

DOI: 10.19789/j.1004-9398.2024.01.005

文献引用: 汤卉頔, 姚芳. 历史上的首届“奥林匹克”数学竞赛[J]. 首都师范大学学报(自然科学版), 2024, 45(1): 37-44. TANG H D, YAO F. The origin of history's first Mathematical "Olympiad"[J]. Journal of Capital Normal University(Natural Science Edition), 2024, 45(1): 37-44.

历史上的首届“奥林匹克”数学竞赛

汤卉頔^{1,2}, 姚芳^{1*}

(1. 首都师范大学数学科学学院, 北京 100048;
2. 中国科学院大学人文学院, 北京 100049)

摘要: 1933—1934年, 列宁格勒举办了世界上首届名为“奥林匹克”的地方性数学竞赛。本文结合史料, 分析了首届数学奥林匹克竞赛以选拔高智能人才为目的的诞生背景, 以发现高智能人才为目标赛程、更易发现高智能人才的口述竞赛形式, 以古典数学为主的试题结构, 以及首届数学奥林匹克竞赛带来的积极影响。最后, 从该竞赛的命名与奥林匹克运动的关系, 进一步分析首届数学奥林匹克竞赛的举办目的和意义。

关键词: 数学奥林匹克竞赛; 口述竞赛; 高智能人才

中图分类号: O11; G769

文献标识码: A

The origin of history's first Mathematical "Olympiad"

TANG Huidi^{1,2}, YAO Fang^{1*}

(1. School of Mathematical Sciences, Capital Normal University, Beijing 100048; 2. School of Humanities, University of Chinese Academy of Science, Beijing 100049)

Abstract: From 1933 to 1934, Leningrad hosted the world's first local mathematical competition, called the "Olympiad", which improved the discovery of highly intelligent individuals. This paper combines historical materials to analyze the background of the birth of this significant event, the schedule of the competition, and the format of the oral competition which all improved the discovery of highly intelligent individuals. Finally, the historical significance of this competition's title is explored in relation to the evolution of the Olympic movement beyond its traditional physical fitness boundaries.

Keywords: Mathematical Olympiad; oral competition; highly intelligent talents

CLC: O11; G769

DC: A

0 引言

在如今的信息化时代, 科学技术人才对于大国的持续发展和国家竞争力的提升愈发重要。在2022年全国教育工作会议上, 就曾强调要“推进人才培养服务新时代人才强国战略”^[1]。数学作为自

然科学中的基础学科, 在日常生活和现代科学技术中都起到了关键的作用。因此, 针对数学人才的数学英才教育值得关注。

数学竞赛是中国数学英才教育的一种重要形式, 而且, 如今中国数学竞赛形成了相对稳定的体系, 其成就引得多国关注, 但同时也存在着一些待

收稿日期: 2023-08-14

* 通信作者: yaof@cnu.edu.cn

解决的问题。由此,本文尝试对历史上首届以“奥林匹克”命名的数学竞赛进行介绍和分析,以期为我国数学竞赛体系的发展提供有益参考。

1933年,在苏维埃社会主义共和国联盟(前苏联)数学家鲍里斯·尼古拉耶维奇·德隆(Борис Николаевич Делоне, 1890—1980年)的领导和倡议下,列宁格勒国立大学(今圣彼得堡国立大学),举办了前苏联乃至世界第一届以“奥林匹克”命名的数学竞赛——列宁格勒数学奥林匹克竞赛(the leningrad Mathematical Olympiad, LMO)^[2],该竞赛自1933年9月开始,持续了将近一年。



图1 鲍里斯·尼古拉耶维奇·德隆

首届LMO的早期资料,大部分已经丢失。俄国学者福明·德米特里·弗拉基米罗维奇(Фомин Дмитрий Владимирович, 生卒年未知)在研究相关内容时,曾提到,由于第二次世界大战以及前苏联的封锁等原因,列宁格勒第一届数学奥林匹克竞赛的资料、甚至在1950年以前的前苏联奥林匹克数学竞赛资料,鲜有保存^[3]。因此,本文结合少量的现存资料以及相关数学家的回忆录,尽量对LMO作以客观分析。

1 以选拔高智能人才为目的的诞生背景

首届“奥林匹克”数学竞赛,是在20世纪30年代前苏联工业发展对数学人才的高度需求下,以选拔数学人才为目的而诞生。同时,当时前苏联的雄厚数学背景给予了该竞赛举办的专业支持。

