极端地质事件定量模拟与预测

成秋明^{1,2*}

1. 中山大学地球科学与工程学院, 珠海 519000;

2. 中国地质大学地质过程与矿产资源国家重点实验室, 北京 100083

* 通讯作者, E-mail: qiuming.cheng@iugs.org; chengqiuming@mail.sysu.edu.cn

收稿日期: 2021-08-29; 收修改稿日期: 2021-11-17; 接受日期: 2021-12-29; 网络版发表日期: 2022-03-17

国家自然科学基金指南引导类原创探索计划项目(批准号: 42050103)、科技部国家重点研发专项项目(编号: 2016YFC0600500)、自然资源部和国家地质调查局计划项目(编号: DD20160045)资助

摘要 研究地球演化过程中发生的一系列重大地质事件(如板块聚散、气候极冷与极热、生物灭绝与复兴、地震与火山、成矿与成藏等), 对了解地球演化的“突变”规律和深入认识宜居地球的物质-生命-环境协同演化均具有重要意义。然而, 由于重大地质事件发生的时空异常性和复杂性, 导致经典数理模型无法有效应用于这类事件的定量化研究。长期研究发现, 这类极端地质事件往往具有“奇异性”(在狭小的空间或时间间隔中物质超常聚集与亏损或能量巨量释放与吸收的异常性)。在此基础上, 给出了极端地质事件的定义, 提出了定量研究极端地质事件的“分形密度”概念和度量指标, 建立了“局部奇异性”度量模型和计算方法, 并在大数据应用基础上成功应用于以上多种极端地质事件的定量表征、模拟和预测, 形成了具普适性的极端地质事件定量化研究的奇异性理论和方法体系。

关键词 地球科学复杂性, 极端地质事件, 非线性地质过程, 数学地球科学, 分形密度

1 前言

极端事件(extreme events or Xevents)在自然、社会、金融、工程、技术等领域均有发生, 而且形式多样, 比如地震、极端天气、金融海啸、大面积网络断电、病毒传播等(IPCC, 2012; National Academies of Sciences, Engineering, and Medicine, 2016)。极端事件备受学界、公众和政府的关注, 比如美国1997年成立了国家极端气候委员会(NCEC)来评估极端事件的代价和相关气象测量的有效性。1988年, 联合国环境规划署(UNEP)和世界气象组织(WMO)联合发起成立了联

合国或WMO成员政府组织(IPCC)。该组织定期向全球发布报告, 评估每年发表的数千篇科学论文, 以全面总结气候变化的驱动因素、其影响和未来风险, 以及如何减少这些因素的影响。极端气候或极端天气是IPCC报告的核心内容(IPCC, 2012)。极端事件的定量研究也得到了较快发展, 尤其在气候与天气研究领域, 极端事件的研究和应用都被广泛关注。比如, 美国基金委员会等单位多次联合举办了极端事件相关学术讨论会(Bunde等, 2002; Jentsch等, 2006; National Academies of Sciences, Engineering, and Medicine, 2016)。研究内容从统计分析, 发展到检测与归因、极端事件动力

中文引用格式: 成秋明. 2022. 极端地质事件定量模拟与预测. 中国科学: 地球科学, 52(6): 975–991, doi: [10.1360/SSTe-2021-0247](https://doi.org/10.1360/SSTe-2021-0247)

英文引用格式: Cheng Q. 2022. Quantitative simulation and prediction of extreme geological events. Science China Earth Sciences, 65(6): 1012–1029, <https://doi.org/10.1007/s11430-021-9881-2>

学、大数据分析等, 涉及的理论包括极端数据统计(extreme value distribution)、大偏差理论(large deviation theory)、自组织临界性(self-organized criticality)、混沌理论(chaos)、多重级联理论(multiplicative cascade processes)、相变理论(phase transition)等(Sharma等, 2012)。然而, 学界对极端事件的定量化研究还缺乏统一的科学定义和普适性的理论和方法(Stephenson等, 2008; McPhillips等, 2018; Ren等, 2018)。

本文从地球系统“突变”导致的极端地质事件入手, 提出了具普适性的极端事件定量研究的奇异性理论和方法体系。

2 极端地质事件

为了建立较统一的理论框架和数理模型, 首先要定义什么是极端地质事件。目前在不同研究领域对极端事件还未形成统一的基于数学和物理原理和机制的定义, 这不利于提出普适性的理论与方法。比如, 在气候变化领域极端天气等是常见的极端事件(Climate Extremes), 通常是指发生在有限时-空中偏离正常的极大或极小事件, 具有发生频率低、危害性高等特点(Easterling等, 2000; Jentsch等, 2006; Stephenson等, 2008; IPCC, 2012; National Academies of Sciences, Engineering, and Medicine, 2016; McPhillips等, 2018; Ren等, 2018)。这种定义往往通过一定的阈值来判断是否极端事件, 阈值通常可以基于发生概率或潜在的后果或影响程度来确定, 比如, 采用简单的大于95%或者99%百分比作为阈值, 或者采用均值加减2倍或者3倍方差等作为阈值。无论根据统计阈值还是根据后果或影响程度定义极端事件都缺乏对极端事件本质和内涵的刻画, 均不

利于研究极端事件的形成机制和时空分布规律。一般认为, 极端事件的形成机制与非线性动力学过程有关, 具有复杂性。复杂性也是没有统一学科定义的概念和术语, 有的学者把研究复杂性作为一门新的科学(“A new kind of science”)(Wolfram, 2002; Turcotte, 2006)。这些作者强调, 复杂性是指无法采用现代微积分理论研究的非线性过程。於崇文院士(2003)将地球系统复杂性作为地球科学的基本问题, 提出了“地质过程的临界动力学”。赵鹏大院士提出了致矿地质异常概念和地质异常矿产预测理论和方法, 将矿床的形成归因于地质异常(致矿地质异常), 同时矿床的形成和分布也导致地质、地球物理和地球化学等异常(矿致异常)(Zhao, 1992)。Cheng(2007)针对各类极端地质事件的定量化问题开展了长期研究, 将极端地质事件定义为“能在狭小的空间或时间间隔中造成物质超常聚集与亏损或能量巨量释放与吸收的地质事件”。该定义强调了极端地质事件的时间与空间和能量与物质两个方面的特征, 发生的时间或者空间是狭小的, 释放与吸收的能量或产生与消耗的物质是巨量的。在该定义框架下, 相对漫长地质时间和浩瀚宇宙空间, 地球演化过程中发生的众多事件(如板块聚散、气候极冷与极热、生物灭绝与复兴、地震与火山、成矿与成藏等)均具有短时间或瞬时性特征, 它们波及的三维空间是局限的(与地球的体积相比)(图1)。然而, 由于释放的能量(机械能、热能、生物能等)或者聚集的物质(矿物质、火山物质等)是超常的, 其造成的(环境/生态/资源/能源)影响是巨大的。比如, 大地震的发生往往在几秒内释放巨量的能量; 火山喷发可在很短的时间(数天或数月)释放巨量的物质和能量; 类似地, 成矿事件可以在相对短时间(百万年之内)或狭小的空间(矿床与矿体)造成有用物质的超常富

图1 地球演化过程中发生的众多重大地质事件

地球的形成、生命的出现、科马提岩喷发、沉积变质条带状磁体石英岩的形成、大氧事件、西伯利亚大火成岩省、寒武纪生物爆发、白垩纪恐龙灭绝、冰期事件以及成矿事件(如金成矿事件)等

集和巨量堆积(图2). 考虑时间和空间、物质和能量的可转换性, 以上极端事件定义可以拓展并涵盖发生在自然、社会、金融、工程、技术领域的诸如极端天气、金融海啸、大面积网络断电、病毒传播等类似的极端事件. 广义上讲, 极端事件的物质和能量还可由某种量来表述, 比如可以用经济和社会损失来度量金融危机事件的灾害代价, 用经济损失、人员伤亡、房屋和车辆损坏等指标来度量地震、海啸、飓风、重大交通事故等极端事件造成的灾害损失. 这些代价均可看作极端事件涉及的某种“物质”和“能量”.

