

激光摄像式传感器标定方法研究

刘世望, 胡云卿, 林 军

(中车株洲电力机车研究所有限公司, 湖南 株洲 412001)

摘 要: 激光摄像式传感器标定是轨道交通视觉检测系统的关键工作步骤, 而准确求解标定模型参数是激光摄像式传感器标定的难点。文章首先建立了激光摄像式传感器标定数学模型, 分析了非线性最小二乘法及高斯-牛顿迭代法求解标定模型参数的过程, 并提出一种基于极大似然估计的 L-M 求解算法, 该方法采用极大似然估计来降低图像噪声引起的误差, 再用 L-M 法求出标定参数最优解。接着, 采用基于针形靶标的运动标定方法进行标定实验, 针对 800 组标定数据, 分别使用非线性最小二乘法、高斯-牛顿迭代法和基于极大似然估计的 L-M 算法进行标定模型参数求解; 另取 1 000 组标定数据进行误差分析。综合分析两组数据表明, 基于极大似然估计的 L-M 算法重投影误差方均根值分别降低了 0.221 4 mm 和 0.212 3 mm, 有效提升了标定精度。

关键词: 激光摄像式传感器; 标定模型; 极大似然估计; L-M 算法

中图分类号: U216

文献标识码: A

文章编号: 2096-5427(2020)06-0001-07

doi:10.13889/j.issn.2096-5427.2020.06.001

Research on Calibration Method of Laser Camera Sensor

LIU Shiwang, HU Yunqing, LIN Jun

(CRRC Zhuzhou Institute Co., Ltd., Zhuzhou, Hunan 412001, China)

Abstract: Laser camera sensor calibration is a key work step for a visual inspection system, and accurate solution of calibration model parameters is the difficulty of laser camera sensor calibration. In this paper, a laser camera sensor calibration mathematical model was established, and the process of solving the calibration model parameters by the nonlinear least square method and Gauss-Newton iterative method was analyzed, and a L-M algorithm based on maximum likelihood estimation was proposed. The algorithm uses the maximum likelihood estimation to reduce the error caused by image noise, and then the L-M method is used to find the optimal solution for the calibration parameters. Then, it used a needle-shaped target-based motion calibration method for calibration experiments. For 800 sets of calibration data, the nonlinear least square method, Gauss-Newton iteration method and the L-M algorithm based on maximum likelihood estimation were used to solve the calibration model parameters; the other 1 000 sets of calibration data were taken for error analysis. Comprehensive analysis of the two sets of data shows that mean square error of the L-M algorithm based on maximum likelihood estimation is reduced by 0.221 4 mm and 0.212 3 mm respectively, and the calibration accuracy of this method is improved effectively.

Keywords: laser camera sensor; calibration model; maximum likelihood estimation; L-M algorithm

0 引言

激光摄像式传感器标定是实现轨道交通视觉检测的重要前提之一。利用激光摄像技术进行视觉检测时, 图像坐标系与世界坐标系间存在多个自由度的变换, 且摄像机镜头存在非线性畸变, 所以在视觉检测中对激光摄

像式传感器进行高精度标定的难点在于对激光图像进行多自由度的坐标转换及镜头畸变补偿。

激光摄像式传感器标定常见的方法有拉丝标定法^[1-2]、锯齿靶标定法^[3-4]和二次交比不变标定法^[5-8], 这些标定方法主要存在以下问题: (1) 结构光平面的特征点提取困难; (2) 结构光平面特征点数量有限; (3) 计算步骤复杂。为解决这些方法的不足, 本文采用一种基于针形靶标的运动标定方法, 其将结构光平面投射在针形

收稿日期: 2020-06-05

作者简介: 刘世望(1996—), 男, 硕士, 主要研究方向为视觉检测、图像分析、深度学习。

基金项目: 国家重点研发计划(2018YFB1201600)

$$\varphi(a_1, \dots, a_8, k_1, k_2, p_1, p_2, s_1, s_2) = \sum_{i=1}^n (f_{xi}^2 + f_{yi}^2) \quad (8)$$

式中： n ——标定特征点数量。

2 标定模型参数求解方法

视觉标定过程中常用的参数求解方法主要有非线性最小二乘法、高斯-牛顿迭代算法以及L-M算法。在非线性最小二乘法及高斯-牛顿迭代算法的求解过程中，会出现矩阵奇异或接近奇异的情形，使方程求解过程变得十分困难；而L-M算法通过改变矩阵的特征值结构来解决该问题，同时L-M算法在求解过程中可以通过参数设置灵活调节收敛速度。

2.1 非线性最小二乘法^[20]

由于式(8)是非线性方程组，无法直接通过线性最小二乘法求解，故通过非线性最小二乘法求解激光摄像式传感器标定参数，求解步骤如下：

(1) 将传感器标定参数分成两部分，即线性模型参数 $(a_1, a_2, \dots, a_8)$ 和畸变参数 $(k_1, k_2, p_1, p_2, s_1, s_2)$ 。