1.1 工业发展对数学人才的高度需求

20世纪30年代,前苏联处于社会主义工业化发展时期,由于工业发展的实际需要,前苏联政府意

识到数学及其专业人才的重要性。例如,1930年前苏联领导人斯大林提出的“技术决定一切”“干部决定一切”2个口号,都要求重视掌握技术的人才,并培养他们^[4]。1931年起,前苏联从国家层面上,开始改善国内技术人员、相关知识分子的社会地位,鼓励他们去参与、研究创新等工作^[5]。

从科技发展的历史经验来看,近代科学技术的重大变革,都是在数学变革的基础上进行的,数学的发展推动着科技的革新。例如,16—17世纪,解析几何的创立,将数学与物理运动结合起来,从而为近代科学的诞生奠定了基础^[6];19世纪中期创建的黎曼几何,以及19世纪末建立的张量分析,则是20世纪创立的相对论研究过程中的关键性工具^[7],而相对论的诞生为天文、粒子等科学技术领域带来了巨大突破。

前苏联科学院通讯院士、数学家和力学家伊利亚·内斯托罗维奇·韦夸(Илья ННесторович Векуа, 1907—1977年)在1957年总结苏联发展经验时,曾提到:“为了解决共产主义建设中所提出的众多的技术难题,数学已成为不可缺少的方法”^[8]。

由于当时的前苏联非常缺乏技术以及技术人才,苏联政府开始大力发展教育事业^[9],苏联数学教育改革也就此开展。从数学教育改革的需要出发、以及俄罗斯数学家具有“参与数学教育”的传统,数学家在此次改革中发挥了重要作用,他们指出,学校数学教育中教学内容过度形式化、中学数学教科书和数学教学中,缺乏有难度的数学问题(例如习题)^[10]。这些情况说明,此次改革前前苏联的数学教育并不能满足其工业化下发现和培养数学人才的要求。由此,前苏联需要新的数学教育改革来发现和培养数学人才。

1.2 较为雄厚的数学背景

历史的俄罗斯帝国时期,政府赋予了大学主导教育的权利,数学家们也有权积极参与到学校管理和检查中去^[10],故而形成了“俄罗斯数学家积极参与数学教育”的局面。前苏联成立以后,技术人员因工业化发展受到了国家的重视,前苏联数学家也因此可以继续保持“积极参与数学教育”的传统。

20世纪30年代,以圣彼得堡数学学派和莫斯科数学学派为代表的前苏联,已经有了独立的高水平数学研究机制和体系,可为数学人才的培养提供强有力的学科专业支持。

圣彼得堡数学学派的建立和发展,为首届数学奥林匹克竞赛诞生奠定了坚固的专业基础。19世纪末,数学家帕夫努季·利沃维奇·切比雪夫(ПафНутий Львович Чебышев, 1821—1894年)因其科学成就和在圣彼得堡大学教学活动吸引并培养了大批优秀人才^[11],以切比雪夫为创始人和领袖的圣彼得堡数学学派就此建立,俄罗斯帝国及前苏联的数学就此开始了突破性的持续发展,以概率论、解析数论、以及函数逼近论为主要研究领域。切比雪夫在该学派的开创性研究,引领前苏联的数学逐渐达到世界最前沿^[11]。

切比雪夫众多学生的数学成就,同样促进着前苏联以至世界数学的发展。例如,数学家安德雷·安德烈耶维奇·马尔科夫(Андрей Андреевич Марков, 1856—1922年)沿着切比雪夫在概率论方向的研究,进一步完善了大数定理等相关理论,在20世纪初创立了马尔科夫链这一著名概率模型^[11];在微分方程方向,数学家亚历山大·米哈伊洛维奇·李雅普诺夫(Александр Михайлович Ляпунов, 1857—1918年)创立了动力系统的稳定性理论,该理论成为以后前苏联数学的主要研究方向之一,就此俄罗斯帝国及前苏联的数学逐渐独立于西方而发展。

除此之外,随着圣彼得堡学派的不断发展,俄罗斯帝国其他城市的数学家也开始慕名参与进来,进一步促进了圣彼得堡数学学派的壮大。

而在圣彼得堡数学学派发展的影响下,圣彼得堡(1924—1991年更名为列宁格勒)地区也成为了俄罗斯帝国及苏联的数学学术中心。首届列宁格勒奥林匹克数学竞赛的诞生,也因此有了更为良好的数学专业条件。

