2或无穷范数代表. Rahrovani等人^[54]则基于Gramian可观测性矩阵的H2范数表征了系统的可观测度. 上述方法可以实现对系统可观测能力的量化, 但未考虑系统噪声的影响. Mirzaei和Roumeliotis^[55]采用马氏距离(Mahalanobis-distance)法解决了这一问题, 实现了含噪声情况下系统可观测能力的量化.

(3) 基于Fisher信息阵的可观测能力量化方法

基于条件数以及基于范数的可观测能力量化方法

均可在一定程度上解决非线性系统可观测能力量化的难题, 但上述两种方法难以直接给出系统的估计精度边界, 为解决这一问题, 部分学者利用Fisher信息阵^[56]从统计角度实现了系统可观测能力的量化. Jazwinski^[57]的研究成果表明在高斯噪声条件下Fisher信息阵均可表征非线性系统的可观测能力. Jauffret^[58]则将这一结论拓展至非高斯噪声情况下. Sun和Crassidis^[59]则以Fisher信息阵的迹量化分析了矢量观测的可观测能力. Lee等人^[60]通过将非线性同步定位与建图(Simultaneous Localization and Mapping, SLAM)系统局部冻结, 以近似线性模型的Fisher信息阵的行列式量化分析了SLAM系统的可观测能力大小. Zhao等人^[61]通过分析Fisher信息阵的主对角元素, 结合Cramér-Rao不等式^[62], 实现了对火星探测器进入段导航系统可观测能力的量化分析.

(4) 基于协方差矩阵的可观测能力量化方法

以系统误差协方差矩阵量化系统的可观测度, 这一思想最早由Ham等人^[63]提出, 其研究表明当系统误差协方差矩阵进行归一化处理后, 其属性可表征线性系统可观测性的有无及系统可观测度的大小. 此后, 为将该方法推广于非线性系统, Hahn等人^[64]定义了非线性系统可观测性协方差矩阵, 并证明了当系统退化为线性系统时, 该可观测性协方差矩阵与Gramian可观测性矩阵等价. Hong等人^[65]则在最小二乘估计的基础上给出GPS/INS导航系统误差协方差矩阵, 并以此量化了系统的可观测能力. Li等人^[66]在前人的基础上证明了协方差矩阵的迹存在上界及下界, 并给出了解析表达式, 以此量化了系统的可观测能力.

2.3 一类欠观测系统的可观测性研究现状

受空间信息获取手段、航天器计算能力和误差校正条件等因素的制约, 基于序列图像的深空探测自主导航系统属于一类典型的欠观测系统. 本节将首先介绍此类欠观测系统可观测性的研究现状, 而后将综合考虑现有可观测性分析方法的完备性及算法难度, 分析现有方法的应用范围及适用场景, 最后将给出目前此类欠观测系统可观测能力提升方法.

2.3.1 一类欠观测系统的可观测性(基于序列图像的自主导航系统)研究现状

针对序列图像或其抽象观测模型(仅测角)的可观

测性研究,最早可追溯至20世纪七八十年代,已有的文献表明Nardone和Aidala^[67]最早针对这一问题开展了研究,其以舰船相对导航为背景,基于视觉几何的方法分析了2维平面上的仅测角导航系统的可观测性,基于视觉几何的可观测性分析方法较为直观、易于理解,且其可观测性分析结论具有全局性,但由于该分析方法需推导相对运动的解析形式解,因而对于深空探测自主导航系统难以直接应用. Woffinden和Geller^[68]通过将非线性轨道动力学模型简化为近似线性的HCW方程^[69],以文献^[67]的可观测性分析方法为基础,讨论了航天器近侧角导航系统待估计状态初值与观测的映射关系,并分析了轨道机动对系统可观测性的影响,分析结果表明当无轨道机动时仅测角导航系统的可观测性将缺失. 2012年由德国宇航中心主导的PRISMA在轨试验任务^[70-72]验证了轨道机动对仅测角导航系统可观测性的改善作用. Yim等人^[73]基于秩判据数值分析了仅测角导航系统的可观测性,给出了与文献^[68]不同的分析结论,研究结果表明在无轨道机动情况下仅测角自主导航系统仍可具备可观测性. 针对这两者的研究差异, Kaufman等人^[74]首先推导了仅测角观测相对轨道动力学模型的0至2阶的Lie导数形式,并基于局部弱可观测性秩判据表明了仅测角导航系统可满足局部弱可观测性条件;此后, Butcher等人^[75]在文献^[74]的基础上,基于局部弱可观测性秩判据分析了航天器仅测角导航系统不同阶次HCW方程的可观测性,分析结果表明对于仅保留Taylor展开一阶项的HCW方程仅测角相对导航为不完全可观测,而二阶以上的HCW方程则可保证系统的可观测性. 文献^[76]基于几何分析也给出了相似的结论. 上述研究均是基于理想的二体运动, Gaias等人^[77]基于条件数法数值分析了含J2摄动