3 极端地质事件的奇异性

极端地质事件的本质特征是发生的时间或者空间尺度“极小”与释放的能量或产生的物质密度“极大”或“极小”的特殊性质(奇异性)(Cheng, 2007). 定量研究极端事件的奇异性需要确定极端事件的可观测量(observable), 即可观测的某种性质. 基于可观测量才能建立数学模型并对系统进行定量化分析. 观测量可以是几何观测量(如几何形状、大小和角度等), 也可是物理量(如能量、质量、密度、热量、磁场、重力场等等). 由于我们对极端事件的关注重点是物质聚集或者能量释放的奇异性, 因此, 可以选择物理密度(质量密度、能量密度等)作为可观测量. 传统的质量(或能量)密度(c)可以分别表示为质量(Δm)(或能量 $-\Delta E$)与体积(ΔV)(或者时间 $-\Delta t$)的比值或者微分($\frac{dm}{dV}$ 或 $\frac{dE}{dt}$),

$$\begin{aligned} c &= \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta m}{\Delta V} = \frac{dm}{dV}; \\ c &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{dE}{dt}. \end{aligned} \quad (1)$$

以上密度概念在许多领域被拓展应用于诸如人口密度、河流密度等各种类型问题的研究. 然而, 自20世纪90年代以来, 对岩浆作用、成矿、洪水、地震、洋中脊热流等极端地质事件进行了长期对比研究, 发现这类事件的共同特点是其产生的物质超常富集的质量密度或能量释放的能量密度是发散的、不收敛的, 表现出具有尺度极小($\rightarrow 0$)和密度极大或极小($\rightarrow \infty$ 或 $\rightarrow 0$)的奇异性(图3), 即

$$\lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta m}{\Delta V} \rightarrow \infty \text{ or } \rightarrow 0 \text{ or } \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta E}{\Delta t} \rightarrow \infty \text{ or } \rightarrow 0. \quad (2)$$

这是传统密度参数以及基于传统密度参数的动力学方程无法有效刻画极端地质事件的根本原因. 为此, 必须开展新的数学与物理理论方法的探索.

4 极端地质事件的奇异性理论与方法

4.1 分形几何学

极端地质事件的奇异性是典型的复杂性问题, 它无法采用经典数理方程进行定量模拟和预测. 为了研究这类复杂过程, 美国数学家和气象学家洛伦茨(Lorenz)于1963年提出了混沌(Chaos)理论(Lorenz, 1963). 法裔美国数学家曼德布罗特(Mandelbrot)于1967年提出了分形(Fractal)理论(Mandelbrot, 1967). 对混沌现象或混沌过程的预测结果往往随初始条件或者边界条件的微小扰动而产生巨大变化, 呈现不确定性和不可预测性(Valentine等, 2002). 但人们也发现, 混沌过程往往具有尺度不变性、分形性和自相似性(Lovejoy等, 2009). 分形理论是在分形几何概念基础上发展起来的一门新的数学分支. 分形几何学是研究包括介于传统点、线、面、体等几何体之间的不规则几何体或几何

图2 地幔对流和板块运动过程中发生的各种极端地质事件

板块裂解、板块俯冲与碰撞、岩浆活动、地震、成矿、岩石圈拆沉、板片断离等. 修改自Cheng(2016)

图3 极端地质事件质量与能量分布示意图(成秋明, 2021)

(a) 成矿地质事件导致相对狭小的空间(矿体、矿脉)中有用物质超常富集(质量密度异常); (b) 地震在极短时间间隔中释放巨量能量(能量密度异常); (c) 洋中脊地幔热流上涌(热通量异常). 密度奇异性: 随度量尺度无限变小($\delta \rightarrow 0$), 其密度无限变大($\rho \rightarrow \infty$)或无限变小($\rho \rightarrow 0$). ρ 为传统密度, δ 为尺度(空间或时间)

图形的一门新的非传统几何学(图4). 分形几何概念极大拓展了传统几何的研究范畴, 特别是对于研究复杂的几何体和复杂几何图形图像提供了新的强有力的数学工具(Mandelbrot, 1967). 分形几何只有在分形维空间度量才有意义, 换句话说, 在正常的欧式空间中无法有效度量分形几何. 比如, 拿线段为例, 对于正常的直线、折线、光滑曲线可以采用一定单位长度的尺子(δ)进行度量(图4). 尺子的长度乘以覆盖线段的尺子的最少个数(N)即为线段的长度($L=N\delta$). 对于直线线段(如折线), 只要采用较短的尺子, 就能精确地度量线段的长度. 对于光滑的非线性曲线, 当尺子变得无限短($\delta \rightarrow 0$), 度量的折线长度无限接近曲线的真实长度($N\delta \rightarrow L$). 然而, 对于分形曲线, 尺子的长度与尺子个数的乘积将不收敛($N\delta \rightarrow \infty$)或者其长度趋于无穷大, 说明在正常的欧氏空间中度量分形曲线的长度是没有意义的. 如果采用分形维的单位尺子($\delta^{1.26}$, 这里1.26是该分形几何的分形维数)与尺子的个数乘积就能计算分形曲线的大小($N\delta^{1.26} \rightarrow L$). 当然, 正常曲线的长度单位是尺子的单位(δ , 比如米、厘米、毫米等), 而分形曲线的大小单位是分形尺子的单位($\delta^{1.26}$, 比如米^{1.26}、厘米^{1.26}、毫米^{1.26}等). 可见, 分形几何具有复杂性, 用传统的几何度量方法不能有效度量其大小. 实际上, 分形几何不再具有欧氏空间中的可加性, 即部分累计不再等于整体.

20世纪80~90年代国际上一时掀起了“研究分形”热. 人们计算了各种分形几何维数, 刻画了分形模式

和分形图形复杂性. 然而, 这些研究局限在几何学和统计模型范畴, 没有从根本上解决动力学和预测性问题, 需要新的理论方法创新(Cheng等, 1994; Cheng, 2007).

4.2 分形微积分

经典动力学的理论基础是牛顿三大定律和现代微积分学. 后者是基于勒贝格(Lebesgue)测度可加性原理而建立的. 然而, 分形不具有欧氏空间的可加性, 即个体的累加不能表示其整体. Cheng(2018b)探讨了如何基于分形几何和分形测度定义微积分, 给出了以下的“分形微积分”运算的概念和公式(图5):

$$f'_a(x) = \frac{df(x)}{dx^a} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f(x)}{(\Delta x)^a}, \quad (3a)$$

$$\int f(x) dx^a = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \sum f(x_i) (\Delta x)^a, \quad (3b)$$

式中, $\Delta f(x)$ 表示函数 $f(x)$ 在 $\Delta x (=x-x_0)$ 增量上的增量, a 为分形维数. 考虑到文章篇幅, 关于分形微积分的数学性质等内容本文不做具体介绍, 感兴趣的读者可参见已发表的论文(Cheng, 2018a, 2018b, 2018c). 为了简要说明以上定义的分形微分运算, 我们举个具体例子. 比如函数 $f(x)=c(x-x_0)^\beta$ ($0<\beta<1$). 如图5所示, 该函数在 $x=x_0$ 处没有传统微分或导数趋于无穷大($f'(x)=c\beta(x-x_0)^{\beta-1}$). 然而, 按照分形微分定义(3a), 该函数在 $x=x_0$ 处的分形微分 $f'_\beta(x)=c$.