2 以发现高智能人才为目标的竞赛赛程

综合伊奥萨夫·伊万诺维奇·奇斯蒂亚科夫(Иоасаф Иванович Чистяков 1807—1942年)1934和1935年发表的2篇文章的介绍与总结^[12-13],首届LMO是在列宁格勒国立大学的德隆等11名数学教授及讲师的组织下,面向列宁格勒的中学应届毕业生而举办的。具体赛程如下:

(1)第1轮——宣传及校级选拔。1933年9月起,为了普及LMO并吸引更多人参与进来,LMO的组织者安排了有关LMO的举办目的、竞赛内容等信息的宣传活动。同时,组织者建议各学校按一定比例,推荐其最为优秀的学生参与第二轮的选拔

(学校推荐意味着竞赛需要从校级选拔开始)。

(2)第2轮——第1次市级选拔。1934年4月18日,由学校推荐的学生,在列宁格勒大学竞赛。该轮一共307名学生参加,包括178名九年制普通学校的中学生和129名职业学校的学生。竞赛结果,49名学生可以参加第3轮,即最后一轮的比赛。

(3)第3轮——第2次市级选拔。在第3轮开始前,组委会为第2轮获胜的学生准备了特别的补充课程:解决特别准备的问题、讲座、对一些问题的解释等。之后,49名第2轮获胜学生,参与第3轮竞赛。最终,11名学生获胜,另有10人因良好的问题解决方式而获奖。

从该赛程来看,首届LMO通过多层次的选拔方式,对参赛学生进行筛选,以便更为精准地发现数学人才。除此之外,在第1轮中宣传讲座,以及第3轮竞赛前的数学专业辅导等,也使得该竞赛除选拔数学人才,对那些被竞赛吸引而来的学生来说,同样具有教育意义。

从参与者方面,在首届LMO的赛程中提到,LMO的参与者有“九年制学校的中学生”和“职业学校的学生”。从1920年代末起,列宁格勒地区的学校主要分为2类:一类是即将升学 to 职业教育学校,进行小学4年、初中3年的七年制学制;另一类是即将升学到高等学校,在小学4年、初中3年的基础上,继续2~3年教育的9~10年制学制^[14]。对于其为国家发现数学人才的诞生背景而言,首届LMO并没有将参与者限定在有接受高等教育目标的九年制学校的应届毕业生,而是同时邀请其他类型学校的应届毕业生参与其中,一定程度上增加了数学人才被发现的可能。

3 更易发现高智能人才的口述竞赛形式

首届LMO的考察形式上,LMO的第3轮选拔,是以口述竞赛形式开展的。

根据史料和现状来看,口述竞赛形式并非仅是首届LMO中的一次短暂尝试。除二战时期以外,口述竞赛形式持续在列宁格勒(今圣彼得堡)地区发展^[15]。2002—2003年,在莫斯科数学教育中心的组织下,莫斯科以圣彼得堡的传统为例,利用口述竞赛形式,分别为6~7年级和9年级的学生举办了几何奥林匹克竞赛,由于举办的成功性,自2004年开始,莫斯科与圣彼得堡、喀山等16座城市一同为俄罗斯8~11年级的学生举办城市级口述几何奥林

匹克竞赛^[16]。由此,口述数学竞赛形式开始在俄罗斯多城市中得以应用。

同时,口述竞赛形式也积极影响了美国的数学竞赛形式。从俄罗斯移民到美国西雅图市中学数学圈的创始人萨沙·瓦奇洛(Саша вачило,生卒年未知)曾建议当地组织 LMO 模式的口述奥林匹克竞赛^[15]。从 2010 年起,美国西雅图大学开始每年为中学生举办口述数学奥林匹克竞赛,并命名为华盛顿 1 小时数学奥林匹克竞赛(University of Washington Math Hour Olympiad)。以此为基础的普及口述数学奥林匹克竞赛的著作 *Math out loud: an oral Olympiad handbook*^[15],也由美国数学学会出版。

由此,不难推断口述竞赛形式对于数学奥林匹克竞赛来说是有效的,下面便对口述竞赛形式作以分析。

口述竞赛形式的出现,与数学奥林匹克竞赛本身的性质相关,也受到 LMO 主要组织者德隆的相关提议的影响。根据圣彼得堡数学奥林匹克竞赛官网的描述,进入 LMO 以口述竞赛形式开展的第 3 轮的学生,在 3 次答题机会中,通过口述形式,和数学专业评委交流其解题方案,评委会寻找答题方案中的空缺或是错误,提出问题或引导学生进一步完善其方案^[17]。不难发现,口述竞赛形式,除了选拔目的外,其答题过程,也可以提供参赛学生与数学专业人才交流和学习的机会。因此,口述竞赛形式本身也具有教育意义,符合奥林匹克竞赛的模式。同时,这一形式,也是实现德隆在 1933 年所提议的“建立一个与有数学天赋的儿童共同工作的系统”^[2]的一种途径。