(2) 将畸变参数作为已知量代入式(8)并将非线性方程组转化为线性方程组，采用线性最小二乘法求解线性模型参数。

(3) 将步骤(2)中计算得到的线性模型参数作为已知量代入式(8)，将式(8)转化为关于畸变参数的线性方程组并采用线性最小二乘法求解畸变参数。

(4) 重复步骤(2)和步骤(3)，通过多次迭代，最终接近最优解。

2.2 高斯-牛顿迭代法

高斯-牛顿迭代法是一种非线性优化算法，用来求解激光摄像式传感器的标定参数，具体步骤如下：

(1) 采用2.1节中非线性最小二乘法迭代5次，将求解得到的激光摄像式传感器的标定参数作为高斯-牛顿迭代的初值并根据式(8)建立高斯-牛顿优化计算模型^[21]：

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_{x1}}{\partial a_1} & \frac{\partial f_{x1}}{\partial a_2} & \dots & \frac{\partial f_{x1}}{\partial s_1} & \frac{\partial f_{x1}}{\partial s_2} \\ \frac{\partial f_{y1}}{\partial a_1} & \frac{\partial f_{y1}}{\partial a_2} & \dots & \frac{\partial f_{y1}}{\partial s_1} & \frac{\partial f_{y1}}{\partial s_2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f_{xi}}{\partial a_1} & \frac{\partial f_{xi}}{\partial a_2} & \dots & \frac{\partial f_{xi}}{\partial s_1} & \frac{\partial f_{xi}}{\partial s_2} \\ \frac{\partial f_{yi}}{\partial a_1} & \frac{\partial f_{yi}}{\partial a_2} & \dots & \frac{\partial f_{yi}}{\partial s_1} & \frac{\partial f_{yi}}{\partial s_2} \end{bmatrix} \quad (9)$$

利用式(10)可求得Guass-Newton方向参数 D_i ，其中 $F=[f_{x1}, f_{y1}, \dots, f_{xi}, f_{yi}]^T$ 。

$$A^T A D_i = -A^T F \Rightarrow D_i = -(A^T A)^{-1} A^T F \quad (10)$$

(2) 沿着Guass-Newton方向 D_i 作一维搜索，求得步长 m 使式(11)成立。

$$F(X_i + m D_i) = \min_m F(X_i + m D_i) \quad (11)$$

(3) 将步骤(2)中得到的步长 m 代入式(12)，求得 X_{i+1} ，允许误差为 ε 。若 $\|X_{i+1} - X_i\| \leq \varepsilon$ ，则停止迭代，得到解 $(a_1, \dots, a_8, k_1, \dots, s_2) = X_{i+1}$ 。

$$X_{i+1} = X_i + m D_i \quad (12)$$

2.3 基于极大似然估计的L-M算法

在高斯-牛顿迭代计算过程中，求解矩阵 $(A^T A)^{-1}$ 时，容易出现矩阵 $A^T A$ 奇异或接近奇异的情形，这时求解式(10)得到的Guass-Newton方向 D_i 误差较大，极易导致最终迭代计算结果无法收敛。

针对高斯-牛顿迭代法中矩阵 $A^T A$ 奇异或接近奇异的情形，L-M算法通过增加正定对角矩阵的方式改变矩阵 $A^T A$ 的特征值结构，使其变成条件数较好的对称正定矩阵，弥补了高斯-牛顿迭代法的不足。

L-M算法以高斯-牛顿迭代法为基础，令

$$D_i = -(A^T A + \alpha I)^{-1} A^T F \quad (13)$$

式中： I 为 i 阶单位矩阵； α 为正实数。

当 $\alpha=0$ 时， D_i 即为Guass-Newton方向；当 α 足够大时，逆矩阵 $(A^T A + \alpha I)^{-1}$ 主要取决于 αI ， D_i 接近最速下降方向。一般而言， α 初值为0.001，变换因子 $\beta=10$ ，允许误差 $\varepsilon=0.000\ 01$ 。当 $F(X_{i+1}) > F(X_i)$ 且 $|A^T A| \leq \varepsilon$ 时，停止计算；否则，置 $\alpha = \alpha\beta$ ，继续迭代。当 $F(X_{i+1}) < F(X_i)$ 且 $|A^T A| \leq \varepsilon$ 时，停止计算；否则，置 $\alpha = \alpha/\beta$ ，继续迭代。

本算法提出先采用极大似然估计法求得由高斯噪声和散粒噪声引起的图像坐标误差，进而在标定模型参数求解过程中剔除高斯噪声和散粒噪声的干扰，将实际成像像素坐标减去由高斯噪声和散粒噪声引起的像素坐标误差，然后用L-M法求出参数 $(a_1, \dots, a_8, k_1, \dots, s_2)$ 的最优解。