情况下轨道机动对仅测角相对导航可观测性的影响. Perez等人^[78]则理论分析了近地轨道J2摄动对仅测角导航系统可观测性的影响,分析结果表明J2摄动的存在有利于保证仅测角导航系统的可观测性. Pi和Bang^[79]考虑了航天器共面相对运动的情况,给出了仅测角自主导航系统的Fisher信息阵表达形式,基于Cramér-Rao不等式分析了系统的可观测度. Subbarao和Henderson^[80]则分析空间光学传感器对目标的可探测性,并基于范数法分析了不同光照环境下序列图像导航系统的可观测度. 崔平远等人^[81]基于微分流形理论分析了不同敏感器下深空探测自主导航系统的可观测性,并基于条件数法分析了各导航敏感器可观测能力大小. Li等人^[66]基于协方差矩阵的迹分析了深空探测自主导航系统的可观测度. Ning等人^[82]基于隐式UKF和微分流形理论构建了星光仰角自主导航系统的局部弱可观测性矩阵. Xu等人^[83]基于零空间可观测性分析方法给出了大气进入段序列图像导航系统满足可观测性的充分条件,并基于条件数法分析了特征点选取对导航精度的影响. 董天舒等人^[84]利用轨道动力学的微分几何特性构建了系统任意阶Lie导数的共有子空间,基于此给出了序列图像自主导航系统可观测性的降维判据.

2.3.2 一类欠观测系统可观测性分析方法的对比

从上述研究现状可知,目前序列图像自主导航系统的可观测性分析研究根据系统类型不同、场景不同有不同的适用范围. 下面将从可观测性分析的完备性及算法复杂性角度对此类欠观测系统的主要可观测性分析方法进行梳理,分析结果见表1和2.

通过对一类欠观测的可观测能力定性判定方法进

表 1 一类欠观测系统的可观测能力定性判定方法对比

Table 1 Comparison of qualitative methods for observability of a class of under-observation system

定性判定方法	分析对象	完备性	计算量
基于视觉几何	近似线性轨道动力学	受限于解析解的获得条件 完备性较弱	解析形式 计算量较小
基于秩判据	非线性轨道动力学	完备性较强	高维矩阵运算 计算量较大
基于范数	近似线性轨道动力学	受限于范数表达构建条件 完备性较弱	算法维度较低, 计算量较小
基于零空间	非线性轨道动力学	受限于可观测性矩阵维度 完备性较弱	解析形式 计算量较小

表 2 一类欠观测系统的可观测能力量化分析方法对比

Table 2 Comparison of quantitative analysis methods for observability of a class of under-observation system

量化分析方法	分析对象	完备性	计算量
基于条件数	非线性轨道动力学	完备性较强	高维矩阵运算 计算量较大
基于范数	近似线性轨道动力学	受限于范数表达构建条件 完备性较弱	解析形式 计算量较小
基于Fisher 信息阵	共面相对轨道动力学	受限于Fisher构建条件 完备性较弱	高维矩阵运算 计算量较大
基于协方差	近似线性轨道动力学	受限于协方差矩阵获得条件 完备性较弱	解析形式 计算量较小

行对比(表1), 可见现有研究方法中当判定的完备性较强时, 计算量通常较大, 基于视觉、范数以及零空间的判定方法计算量较小, 但上述方法受限于判定建立过程所作的假设条件, 其完备性受到影响. 目前尚未有方法可同时兼顾定性判定的完备性与算法的计算量; 与定性判定类似, 可观测能力量化分析方法的现状(表2)也表明当完备性较强时, 分析的计算量则较大, 而Fisher信息矩阵等方法则由于Fisher矩阵的构建条件以及矩阵高维矩阵运算的影响, 其完备性和计算复杂度均不理想. 可见, 目前针对一类欠观测的可观测性分析方法研究尚难以兼顾理论完备性与工程实用性.

