串联抑振轨迹规划方法及在 FAST 馈源支撑系统中的应用

景奉水^{1,2*}, 郑榕樟³, 杨国栋^{1,2}, 邓赛^{1,2}, 谭氏^{1,2}

1. 中国科学院自动化研究所复杂系统管理与控制国家重点实验室, 北京 100190

2. 中国科学院大学人工智能学院, 北京 100049

3. 赛灵思电子科技(北京)有限公司, 北京 100101

* 通信作者. E-mail: fengshui.jing@ia.ac.cn

收稿日期: 2021-04-16; 接受日期: 2021-05-26; 网络出版日期: 2021-11-15

国家重点研发计划(批准号: 2019YFB1312703)和国家自然科学基金(批准号: U1813208, 61903362)资助项目

摘要 针对低阻尼柔性机构运动中的振动问题, 本文提出了一种综合最优双 S 形轨迹规划法和输入整形法优点的串联抑振轨迹规划方法, 其优势是可以有效抑制匀速运动时段的振动. 论文从理论分析和数字仿真两个方面对该方法的正确性进行了证明. 最后, 对该方法在 FAST 馈源支撑系统的应用结果进行分析, 表明其可有效提高并联柔索机构的运动精度, 特别在匀速运动时可提高位置跟踪精度超过 20%.

关键词 柔性机构, 五百米口径球面射电望远镜, 振动抑制, 轨迹跟踪, 运动规划

1 引言

FAST (five-hundred-meter aperture spherical telescope) 是五百米口径球面射电望远镜的简称, 是目前世界上最大口径的单体射电望远镜. FAST 的基本功能是通过馈源接收机 (feed receiver) 收集射电信号, 承载馈源接收机装置被称作馈源支撑系统 (feed support system). 如图 1 所示, 馈源支撑系统是由支撑塔 (support tower)、牵引索 (driving cable) 和其上的馈源舱 (feed cabin) 等构成的并联柔索机构, 与馈源舱内的 AB 轴 (AB rotator) 及 Stewart 平台 (Stewart platform) 三级机构依次串联而成的. 由于采用了并联柔索机构, 馈源支撑系统具有自然振动频率低和阻尼小的特点: 系统的一阶自然频率处于 0.18~0.22 Hz 之间, 柔性钢索的阻尼比仅有 0.2%^[1]. 这意味着并联柔索机构易于振动, 且振动持续时间长、衰减速度慢, 严重影响馈源位置精度. 由于馈源的位置精度直接限定了望远镜可观测信号的最大频率^[2], 如何抑制并联柔索机构的振动成为 FAST 工程必须要解决的课题.

引用格式: 景奉水, 郑榕樟, 杨国栋, 等. 串联抑振轨迹规划方法及在 FAST 馈源支撑系统中的应用. 中国科学: 信息科学, 2021, 51: 1914–1930, doi: 10.1360/SSI-2021-0130
Jing F S, Zheng R Z, Yang G D, et al. A cascade vibration-free trajectory planning method and its application in the FAST feed support system (in Chinese). Sci Sin Inform, 2021, 51: 1914–1930, doi: 10.1360/SSI-2021-0130

图 1 (网络版彩图) 五百米口径球面射电望远镜 (FAST) 示意图

Figure 1 (Color online) Schematic view of five-hundred-meter aperture spherical telescope (FAST)

振动是由于机构受到了外力作用而产生的, 因此抑振可以从引起振动的内外部因素两个方向入手: 内部因素法和外部因素法。内部因素法通过改造机构自身, 一般是提高机构的阻尼来抑振。提高阻尼方法分为两类: 被动阻尼减振和主动控制阻尼减振。被动阻尼抑振的主要原理是, 通过阻尼材料受力产生的应变将振动的动能的一部分消耗成热量或者以势能形式存储^[3]。而主动控制阻尼减振原理是在机构因受激励产生振动时, 用传感器检测振动信号, 主动改变阻尼器参数, 实现机构的振动抑制^[4]。针对 FAST 馈源支撑系统的抑振需求, 先后有多名学者开展过阻尼技术研究。文献 [5] 提出了一种新型质量阻尼器, 用于抑制并联柔索机构在宽频带扰动下的振动响应, 通过仿真检验了抑制效果; 文献 [6] 提出用多频调谐质量阻尼器 MTMD 吸收风激振动; 文献 [7] 研究了抑制风激振动的拉索-吊重阻尼结构。文献 [8] 引入电流变液阻尼器, 根据测量实时风速来调节阻尼值, 以抑制风扰引起的振动。阻尼技术, 特别是被动阻尼是工程上普遍采用的抑振方法之一, 具有实现简单和可靠性高的优点; 但另一方面, 由于这一类方法要引入特制的阻尼器或者作动器等装置, 受限于 FAST 的建设成本和馈源支撑系统载荷能力, 实施起来难度大, 目前尚停留在仿真试验阶段。