设激光平面上任意点 P 的图像像素坐标为 (x_E, y_E) ，考虑镜头畸变后，实际成像像素坐标为 (x_D, y_D) 。实际上，图像坐标的提取过程会受到高斯噪声、散粒噪声的干扰^[22-23]。一般而言，高斯噪声引起的像素坐标误差服从正态分布，而散粒噪声引起的像素坐标误差服从伽马分布，误差 $(\varepsilon_x, \varepsilon_y)$ 如式(14)所示。

$$\begin{cases} \varepsilon_x = x_E - x_D - \delta_x \\ \varepsilon_y = y_E - y_D - \delta_y \end{cases} \quad (14)$$

任意点 P 对应的由高斯噪声引起的像素坐标误差概率密度函数 $f(p_i)$ 如式(15)所示。

$$f(p_1) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{(x_E - x_D - \delta_x)^2}{2\sigma^2}\right\} \\ \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{(y_E - y_D - \delta_y)^2}{2\sigma^2}\right\} \end{cases} \quad (15)$$

式中： σ ——标准差。

任意点 P 对应的由散粒噪声引起的像素坐标误差概率密度函数 $f(p_2)$ 如下：

$$f(p_2) = \begin{cases} \frac{\sigma^{(e_x)} \cdot e^{-\sigma}}{\int_0^\infty \frac{x^{(e_x)}}{e^x} dx} = \frac{2^{(x_E - x_D - \delta_x)} \cdot e^{-2}}{\int_0^\infty \frac{x^{(x_E - x_D - \delta_x)}}{e^x} dx} \\ \frac{\sigma^{(e_y)} \cdot e^{-\sigma}}{\int_0^\infty \frac{x^{(e_y)}}{e^x} dx} = \frac{2^{(y_E - y_D - \delta_y)} \cdot e^{-2}}{\int_0^\infty \frac{x^{(y_E - y_D - \delta_y)}}{e^x} dx} \end{cases} \quad (16)$$

构造极大似然函数 $L(p_1)$ 和 $L(p_2)$ ，其等于所有点 $(p_1, p_2, \dots, p_b)$ 对应的像素坐标误差概率密度函数乘积，具体如式 (17) 和式 (18) 所示。

$$L(p_1) = \begin{cases} \prod_{i=1}^b \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{(x_E - x_D - \delta_x)^2}{2\sigma^2}\right\} \\ \prod_{i=1}^b \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{(y_E - y_D - \delta_y)^2}{2\sigma^2}\right\} \end{cases} =$$

$$\prod_{i=1}^b f(p_1) = \begin{cases} \left(\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\right)^b \exp\left\{-\frac{\sum_1^b (x_E - x_D - \delta_x)^2}{2\sigma^2}\right\} \\ \left(\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\right)^b \exp\left\{-\frac{\sum_1^b (y_E - y_D - \delta_y)^2}{2\sigma^2}\right\} \end{cases} \quad (17)$$

$$L(p_2) = \prod_{i=1}^b f(p_2) = \begin{cases} \prod_{i=1}^b \frac{2^{(x_E - x_D - \delta_x)} \cdot e^{-2}}{\int_0^\infty \frac{x^{(x_E - x_D - \delta_x)}}{e^x} dx} \\ \prod_{i=1}^b \frac{2^{(y_E - y_D - \delta_y)} \cdot e^{-2}}{\int_0^\infty \frac{x^{(y_E - y_D - \delta_y)}}{e^x} dx} \end{cases} \quad (18)$$

根据极大似然原理^[23-25]，当 $L(p_1)$ 和 $L(p_2)$ 取最大值时，所得的估计值即为像素坐标误差值；根据式 (17) 和式 (18) 可知，当 $L(p_1)$ 和 $L(p_2)$ 取最大值时，式 (19) 取值最小。

$$\begin{cases} \sum_1^b (x_E - x_D - \delta_x)^2 \\ \sum_1^b (y_E - y_D - \delta_y)^2 \end{cases} \quad (19)$$

由激光摄像式传感器模型可知，式 (19) (目标函数) 为非线性函数，采用 L-M 算法对该目标函数进行求解，容易得到目标函数的极大似然估计值，也就可以得到像素坐标误差值。