2.3.3 一类欠观测系统可观测能力提升的研究现状

提升欠观测系统的可观测能力可改善其观测精度及工程实用性, 在现有可观测性分析的基础上, 针对序列图像自主导航系统的可观测能力提升研究已取得了较多的成果. Woffinden和Geller^[85]在基于视线几何的可观测性分析基础上, 给出了距离估计误差与轨道机动参数的关联表达式, 进而实现了最优轨道机动以提升系统的可观测性. Pi和Bang^[79]基于Fisher信息矩阵建立了轨道机动可观测度最优目标函数, 轨道机动规划结果表明当航天器共面时, 相对距离越接近系统的可观测度越高. Grzymisch及Fichter^[86]通过将仅测角导航系统近似线性化, 基于近似线性模型建立了轨道机动可观测度优化函数. Sullivan和D'Amico^[87]基于轨道要素描述了航天器相对运动, 在此基础上分析了轨道机动对系统局部弱可观测性矩阵病态的改善情况. Lee等人^[88]和Mok等人^[89]基于Fisher信息阵利用数值法给出了提升序列图像导航系统可观测度的轨道机动最优规划. 此外, Franquiz等人^[90]基于范数法建立了可

观测度量化表达式, 并给出了兼顾改善可观测度及机动终点位置的双脉冲机动策略. 可见, 借助于轨道机动可实现航天器相对状态的完备估计, 但该类可观测性提升方法仅在轨道机动前后有效, 难以在长周期观测时仍保证系统的可观测能力. 为解决这一问题, Atashgah等人^[91]及Geller等人^[92]则提出了无需轨道机动的系统可观测能力提升方法. Atashgah等人^[91]将相对轨道动力学模型由笛卡儿坐标描述转换为球面坐标描述, 基于数值仿真分析表明此时欠观测系统的可观测性得到了提升. Geller等人^[92]则基于误差协方差说明了圆柱坐标系下的仅测角导航系统可观测能力较笛卡儿坐标系得到了提升, 同时分析了图像时间间隔对可观测度的影响, 分析结果表明观测时间间隔较长时系统可观测度可得到改善, 但时间间隔需避免与相对轨道固有周期重叠. Gong等人^[93,94]则利用相机偏置安装将观测模型进行改进, 以此提升了系统可观测能力.

3 欠观测系统可观测性研究展望

目前, 欠观测系统可观测性研究已取得了一定成果. 但是, 现有理论方法尚无法兼顾可观测性分析的完备性及算法简便性, 难以在资源严重受限的航天器上直接应用. 针对现有欠观测系统可观测性研究存在的不足, 给出如下亟需突破的发展方向.

3.1 完备的欠观测系统可观测能力表征方法

由于欠观测系统的可观测度较弱, 而完备表征系统的可观测能力是准确判定、量化系统可观测能力的基础. 现有的非线性系统可观测能力表征方法中, 无论是基于Gramian矩阵、基于微分流形、基于可区分性

或其他可观测能力表征方法, 在实际操作时, 常常因运算复杂(如Lie导数高阶运算等)导致系统可观测能力表征的完备性缺失. 可见, 为实现欠观测系统可观测能力的完备表征, 相关研究需综合考虑表征的完备性及实际操作的可行性. 目前, 以非线性系统的可区分性或局部可区分性结合范数方法对系统的可观测性进行表征可能是一种可兼顾完备性及可行性的表征方法, 此外, 基于系统开环稳定性及基于能观规范型的表征方法尚未见针对欠观测系统进行相关研究, 可在其基础上进行深入的理论创新研究.

3.2 严格的欠观测系统可观测能力判定方法

对于自主导航系统, 其可观测能力定性分析结论将指导后续导航滤波、机动策略等关键导航步骤, 错误的判断可能导致错过任务执行时机, 对探测任务产生不良影响, 因此需严格判定系统的可观测能力. 由于目前常见的可观测能力定性判定方法, 如基于秩判据、基于零空间及基于范数的方法均因局部分析或截断误差, 难以给出充分必要的非线性系统可观测性判据, 大多为充分条件(缺少必要条件, 即难以给出系统不可观测的分析结论), 导致系统可观测能力的判定并不足够严格. 为严格判定欠观测系统的可观测性, 需在欠观测系统可观测能力完备表征的基础上, 利用航天器轨道动力学及序列图像观测方程的特性, 研究全局可观测性的判定方法, 确保判定准则的严格性.