在数学奥林匹克竞赛中,口述竞赛形式具有两面性。作为 LMO 的组织者,德隆认为口述竞赛形式中的问答比笔试竞赛中的书面解题方案更容易显示出真正的数学思维水平^[18]。例如,数学解答中存在对题意的误解、计算问题、或是答案缺乏连贯性等,在口述竞赛中,会被专业评委及时发现,从而能更准确地了解学生的数学水平,这在一定程度上,避免了某些有数学天赋的学生,被遗憾淘汰从而错失培养机会的可能。

然而,对于口述竞赛结果的判定,需要数学家群体的充分参与,才能对这种具有一定深度的专业回答进行检查和评价^[19]。所以,口述竞赛形式,对以数学家、数学教师为主的评委团体的专业程度,都具有较高要求。而在专业评委的数量方面,口述

竞赛形式同样具有高度需求。例如,笔试数学奥林匹克竞赛中,每个几百人的考场只需几名教师和一个小型的评审组来准备问题和阅卷,而在口试数学奥林匹克竞赛中,每 10~15 名参赛学生就需要 1 名具有数学专业水平的评委^[18]。故而,口述竞赛的举办需要本土雄厚的数学实力作以支撑。

因此,口述竞赛形式虽在数学中更具优势,但其在奥林匹克竞赛中的应用,具有数学专业相关条件的限制,并不具有普遍性。就如具有雄厚数学背景的列宁格勒,在举办首届 LMO 时,将口述竞赛形式应用于参赛人数较少的最后一轮。而在参赛人数较多的第 2 轮中,依旧采用了笔试形式。

4 以古典数学为主的试题结构

在首届 LMO 的 3 轮竞赛中,由于第 1 轮为学校推荐,这里只对进行了统一考试的第 2~3 轮试题进行分析。

综合史料可知,在第 2 轮笔试中,数学家弗拉基米尔·伊万诺维奇·斯米尔诺夫(Владимир Иванович смирнов, 1887—1974 年)为参与第 2 轮的学生制定了 3 个问题,内容分别涉及解方程的代数问题、用于证明的平面测量问题,以及微积分与三角学问题。具体的题目内容,缺乏完整记载的相关资料,本文仅对已有部分,结合现代数学语言,进行翻译,具体如下:

第 2 轮^[3]

1934 年 X. 证明:方程

$$\frac{1}{x-a} + \frac{1}{x-b} + \frac{1}{x-c} = 0$$

当实数 a 、 b 和 c 为实数时,没有虚根。

1934 年 Y. 当 x 是正整数时,求当 x 趋于无穷大时 $\left(\cos \frac{a}{x}\right)^x$ 的极值。

注:当 x 无限增加时,取连续的整数 $x = 1, 2, 3, \dots$ 到无穷大。

1934 年 Z. 证明:

$$\frac{n}{(n+1)!} + \frac{n+1}{(n+2)!} + \dots + \frac{n+p}{(n+p+1)!} = \frac{1}{n!} - \frac{1}{(n+p+1)!}$$

针对该轮题目,数学家奇斯蒂亚科夫在 1935 年(即首届 LMO 举办后的一年)发表的文章指出,该

轮数学问题过于简单,其中所需要的数学能力,远远达不到大学数学系和物理系的入学水平,甚至达不到专科学生工作所需的水平。例如,组合理论、牛顿二项式、三角方程和解三角形等初等数学中更难的分支问题并不在考察范围内^[13]。而根据历史记载,当年一共有307名学生(包括178名九年制学校学生,以及129名职业学校学生)参与第2轮竞赛,但仅有14名学生正确地解决了全部问题^[12]。

需要注意,该轮竞赛的命题和解题结果,也与当时前苏联整体学龄儿童的受教育水平相关。根据1920年末的相关资料中,当时整体数学教师的数学水平不高,即使教育改革制定了有利计划,作为计划的实施者,教师的知识水平限制了这一时期学龄儿童的数学掌握程度^[20]。由此,第2轮试题的编写,也受到了这一点的影响。