图 4 分形几何及其度量

上面组图: 显示分形几何是充填在点、线、面、体之间更复杂、更广泛的具有分形维数的几何体或者是具有自相似特征的复杂图形图像。下面组图: 在分形维空间中才能度量分形的大小。用传统的“尺子”度量线段长度: 长度=尺子个数(N) $\times$ 尺子长度(δ)。度量分形曲线的大小需用分形尺子($\delta^{1.26}$)

图 5 关于分形微分的示意图

在 x_0 的位置函数极限不存在, 不存在传统微分($f'(x) \rightarrow \infty$), 但可定义分形微分($f'_\beta(x) = c$)(见正文)

图 6 传统质量密度与分形密度的关系示意图

(a) 质量体密度单位(如, 克/米³); (b) 质量分形密度(如, 克/米^{2.73})

4.3 分形密度

在建立了密度与分形几何关系的基础上, Cheng (1999, 2002)提出了“分形密度”的物理概念, 并将其定义为具有“分形维数的密度”(图6), 可采用分形微分(3a)表示:

$$\rho_\alpha = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta m}{(\Delta V)^{\alpha/3}} = m'_{\alpha/3}(v). \quad (4)$$

这里所定义的分形密度可以看作是传统密度的拓展, 因为传统密度(1)可看作分形密度(4)的一种特例($\alpha=3$). 传统密度和分形密度与度量尺度($\delta \propto v^{1/3}$)具有如下幂律关系(power-law) (Cheng, 2007):

$$\rho = \rho_\alpha \delta^{-\Delta\alpha}, \quad (5)$$

这里, 幂律指数($\Delta\alpha = E - \alpha$)是分形维数(α)与欧氏维数(E)之差, 称为“奇异性指数”. 当 $\Delta\alpha=0$ 时, 分形密度即转化为传统密度; 相反, 当 $\Delta\alpha \neq 0$, 传统密度随度量尺度而变化; 并且, 随着尺度趋于无穷小($\delta \rightarrow 0$), 传统密度趋于无穷大或无穷小($\rho \rightarrow \infty$ 或 $\rho \rightarrow 0$), 显示具有“极小-极大”或“极大-极小”的“奇异性”. 这样, $\Delta\alpha$ 的数值可以定量刻画奇异性的强度. 可见, 我们建立的“分形密度”和“分形微积分”运算概念、原理和公式能有效度量极端事件的“尺度-密度变化关系”的奇异性.

为了进一步解释分形密度的存在性, 我们将用简单的康托集(Cantor set)来显示如何形成分形密度. 图7显示了康托集与分形密度的形成过程. 取一条长度为 L 的直线段, 线段的重量为 M . 将它三等分, 去掉中间一段, 留剩余的两段, 将三段的重量 M 重新均匀分配到剩余的两端线段上. 再将剩下的两段再分成三等分, 各去掉中间一段, 剩下更短的四段, 再将重量 M 均匀分配给剩下的更短的四段……将这样的操作一直继续下去, 直至无穷, 结果将形成康托尔点集. 多次(n)迭代后, 线段的长度每次缩短三倍, $\delta_n=L(1/3)^n$, 线段的个数每次增加两倍, $N(\delta_n)=2^n$, 线段的总重量保持不变(M). 可见, 线段的总长度为线段总个数与线段的单位长度的乘积, $N(\delta_n)\delta_n=L(2/3)^n \rightarrow 0$, 每个短线段的密度为线段的重量与线段长度的比值, $\rho(\delta_n)=(M/N)/L(1/3)^n=M/[L(2/3)^n] \rightarrow \infty$, 可见, 线段的传统质量密度随着线段长度的无限缩短而无限增大. 我们知道康托集的分形维数为 $D=\log(2)/\log(3)=0.631$. 按照分形密度(4)的定义, 该康

托集的分形密度可以表示为 $\rho_D = \frac{M}{N(\delta_n)\delta_n^D} = \frac{M}{L^D}$. 请注

意, 这里分形密度是有限的, 而且其分形密度单位是质量(M)与长度幂律次方(L^D)之比.

4.4 分形密度的奇异性、自相似性、异质(向)性

对于分形体而言, 传统密度与度量尺度(δ)具有幂律关系(5). 实际上, 具有非整数指数的幂律函数一定具有奇异性, 还有很好的自相似性、尺度不变性(Cheng, 2008). 自相似性是指部分与整体的相似性. 尺度不变性是指改变度量尺度不改变函数形式. 分形模型还可以刻画密度分布的异(质)向性. 这些性质都可以从多重分形理论进行深入讨论. 详细内容请参考相关论文(Cheng等, 1994, Cheng和Agterberg, 1996; Cheng, 1999). 比如, 基于传统密度和分形密度的关系和模型, 我们可以将密度写成如下线密度、面密度、体密度的形式:

$$\begin{aligned}\rho(L) &\propto \rho_a L^{-\Delta_a}, \\ \rho(A) &\propto \rho_a \sqrt{A}^{-\Delta_a}, \\ \rho(V) &\propto \rho_a \sqrt[3]{V}^{-\Delta_a}.\end{aligned}\quad (6)$$

这样, 可以通过选择不同形状的线段(L)、面积(A)或体积(V)来度量密度的各向异性. 分别在空间

图7 康托集(Cantor set)与分形密度示意图

域、傅里叶域、特征域、沃尔氏域等多种数学空间建立了密度-尺度分形模型(C-A、S-A、N-λ等)(Cheng等, 1994; Cheng, 2004, 2005; Li和Cheng, 2006). 这些模型为度量密度的奇异性、自相似性、尺度不变性、各向异性等提供了系列的有效模型, 为时空弱信息提取、复合叠加信息分解、不完备信息集成等图像处理、图像识别和信息提取提供了有效工具(Cheng, 2008).

4.4.1 质量密度-面积(C-A)分形模型

为了说明分形模型如何用于信息提取和异常识别, 这里简要介绍C-A分形模型成功用于加拿大西北部某地区斑岩铜-金矿异常圈定实例. 该研究区位于太平洋板块与北美板块俯冲导致的环太平洋斑岩铜矿带中. 图8给出了该研究区岩石原生晕地球化学元素含量分布图(Cheng等, 1994). 研究区面积100多平方公里, 地球化学岩石样品1200余个, 取样密度大约为每平方公里10~15个样品点, 化学分析获得样品多种常量和微量元素含量. 图8a中蓝色图形代表岩石中金元素背景含量($<200\text{ppb}$, $1\text{ppb}=1\text{ng g}^{-1}$)分布范围, 棕色图形代表斑岩铜矿相关围岩矿化蚀变范围内蚀变岩石中金元素异常含量($>200\text{ppb}$). 图8b给出金元素含量与面积在双对数坐标下(log-log)的关系图. 结果表明Au元素含量与面积具有分形规律, 可用 $A(\geq C) \propto C^{-\beta}$ 模型进行刻画. 图8b还显示, 背景区域和蚀变区域元素含量-面积呈现不同自相似规律, 在log-log图上呈现具有不同斜率的线性趋势. 据此, 可以确定200ppb为区分异常和背景的阈值. 该方法为采用自相似规律图解分离背景和异常提供了新思路和新方法, 也是首次将多重分形理论引入应用地球化学领域.