3 激光摄像式传感器标定试验

3.1 标定试验

针形靶标标定原理如图 2 所示，采用针形靶标对标定平台、刻度尺、滑动丝杆、计算机进行标定，再通过数据采集软件和 Matlab 实现对标定数据的采集和处理。

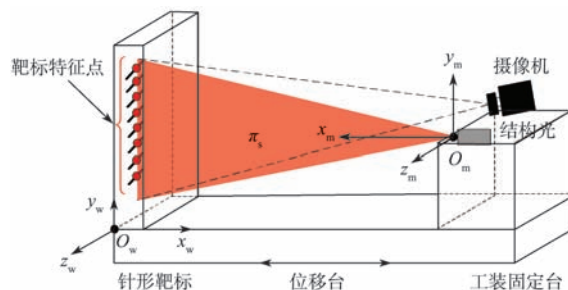


图 2 针形靶标标定平台示意图

Fig. 2 Schematic diagram of the calibration platform for needle target diagram

激光摄像式传感器针形靶标标定步骤如下：

步骤一，安装激光摄像式传感器。调整传感器在工装固定台的位置，确保结构光始终垂直投射于针形靶标上，再将激光摄像式传感器固定在平台上。

步骤二，摄像机捕捉结构光平面投射于针形靶标形成的光斑图像，并提取光斑中心作为特征点的图像坐标，同时记录光斑在世界坐标系下的世界坐标。

步骤三，以相同间距移动针形靶标，每次移动后重复步骤二，尽量使所得特征点覆盖摄像机全部视场范围。

步骤四，根据上述的标定模型参数求解方法，将获取的特征点对代入计算模型，获得最优解。

结构光平面投射在针形靶标上形成的光斑图像如图 3 所示，图中仅列出了针形靶标在位移平台 5 个不同位置的光斑图像。选取光斑图像的中心作为标定点的特征点图像坐标，特征点世界坐标则为结构光与针形靶针相交位置距离固定平台的水平距离和垂直距离。等间隔地移动靶标，共获取 800 个标定特征点对，特征点的图像坐标如图 4 (a) 所示，世界坐标如图 4 (b) 所示。

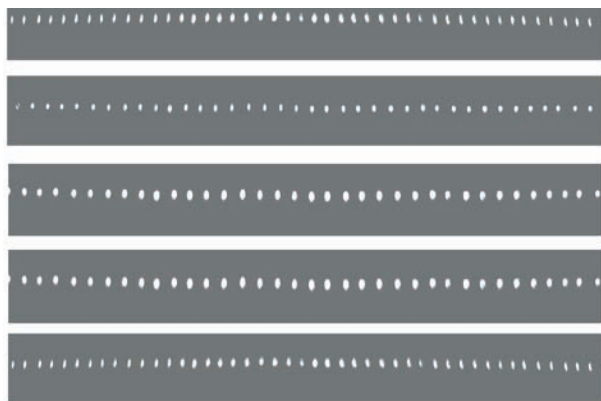


图 3 针形靶标光斑图像

Fig. 3 Spot images of needle target

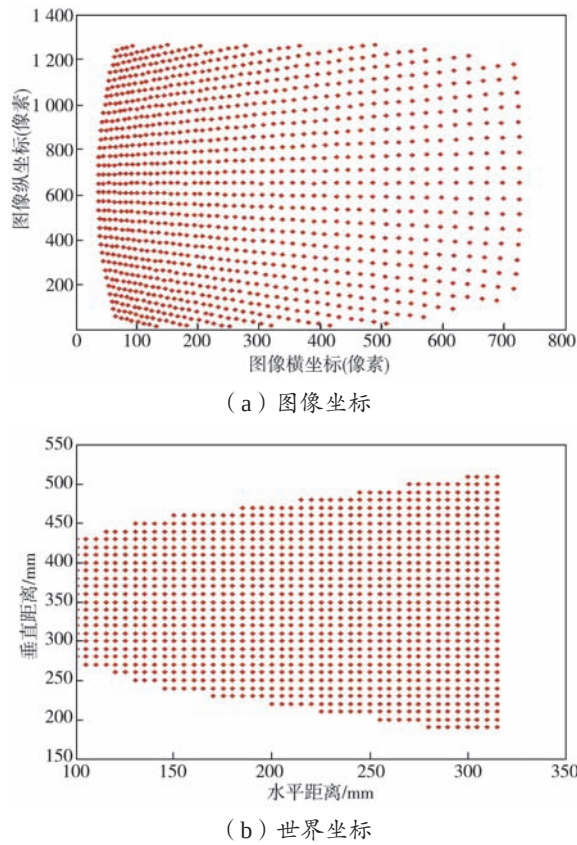


图 4 特征点坐标标定
Fig. 4 Coordinate calibration of feature points

针对实验获得的 800 组标定数据，采用非线性最小二乘法迭代 5 次，发现传感器标定模型参数 ($a_1, \cdots, a_8, k_1, k_2, p_1, p_2, s_1, s_2$) 的值比较稳定，迭代 5 次得到的传感器标定模型参数值如表 1、表 2 所示。

表 1 标定线性模型参数
Tab. 1 Calibration linear model parameters

参数	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8
数值	3.130	9.650	-2 759.723	-4.396	-0.015	1 456.480	0.005	0.000