3.3 简便的欠观测系统可观测能力量化方法

对于自主导航系统, 简便的欠观测系统可观测能力量化形式可有助于自主导航系统形成可观测度评价体系, 进而实现观测数据在轨自主选取, 降低导航系统在轨数据处理压力, 实现自主导航系统可观测能力的简便量化对提升自主导航的工程实用性至关重要. 从目前的研究现状看, 已有的欠观测系统可观测能力的量化方法难以兼顾完备性及算法简便性. 针对现有理论方法与工程实际需要的差距, 可考虑从观测的能量分析或几何分析的角度, 针对欠观测系统可观测能力的简便量化方法开展进一步研究.

4 总结

深空环境下, 受限空间信息获取手段、航天器计算能力和误差校正条件的严重制约, 基于序列图像的自主导航系统是一类典型的非线性欠观测系统. 为改善此类系统的导航精度和工程实用性, 需对其可观测性理论开展系统地研究. 本文首先对从表征、判定及量化三个方面系统地阐述了非线性系统可观测性分析方法的研究现状, 以此为基础调研了一类欠观测系统的可观测性理论及方法, 并从完备性及计算量角度比较了各分析方法, 最后对现有欠观测系统可观测性理论进行了总结, 指出了现有方法的局限性, 对未来欠观测系统可观测性理论的研究方向进行了展望.

参考文献

- 1 Wang D, Li M, Huang X, et al. Spacecraft Autonomous Navigation Technologies Based on Multi-source Information Fusion. Berlin: Springer, 2021
- 2 Müller P C, Weber H I. Analysis and optimization of certain qualities of controllability and observability for linear dynamical systems. *Automatica*, 1972, 8: 237–246
- 3 Kailath T. Linear Systems. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1980. 156
- 4 Chen Z, Jiang K, Hung J. Local observability matrix and its application to observability analyses. In: Proceedings of the 16th Annual Conference of IEEE Industrial Electronics Society. Pacific Grove. 1990. 100–103
- 5 Goshen-Meskin D, Bar-Itzhack I Y. Observability analysis of piece-wise constant systems. I. Theory. *IEEE Trans Aerosp Electron Syst*, 1992, 28: 1056–1067
- 6 Conley A, Salgado M E. Gramian based interaction measure. In: Proceedings of the 39th IEEE Conference on Decision and Control. Sydney: IEEE, 2000. 5: 5020–5022
- 7 Vaidya U. Observability gramian for nonlinear systems. In: Proceedings of the 46th IEEE Conference on Decision and Control. New Orleans: IEEE, 2007. 3357–3362
- 8 Powel N D, Morgansen K A. Empirical observability Gramian rank condition for weak observability of nonlinear systems with control. In: Proceedings of the 54th IEEE Conference on Decision and Control (CDC). Osaka: IEEE, 2015. 6342–6348