外部因素法在本质上就是改变机构所受到力的状态来抑振^[9, 10], 其最大优点是不需要增加额外的专用设备。力在时域可以看成是随时间变化的曲线, 通过傅里叶 (Fourier) 变换把曲线变换到频域时, 又可以把力曲线看成一系列不同频率、幅值和相位的正弦波信号的叠加。有一类抑振方法正是利用力的频域特性, 减少力在机构自然振动频率处的正弦波信号能量 (振幅), 而起到抑振作用, 如最优双 S 形轨迹法^[11, 12]、滤波器法^[13]和输入整形法^[14, 15]等。最优双 S 形轨迹法就是通过优化轨迹生成的输入参数, 最小化生成轨迹在自然振动频率处的信号能量, 从而起到振动抑制作用。滤波器法是通过加入特定频率的滤波器, 削弱已有轨迹中引起振动的激励信号。而输入整形法则是通过加入数个幅度和时延不同的脉冲与原有运动轨迹卷积产生新的运动轨迹, 目的是使各脉冲信号对机构的振动影响在运动结束时刻相互抵消, 即残余振动的幅度为零^[16]。

最优双 S 形轨迹法在轨迹生成时使用, 所以可称之为轨迹生成抑振法; 而滤波器法和输入整形法是对已有轨迹进行形状改造, 减小轨迹中引起振动信号的能量, 从而起到振动抑制作用, 所以可称之为

轨迹改造抑振法. 尽管这些方法表面上直接改变的是机构的运动轨迹, 但是轨迹的产生最终是要靠力来实现的, 所以本质上还是改变机构受力的状态. 从以上分析可以看出, 轨迹生成抑振法和轨迹改造抑振法尽管在形式上不一样, 但本质上同属于外部因素抑振方法, 而且在时间上一个发生在轨迹产生时, 另一个发生在轨迹产生后. 于是, 一个自然的想法就是能否把这两类方法相结合, 以产生性能更好的抑振方法, 这正是本文研究的动机.

需要说明的是本文研究的是轨迹跟踪过程中振动抑制问题, 目的是提高运动过程中的轨迹跟踪精度; 而绝大多数已有振动抑制文献研究的是运动结束后残余振动的抑制问题, 目标是减少残余振动幅度和振动时间. 另外, 本文是从对加速度影响的角度去研究振动抑制的作用的, 而绝大多数文献是从对位置影响的角度去研究振动抑制的作用的. 由于加速度和力仅相差一个常数, 因此分析加速度就相当于分析引起振动的原因——力.

本文在以下部分, 首先建立了二阶线性柔性机构模型, 在此基础上引入了最优双 S 形 (optimal double S-curve, ODS) 轨迹规划和零振荡零导数 (zero vibration and derivative, ZVD) 输入整形法, 研究了输入整形法对输入轨迹加速度在自然频率处的降幅作用以及其对双 S 形 (DS) 轨迹匀速段起抑振作用的原因, 奠定了串联抑振 (cascade vibration suppression, CVS) 轨迹规划方法的理论基础. 最后通过仿真和在 FAST 馈源支撑系统这个高阶非线性低阻尼柔性机构的应用, 用实验数据说明了本文方法的有效性.

2 系统模型与基础方法

2.1 柔性运动系统模型与无量纲加速度

为了便于研究柔性运动系统, 我们建立了一个二阶柔性运动系统模型, 如图 2(a) 所示. 图中, 力 f 作用于质量块 m_1 , 而质量块 m_1 通过弹簧 K 作用于质量块 m_2 ; 同时质量块 m_2 的运动受到阻尼器 B 的阻碍. 弹簧 K 的胡克系数为 k , m_1 和 m_2 的质量分别为 m_1 和 m_2 , 阻尼器 B 的阻尼系数为 b . y 为 m_2 的末端位置. 在电动系统中, 可以认为 m_1 是电机的内部载荷, m_2 为电机外部载荷. 另外, 设 x 为 m_1 或 m_2 位置命令轨迹曲线, x_1 为 m_1 输出位置轨迹曲线, y 或者 x_2 为 m_2 输出位置轨迹曲线.

在 FAST 馈源支撑系统中, 系统的阻尼系数 b 足够小, 阻尼对系统的振动影响可以忽略, 那么系统模型图 2(a) 就可以简化为系统模型图 2(b). 现推导图 2(a) 位置输出 y 关于位置输入 x 的传递函数 $\frac{Y(s)}{X(s)}$. 考虑到 m_1 运动为刚体运动, 其动态特性对整个柔性系统的动态特性影响较小, 可近似认为 $x = x_1$ [17].

由于质量块 m_2 的受力等于弹簧的作用力和阻尼器作用力的差, 根据牛顿第二定律,

$$m_2 \ddot{x}_2 = k(x_1 - x_2) - b\dot{x}_2. \quad (1)$$

把 $y = x_2$, $x = x_1$ 带入式 (1), 并做 Laplace 变换, 得到

$$m_2 s^2 Y(s) = k[X(s) - Y(s)] - bsY(s).$$

整理后得到

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}. \quad (2)$$

式 (2) 是本文所采用的系统模型, 后文称其为系统模型 (2). 其中, ω_n 为系统的自然频率:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m_2}}, \quad (3)$$

图 2 (网络版彩图) 柔性运动系统模型. (a) 带有阻尼的二阶柔性系统; (b) 忽略阻尼的二阶柔性系统

Figure 2 (Color online) Models of a soft motion system. (a) Damped second order soft system; (b) non-damped second order soft system

ξ 为系统的振动阻尼比:

$$\xi = \frac{b}{2\sqrt{m_2 k}}. \quad (4)$$

加速度和其所受力之间仅差一个质量常数, 加速度大小反映了系统所受力大小. 为了便于应用, 把加速度进行无量纲化处理^[11],

$$\bar{a} = \frac{|a|}{F_{\max}/(m_1 + m_2)}, \quad (5)$$

其中, $\bar{a}$ 为无量纲加速度, $F_{\max}$ 为图 2 中力 f 的最大值. 无量纲加速度可以看成影响系统振动的一个指标, 下节将用这个指标来优化双 S 形轨迹.