表 2 标定镜头畸变参数
Tab. 2 Calibration lens distortion parameters

参数	k_1	k_2	p_1	p_2	s_1	s_2
数值	-145.928	0.000	-0.070	0.810	-0.023	0.270

将传感器标定模型参数作为基于极大似然估计的 L-M 优化算法的初值，通过 L-M 算法寻找传感器标定模型参数最优值，标定线性模型参数收敛曲线如图 5 所示，标定镜头畸变参数收敛曲线如图 6 所示。

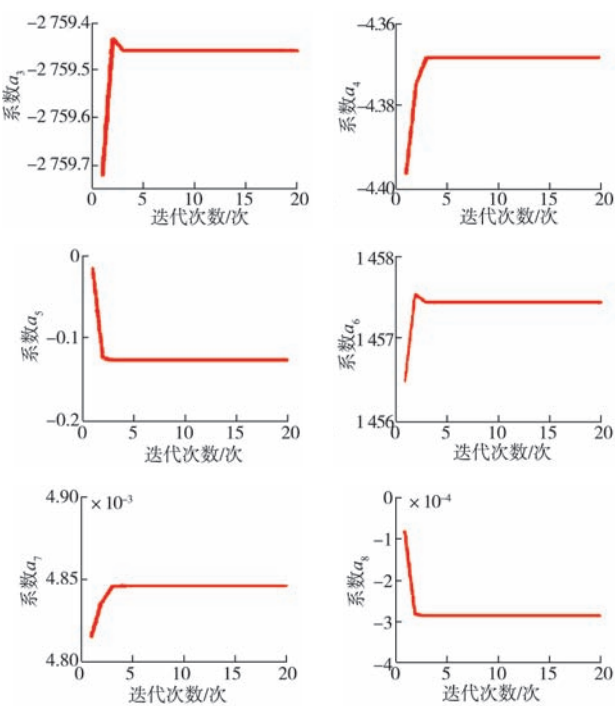


图 5 标定线性模型参数收敛曲线
Fig. 5 Convergence curves of calibration linear model parameters

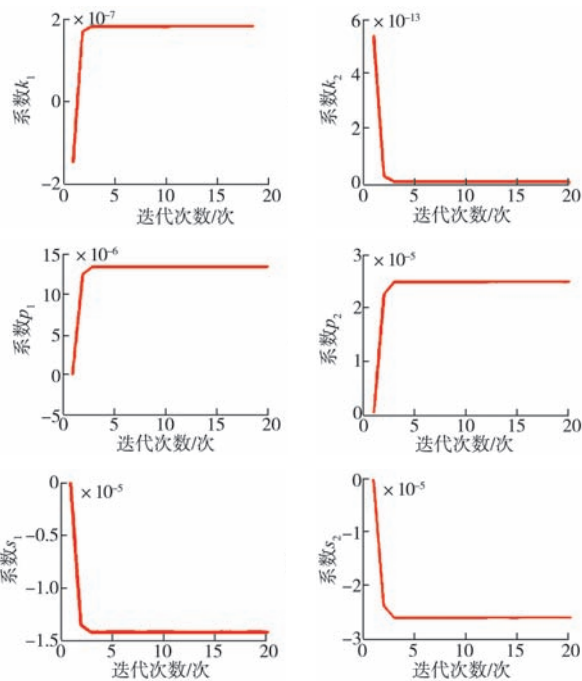


图 6 标定镜头畸变参数收敛曲线
Fig. 6 Convergence curves of calibration lens distortion parameters

迭代 10 步之后，参数基本收敛，此时所得到的标定参数为最优解，如表 3 和表 4 所示。

表 3 标定镜头畸变参数
Tab. 3 Calibration lens distortion parameters

参数	k_1	k_2	p_1
数值	1.808×10^{-7}	9.912×10^{-15}	1.333×10^{-5}
参数	p_2	s_1	s_2
数值	2.484×10^{-5}	-1.426×10^{-5}	-2.599×10^{-5}

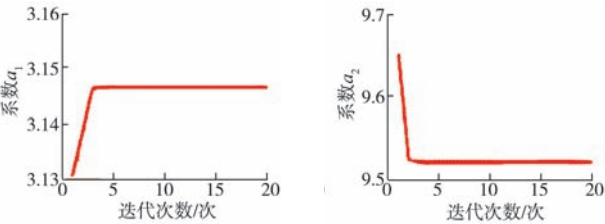


表4 标定线性模型参数
Tab. 4 Calibration linear model parameters

参数	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8
数值	3.146	9.521	-2 759.462	-4.368	-0.127 1	457.423	0.004 8	0.000 284