- 9 Zeng S. Observability measures for nonlinear systems. In: Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control (CDC). Miami: IEEE, 2018. 4668–4673
- 10 Pereira I P D, Grundel S, Benner P. New gramians for switched linear systems: Reachability, observability, and model reduction. *IEEE Trans Autom Control*, 2019, 65: 2526–2535
- 11 Bettayeb M, Djennoune S. A note on the controllability and the observability of fractional dynamical systems. *IFAC Proc Volumes*, 2006, 39: 493–498
- 12 Bettayeb M, Djennoune S. New results on the controllability and observability of fractional dynamical systems. *J Vib Control*, 2008, 14: 1531–1541
- 13 Rydel M, Stanisławski R. Computation of controllability and observability Gramians in modeling of discrete-time noncommensurate fractional-order systems. *Asian J Control*, 2020, 22: 1052–1064
- 14 Qi J, Sun K, Kang W. Adaptive optimal PMU placement based on empirical observability Gramian. *IFAC-PapersOnLine*, 2016, 49: 482–487
- 15 Ritter B, Mora E, Schild A. Observability analysis for horizontal axis wind turbines using empirical Gramian matrices. *J Phys Conf Ser*, 2018, 1102: 1–11
- 16 Berger T, Reis T, Trenn S. Observability of linear differential-algebraic systems: A survey. In: *Surveys in Differential-Algebraic Equations IV*. Berlin: Springer, 2017. 161–219
- 17 Hermann R, Krener A. Nonlinear controllability and observability. *IEEE Trans Automat Contr*, 1977, 22: 728–740
- 18 Sussmann H. *Minimal Realizations of Nonlinear Systems*. Dordrecht: Springer, 1973. 243–252
- 19 Sira-Ramirez H. Algebraic condition for observability of non-linear analytic systems. *Int J Syst Sci*, 1988, 19: 2147–2155
- 20 Kalman R E. On the general theory of control systems. In: *Proceedings of the First International Conference on Automatic Control*. Moscow: USSR, 1960. 481–492
- 21 De Persis C, Isidori A. On the observability codistributions of a nonlinear system. *Syst Control Lett*, 2000, 40: 297–304
- 22 Stigter J D, Joubert D, Molenaar J. Observability of complex systems: Finding the gap. *Sci Rep*, 2017, 7: 1–9
- 23 Özveren C M, Willsky A S. Observability of discrete event dynamic systems. *IEEE Trans Automat Contr*, 1990, 35: 797–806
- 24 Giua A, Seatzu C. Observability of place/transition nets. *IEEE Trans Automat Contr*, 2002, 47: 1424–1437
- 25 Ramírez-Treviño A, Rivera-Rangel I, López-Mellado E. Observability of discrete event systems modeled by interpreted Petri nets. *IEEE Trans Robot Autom*, 2003, 19: 557–565
- 26 Holloway L E, Gong Y, Ashley J. State observability and condition observability for a class of interacting discrete event systems. *Math Comput Simul*, 2006, 70: 275–286
- 27 De Santis E, Di Benedetto M D. Observability and diagnosability of finite state systems: A unifying framework. *Automatica*, 2017, 81: 115–122
- 28 Giua A, Mahulea C, Seatzu C. Decentralized observability of discrete event systems with synchronizations. *Automatica*, 2017, 85: 468–476
- 29 Zhang K, Liu T, Cheng D. Observability of finite labeled transition systems. *IEEE Trans Automat Contr*, 2017, 63: 1591–1602
- 30 Chilenski M, Cybenko G, Dekine I, et al. Observability properties of colored graphs. *IEEE Trans Netw Sci Eng*, 2019, 7: 1687–1696
- 31 Ibarra-Rojas S, Moreno J, Espinosa-Pérez G. Global observability analysis of sensorless induction motors. *Automatica*, 2004, 40: 1079–1085
- 32 Hespanha J P, Liberzon D, Angeli D, et al. Nonlinear norm-observability notions and stability of switched systems. *IEEE Trans Automat Contr*, 2005, 50: 154–168
- 33 Rumschinski P, Findeisen R, Streif S. Finite-time output energy measure for polynomial systems with applications in observability analysis. *IFAC Proc Volumes*, 2014, 47: 2800–2805
- 34 Bageshwar V L, Gebre-Egziabher D, Garrard W L, et al. Stochastic observability test for discrete-time Kalman filters. *J Guidance Control Dyn*, 2009, 32: 1356–1370
- 35 Ge Q, Chen T, He H, et al. Cramer-Rao lower bound-based observable degree analysis. *Sci China Inf Sci*, 2019, 62: 50209
- 36 Duan G R. High-order system approaches: III. Observability and observer design (in Chinese). *Acta Automat Sin*, 2020, 46: 1885–1895 [段广仁. 高阶系统方法: III. 能观性与观测器设计. *自动化学报*, 2020, 46: 1885–1895]
- 37 Castillo E, Conejo A J, Pruneda R E, et al. State estimation observability based on the null space of the measurement Jacobian matrix. *IEEE Trans Power Syst*, 2005, 20: 1656–1658
- 38 Castillo E, Conejo A J, Pruneda R E, et al. Observability analysis in state estimation: A unified numerical approach. *IEEE Trans Power Syst*, 2006, 21: 877–886