在首届LMO第3轮竞赛中,每位选手都被分配到2道题目,包括1道代数题和1道几何题,没有与数论相关的题目。具体的题目内容,虽没有最原始的详细题目资料,弗拉基米罗维奇根据他收集的资料,进行整理和修正后,给出LMO第3轮的8套考试题目^[3],综合现代数学语言,本文中题目进行翻译和解释,如附录1所示。

5 首届“奥林匹克”数学竞赛的积极影响

首先,LMO的诞生在发现人才方面,有所成就。例如,泛函分析学家格列布·巴甫洛维奇·阿基洛夫(Глеб Павлович Акилов,1921—1986年)、几何学家维克多·阿布拉莫维奇·扎尔加勒(Виктор Абрамович Залгаллер,1920—2020年)、拓扑学家尼古拉·亚历山德罗维奇·沙宁(Николай Александрович Шанин,1919—2011年)等都是首届LMO的获奖者,他们在数学研究中的学术成果至今仍被后人学习和引用^[21]。

其次,首届LMO的诞生也积极影响着苏联(今俄罗斯)数学英才教育、数学普通教育以及其他学科英才教育的发展。数学教育有关刊物方面,首届列宁格勒数学奥林匹克竞赛的相关内容,曾记录在1934年出版的《Математика и физика в средней школе》^[12](高中数学和物理)杂志的第4期;在数学讲座方面,在首届LMO的第1轮中,举办了数学讲座来宣传和普及数学,而这种形式也被保存下来,除二战影响外,每年的数学奥林匹克竞赛选拔和竞赛期间,都会安排固定的数学讲座。

数学奥林匹克竞赛也促进了针对中小学生的数学圈(以传授为主的讲座,以及以交流为主的研究小组活动的数学小组)的出现及发展;在数学竞赛方面,1935—1950年,前苏联莫斯科等城市先后举行了当地首届数学奥林匹克竞赛^[22],1980年尼古拉·尼古拉耶维奇·康斯坦丁诺夫(Николай Николаевич Константинов,1932—2021年)等长期从事于数学奥林匹克竞赛的数学家,基于前苏联数学奥林匹克竞赛模式,创办了城市锦标赛(Турнир Городов),该竞赛之后规模逐渐扩大,发展成具有影响力的国际性数学竞赛^[19]。

在数学奥林匹克竞赛的影响下,其他学科的奥林匹克竞赛也开始尝试举办。例如在国立莫斯科大学的组织下,1938年举办了首届物理奥林匹克竞赛,以及首届化学奥林匹克竞赛^[23]。

综合而言,首届LMO的诞生对于数学人才的发现、俄罗斯以及国际数学英才教育都有着积极影响。

6 首届“奥林匹克”数学竞赛与奥林匹克运动

在古代,奥林匹克运动起源于古希腊时期,而现代则复兴于19世纪末。它以体育竞技运动为主要内容,是促进人的生理、心理和社会道德全面发展的国际化社会运动。^[24]

从数学竞赛的命名来看,数学奥林匹克智能竞赛与奥林匹克竞技体育运动之间有着内在的本质联系。

根据中国奥委会官网介绍^[25],古希腊的奥林匹克运动,具有祭祀和与社会密切相关的现实原因。其中,在现实层面,由于军事竞争原因需要强壮的士兵,而体能的训练和竞技运动正是培养士兵强壮的有效手段。因此,古希腊奥林匹克运动的诞生与培养效力于国家的人才,或者更进一步说,与古希腊提升国家竞争力的目标有直接关系。

奥林匹克运动的复兴与国家竞争力的提升也有着一定的联系。19世纪末到20世纪初,社会、政治、经济等领域的迅速发展,带动了教育改革,西方众多教育家纷纷加入到教育改革事业中^[26]。在这一背景下,现代奥林匹克运动的创始人、法国教育改革家皮埃尔·德·顾拜旦(Pierre De Coubertin,1863—1937年),发现了古希腊体育的教育功能,以教育青年作为动机和出发点,主张复兴现代奥林匹克运动^[27]。由此可见,这一背景下复兴的奥林匹

克运动,也促进了国家竞争力的提升。

结合前文所述,首届数学奥林匹克竞赛也是在前苏联需要培养相关科技人才以提升国家竞争力的背景下诞生的,这与奥林匹克运动的诞生和复兴的背景类似。同时,在专业人才方面,从奥林匹克运动对高体能人才的培养,转向首届数学奥林匹克竞赛对高智能人才的培养,其中虽存在体能与智能的区别,但本质目的仍是对个人极限能力的探索,同样具有激发个人成长与发展的积极意义。