图 8 加拿大西北部某斑岩型铜-金矿集区岩石原生晕地球化学元素含量分布图(Cheng等, 1994)

(a) 蓝色图形代表岩石中金元素背景含量(<200ppb)分布范围, 棕色图形代表斑岩型铜金矿相关围岩矿化蚀变带中金元素异常含量 (>200ppb) 分布图; (b) 金元素含量与面积呈现双对数线性关系图

4.4.2 能谱密度-面积(S-A)分形模型

在空间域中建立了密度-尺度分形模型(C-A)基础上, 将其拓展到频率域并建立了能谱密度-面积(S-A)模型. 从理论上证明了在傅里叶能谱-频率空间中功率谱密度(S)和功率谱密度高于S的面积($A(>S)$)遵循幂律关系, $A(>S) \propto S^{-\beta}$ (Cheng, 2004). 该S-A模型不仅可用于刻画二维图形的各向异性属性, 还能用于分解二维模式, 实现复杂模式识别和异常与背景分解. 在此基础上, 将空间域中表现为多样性, 而在基因空间中存在内在自相似性称之为“广义自相似性”(generalized self-similarity)(Cheng, 2004). 图9a中呈现的是复杂的地球化学元素分布模式图, 经过二维傅里叶变换将该图像转换到频率空间(可视为一种基因空间), 在频率空间中建立功率谱密度(S)与面积的幂律关系(图9b). 不同幂律关系代表了不同自相似规律, 据此, 可以通过具有不同自相似规律的信号将能谱和相位信息进行分解, 再采用傅里叶逆变换将分解后的功率谱密度与相位信息转换回到空间域, 即可实现对原始图像的分解(图9c, 9d). 分解后的异常模式(c)和背景模式(d)分别具有不同的广义自相似规律. 比如, 异常模式(c)受断裂构造控制呈北西向展布的高通异常, 而背景模式呈现受岩体和地层控制的椭圆状模式. 这种新的多重分形滤波方法与传统的高通-低通-带通滤波是不同的, 前者是根据能谱密度的高低建立的滤波器(A呈不规则图形), 滤波器不具备固定的波长, 而后者是根据波长的不同而确定的规则的滤波器(A可以圆形、环形等规则图形). 前者滤波器的形状是根据具体的图形数据计算确定的,

反映了一定的地质现象, 而后者是人为定义的规则的滤波器, 换句话说, 不论什么样的地质情况和原始图像, 后者确定的滤波器可以是相同的. 因此, 新的多重分形滤波技术能够根据具体地质情况和地学数据的特征来设计滤波器, 用于分解异常和背景模式. 这也是该系列分形滤波方法更适用和有效的原因.

4.4.3 特征空间能谱密度-特征值(N- λ)分形模型

一幅图像可以在多个数学空间中进行刻画, 除傅里叶空间外, 还有许许多多的数学空间, 比如特征空间. 一幅图像可以看作一个多维矩阵, 从而可以采用矩阵分解的方法将图像进行定量分解. 基于多重级联理论证明了主要特征值(λ)的大小与个数(N)满足幂律关系: $N(\lambda > \lambda) \propto \lambda^{-\beta}$ (Cheng, 2005). 该模型表征了原始图像内存在异质性的多重分形分布特征. 因此, 类似于C-A模型和S-A模型, N- λ 同样可以用于模式识别和异常-背景分解(图9). 此外, 将密度-尺度模型拓展到小波空间和瓦尔氏空间等(Li和Cheng, 2006; Chen和Cheng, 2018), 形成了一套系统的多重分形滤波技术. 从近年来发表在国际三大应用地球化学杂志国际勘查地球化学(GE)、应用地球化学(AG)和分析-勘查-环境地球化学(GEEA)上的论文统计看出, 以C-A、S-A和局部奇异性分析方法(LSA)为核心的分形理论和模型已成为应用地球化学领域最活跃的研究方向(Carranza, 2008).

4.4.4 局部奇异性指数计算(LSA)模型

公式(6)中的三个参数奇异性指数($\Delta\alpha$)、分形密度

图9 广义自相似原理与异常分解模型和方法

(a) 加拿大北部某研究区湖泊地球化学金元素分布图; (b) 变换域中功率谱密度(S)与面积(A)的幂律关系. 不同幂律关系反映了不同自相似规律, 从而可以通过不同自相似规律将能谱和相位信息分解, 再采用傅里叶逆变换将分解后的能谱密度与相位信息转换到空间域, 即可实现对原始图像的分解(图9c, 9d). 分解后的异常模式(c)和背景模式(d)分别具有不同的广义自相似规律

(ρ_a)和尺度(L 、 A 、 V)均是非常有用的参数. 比如, 作为密度的分形维数与正常维数之差, 奇异性指数($\Delta\alpha=E-\alpha$)可以刻画密度的奇异性强度. 实际上, 局部奇异性指数可以表示为密度与尺度的导数, 因此, 可作为一种有效的尺度不变性的高通滤波方法(Cheng, 2008):

$$\Delta\alpha = -\frac{d[\log(\rho)]}{d[\log\sqrt{A}]} = -\frac{d\rho}{dA} \frac{2A}{\rho}. \quad (7)$$

为了计算一幅图的局部奇异性指数, 我们研发了窗口法、等值线方法、小波变换方法等多种计算方法(Cheng, 2008). 图10中简要介绍基于规则窗口方法的计算流程: 对二维图上给定的某个感兴趣的位置(一维线段、二维面积或者三维空间中的某个位置), 采用多个不同大小尺寸的规则的或者不规则窗口来计算每个窗口中的图像数值(如, 元素含量密度), 然后在双对数坐标图上绘制这一组窗口中的图像数值与窗口的大小数据. 如果数据呈现双对数线性趋势, 即可采用最小二乘法进行线性拟合, 并求得线性关系的斜率($-\Delta\alpha$)和截距($\log(\rho_a)$). 同时可以计算线性拟合度, 只有具有显著统计拟合度, 所计算结果才有实际意义, 才能被进一步

使用. 为了体现奇异性的各向异性, 也可在某一方向上计算奇异性, 在GeoDAS软件中设置了不同的方向性奇异性的计算方法(Cheng, 2008). 还可以采用不同的地质体(多边形)的叠加形成更为复杂的面积来计算局部奇异性, 比如通过叠加具有不同地质含义的证据图层(向量或栅格组成的多边形)形成尺度, 以此计算局部奇异性(Cheng, 2008, 2012a; Wang等, 2018). 还可以采用小波变换的核函数等方法计算局部奇异性(Chen和Cheng, 2018).

5 极端地质事件定量预测研究实例

作为刻画物理事件的新的物理概念, 极端事件的分形密度和奇异性的存在性以及形成机制都必须得到证明和解释, 同时, 需在极端地质事件的模拟与预测的实践中得到成功示范应用. 从多重级联过程理论出发, 从数学上证明了分形密度的存在性和多种数学性质(Cheng, 2018b), 并将分形密度和奇异性分析方法成功应用于由地幔对流、板块活动等机制诱发的多种极端地质事件的定量模拟和预测中(图2). 比如,

图 10 局部奇异性指数与分形密度的计算方法

(a) 不同大小的窗口用于多尺度密度计算; (b) 金属含量密度与窗口大小的关系图. 红色点为不同窗口中计算的元素密度, 曲线为最小二乘拟合与拟合函数; (c) 局部奇异性指数. 除规则窗口外, 局部奇异性指数的计算还可以采用不同形状的窗口体现各向异性特征, 还可以采用小波变换的核函数等方法

成矿事件的物质超常富集过程模拟、深部隐伏矿相关的地球化学异常识别和找矿靶区的成功圈定 (Cheng, 2007, 2012b)、地震事件的概率密度-震级模型 (Cheng, 2016; Cheng和Sun, 2018)、岩浆爆发 (flare-up) 与大陆碰撞 (Cheng, 2018c)、洋中脊热流异常 (Cheng, 2016)、大规模岩浆幕式活动与大陆演化 (Cheng, 2018a)、岩石圈相变奇异性 (Cheng, 2018b) 等. 下面简单介绍其中几个应用实例, 感兴趣的读者可以参看其他相关论文.