2.2 双 S 形轨迹参数优化

双 S 形轨迹规划是一种加速度连续的轨迹规划方法^[18]. 如图 3 所示, 对物体从位置点 p_0 到位置点 p_1 运动按双 S 形轨迹规划, 则其速度曲线为双“S”形曲边梯形, 加速度和减速度曲线均呈梯形, 加加速度 (jerk) 或者减加速度曲线呈幅值有限的矩形; 整个轨迹运行时间可以分为加速段 (acceleration section)、匀速段 (uniform section) 和减速段 (deceleration section) 3 个时间段, 而加速段或减速段又可再细分为加加速、匀加速和减加速 3 个更小的时间段. 图 3 中曲线轨迹的形状可由轨迹起始点 p_0 、结束点 p_1 、最大速度 $v_{\max}$ 、最大加速度 $a_{\max}$ 和加加速度 jerk 等 5 个参数确定, 其中前 3 个参数由任务需求决定, 最大加速度 $a_{\max}$ 受电机的最大加速度限制. 因此对于特定的运动任务, 选定最大加速度 $a_{\max}$ 后, 需要优化的参数仅剩加加速度 jerk. 本节将给出通过无量纲加速度优化得到双 S 形轨迹规划参数 jerk 的方法.

同双 S 形轨迹规划相似的另一种常用轨迹规划方法是梯形速度曲线轨迹规划, 其加速度曲线不是梯形而是矩形, 在加速起始点和结束点处不连续, 因而其加加速度是冲击脉冲. 图 4 对比了两种轨迹规划方法的加速度曲线, t_r 表示梯形速度轨迹的加速段时间:

$$t_r = v_{\max}/a_{\max}, \quad (6)$$

其中 $v_{\max}$ 和 $a_{\max}$ 分别为梯形速度轨迹的最大速度和最大加速度. 如果最大速度 $v_{\max}$ 相等, 用 t_{sp} 表示双 S 形轨迹的加速段时间, 则这两种轨迹规划方法得到相同速度增量所需时间 t_r 和 t_{sp} 之间存在如下关系:

$$t_{sp} = t_r + t_j. \quad (7)$$

其中, t_j 为双 S 形轨迹加加速度时间, 如图 4(b) 所示. 将 t_j 无量纲化, 令

$$\bar{t}_j = t_j/t_{sp}. \quad (8)$$

图 3 双 S 形轨迹曲线: 从上到下分别为位置曲线、速度曲线、加速度曲线和加加速度曲线

Figure 3 Double S-curve trajectory: position curve, velocity curve, acceleration curve and jerk curve from top to bottom

图 4 轨迹加速度. (a) 梯形轨迹曲线的加速度; (b) 双 S 形轨迹曲线的加速度

Figure 4 Accelerations of trajectories. (a) Trapezoid curve; (b) DS

把式 (7) 带入式 (8) 并整理后, 得到加加速度时间 t_j :

$$t_j = \frac{\bar{t}_j t_r}{1 - \bar{t}_j}. \tag{9}$$

容易看出, 无量纲化加加速度时间 $\bar{t}_j$ 是双 S 形轨迹加加速度时间对加速总时间的占比, $\bar{t}_j \in [0, 0.5]$. 当 $\bar{t}_j = 0$ 时, $t_j = 0$, 梯形加速度曲线蜕化成了矩形加速度曲线; 当 $\bar{t}_j = 0.5$ 时, $t_j = 0.5t_{sp}$, 梯形加速度曲线变成了三角形加速度曲线.

在以上定义基础上, 可得 $\bar{t}_j$ 和 $\bar{a}$ 之间的关系^[11]:

$$\bar{a}(\bar{t}_j) = \left| \frac{e^{-i\omega_n t_r \bar{t}_j / (1 - \bar{t}_j)} + e^{-i\omega_n t_r} - e^{-i\omega_n t_r / (1 - \bar{t}_j)} - 1}{\omega_n t_r \bar{t}_j / (1 - \bar{t}_j)} \right|, \quad (10)$$