可以看出首届数学奥林匹克竞赛与奥林匹克运动之间,存在着相似的举办目的及意义,即以提升国家竞争力为根本目的,培养国家所需的专业人才,同时在这些个人竞争中,探索个人极限能力、激励人的发展。

附录1 1934年圣彼得堡数学奥林匹克竞赛部分现存题目

注:本文以俄罗斯学者福明整理在《量子》杂志2020年第7期20页的题目,并结合国内数学语言进行翻译。原题目中仅有文本描述,为了方便理解与分析,笔者对其中部分几何题加以作图及解释。

第3轮^[3]

1934年考试题目01

(a)证明:如果 a, b, c 是三角形的边,则方程

$$b^2x^2 + (b^2 + c^2 - a^2)x + c^2 = 0$$

的根是虚数。

(b)三角形在其所在平面上滑动,使其2条边始终穿过两个固定点。试证:第3边与某个固定点的距离是定值。

1934年考试题目02

(a)证明:如果 α 和 β 是方程 $x^2 + px + 1 = 0$ 的根, γ 和 δ 是方程 $x^2 + qx + 1 = 0$ 的根,那么

$$(\alpha - \gamma)(\beta - \gamma)(\alpha + \delta)(\beta + \delta) = q^2 - p^2。$$

(b)求一穿过给定三棱锥的平面,使其所截截面为菱形。

1934年考试题目03

(a)从方程中除去 θ 和 φ

$$\begin{cases} a\sin^2\theta + b\cos^2\theta = m, \\ b\sin^2\varphi + a\cos^2\varphi = n, \\ a\tan\theta = b\tan\varphi. \end{cases}$$

(b)2个圆在点 A 和点 B 相交,过点 A 作圆的割线,分别交2圆于点 P 和 Q ,当割线绕点 A 旋转时, PQ 的中点 M 的轨迹是什么曲线?

(由题意作图2,需求线段 AP 与 AQ 绕点 A 旋转时, PQ 中点 M 形成的轨迹)

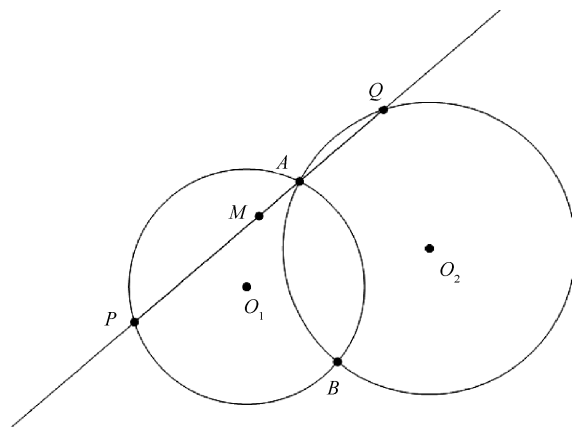


图2 1934年考试题目03(b)作图

1934年考试题目04

(a)计算 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(a+x) - \tan(a-x)}{\arctan(a+x) - \arctan(a-x)}。$

(b)取圆的2条固定切线,令第3条切线在圆上移动。证明:第3条切线位于2条固定的切线之间的部分,从圆心能以恒定的角度被看见。

(由题意作图3,作圆 O ,取圆 O 上两点 A, B ,作过这2点作圆的切线并固定,任取圆上一点 C ,过点 C 作圆 O 的切线,交另外2条固定切线于点 D, E ,需证无论点 C 在与点 A, B 不重合的圆上任意位置, $\angle DOE$ 的度数都为定值)