3.2 标定试验结果误差分析

针对标定试验中得到的标定数据，分别采用非线性最小二乘法、高斯-牛顿迭代法和基于极大似然估计的L-M优化法这3种方法进行处理，得到模型参数($a_1, \cdots, a_8, k_1, \cdots, s_2$)的最优值，然后将参数代回标定模型中，进行逆向运算。将800组特征点的像素坐标分别代入标定模型，分别求得特征点在世界坐标系下的坐标值(x_{w1}, y_{w1}), (x_{w2}, y_{w2}), (x_{w3}, y_{w3})。以原始世界坐标(x_w, y_w)为标准, ($\Delta x, \Delta y$)为世界坐标系下的误差, 采用非线性最小二乘法得到的误差为($\Delta x_1, \Delta y_1$)=(x_w-x_{w1}, y_w-y_{w1}), 分别如图7(a)和图7(b)所示; 采用高斯-牛顿迭代法得到的误差为($\Delta x_2, \Delta y_2$)=(x_w-x_{w2}, y_w-y_{w2}), 分别如图7(c)和图7(d)所示; 采用基于极大似然估计的L-M优化法得到的误差为($\Delta x_3, \Delta y_3$)=(x_w-x_{w3}, y_w-y_{w3}), 分别如图7(e)和图7(f)所示。

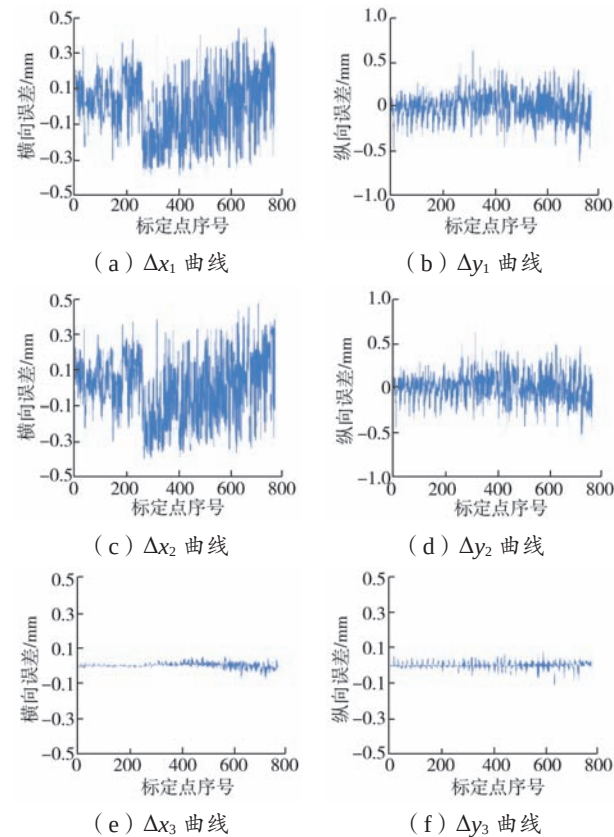


图7 800组特征点世界坐标系下的误差曲线
Fig. 7 Error curves of 800 groups of characteristic points in world coordinate system

对采用这3种方法得到的($\Delta x, \Delta y$)进行分析, 分别计算误差最大值、误差平均值及重投影误差方均根值。误差最大值 $\varepsilon_{\max}(\Delta x, \Delta y)=\max(|\Delta x|, |\Delta y|)$, 误差平均

值 $\varepsilon_{\text{ave}}(\Delta x, \Delta y)=\text{average}(|\Delta x|, |\Delta y|)$, 重投影误差方均根值 $\varepsilon_w=\sqrt{\frac{(\Delta x)^2+(\Delta y)^2}{n}}$ 。如表5所示, 非线性最小二乘法、高斯-牛顿法和基于极大似然估计的L-M算法的误差最大值分别为 $\varepsilon_{\max1}, \varepsilon_{\max2}, \varepsilon_{\max3}$; 误差平均值分别为 $\varepsilon_{\text{ave}1}, \varepsilon_{\text{ave}2}, \varepsilon_{\text{ave}3}$; 重投影误差方均根值分别 $\varepsilon_{w1}, \varepsilon_{w2}, \varepsilon_{w3}$ 。

表5 800组特征点坐标算法误差
Tab. 5 Errors of 800 groups of feature points

(单位: mm)			
误差统计	非线性最小二乘法	高斯-牛顿迭代法	基于极大似然估计的L-M算法
重投影误差方均根值	0.258 3	0.256 0	0.025 4
误差最大值($\Delta x, \Delta y$)	(0.475, 0.632)	(0.424, 0.625)	(0.071, 0.111)
误差平均值($\Delta x, \Delta y$)	(0.160, 0.137)	(0.158, 0.135)	(0.011, 0.011)