- 39 Ramanandan A, Chen A, Farrell J A. Inertial navigation aiding by stationary updates. *IEEE Trans Intell Transp Syst*, 2011, 13: 235–248
- 40 Rothman Y, Klein I, Filin S. Analytical observability analysis of INS with vehicle constraints. *Navigation*, 2014, 61: 227–236
- 41 Huang G P, Mourikis A I, Roumeliotis S I. Observability-based rules for designing consistent EKF SLAM estimators. *Int J Robotics Res*, 2010, 29: 502–528
- 42 Hinks J C, Linares R, Crassidis J L. Attitude observability from light curve measurements. In: *Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation, and Control (GNC) Conference*. Boston: AIAA, 2013. 5005
- 43 Li R, Hong Y, Wang X. Nonlinear norm-observability and simulation of control systems. *Syst Control Lett*, 2017, 105: 14–19
- 44 Sontag E D, Wang Y. Output-to-state stability and detectability of nonlinear systems. *Syst Control Lett*, 1997, 29: 279–290
- 45 Krichman M, Sontag E D, Wang Y. Input-output-to-state stability. *SIAM J Control Optim*, 2001, 39: 1874–1928
- 46 Chen Z. Local observability and its application to multiple measurement estimation. *IEEE Trans Ind Electron*, 1991, 38: 491–496
- 47 Baglietto M, Battistelli G, Tesi P. Mode-observability degree in discrete-time switching linear systems. *Syst Control Lett*, 2014, 70: 69–76
- 48 Katriniok A, Abel D. Adaptive EKF-based vehicle state estimation with online assessment of local observability. *IEEE Trans Contr Syst Technol*, 2015, 24: 1368–1381
- 49 Ning X, Gui M, Zhang J, et al. Impact of the pulsar's direction on CNS/XNAV integrated navigation. *IEEE Trans Aerosp Electron Syst*, 2017, 53: 3043–3055
- 50 Chang X H, Cui P Y, Wang X M, et al. A condition number based observability analysis method and its application in autonomous navigation system (in Chinese). *J Aeronaut*, 2010, 31: 1331–1337 [常晓华, 崔平远, 王晓明, 等. 基于条件数的能观性度量方法及在自主导航系统中的应用. *宇航学报*, 2010, 31: 1331–1337]
- 51 Yu Z, Cui P, Zhu S. Observability-based beacon configuration optimization for Mars entry navigation. *J Guidance Control Dyn*, 2015, 38: 643–650
- 52 Moore B. Principal component analysis in linear systems: Controllability, observability, and model reduction. *IEEE Trans Automat Contr*, 1981, 26: 17–32
- 53 Sevaston G E, Longman R W. Gain measures of controllability and observability. *Int J Control*, 1985, 41: 865–893
- 54 Rahrovani S, Khorsand Vakilzadeh M, Abrahamsson T. Modal dominance analysis based on modal contribution to frequency response function-norm. *Mech Syst Signal Processing*, 2014, 48: 218–231
- 55 Mirzaei F M, Roumeliotis S I. A Kalman filter-based algorithm for IMU-camera calibration: Observability analysis and performance evaluation. *IEEE Trans Robot*, 2008, 24: 1143–1156
- 56 Fisher R. *Contributions to Mathematical Statistics*. New York: Wiley, 1950
- 57 Jazwinski A H. *Stochastic Processes and Filtering Theory*. New York: Academic, 1970
- 58 Jauffret C. Observability and Fisher information matrix in nonlinear regression. *IEEE Trans Aerosp Electron Syst*, 2007, 43: 756–759
- 59 Sun D, Crassidis J L. Observability analysis of six-degree-of-freedom configuration determination using vector observations. *J Guidance Control Dyn*, 2002, 25: 1149–1157
- 60 Lee S M, Jung J, Kim S, et al. DV-SLAM (dual-sensor-based vector-field SLAM) and observability analysis. *IEEE Trans Ind Electron*, 2014, 62: 1101–1112
- 61 Zhao Z, Yu Z, Cui P. A beacon configuration optimization method based on Fisher information for Mars atmospheric entry. *Acta Astronaut*, 2017, 133: 467–475
- 62 Ristic B, Arulampalam S, Gordon N. *Beyond the Kalman Filter: Particle Filters for Tracking Applications*. London: Artech House, 2003
- 63 Ham F, Brown R. Observability, eigenvalues, and Kalman filtering. *IEEE Trans Aerosp Electron Syst*, 1983, AES-19: 269–273
- 64 Hahn J, Edgar T F, Marquardt W. Controllability and observability covariance matrices for the analysis and order reduction of stable nonlinear systems. *J Process Control*, 2003, 13: 115–127
- 65 Hong S, Chun H-H, Kwon S-H, et al. Observability measures and their application to GPS/INS. *IEEE Trans Veh Technol*, 2008, 57: 97–106
- 66 Li M, Wang D, Huang X. Study on the observability analysis based on the trace of error covariance matrix for spacecraft autonomous navigation. In: *Proceedings of the 10th IEEE International Conference on Control and Automation (ICCA)*. Hangzhou: IEEE, 2013. 95–98
- 67 Nardone S, Aidala V. Observability criteria for bearings-only target motion analysis. *IEEE Trans Aerosp Electron Syst*, 1981, AES-17: 162–166
- 68 Woffinden D C, Geller D K. Relative angles-only navigation and pose estimation for autonomous orbital rendezvous. *J Guidance Control Dyn*, 2007, 30: 1455–1469