5.1 地球化学异常识别与深部矿产资源预测

覆盖区和深部矿产勘查中对隐伏矿弱信息提取、复合叠加信息分离、不完备信息集成等是当前矿产预测的技术难题. 基于局部奇异性理论, 从多源地学空间大数据知识挖掘与信息融合入手, 在空间域建立了分形密度模型的基础上, 拓展到频率域、特征域等, 揭示了空间数据复杂表象中的内在自相似规律, 提出了分形滤波方法, 实现了去除复杂背景、分离叠加异常、提取弱缓信息的目的. 创立了以矿床模型为指导, 地学大数据为基础, 成矿事件非线性规律为核心, 集成弱信息提取、复合信息分离、多元信息融合三大功能的GeoDAS软件为工具, 矿床定位预测为目的的非线性矿产资源预测理论方法体系. 该成果为矿产预测提供了一整套全新的原创方法和解决方案, 已被广泛应用于全球矿产资源定量预测和潜力评价中, 为中国大比例尺矿产勘查部署、加速找矿突破提供了重要理论依据和技术支撑, 在云南、内蒙、新疆、福建以及华北多个地区应用, 取得显著找矿效果. 比如, 在云南三

江地区有效消除了复杂背景及玄武岩干扰, 圈定了矿致异常, 实现了重大找矿突破, 如发现了菜子地、五宝山等一批新的矿床 (成秋明, 2021). 2013年该成果获得国家科技进步二等奖.

在个旧外围深部矿产预测中, 通过弱异常提取和信息综合凸显了隐伏矿体引起的弱缓异常, 圈定了传统方法未能识别的找矿目标 (图11) (Cheng, 2007). 个旧以其世界级大型超大型锡矿床和锡产地而闻名. 个旧锡矿主要受控中生界个旧组灰岩、富含Si、K/Na和Al的个旧花岗岩杂岩体, 以及该地区发育的各种不同规模和体系的断层和褶皱系统. 已发现的主要矿床分布在个旧东部地区, 集中在NNE-SSW和E-W方向的断层的交汇处. 与矿化相关的微量元素组合包括Sn、Cu、As、Ag、Pb和Zn等元素. 近年来, 个旧西部地区的勘探也引起了越来越多的关注. 可能由于埋藏深度和以隐伏矿为主等原因, 分布在西部地区的地球化学异常相对微弱, 长期得不到有效应用. Cheng (2007) 通过综合地质、地球物理、地球化学和其他勘查数据, 在个旧地区开展了隐伏矿预测, 特别关注了个旧西区和东区的对比研究, 力争为西区的找矿突破提供支撑. 比如, 对图11b中水系沉积物地球化学微量元素的分析结果表明, 个旧地区水系沉积物地球化学异常表现出空间奇异性, 可以通过绘制2维奇异性指数分布图圈定深部源引起的弱地球化学异常. 通过地球化学弱异常信息提取和地球物理信息综合凸显了隐伏矿体引起的弱缓异常 (图11d), 有效地圈定了传统方法不易发现的找矿靶区13个, 部分异常经勘探实现了找矿突破, 如发现了普雄、米甲冲矿床.

图 11 分形滤波技术圈定云南个旧矿区外围与深部锡矿引起的地球化学低缓弱异常(Cheng, 2007)

(a) 云南省个旧矿区1: 500,000比例尺简化地质图(数据由云南省地质调查局提供); (b) 1:200,000比例尺水系沉积物地球化学Sn元素浓度分布图; (c) 控矿模式图; (d) 局部奇异性分析方法圈定的锡矿相关综合地球化学弱异常图。异常呈显环状和串珠状空间自相似规律, 反映了岩体、围岩地层和构造组合控矿的模式(以白色虚线为示意)。部分异常经工程验证发现了矿床

5.2 大陆地壳幕式演化规律和板块运动的命运

板块构造起始、演化到终结是地球科学的基本问题。科学家通过全球锆石同位素等时间序列数据展现出的峰值与超大陆的聚散以及超级地幔柱发生的关联性, 认为大陆地壳演化呈“幕式”演化模式(Parman, 2007)。然而, 由于超大陆的聚散造成岩浆岩的保存与风化的差异性, 以及岩石取样的不均匀和样品的代表性差异等因素的影响, 被认为无法合理利用锆石等同位素时间序列数据的变化强度精细分析大陆演化的规律(Hawkesworth等, 2009)。Cheng(2017)收集并详细定量对比分析了全球五个研究团队的25万多个样品的锆石同位素以及其他相关时间序列大数据, 从奇异性理论出发, 采用局部奇异性指数计算方法, 克服了保存和取样等因素的影响, 首次发现锆石年龄分布“峰值”具有奇异性, 表明大规模岩浆作用和岩浆岩的形成可能受到板块俯冲、板块碰撞、板片断离、岩石圈拆沉、地幔柱等重大极端事件影响(图12)。进一步研究发现, 大规模岩浆活动的奇异性强度自30亿年以来呈现周期缩短、幅值降低的变化规律, 表明陆壳“幕式”演化强度随地幔变冷等因素而衰减(Cheng, 2017)。据此, 结合地幔温度变化、沉积物循环、增生造山与碰撞造山比例、大陆岩石圈体积增厚等时间序列数据,

建立了地幔冷却模型和岩浆活动强度模型, 预测板块活动可能在14.5亿年后停止(Cheng, 2018a)。这是国际上首次基于实测数据的预测结果, 美国《国家地理》认为该成果不仅有助于回答“地球板块何时停止运动”, 也将激励科学家从不同角度探索板块构造演化的奥秘(<https://www.nationalgeographic.com/science/article/news-happens-plate-tectonics-end-earth-mountains-volcanoes-geology>)。该项研究成果也诠释了大数据驱动地球科学的研究范式, 是个典型的未知问题和未知答案(We don't know what we don't know)的研究实例(Cheng等, 2020)。

5.3 地幔对流与洋中脊热扩散奇异性分析

发现或详细认识洋中脊的几何形态、海底热流异常、磁条带异常、地震带及震源分布等是美国学者Harry Hess提出海底扩张说的重要依据, 也为建立现代板块构造理论奠定了重要基础。英国学者McKenzie(1967)在修改了Hess所建立的海底扩张模型基础上, 建立了洋中脊热扩散数学模型(McKenzie, 1967), 成为该领域长期以来一系列诸如盆地形成模型、板片热结构模型、俯冲板片模型等创新研究的基础。McKenzie的原始建模思想是将介于洋中脊裂解和洋陆俯冲之间

图 12 大陆地壳幕式演化规律分析

(a) 全球碎屑锆石 U-Pb 年龄概率密度分布. 数据来源于 5 个国际研究团队近 25 万个碎屑锆石 U-Pb 年龄数据(数据来源见图中标记和参考文献 Cheng, 2018a). (b) 局部奇异性指数(绿色曲线), 局部奇异性极值变化趋势与线性拟合(红色直线). 图中标记了全球主要超大陆的名称首字母和略图. 详细结果见 Cheng(2018a). 图上缩写: P-Pangaea, G-Gondwana, R-Rodinia, C-Columbia (Nuna), K-Kenorland

的板块看成边界规则的刚性体, 板块扩张速度和厚度变化均匀, 板块(岩石圈)底部温度和顶部温度为已知边界条件, 洋中脊为初始条件. 该热扩散模型可以给出海洋板块任意位置 and 任何年龄(或洋壳岩石圈年龄)的热通量(图 13). 然而, 由于模型的理论计算结果与实际测量结果存在较大差别(图 13a), 许多学者认为造成该差别的主要原因是洋中脊附近(比如小于 55Ma 的年轻洋壳)热液对流导致热量损失. 进而, 有许多作者开始研究导致热对流和热扩散的机制问题, 并以此计算洋中脊热损耗的总量. Cheng(2016)从洋中脊岩石圈结构复杂性和分形结构出发, 采用“分形密度”参数取代了 McKenzie 模型中的岩石圈密度参数, 重新构建了扩散模型, 得到的理论结果显著改善了与实际测量结果的拟合度(图 13b). 该结果还表明, 新老洋壳范围热扩

散机制没有本质变化, 热能损耗的原理也需重新审定. 该研究结果再次说明, 传统模型难以用于突变的、非线性、复杂性、奇异性地质过程和极端地质事件的定量模拟和预测. 对具有不规则边界和复杂介质(如分形边界和分形介质)动力学问题必须引入分形密度和奇异性原理和方法.