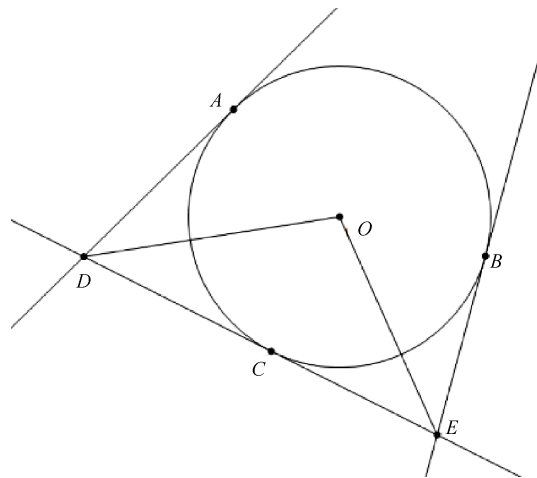


图3 1934年考试题目04(b)作图

1934年考试组05

(a)题目缺失。

(b)一个三面角的3条边相互垂直,一球体与之相交截得3个圆。证明:如果球体绕着三面角的端点旋转,使3个面与球体始终相交,那么相交所得圆的面积之和不变(如图4)。

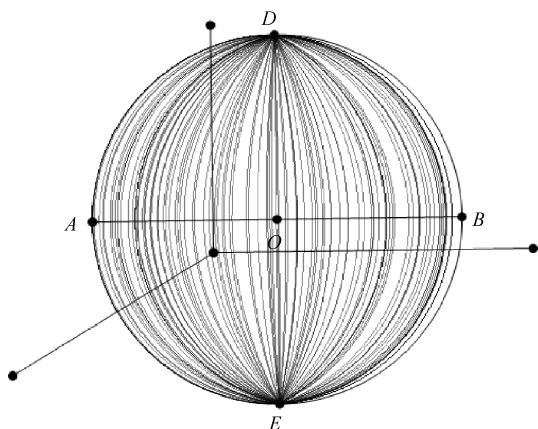


图4 1934年考试组05(b)作图

1934年考试组06

(a)解方程组

$$\begin{cases} x^2 = a + (y - z)^2, \\ y^2 = b + (z - x)^2, \\ z^2 = c + (x - y)^2. \end{cases}$$

(b)任取2个相交圆的公共弦的延长线上的一点,过该点分别作两个相交圆的切线,证明:所得的切线段均相等。

(由题意作图5,取2个相交圆的公共弦的延长线上的点A,过点A分别作圆 O_1 、 O_2 的切线段AB、AC、AD、AE,需证 $AB = AC = AD = AE$)

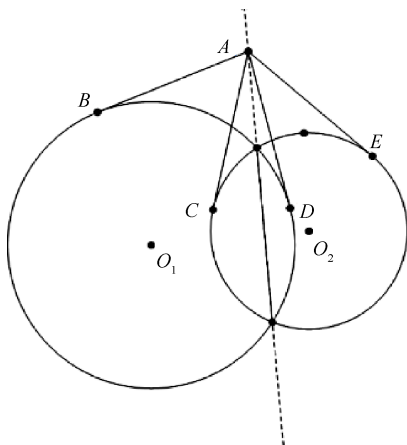


图5 1934年考试组06(b)作图

1934年考试组07

(a)证明

$$x + 2x^2 + 3x^3 + \dots + nx^n = \frac{nx^{n+2} - (n+1)x^{n+1} + x}{(1-x)^2}.$$

(b)证明:圆上任意点到弦的距离是该点到经过弦两端点的两切线的距离的几何平均值。

(由题意作图6,作点A到圆O弦CD的距离AB,过点C、D分别作圆O的切线,分别作点A到这2条切线的距离AE和AF。需证 $AB^2 = AE + AF$)

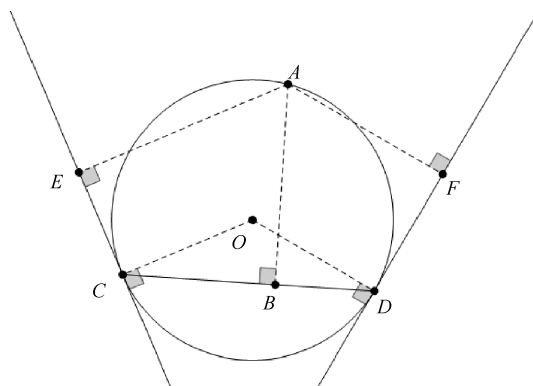


图6 1934年考试组07(b)作图

1935年考试组08

(a)证明:如果 $\sec\alpha\sec\beta + \tan\alpha\tan\beta = \tan\gamma$,则 $\cos 2\gamma \leq 0$ 。

(b)连接三棱锥顶点与其相对面的重心的直线段,都相交于同一点,证明:这些直线段中的每一条都被这一点按3:1分割。

(由题意作图7,点E、F、G、H为三棱锥四面的重心,点I为三棱锥顶点与其相对面重心连线的交点,需证线段DE、BF、AG、CH被点I按3:1分割)