其中 e 为自然数, i 为虚数, 其他各符号定义同前. 如果给定轨迹曲线的最大速度 $v_{\max}$ 、最大加速度 $a_{\max}$ 和柔性系统的固有振动频率 ω_n , 那么根据式 (6) 可计算得 t_r . 把 t_r 和 ω_n 带入式 (10) 可得使得 $\bar{a}$ 取得极小值的无量纲化加速度时间 $\bar{t}_j^*$:

$$\bar{t}_j^* = \arg \min \bar{a}(\bar{t}_j). \quad (11)$$

将 $\bar{t}_j = \bar{t}_j^*$ 带入式 (9), 可得双 S 形轨迹的加加速度时间 t_j^* , 于是得到了最优加加速度 jerk^* 的计算公式:

$$\text{jerk}^* = \frac{a_{\max}}{t_j^*}. \quad (12)$$

2.3 ZVD 输入整形器

输入整形 (input shaping) 是一种振动抑制开环控制方法^[14], 其思想是使用时延不同和幅值不同的脉冲序列与原始的输入指令进行卷积操作, 从而得到能够减小系统振动的新的控制输入指令. 输入整形的作用主体是输入整形器 (input shaper), 其时域数学表达式为

$$p(t) = \sum_{i=1}^n A_i \delta(t - t_i). \quad (13)$$

其中, n 是整形器包含的脉冲总数, A_i 是第 i 个脉冲的幅值, $\delta(t)$ 为单位脉冲函数, t_i 是第 i 个脉冲的时延.

系统对输入整形器的响应取决于受控对象的系统性质. 尽管实际系统多数是高阶非线性的, 但是为了在工程上应用方便, 一般需对系统模型作简化处理. 这里我们采用 2.1 小节推导出的系统模型 (2) 作为受控对象, 则该系统对输入整形器 (13) 脉冲响应为^[19]

$$y(t) = \sum_{i=1}^n \left[\frac{A_i \omega_n}{\sqrt{1 - \xi^2}} e^{-\xi \omega_n (t - t_i)} \right] \sin[\omega_d (t - t_i)], \quad (14)$$

其中 ω_d 为系统 (2) 的阻尼振动频率:

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2}. \quad (15)$$

对式 (14) 进行化简, 得到

$$y(t) = \tilde{A} \sin(\omega_d t + \tilde{\varphi}), \quad (16)$$

其中

$$\begin{aligned} \tilde{A} &= \sqrt{\left(\sum_{i=1}^n C_i \cos(\varphi_i) \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^n C_i \sin(\varphi_i) \right)^2}, \\ \tilde{\varphi} &= \arctan \left(\frac{\sum_{i=1}^n C_i \sin(\varphi_i)}{\sum_{i=1}^n C_i \cos(\varphi_i)} \right), \\ C_i &= \left[\frac{A_i \omega_n}{\sqrt{1 - \xi^2}} e^{-\xi \omega_n (t - t_i)} \right], \end{aligned}$$

$$\varphi_i = -\omega_d t_i.$$

由式 (14) 不难看出, 系统模型 (2) 的振动幅值取决于 $\tilde{A}$. 换言之, 抑制振动的目标同最小化 $\tilde{A}$ 是一致的. 选择不同的约束条件对 $\tilde{A}$ 进行优化, 可得脉冲数不同的输入整形器. 最简单的是零振幅约束的两脉冲零振荡整形器 (zero vibration shaper, ZV shaper), 但 ZV 整形器对自然频率 ω_n 敏感, 鲁棒性差, 需增加约束条件. 而增加约束条件, 意味着更多的脉冲和更大时延. 综合各种因素, 我们采用了三脉冲的 ZVD 整形器. 相比 ZV 整形器, ZVD 整形器增加了自然频率的鲁棒性约束. 系统模型 (2) 的 ZVD 整形器的具体形式为

$$\begin{aligned} \text{ZVD} &= \begin{bmatrix} A_1 & A_2 & A_3 \\ t_1 & t_2 & t_3 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{1}{R^2+2R+1} & \frac{2R}{R^2+2R+1} & \frac{R^2}{R^2+2R+1} \\ 0 & \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\xi^2}} & \frac{2\pi}{\omega_n \sqrt{1-\xi^2}} \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (17)$$

其中

$$R = e^{\left(\frac{-\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right)}, \quad (18)$$

特别当 $\xi = 0$ 时, $R = 1$, 则 ZVD 整形器可简化为

$$\text{ZVD} = \begin{bmatrix} 0.25 & 0.5 & 0.25 \\ 0 & \frac{\pi}{\omega_n} & \frac{2\pi}{\omega_n} \end{bmatrix}. \quad (19)$$

3 串联抑振轨迹规划方法

3.1 ZVD 整形器对输入轨迹加速度的降幅作用

双 S 形轨迹规划是一种加速度连续的运动规划方法, 其加加速度 (即 jerk) 为幅值有限的矩形. 最优双 S 形 (ODS) 轨迹规划, 本质上是通过优化加加速度的幅值对低阻尼柔性系统特定频率的振动进行抑制. 而输入整形方法也是抑制一定频率范围内的残余振动, 且对于频率参数的变化具有一定的鲁棒性. 串联抑振轨迹规划方法背后的思想就是将两者结合起来: 在 ODS 轨迹规划的基础上加入输入整形, 同时利用两者的优点. 但是在串联抑振运动规划中, ZVD 输入整形会改变 ODS 轨迹规划得到的曲线形状, 可能会导致原轨迹在系统自然频率处的加速度幅值上升, 失去两种方法结合使用的意义. 然而, 借助下面的定理 1 和推论 1, 证明 ZVD 整形器在一定条件下可以降低原轨迹在系统自然频率处的加速度幅值, 为串联抑振轨迹规划方法打下了理论基础.