- 69 Alfriend K, Vadali S R, Gurfil P, et al. Spacecraft formation flying. *Spacecraft Format Fly*, 2009, 13: 363–378
- 70 D’Amico S, Ardaens J S, Gaias G, et al. Noncooperative rendezvous using angles-only optical navigation: System design and flight results. *J Guidance Control Dyn*, 2013, 36: 1576–1595
- 71 Ardaens J S, Gaias G. Angles-only relative orbit determination in low earth orbit. *Adv Space Res*, 2019, 61: 2740–2760
- 72 Ardaens J S, Gaias G. A numerical approach to the problem of angles-only initial relative orbit determination in low earth orbit. *Adv Space Res*, 2019, 63: 3884–3899
- 73 Yim J R, Crassidis J L, Junkins J L. Autonomous orbit navigation of two spacecraft system using relative line of sight vector measurements. In: *Proceedings of the AAS Space Flight Mechanics Meeting*. Maui, 2004
- 74 Kaufman E, Lovell T A, Lee T. Nonlinear observability for relative orbit determination with angles-only measurements. *J Astronaut Sci*, 2016, 63: 60–80
- 75 Butcher E A, Wang J, Lovell T A. On Kalman filtering and observability in nonlinear sequential relative orbit estimation. *J Guidance Control Dyn*, 2017, 40: 2167–2182
- 76 Grzymisch J, Fichter W. Observability criteria and unobservable maneuvers for in-orbit bearings-only navigation. *J Guidance Control Dyn*, 2014, 37: 1250–1259
- 77 Gaias G, D’Amico S, Ardaens J S. Angles-only navigation to a noncooperative satellite using relative orbital elements. *J Guidance Control Dyn*, 2014, 37: 439–451
- 78 Perez A C, Geller D K, Lovell T A. Non-iterative angles-only initial relative orbit determination with J_2 perturbations. *Acta Astronaut*, 2018, 151: 146–159
- 79 Pi J, Bang H. Trajectory design for satellite relative angles-only navigation. In: *Proceedings of the American Institute of Physics Conference*. Vienna: AIP, 2012. 1493: 747–751
- 80 Subbarao K, Henderson L. Observability and sensitivity analysis of lightcurve measurement models for use in space situational awareness. *Inverse Problems Sci Eng*, 2019, 27: 1399–1424
- 81 Cui P Y, Chang X H, Cui H T. Research on observability analysis-based autonomous navigation method for deep space (in Chinese). *J Astron*, 2011, 32: 2115–2124 [崔平远, 常晓华, 崔枯涛. 基于可观测性分析的深空自主导航方法研究. *宇航学报*, 2011, 32: 2115–2124]
- 82 Ning X, Wang F, Fang J. Implicit UKF and its observability analysis of satellite stellar refraction navigation system. *Aerospace Sci Tech*, 2016, 54: 49–58
- 83 Xu C, Wang D Y, Huang X Y. Autonomous navigation based on sequential images for planetary landing in unknown environments. *J Guidance Control Dyn*, 2017, 40: 2587–2602
- 84 Dong T S, Wang D Y, Li W B. Observability criteria for angles-only relative navigation to a near-Earth asteroid (in Chinese). *Control Theory Appl*, 2019, 36: 18–26 [董天舒, 王大轶, 李文博. 近地小行星仅测角相对导航可观性判据. *控制理论与应用*, 2019, 36: 18–26]
- 85 Woffinden D C, Geller D K. Optimal orbital rendezvous maneuvering for angles-only navigation. *J Guidance Control Dyn*, 2009, 32: 1382–1387
- 86 Grzymisch J, Fichter W. Optimal rendezvous guidance with enhanced bearings-only observability. *J Guidance Control Dyn*, 2015, 38: 1131–1140
- 87 Sullivan J, D’Amico S. Nonlinear Kalman filtering for improved angles-only navigation using relative orbital elements. *J Guidance Control Dyn*, 2017, 40: 2183–2200
- 88 Lee D, Tahk M J, Lee C H. Optimal threshold of intermittent maneuver for target observability improvement. *Int J Aeronaut Space Sci*, 2020, doi: 10.1007/s42405-020-00302-6
- 89 Mok S H, Pi J, Bang H. One-step rendezvous guidance for improving observability in bearings-only navigation. *Adv Space Res*, 2020, 66: 2689–2702
- 90 Franquiz F J, Muñoz J D, Udrea B, et al. Optimal range observability maneuvers of a spacecraft formation using angles-only navigation. *Acta Astronaut*, 2018, 153: 337–348
- 91 Atashgah M A, Torkamani M R, Lavaei A. Robust positioning, preliminary orbit determination, and trajectory prediction of space debris using in-space iterative-bearing-only observations. *J Navigation*, 2017, 70: 789–809
- 92 Geller D K, Lovell T A. Angles-only initial relative orbit determination performance analysis using cylindrical coordinates. *J Astronaut Sci*, 2017, 64: 72–96
- 93 Gong B, Li W, Li S, et al. Angles-only initial relative orbit determination algorithm for non-cooperative spacecraft proximity operations. *Astrodynamics*, 2018, 2: 217–231