为确保实验的可靠性和算法的有效性, 另获取1 000组未参与标定模型计算的数据进行误差分析(图8), 采用3种方法分别计算得到该组数据的世界坐标为(x_{w4}, y_{w4}), (x_{w5}, y_{w5})和(x_{w6}, y_{w6})。

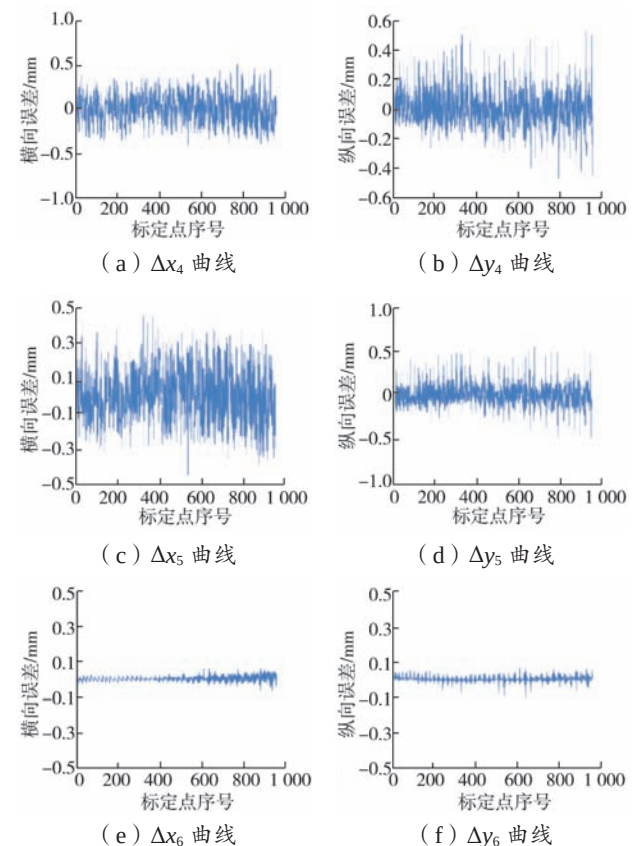


图8 1 000组未参与标定模型计算的数据误差分析
Fig. 8 Error analysis of 1 000 groups of data not involved in calibration model calculation

非线性最小二乘法得到的误差为($\Delta x_4, \Delta y_4$), 如图8(a)和图8(b)所示; 高斯-牛顿迭代法得到

的误差为 $(\Delta x_5, \Delta y_5)$ ，分别如图8(c)和图8(d)所示；基于极大似然估计的L-M优化法得到的误差 $(\Delta x_6, \Delta y_6)$ ，分别如图8(e)和图8(f)所示。采用这3种方法得到的误差最大值分别为 $\varepsilon_{\max 4}, \varepsilon_{\max 5}, \varepsilon_{\max 6}$ ；误差平均值分别为 $\varepsilon_{\text{ave}4}, \varepsilon_{\text{ave}5}, \varepsilon_{\text{ave}6}$ ；重投影误差方均根值分别 $\varepsilon_{w4}, \varepsilon_{w5}, \varepsilon_{w6}$ ，具体如表6所示。

表6 1 000组特征点坐标算法误差
Tab. 6 Errors of 1 000 groups of feature points
(单位: mm)

误差统计	非线性最小二乘法	高斯-牛顿迭代法	基于极大似然估计的L-M算法
重投影误差方均根值	0.233 1	0.217 5	0.023 2
误差最大值 $(\Delta x, \Delta y)$	(0.511, 0.536)	(0.448, 0.547)	(0.091, 0.113)
误差平均值 $(\Delta x, \Delta y)$	(0.151, 0.105)	(0.135, 0.104)	(0.010, 0.012)

综合表5和表6，对两组数据进行平均计算，得到非线性最小二乘法、高斯-牛顿法、基于极大似然估计的L-M算法误差最大值分别是 $(0.493, 0.584)$ ， $(0.436, 0.586)$ ， $(0.081, 0.112)$ ；误差平均值分别是 $(0.156, 0.121)$ ， $(0.147, 0.120)$ ， $(0.011, 0.012)$ ；重投影误差方均根值分别是0.245 7, 0.236 6, 0.024 3。可见，基于极大似然估计L-M算法的标定精度误差最大值较非线性最小二乘法的和高斯-牛顿法的分别减小了 $(0.412\text{ mm}, 0.472\text{ mm})$ 和 $(0.355\text{ mm}, 0.474\text{ mm})$ ；误差平均值分别减小了 $(0.145\text{ mm}, 0.109\text{ mm})$ 和 $(0.136\text{ mm}, 0.108\text{ mm})$ ；重投影误差方均根值分别减小了0.221 4 mm和0.212 3 mm。

4 结语

本文建立了基于非线性最小二乘法、高斯-牛顿迭代法及基于极大似然估计的L-M优化算法的激光摄像式传感器标定模型；并采用3种不同方法进行了标定模型参数求解。其中非线性最小二乘法迭代300次后模型参数基本收敛，高斯-牛顿迭代法迭代20次后模型参数基本收敛，基于极大似然估计的L-M算法迭代10次后模型参数基本收敛。对于基于极大似然估计的L-M算法，因考虑高斯噪声与散粒噪声影响，对已有标定算法进行了优化，使得标定精度有效提升；但该算法的计算复杂度相对较高，后续研究中需继续优化。

参考文献：

[1] 刘辉. 基于图像检测技术的运动部件的截面积测量 [D]. 石家庄：

河北科技大学, 2015.