定理1 (轨迹加速度 ZVD 变幅定理) 若系统模型 (2) 的自然频率为 ω_n , 阻尼系数为 ξ , $R = e^{\frac{-\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}}$, 则输入轨迹经 ZVD 整形后, 在自然频率处的加速度幅值变化 $|\frac{R-1}{R+1}|^2$ 倍.

证明 根据式 (17), ZVD 输入整形器各脉冲的幅值和时延为

$$\text{ZVD} = \begin{bmatrix} A_1 & A_2 & A_3 \\ 0 & \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\xi^2}} & \frac{2\pi}{\omega_n \sqrt{1-\xi^2}} \end{bmatrix}. \quad (20)$$

为方便描述, 设

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_n \sqrt{1-\xi^2}}, \quad (21)$$

将式 (20) 简化为

$$\text{ZVD} = \begin{bmatrix} A_1 & A_2 & A_3 \\ 0 & \frac{T_0}{2} & T_0 \end{bmatrix}. \quad (22)$$

输入轨迹的位置曲线为 $s_0(t)$, 经过 ZVD 输入整形得到的新位置曲线设为 $s_c(t)$, 那么当 $t \geq T_0$ 时,

$$s_c(t) = A_1 s_0(t) + A_2 s_0\left(t - \frac{T_0}{2}\right) + A_3 s_0(t - T_0). \quad (23)$$

对式 (23) 求二阶导数, 得到 ZVD 输入整形后轨迹加速度曲线 $a_c(t)$:

$$\begin{aligned} a_c(t) &= A_1 a_0(t) + A_2 a_0\left(t - \frac{T_0}{2}\right) + A_3 a_0(t - T_0) \\ &= \text{sp}(t) * a_0(t). \end{aligned} \quad (24)$$

其中, “*” 代表卷积运算, $a_0(t)$ 表示 $s_0(t)$ 的二阶导数, $\text{sp}(t)$ 定义为

$$\text{sp}(t) = A_1 \delta(t) + A_2 \delta\left(t - \frac{T_0}{2}\right) + A_3 \delta(t - T_0). \quad (25)$$

对式 (24) 作傅里叶变换, 得到

$$A_c(\omega) = \text{SP}(\omega) \cdot A_0(\omega), \quad (26)$$

式中 ω 为频域变量, $A_c(\omega)$, $\text{SP}(\omega)$ 和 $A_0(\omega)$ 分别是 $a_c(t)$, $\text{sp}(t)$ 和 $a_0(t)$ 的像函数,

$$\text{SP}(\omega) = A_1 + A_2 e^{-i\omega T_0/2} + A_3 e^{-i\omega T_0}. \quad (27)$$

对式 (26) 取模, 得

$$|A_c(\omega)| = |\text{SP}(\omega)| \cdot |A_0(\omega)|. \quad (28)$$

把 $\omega = \omega_n$ 带入上式, 得

$$|A_c(\omega_n)| = |\text{SP}(\omega_n)| \cdot |A_0(\omega_n)|. \quad (29)$$

其中, $|A_0(\omega_n)|$ 和 $|A_c(\omega_n)|$ 分别为输入轨迹 $s_0(t)$ 和经 ZVD 输入整形器整形后轨迹 $s_c(t)$ 在系统自然频率 ω_n 处的加速度幅值, 后者相对于前者的比值为 $|\text{SP}(\omega_n)|$.

为计算 $|\text{SP}(\omega_n)|$, 将式 (17) 中 $A(i), i = 1, 2, 3$ 的值、式 (21) 的 T_0 值和 $\omega = \omega_n$ 带入式 (27), 取模并整理得

$$|\text{SP}(\omega_n)| = \left| \frac{R-1}{R+1} \right|^2, \quad (30)$$

其中, $R = e^{\frac{-\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}}$ 为定理已知条件.

因此输入轨迹经 ZVD 整形后, 在自然频率处的加速度幅值变化 $|\frac{R-1}{R+1}|^2$ 倍.

推论1 若 $0 \leq \xi < 1$, 且输入轨迹在系统模型 (2) 自然频率处的加速度幅值不为 0, 则经 ZVD 整形后的轨迹在自然频率处加速度幅值降低. 特别是当 $\xi = 0$ 时, 幅值降为 0.

证明 因为 $0 \leq \xi < 1$, 带入式 (30) 可得 $0 < R \leq 1$, 且使得 $|\text{SP}(\omega_n)| < 1$. 又因为输入轨迹在系统模型 (2) 自然频率处的加速度幅值不为 0, 因此经 ZVD 整形后的轨迹在匀速段在自然频率处加速度幅值降低. 显然, 当 $\xi = 0$ 时 $R = 1$, 此时 $|\text{SP}(\omega_n)| = 0$, $|A_c(\omega_n)| = 0$, 即在自然频率处的加速度幅值降为 0.

注1 如果系统模型 (2) 输入轨迹为双 S 形轨迹, 加速时间为 t_{sp} , 加速度信号在自然频率处的幅值不为 0, ZVD 整形器时延为 T_0 , 则在双 S 形轨迹匀速段, 当 $t > t_{sp} + T_0$ 时, 经 ZVD 整形后轨迹的系统响应振幅具有降低趋势.