- 94 Gong B, Luo J, Li S, et al. Observability criterion of angles-only navigation for spacecraft proximity operations. *Proc Inst Mech Eng Part G-J Aersp Eng*, 2019, 233: 4302–4315

Observability of a class of under-observation systems

WANG Da-Yi^{1,2*}, DONG Tian-Shu^{1,2}, HOU Bo-Wen³, LI Jia-Xing¹, LI Mao-Deng⁴,
XU Chao⁴, ZOU Yuan-Jie¹ & GE Dong-Ming¹

¹ *Beijing Institute of Spacecraft System Engineering, Beijing 100094, China;*

² *School of Aerospace Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China;*

³ *College of Liberal Arts and Sciences, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China;*

⁴ *Beijing Institute of Control Engineering, Beijing 100081, China*

Exploring the deep space of the universe is crucial to promote research on basic scientific issues, such as the origin of the solar system, evolution of planets, and origin of life. Using probes to detect deep-space objects has become the focus of the development of various aerospace powers. As the deep-space exploration task is performed far away from the earth, it is difficult to guarantee the safe and reliable operation of deep-space probes by relying on ground control networks to guide their navigation; as such, deep-space probes should have autonomous navigation ability. An autonomous navigation system based on sequence images has the advantages of low cost, low power consumption, full application, and simple data structure, which can effectively reduce the space and energy burden of the autonomous navigation system of deep-space probes, and is an ideal means to realize autonomous navigation in deep-space probes. However, because of the lack of prior information about deep-space exploration targets and systematic error in a deep-space complex environment, the autonomous navigation system based on sequence images is a typical under-observable system. To improve the accuracy and engineering practicability of typical autonomous navigation systems, it is necessary to guide the design and engineering realization of autonomous navigation systems based on theoretical research on observability. In response to the actual needs of observability theory research, in this paper, we first systematically expound the current research status of existing theories and methods from three aspects: characterization, determination, and quantification of the observability of nonlinear systems. Then, the observability analysis method of a class of under-observation systems—autonomous navigation systems based on sequence images—is investigated. The research status of observability for such systems is given, and the advantages and disadvantages of each method are discussed. Finally, by summarizing existing results, limitations in the observability research of under-observation systems at present and future development trends are discussed.

under-observation systems, sequence images, observability, nonlinear systems

PACS: 05.45.-a, 95.10.Eg, 95.40.+s, 42.30.-d

doi: [10.1360/SSPMA-2021-0114](https://doi.org/10.1360/SSPMA-2021-0114)