5.4 河流洪峰奇异性分析

洪水是危害较大的极端地质事件, 尤其是在城市周边发生的暴雨常常造成城市交通瘫痪, 甚至重大社会经济损失或重大人民生命财产伤亡. 位于加拿大安大略省南部的橡树岭冰碛(ORM)层是该地区约 65 条河流的源头. 该区域拥有种类繁多的溪流、林地、湿地、水壶湖、水壶沼泽和重要的动植物群. 它是安大

图 13 洋中脊热流扩散模型结果对比分析

(a) McKenzie模型的理论结果与实际测量存在显著差距(Stein和Stein, 1992); (b) 分形密度取代了McKenzie模型中的岩石圈密度后得到的power-law结果(PL黑线), 与其他前人建立的模型的结果(GDH1、PSM、HS)相比, 显著改善了理论结果与实际测量结果的拟合度(Cheng, 2016)

略省南部的连续绿色走廊, 包含30%的森林面积(Singer等, 2003; Cheng等, 2009). 该地区气候四季分明, 包括冬季降雪年均降水量大约600~1000mm. 该区域常常会受穿过美国东部的热带风暴或飓风影响, 导致暴雨并造成洪水灾害. 比如, 1954年10月15日飓风黑兹尔(Hurricane Hazel)袭击了该地区, 当地最大降雨220mm(Singer等, 2003), 洪水造成当地81人死亡, 1,896个家庭无家可归, 直接经济损失超过1亿美元.

为了定量刻画和识别该地区历史上发生的洪水事件, Cheng等(2009)收集和研究了过去100年来该地区的河流流量记录, 选择了该区25个河流观测站1900~2000年的观测数据(HYDAT CD-ROM用户手册, 1996). 这些观测站记录了从1900年以来的平均日

流量($\text{m}^3 \text{s}^{-1}$)和日降雨量. 几个观测站的分布位置见图14. 图的背景是数字高程图(DEM)(Kenny, 1997). 由于篇幅限制, 这里仅仅介绍其中一条河(Credit River)上的一个观测站(Cataract Station)记录的所有17个主要流量峰值数据. 更详细的研究结果可参考Cheng等(2009). 图14b显示了1956年5月11~20日的河流观测结果. 横坐标是距离暴雨发生后的时间. 可见暴雨发生1天之内河流流量达到峰值, 之后河水流量回落. 图14c表示时间(天)之内的累计平均水量(Q^*), 可以看作水量释放与时间的平均密度. 应用幂律模型并采用最小二乘法拟合观测数据, 得出结果: $Q^* = 3.97t^{-0.69}$, $R^2 = 0.999$. 结果表明, 洪峰过后的水量释放与时间具有奇异性. 同样, 应用幂律模型分析了过去记录的17个河流峰值, 所计算的奇异性指数($\Delta\alpha$)值范围为0.20~0.75(图14d). 这些奇异性指数值表明, 每次河流峰值的流量与时间序列都表现出强烈的奇异性, 这意味着在峰值流量附近的短时间内所释放的水量与持续时间呈现反相关, 具有时间极小和密度极大的奇异性. 奇异性指数的大小不仅刻画该河流在不同年代发生洪峰的密度与时间关系, 同时奇异性指数值随时间的变化也反映了河流系统所处周边环境和气候的变迁. 比如, 在过去100年中, 奇异性指数值呈现出下降趋势, $\Delta\alpha = -0.0032x(\text{year}) + 6.6757$, $R^2 = 0.41$ (t -value=3.2), 这种奇异性强度的系统变化可能反映该地区河流的成熟度发展和城市建设包括水利排水系统设施建设的不断完善的影响. 洪峰奇异性强度的减小有利于泄洪和洪水合理排放, 从而降低洪水的变化强度, 减少洪水的影响. 按照过去百年来的气候变化和环境改造(人为的和天然的)情况建立模型, 可以计算大约90年后(到2086年)该河流的洪峰峰值的奇异性强度将消失.

5.5 地震强度奇异性分析

地震被认为是由自组织临界(SOC)机制产生的极端事件或雪崩事件, 可导致在狭窄的时空隔内巨大能量释放, 是典型的极端地质事件. 科学家早已发现地震的震级与地震发生的频率具有幂律分布规律, 满足Gutenberg-Richter方程(Gutenberg和Richter, 1944). 地震的空间、时间和震级分布规律和模式一直是地震研究的重点和热点问题, 也是地震预测模型和应急减灾所涉及的主要属性. 研究表明, 地震的能量释放与

图 14 加拿大安大略南部地区河流洪水研究(Cheng等, 2009)

(a) 研究区数字地形与河流观测站分布图. 线条表示主要的河流汇水盆地边缘. 白色的点代表部分河流观测站的分布位置和编号. (b) 1956年5月11~20日在其中一条河(Credit River)上的一个观测站(Cataract Station)记录的河流力量数据. 横坐标代表距离暴雨的时间. (c) 黑点表示平均累计河流流量(Q^*)数据, 直线段和最小二乘法拟合结果. (d) 对该观测站获得的17次洪峰数据所计算的奇异性指数数值变化图

时间-空间尺度均存在幂律关系. 这里, 我们将分析2008年5月在中国四川汶川发生的汶川地震引起的烈度(intensity)分布的奇异性. 使用的Mercalli烈度标度是用于测量地震烈度的地震标度. 它从各种观察到的影响, 凭经验衡量地震的整体影响. 地震的强度并不完全由其震级决定, 而是结合了它对入、人造设施和自然环境的影响. 美国地质调查局国家地震信息中心编制并维护了一个在线数据库, 提供世界上所发生的大地震强度等数据(网址: <http://earthquake.usgs.gov/earthquakes/shakemap/>). 图15a显示了2008年5~7月汶川发生的8次6级及以上余震的烈度分布图. 5月12日发生的8.0级汶川地震造成巨大伤亡. 甚至在主震发生数月后, 强烈余震(有些甚至超过6级)继续袭击该地区, 造成新的人员伤亡和损失.

主震和所有8次余震的Mercalli烈度和受灾面积均可采用最小二乘法拟合幂律函数. 获得的主震结果为

$\rho(A) = 5377.6(\sqrt{A})^{-1.17}$, $R^2 = 0.997$, 奇异性指数 $\Delta\alpha = 1.17$ (图15b). 同样, 对8次余震的数据进行了分析, 结果如图15c所示. 这些结果表明, 最近的5次余震奇异性指数值 $\Delta\alpha \approx 0.83 \sim 0.88$, 其余发生在7月的5次余震的奇异性指数值 $\Delta\alpha \approx 0.88 \sim 1.00$. 该结果可能表明, 近期余震和更远的余震的控制机制是不同的, 这需要进一步研究.

Cheng和Sun(2018)研究了发生在不同大地构造环境下的地震的幂律分布规律和分形密度特征, 比如在洋中脊、俯冲带、碰撞带环境下发生的地震的Gutenberg-Richter幂律关系的奇异性指数逐渐升高, 反映了不同板块构造环境的构造机制对地震发生震级和频率的影响.