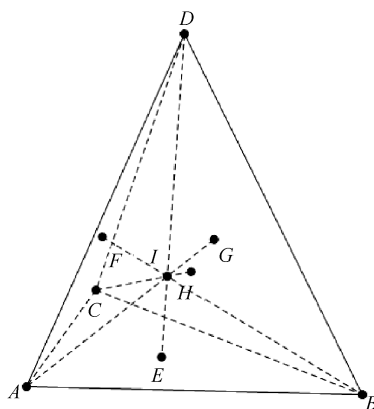


图7 1934年考试组08(b)作图

参 考 文 献

- [1] 教育部新闻办. 加快教育高质量发展 2022 年全国教育工作会召开[J]. 新教育, 2022(8): 1.
- [2] Платонова О. А. Об истории математических олимпиад[J]. Мир Транспорта, 2021, 18(5): 172-189.
- [3] Фомин Д. В. Математическая «археология»: задачи первой советской олимпиады школьников по математике[J]. Квант, 2020(7): 16-21.
- [4] 陈必达. 实现社会主义经济现代化的重大决策: 再谈斯大林“技术决定一切”、“干部决定一切”[J]. 武汉大学学报(哲学社会科学版), 1987(2): 74-78.
- [5] 徐天新. 苏联史: 斯大林模式的形成[M]. 北京: 人民出版社, 2013: 125-126.
- [6] 罗栋, 高剑平. 从图形“实体”到几何“存在”: 对笛卡尔解析几何的哲学反思[J]. 自然辩证法研究, 2011(12): 99-103.
- [7] 杨耀坤. 相对论的创立与数学形式的能动作用[J]. 自然辩证法通讯, 1994(1): 50-57.
- [8] 维库阿 И Н, 卞雷. 苏联数学的成就[J]. 数学通报, 1958(7): 1-6.
- [9] 汤德森. 苏联国家工业化的伟大实践及其经验教训[J]. 湖北大学学报(哲学社会科学版), 2006, 33(3): 289-292.
- [10] KARP A, GERT S. Handbook on the history of mathematics education[M]. New York: Springer, 2014.
- [11] 徐传胜. 圣彼得堡数学学派研究[M]. 北京: 科学出版社, 2016.
- [12] Чистяков И. И. Итоги Ленинградской математической олимпиады [J]. Математика и Физика в Средней Школе, 1934(4): 134-136.
- [13] Чистяков И. И. Математическая олимпиада Ленинградского государственного университета им. АС Бубнова[J]. Математическое Просвещение, 1935(3): 59-63.
- [14] 康斯坦丁诺夫 Н А. 苏联教育史[M]. 吴式颖, 周蘊, 朱宏, 译. 北京: 商务印书馆, 1996.
- [15] KLEE S, MALKIN K, PEVTSOVA J. Math out loud: an oral Olympiad handbook [M]. Providence: American Mathematical Society, 2021.
- [16] МЦНМО. Устные математические олимпиады [EB/OL]. [2023-8-9]. <https://olympiads.mccme.ru/ustn/>.
- [17] Иванов С В. Исторические сведения [EB/OL]. [2022-10-16]. <https://www.pdmi.ras.ru/~olymp/general.html#history>.
- [18] Рукшин С. Е. Математические соревнования в Ленинграде - Санкт - Петербурге [M]. Ростов - на - Дону: MapT, 2000.
- [19] KARP A, VOGELI B R. Russian mathematics education: history and world significance [M]. USA: World Scientific, 2010.
- [20] KARP A. Reforms and counter-reforms: schools between 1917 and the 1950s [J]. Russian Mathematics Education (History and World Significance), 2010: 43-85.
- [21] Одинец В П. Об истории математических олимпиад в Ленинграде - Санкт - Петербурге [J]. Вестник Сыктывкарского Университета (Серия 1, Математика Механика Информатика), 2017, 1(22): 55-61.
- [22] KUKUSHKIN B. The olympiad movement in Russia [J]. International Journal of Educational Research, 1996, 25(6): 553-562.
- [23] USHAKOV D V. Olympics of the mind as a method to identify giftedness: Soviet and Russian experience [J]. Learning and Individual Differences, 2010, 20(4): 337-344.
- [24] 中国奥委会. 什么是奥林匹克运动? [EB/OL]. [2022-11-08]. <https://www.olympic.cn/olympic/ancient/2004/0319/45300.html>.
- [25] 中国奥委会. 古代奥运会的起源 [EB/OL]. [2023-05-19]. <https://www.olympic.cn/olympic/ancient/2004/0319/45300.html>.
- [26] 徐小洲. 19 世纪西方教育思想演变中的若干问题[J]. 浙江大学学报(人文社会科学版), 2001, 31(3): 116-120.
- [27] 熊斗寅. 顾拜旦体育思想研究系列之四 教育是顾拜旦体育思想的核心[J]. 体育与科学, 2003, 24(6): 13-15+21.

(责任编辑: 马田田)