[2] 崔希民, 李聪, 袁德宝, 等. 基于拉丝法的线结构光视觉测量系统标定 [J]. 科技导报, 2014, 32(24): 64-67.

[3] 吴庆华. 基于线结构光扫描的三维表面缺陷在线检测的理论与应用研究 [D]. 武汉: 华中科技大学, 2013.

[4] 李友浩, 张海鸥, 张弓, 等. 基于线结构光的电弧增材制造熔积层三维测量 [J]. 工具技术, 2018, 52(4): 123-127.

[5] 陈培芬. 圆钢视觉测量系统的关键技术研究 [D]. 天津: 天津大学, 2014.

[6] 罗冰心. 管螺纹在线视觉检测系统研发 [D]. 南京: 南京航空航天大学, 2018.

[7] WEI Z Z, CAO L J, ZHANG G J. A novel 1D target-based calibration method with unknown orientation for structured light vision sensor [J]. Optics & Laser Technology, 2010, 42(4): 570-574.

[8] ZHOU F Q. Complete calibration of a structured light stripe vision sensor through planar target of unknown orientations [J]. Image and Vision Computing, 2005, 23(1): 59-67.

[9] KE L, CHENG X, JU R F, et al. A Linear Approach for Depth and Colour Camera Calibration Using Hybrid Parameters[J]. Journal of Computer Science and Technology, 2016, 31(3): 479-488.

[10] REN S W, GU S P, XU G Y, et al. A new track inspection car based on a laser camera system[J]. Chinese Optics Letters, 2011, 9(3): 1-4.

[11] 魏世斌, 李颖, 赵延峰, 等. GJ-6 型轨道检测系统的计与研制 [J]. 铁道建筑, 2012(2): 97-100.

[12] 刘博宇, 赵洋, 杨进华. 一种改进的摄像机线性标定优化方法 [J]. 长春理工大学学报 (自然科学版), 2016, 39(4): 90-96.

[13] ZHAO Z, HU B Z. Minimal vision system for linear camera self-calibration and 3D reconstruction using translation platform[J]. Multimedia Tools and Applications, 2019, 78(18): 25731-25751.

[14] 张磊, 汤小伟, 李红兵, 等. 一种考虑成像特性的摄像机线性标定方法 [J]. 中南大学学报 (自然科学版), 2020, 51(7):1832-1841.

[15] ALIPPI C, CASAGRANDE E, SCOTTI F. Composite real-time processing for railways track profile measurement[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2000, 49(3): 559-564.

[16] 占栋, 于龙, 肖建, 等. 轨道检测中激光摄像式传感器标定方法研究 [J]. 机械工程学报, 2013, 49(16): 39-47.

[17] WANG J H, SHI F H, ZHANG J, et al. A new calibration model of camera lens distortion [J]. Pattern Recognition, 2008, 41(2): 607-615.

[18] RICOLFE-VIALA C, SANCHEZ-SALMERON A-J. Robust metric calibration of non-linear camera lens distortion [J]. Pattern Recognition, 2010, 43(4): 1688-1699.

[19] 郑利平, 徐刚强, 李琳, 等. 非线性畸变分布椭圆鱼镜头成像建模和校正 [J]. 仪器仪表学报, 2012, 32(6): 1331-1337.

[20] 肖爱玲. 非线性最小二乘法的算法 (英文) [J]. 数学理论与应用, 2004(2): 86-90.

[21] 段发阶. 计算机视觉检测基础理论及应用技术研究 [D]. 天津: 天津大学, 1994.

[22] 和文娟. CMOS 图像传感器的噪声分析及图像处理 [D]. 武汉: 华中科技大学, 2011.

[23] 李云飞, 司国良, 郭永飞. 科学级 CCD 相机的噪声分析及处理技术 [J]. 光学精密工程, 2005(增刊 1): 158-163.

[24] 侯媛彬, 李宁. 基于改进极大似然的随机噪声非线性系统辨识 [J]. 噪声与振动控制, 2010, 30(6): 136-139.

[25] 赵军圣, 庄光明, 王增桂. 极大似然估计方法介绍 [J]. 长春理工大学学报, 2010, 5(6): 53-54.