6 极端事件的形成机制

由于篇幅的考虑, 以上内容未能全面、详细的介

图 15 地震强度奇异性分析

(a) 2008年5月中国四川汶川6级以上地震强度图。数据来源: 美国地质调查局国家地震信息中心网站。星星代表地震的位置。颜色表示烈度级别。(b) 5月12日主震强度与面积的幂律关系图。红点为观测数据, 黑色实线为最小二乘法拟合的模型。(c) 显示了对2008年5月和6月在同一地区发生的9次地震所计算的奇异性指数。为了便于比较, 前6次地震的结果标记为紫色, 其余次标为黄色

绍文中涉及到的研究, 尤其是对于各种数学推导、数据分析、结论解释、应用实例的科学意义都未能展开详细讨论。这里着重补充一点关于导致极端地质事件产生分形密度和奇异性的物理机制的讨论。依据产生幂律分布(power-law)的数学-物理机制, 结合地球系统的具体特点, 将产生“分形密度”和“奇异性”的极端地质事件(如地震、大规模岩浆作用、岩浆成矿事件、洋中脊热流异常等)的物理机制归因于但不限于以下三个主要方面(图16)(Cheng, 2016, 2018a, 2018c): (1) 相变机制(phase transition); (2) 多重级联循环过程、耗散结构、混沌过程(multiplicative cascade processes, dissipative system和chaotic processes); (3) 自组织临界性(self-organized criticality)。岩石圈存在诸多相变带, 比如莫霍间断面是壳-幔分界面, 具有岩相、岩石密度、岩石应变强度等不连续性, 地震波速也发生了显著变化。事实上, 莫霍间断面的性状与地震、岩浆、成矿等事件发生具有密切关系(Bird, 1978; Chen和Yang, 2004; Andersen等, 2014; Goswami和Barbot, 2018)。耗散系统、混沌理论、多重级联理论是为研究高度复杂的动力学系统而提出的复杂性理论。耗散系统(dissipative system)是由比利时物理学家、化学诺

贝尔奖获得者普里高津(Ilya Prigogine)创立的, 研究远离平衡状态的热力学开放系统从混沌无序向有序转化的机理、条件和规律的科学(Nicolis和Prigogine, 1977)。耗散系统和多重级联过程往往具有混沌性并导致自组织分形结构。固体地球科学中的耗散系统、混沌理论、多重级联例子很多, 比如地幔对流、岩浆对流、流变与变质变形等。相变、自组织临界性和耗散系统、混沌系统、多重级联过程是导致极端地质事件产生分形密度和奇异性的重要机制。自组织临界性(SOC)是动力系统在连续输入的驱动下出现不连续输出-“雪崩”的性质, 其结果具有幂律分布(power-law)。当系统达到自组织临界态时, 即使小的扰动也可引起系统发生一系列灾变(Bak等, 1987)。固体地学中存在大量具有自组织临界性的地质事件, 如板块构造、金属成矿、岩层断裂、板片断离、岩石圈拆沉等。

7 结论

本文简要介绍了极端事件奇异性理论和方法体系, 包括极端地质事件的定义、物质超常富集与能量巨量释放的奇异性 and 分形结构的发现、分形密度新概

图 16 导致极端地质事件产生分形密度和奇异性的几种可能机制

(a) 岩石圈相变带(如莫霍间断面、俯冲板片界面、深部岩浆与地表水之作用面等)(Cheng, 2018a); (b) 地幔对流与板块运动多重级联过程(如, 地幔对流、板块运动、岩浆对流、变质变形等); (c) 板块运动过程中的“突变”与自组织临界性(如, 板块俯冲、岩石圈拆沉、岩层断裂、板片脱离等) (Cheng, 2018c)

念的提出、分形微积分运算的拓展、多种局部奇异性指数计算模型的建立、多种局部奇异性分析、分形滤波分析、分形动力学模拟方法的形成, 以及对多种极端地质事件定量预测应用实例等。由于篇幅所限, 以上许多内容未能详细介绍和讨论, 奇异性理论包括分形密度、分形微积分以及分形动力学等方向的研究成果还远远未达到成熟, 有许多问题还需进一步探讨。比如, 分形微积分的局部化和通用性的问题, 分形微积分更广的运算和推演问题。虽然从多重级联理论出发论证了级联迭代过程可以导致分形密度的产生, 从数学上证明级联叠代过程可以产生局部奇异性 and 分形密度, 但如何从物理实验得到证实还需进一步探索。通过对比奇异性理论与相关传统理论, 说明了奇异性理论是传统理论的拓展, 但更详细的关于分形密度和奇异性理论与量子理论等现代理论的关系的研究也是有意义的。自然界还有很多类型的极端事件是否均可以采

用本文提出的奇异性理论进行有效定量研究也是值得探索的。

致谢 本文部分内容在2021年5月召开的中国科学院院士大会学术讨论会进行了交流。作者对文中学术观点和学术思想先后与多位中国科学院院士如赵鹏大、殷鸿福、金振民、莫宣学、李曙光、安芷生、杨文采、金之钧、王成善、侯增谦等进行过交流和讨论, 得到了大家的点评和建议, 对奇异性理论的形成和完善以及对拓展实际应用领域都发挥了重要作用。在此一并感谢。最后感谢三位匿名评审专家对论文的建议。

参考文献

- 成秋明. 2021. 什么是数学地球科学及其前沿领域. 地学前缘, 28: 6-25
 于崇文. 2003. 地质系统的复杂性——地质科学的基本问题(II). 地