根据式 (24) 和卷积性质知, 整形器只在双 S 形轨迹的加速段或减速段附近起作用, 即 $a_c(t)$ 输出非 0 值. 对于加速段, 是在 $0 \leq t \leq t_{sp} + T_0$ 时间内起作用. 而当 $t > t_{sp} + T_0$ 进入匀速段时, $a_c(t) = 0$; 因力是加速度与质量常数的乘积, 所以系统受到外力为 0. 此时, 若阻尼为 0, 则系统做等幅振动; 若阻尼不为 0, 则原有振动受到系统阻尼的影响而衰减. 匀速段内的振动是因在加速段内系统受力所引起的, 因此若要降低匀速段内的振动, 就要降低在加速段内的受力, 特别是在自然频率处力的占比. 根据加速度和力的关系, 也就是要降低轨迹在自然频率处的加速度幅值. 再根据推论 1, 双 S 形轨迹经 ZVD 整形后在自然频率处加速度幅值分量降低, 这说明经 ZVD 整形后轨迹的系统响应振幅具有降低可能. 但双 S 形轨迹在频域上是由一定频率范围内的信号构成的, 其频谱的能量分布与双 S 形轨迹形状相关. 如果在整形前双 S 形轨迹的能量在自然频率处占比极低, 则整形后轨迹在匀速段的系统响应振幅就不能保证一定降低, 这一点会在下面的仿真实验结果中体现出来.

3.2 ODS 与 ZVD 整形串联抑振规划方法

根据定理 1 及其推论, 针对二阶柔性系统设计的 ODS 和 ZVD 整形串联的抑振规划如算法 1 所示. 其中, 算法的输入量为 $p_0, p_1, v_{\max}, a_{\max}, \xi$ 和 ω_n , 其定义同前. 算法 1 的第 1~5 行用于计算轨迹加加速度优化值 jerk^* . 然后算法第 6 行根据 jerk^* 和前面的 $p_0, p_1, v_{\max}$ 和 $a_{\max}$ 输入量, 采用通用双 S 形轨迹规划算法^[18] 得到位置轨迹 $s_0(t)$. 最后算法的第 7 行算出 ZVD 整形器的各参数, 并在第 8 行对 $s_0(t)$ 整形得到 $s_c(t)$.

Algorithm 1 The cascade vibration suppression trajectory planning algorithm

Input: $p_0, p_1, \xi, \omega_n, v_{\max}, a_{\max}$;

- 1: Calculate t_r according to (6);
- 2: Draw $\bar{a}-\bar{t}_j$ curve according to (10), then locate the minimum value point on the curve, and take its horizontal ordinate as $\bar{t}_j^*$;
- 3: Let $\bar{t}_j \leftarrow \bar{t}_j^*$, and then calculate t_j^* according to (9);
- 4: Let $t_j \leftarrow t_j^*$, and then calculate t_{sp} according to (7);
- 5: Calculate jerk^* according to (12);
- 6: Let $\text{jerk} \leftarrow \text{jerk}^*$, and then plan $s_0(t)$ according to the DS trajectory planning method;
- 7: Calculate impulse value A_i and time delay t_i of ZVD according to (17), $i = 1, 2, 3$;
- 8: Let $T_0 \leftarrow t_3$, then calculate $s_c(t)$ according to (23);

Output: $s_c(t)$

3.3 仿真研究

为了说明定理 1 及其推论的正确性并验证串联抑振算法 1 的有效性, 针对二阶系统 (如图 2 所示) 用 MATLAB 建立仿真模型, 其中 $m_2 = 30000 \text{ kg}$, $\omega_n = 0.36\pi \text{ rad/s}$, $\xi = 0.002$. 任务是从 $p_0 = 0$ 运动到 $p_1 = 10 \text{ m}$, 速度和加速度限制为 $v_{\max} = 0.1 \text{ m/s}$, $a_{\max} = 0.01 \text{ m/s}^2$.

把以上参数带入算法 1. 由第 1 行算得 $t_r = 10$. 由第 2 行得到 $\bar{a}-\bar{t}_j$ 关系曲线 (如图 5 所示). 从图中易得最优值 $\bar{t}_j^* = 0.357$. 由第 3 行得到 $t_j^* = 5.552 \text{ s}$. 由第 4 行得到 $t_{sp} = 15.552 \text{ s}$. 由第 5 行得到 $\text{jerk}^* = 0.0018 \text{ m/s}^3$. 由第 6 行得到满足最优参数的双 S 形轨迹 (DS trajectory) 的位置曲线 $s_0(t)$, 见图 6(a), 其 1~3 阶导数, 即速度、加速度和加加速度曲线, 见图 6(b)~(d). 而此轨迹产生的系统响

图 5 仿真例子中的 $\bar{a}-\bar{t}_j$ 曲线
Figure 5 $\bar{a}-\bar{t}_j$ curve of the simulation

应见图 6(e). 由第 7 行得到 ZVD 整形器的脉冲和时延值为: $A_1 = 0.2516, A_2 = 0.50, A_3 = 0.2484, t_1 = 0.000 \text{ s}, t_2 = 2.7778 \text{ s}, t_3 = 5.5556 \text{ s}$. 由第 8 行得到经 ZVD 整形后的双 S 形轨迹 (CVS trajectory) 的位置曲线 $s_c(t)$, 见图 6(a), 其速度、加速度和加加速度曲线, 见图 6(b) ~ (d). 而 $s_c(t)$ 产生的系统响应见图 6(e). 不难看出, 同原始轨迹相比, 串联整形后的轨迹速度和加速度更加平滑, 但是系统对两者的响应在由振动而导致的位置误差方面没有明显差别.

仿真实验中两种轨迹所对应的系统响应位置误差, 均以误差均方根值 (root mean square, RMS) 形式在表 1 中展示. 在轨迹全程上, ODS 轨迹规划法的系统响应位置误差为 2.6 mm, 略高于串联抑振轨迹规划法对应的 2.4 mm; 而在轨迹匀速段, ODS 轨迹规划法的系统响应位置误差的均方根接近于 0, 优于串联抑振轨迹规划法对应的 0.4 mm. 可见若实际系统和系统模型 (2) 完全一致, 则 ODS 轨迹规划法确是理想的抑振轨迹规划方法. 但是系统模型往往仅是实际系统的近似, 且可同时存在多个不同频率的振动模态, 因此必须对算法的抑振鲁棒性进行分析.

由于 $0 \leq \bar{t}_j \leq 0.5$, 我们取其范围的 10% 作为变化幅度, 分别计算 $\bar{t}_j = \bar{t}_j^*, \bar{t}_j = \bar{t}_j^* - 0.05$ 和 $\bar{t}_j = \bar{t}_j^* + 0.05$ 时用 ODS 轨迹规划法和串联抑振法进行轨迹规划并计算系统响应的位置误差. 图 7 是用 ODS 轨迹规划法在 $\bar{t}_j$ 变化情况下轨迹和系统响应的变化情况, 可以看出匀速段的位置误差变化比较明显, 说明 ODS 轨迹规划法的振动抑制效果对 $\bar{t}_j$ 的取值较敏感, 鲁棒性较差. 相反, 图 8 是串联抑振法在 $\bar{t}_j$ 变化情况下轨迹和系统响应的变化情况, 可以看出匀速段的位置误差变化不明显, 说明串联抑振法的振动抑制效果对 $\bar{t}_j$ 的取值不敏感, 鲁棒性好.

如表 1 所示, 当 $\bar{t}_j$ 以最优值 $\bar{t}_j^*$ 为中心变化 10% 幅度, 在轨迹全程内, 串联抑振轨迹规划法的系统响应位置误差优于 ODS 轨迹规划法的系统响应位置误差, 误差变化率约 -10% 左右. 其中, 在轨迹匀速段内, 误差减小幅度可超过 50%; 在轨迹非匀速段内, 误差减小幅度可超过 20%. 不难看出系统响应位置误差在轨迹全程降低的幅度小于任何一个时段误差降低的幅度, 这是因为串联抑振轨迹在非匀速段的系统响应位置误差相较于匀速段的系统响应位置误差要大得多, 且有输入整形带来的时延, 尽管比 ODS 轨迹规划法的系统响应位置误差小, 但是因其作用时间长, 影响了整个轨迹的系统响应位置误差.

图 6 (网络版彩图) $\bar{t}_j = \bar{t}_j^*$ 时双 S 形轨迹与串联抑振轨迹对比

Figure 6 (Color online) Comparison for DS trajectory and CVS trajectory. (a) Position; (b) velocity; (c) acceleration; (d) jerk; (e) position error

表 1 仿真实验中不同规划方法的轨迹位置误差

Table 1 Trajectory position errors for different planning methods in the simulation

$\bar{t}_j$	DS trajectory (RMS, m)			CVS trajectory (RMS, m)			Error variety rate (%)		
	Whole process	Uniform section	Nonuniform section	Whole process	Uniform section	Nonuniform section	Whole process	Uniform section	Nonuniform section
0.357($\bar{t}_j^*$)	0.0026	0.0000	0.0048	0.0024	0.0004	0.0041	-6.94	-	-14.43
0.307	0.0032	0.0012	0.0060	0.0025	0.0005	0.0044	-19.64	-59.32	-26.19
0.407	0.0028	0.0009	0.0050	0.0024	0.0003	0.0039	-15.04	-66.75	-22.21

4 串联抑振轨迹规划方法在 FAST 应用

前面已经针对低阻尼柔性系统模型 (2), 从理论和数字仿真两个方面验证了串联抑振轨迹规划方法的有效性, 但现实中存在的柔性系统却往往比系统模型 (2) 复杂. 为了说明串联抑振轨迹规划方法对复杂非线性系统运动抑振的有效性, 鉴于 FAST 馈源支撑系统是一个典型的低阻尼柔性运动机构, 我们分别将串联抑振轨迹规划方法和 ODS 轨迹规划方法用在其运动控制中, 并对它们的抑振效果进行对比.