- 球科学, 12: 21–40
- Andersen T B, Austrheim H, Deseta N, Silkoset P, Ashwal L D. 2014. Large subduction earthquakes along the fossil Moho in Alpine Corsica. *Geology*, 42: 395–398
- Bak P, Tang C, Wiesenfeld K. 1987. Self-organized criticality: An explanation of the $1/f$ noise. *Phys Rev Lett*, 59: 381–384
- Bird P. 1978. Initiation of intracontinental subduction in the Himalaya. *J Geophys Res*, 83: 4975–4987
- Bunde A, Kropp J, Schellnhuber H J. 2002. The Science of Disasters: Climate Disruptions, Heart Attacks, and Market Crashes. Berlin: Springer. 453
- Carranza E J M. 2008. Geochemical anomaly and mineral prospectivity mapping in GIS. In: Hale M, ed. Handbook of Exploration and Environmental Geochemistry. Amsterdam: Elsevier. 368
- Chen G, Cheng Q. 2018. Cyclicity and persistence of Earth's evolution over time: Wavelet and fractal analysis. *Geophys Res Lett*, 45: 8223–8230
- Chen W P, Yang Z. 2004. Earthquakes beneath the Himalayas and Tibet: Evidence for strong lithospheric mantle. *Science*, 304: 1949–1952
- Cheng Q. 1999. Multifractality and spatial statistics. *Comput Geosci*, 25: 949–961
- Cheng Q. 2002. Multifractal modeling and GIS spatial analysis of complex fault systems. *GeoInformatics*, 13: 46–49
- Cheng Q. 2004. A new model for quantifying anisotropic scale invariance and for decomposition of mixing patterns. *Math Geol*, 36: 345–360
- Cheng Q. 2005. Multifractal distribution of eigenvalues and eigenvectors from 2d multiplicative cascade multifractal fields. *Math Geol*, 37: 915–927
- Cheng Q. 2007. Mapping singularities with stream sediment geochemical data for prediction of undiscovered mineral deposits in Gejiu, Yunnan Province, China. *Ore Geol Rev*, 32: 314–324
- Cheng Q. 2008. Non-linear theory and power-law models for information integration and mineral resources quantitative assessments. *Math Geosci*, 40: 503–532
- Cheng Q. 2012a. Multiplicative cascade processes and information integration for predictive mapping. *Nonlin Processes Geophys*, 19: 57–68
- Cheng Q. 2012b. Singularity theory and methods for mapping geochemical anomalies caused by buried sources and for predicting undiscovered mineral deposits in covered areas. *J Geochem Explor*, 122: 55–70
- Cheng Q. 2016. Fractal density and singularity analysis of heat flow over ocean ridges. *Sci Rep*, 6: 19167
- Cheng Q. 2017. Singularity analysis of global zircon U-Pb age series and implication of continental crust evolution. *Gondwana Res*, 51: 51–63
- Cheng Q. 2018a. Extrapolations of secular trends in magmatic intensity and mantle cooling: Implications for future evolution of plate tectonics. *Gondwana Res*, 63: 268–273
- Cheng Q. 2018b. Mathematical geosciences: Local singularity analysis of nonlinear earth processes and extreme geo-events. In: Sagar B S D, Cheng Q, Agterberg F, eds. Handbook of Mathematical Geosciences, Fifty Years of IAMG. Berlin: Springer. 911
- Cheng Q. 2018c. Singularity analysis of magmatic flare-ups caused by India-Asia collisions. *J Geochem Explor*, 189: 25–31
- Cheng Q, Agterberg F P, Ballantyne S B. 1994. The separation of geochemical anomalies from background by fractal methods. *J Geochem Explor*, 51: 109–130
- Cheng Q, Agterberg F P. 2009. Singularity analysis of ore-mineral and toxic trace elements in stream sediments. *Comput Geosci*, 35: 234–244
- Cheng Q, Agterberg F P. 1996. Multifractal modeling and spatial statistics. *Math Geol*, 28: 1–16
- Cheng Q, Li L, Wang L. 2009. Characterization of peak flow events with local singularity method. *Nonlin Processes Geophys*, 16: 503–513
- Cheng Q, Oberhänsli R, Zhao M. 2020. A new international initiative for facilitating data-driven Earth science transformation. *Geol Soc Lond Spec Publ*, 499: 225–240
- Cheng Q M, Sun H Y. 2018. Variation of singularity of earthquake-size distribution with respect to tectonic regime. *Geosci Front*, 9: 453–458
- Easterling D R, Meehl G A, Parmesan C, Changnon S A, Karl T R, Mearns L O. 2000. Climate extremes: Observations, modeling, and impacts. *Science*, 289: 2068–2074
- Goswami A, Barbot S. 2018. Slow-slip events in semi-brittle serpentinite fault zones. *Sci Rep*, 8: 6181
- Gutenberg B, Richter C F. 1944. Frequency of earthquakes in California. *Bull Seismol Soc Am*, 4: 185–188
- Hawkesworth C, Cawood P, Kemp T, Storey C, Dhuime B. 2009. A matter of preservation. *Science*, 323: 49–50
- HYDAT CD-ROM User's Manual. 1996. Surface water and sediment data, atmospheric environment program, version 96-1.04 User's Manual, Environment Canada. 95
- IPCC. 2012. Managing the risks of extreme events and disasters to advance climate change adaptation: A special report of working groups I and II of the intergovernmental panel on climate change. In: Field C B, Barros V, Stocker T F, Qin D H, Dokken D J, Ebi K L, Mastrandrea M D, Mach K J, Plattner G K, Allen S K, Tignor M, Midgley P M, eds. New York: Cambridge University Press.

- Jentsch V, Kantz H, Albeverio, S. 2006. *Extreme Events in Nature and Society*. Berlin: Springer. 352
- Kenny F M. 1997. A chromostereo enhanced digital elevation model of the Oak Ridges Moraine Area, southern Ontario and Lake Ontario Bathymetry. Geol Survey Canada, Open file 3423, scale 1:200000
- Li Q, Cheng Q. 2006. VisualAnomaly: A GIS-based multifractal method for geochemical and geophysical anomaly separation in Walsh domain. *Comput Geosci*, 32: 663–672
- Lorenz E N. 1963. Deterministic nonperiodic flow. *J Atmos Sci*, 20: 130–141
- Lovejoy S, Agterberg F, Carsteanu A, Cheng Q, Davidsen J, Gaonac’h H, Gupta V, L’Heureux I, Liu W, Morris S W, Sharma S, Shcherbakov R, Tarquis A, Turcotte D, Uritsky V. 2009. Nonlinear geophysics: Why we need it. *Eos Trans AGU*, 90: 455–456
- Mandelbrot B. 1967. How long is the coast of Britain? Statistical self-similarity and fractional dimension. *Science*, 156: 636–638
- McKenzie D P. 1967. Some remarks on heat flow and gravity anomalies. *J Geophys Res*, 72: 6261–6273
- McPhillips L E, Chang H, Chester M V, Depietri Y, Friedman E, Grimm N B, Kominoski J S, McPhearson T, Méndez-Lázaro P, Rosi E J, Shafiei Shiva J. 2018. Defining extreme events: A cross-disciplinary review. *Earths Future*, 6: 441–455
- National Academies of Sciences, Engineering, and Medicine. 2016. *Attribution of Extreme Weather Events in the Context of Climate Change*. Washington, DC: The National Academies Press
- Nicolis G, Prigogine I. 1977. *Self-organization in Nonequilibrium Systems*. New York: Wiley. 491
- Parman S W. 2007. Helium isotopic evidence for episodic mantle melting and crustal growth. *Nature*, 446: 900–903
- Roberts N M W, Spencer C J. 2014. The zircon archive of continent formation through time. *Geol Soc Lond Spec Publ*, 389: 197–225
- Ren F M, Trewin B, Brunet M, Dushmanta P, Walter A, Baddour O, Korber M. 2018. A research progress review on regional extreme events. *Adv Clim Change Res*, 9: 161–169
- Sharma A S, Baker D N, Bhattacharyya A, Bunde A, Dimri V P, Gupta H K, Gupta V K, Lovejoy S, Main I G, Schertzer D, Storch H V, Watkins N W. 2012. Complexity and extreme events in geosciences: An overview. In: Sharma A S, Bunde A, Dimri V P, Baker D N, eds. *Extreme Events and Natural Hazards: The Complexity Perspective*. Geophys Monogr Seri, 196: 1–16
- Singer S N, Cheng C K, Scafe M G. 2003. *The hydrogeology of southern Ontario*. 2nd ed. Hydrogeology of Ontario Series, Report 1. Technical Report. Environmental Monitoring and Reporting Branch, Ministry of Environment. 200
- Stein C A, Stein S. 1992. A model for the global variation in oceanic depth and heat flow with lithospheric age. *Nature*, 359: 123–129
- Stephenson D B, Diaz H F, Murnane R J. 2008. Definition, diagnosis, and origin of extreme weather and climate events. In: Murnane R J, Diaz H F, eds. *Climate Extremes and Society*. Cambridge: Cambridge University Press. 11–23
- Turcotte D L. 2006. Modeling geocomplexity: “A new kind of science”. In: Manduca C A, Mogk D W, eds. *Earth and Mind: How Geologists Think and Learn about the Earth*. Geological Society of America (GSA) Special Papers. 413
- Valentine G A, Zhang D, Robinson B A. 2002. Modeling complex, nonlinear geological processes. *Annu Rev Earth Planet Sci*, 30: 35–64
- Wang W, Cheng Q, Zhang S, Zhao J. 2018. Anisotropic singularity: A novel way to characterize controlling effects of geological processes on mineralization. *J Geochem Explor*, 189: 32–41
- Wolfram S. 2002. *A New Kind of Science*. Champaign: Wolfram Media. 1197
- Zhao P. 1992. Theories, principles, and methods for the statistical prediction of mineral deposits. *Math Geol*, 24: 589–595

(责任编辑: 陈华勇)