图 7 (网络版彩图) $\bar{t}_j$ 变化时 DS 方法的轨迹及系统响应

Figure 7 (Color online) Trajectories and system responses using the DS method with varying $\bar{t}_j$. (a) Position; (b) velocity; (c) acceleration; (d) jerk; (e) position error

4.1 FAST 馈源支撑系统简介

如图 1 所示, FAST 馈源支撑系统是由并联柔索机构、AB 轴和 Stewart 平台三级机构串联而成的, 其中并联柔索机构负责馈源大范围的位置运动, AB 轴用于弥补并联柔索机构指向运动范围不足, 两者共同完成馈源支撑系统的一级粗调, 实现位置误差的 RMS 值不大于 0.048 m, 指向偏差不大于 1° 的控制精度; 而 Stewart 平台完成馈源支撑系统的二次精调, 补偿一级粗调的残余控制误差^[20]. 同并联柔索机构相比, AB 轴和 Stewart 平台可以看成是刚性机构, 因此整个馈源支撑系统的柔性和低阻尼主要来自并联柔索机构. 通过对现场采集到的数据分析, 馈源支撑系统的振动分量主要集中在 0.15 ~ 0.2 Hz 之间, 阻尼比 ξ 约为 0.002^[19]. 执行天文观测任务时的馈源支撑系统的控制流程, 如图 9 所示, 其中轨迹规划模块中采用了本文提出的串联抑制轨迹规划算法.

4.2 串联抑振轨迹规划方法与 DS 轨迹规划方法的系统响应结果对比实验

实验任务参数设置为: 起点 $(-10, 10, -159.6)$, 终点 $(10, -10, -159.6)$, 速度和加速度限制是 $v_{\max} = 0.1$ m/s, $a_{\max} = 0.003$ m/s². 为了使用串联抑振轨迹规划方法, 需要先确定自然振动频率 ω_n 和 ξ 的值, 根据对 FAST 的仿真分析和现场的数据分析, 我们取 $\omega_n = 0.36\pi$ rad/s, $\xi = 0.002$.

把以上参数带入算法 1. 由第 1 行算得 $t_r = 33.333$ s. 由第 2 行得到 $\bar{a}-\bar{t}_j$ 关系曲线如图 10 所示. 可以看到曲线具有多个极值点, 极值点越小, 说明加加速时间越短, 运动时间就越短. 取第一个极值点

 图 8 (网络版彩图) $\bar{t}_j$ 变化时串联抑振方法的轨迹及系统响应

Figure 8 (Color online) Trajectories and system responses using the cascade vibration suppression method with varying $\bar{t}_j$. (a) Position; (b) velocity; (c) acceleration; (d) jerk; (e) position error

作为最优点, 即 $\bar{t}_j^* = 0.145$. 由第 3 行得到 $t_j^* = 5.653$ s. 由第 4 行得到 $t_{sp} = 38.986$ s. 由第 5 行得到 $\text{jerk}^* = 0.000531$ m/s³. 由第 7 行得到 ZVD 整形器的脉冲和时延值为: $A_1 = 0.2516$, $A_2 = 0.50$, $A_3 = 0.2484$, $t_1 = 0.000$ s, $t_2 = 2.778$ s, $t_3 = 5.556$ s. 用这些参数分别设置 FAST 馈源支撑运动控制中串联抑振轨迹规划模块的参数. DS 轨迹规划只设置与其相关的参数, 而串联抑振轨迹规划则需同时设置 DS 轨迹规划参数和 ZVD 整形器参数. 然后分别执行后得到馈源舱内 AB 轴交点的位置 (代表柔索驱动运动平台的位置) 跟踪误差, 如图 11 所示. 图 11(a)~(c) 分别对应 AB 轴交点在 x , y 和 z 轴方向的位置偏差分量, 而图 11(d) 代表的是合成的位置偏差. 从图中可以看出图 11(a), (b) 和 (d) 轨迹跟踪的误差在加速段或者减速段要显著大于匀速段, 与仿真的情况一致; 而图 11(c) 却没有这种规律, 原因是图 11(c) 代表的 z 方向理论位移为 0, 即在 z 方向上不会受到主动力的驱动, 因此其误差的主要来源是馈源支撑系统受到外部风力的干扰和测量偏差 (馈源舱的测量误差在 0.005 m 左右). 因 z 方向误差的幅值较小, 因而对合成误差的影响也较小. 在表 2 中, 对位置跟踪误差的 RMS 值进行了对比. 可以看到串联抑振轨迹 (CVS trajectory) 跟踪误差比双 S 曲线轨迹 (DS trajectory) 跟踪误差有所降低, 在匀速段尤其突出, 误差 RMS 值降低了 20% 左右, 达到了 0.0118 m; 在非匀速段 (包括加速段和减速段) 误差 RMS 值降低了 10% 左右, 达到了 0.0485 m; 全程误差 RMS 值降低了 3.01%, 达到了 0.0265 m. 全程误差 RMS 值降低幅度与匀速段的时间有关系, 匀速段时间占比越大, 全程误差降低越多. 另外, FAST AB 轴交点的位置误差的 RMS 值设计为 0.048 m, 与本次实验串联抑振轨迹得到的非匀速段误差 RMS 值相当, 约为全程误差 RMS 值的 2 倍或匀速段误差 RMS 值的 4 倍. 这说明轨迹跟

图 9 FAST 馈源支撑系统控制流程图

Figure 9 Diagram of the control flow of FAST feed support system

图 10 (网络版彩图) FAST 馈源支撑系统实验中的 $\bar{a}$ - $\bar{t}_j$ 曲线

Figure 10 (Color online) $\bar{a}$ - $\bar{t}_j$ curve in the experiment of FAST feed support system

图 11 (网络版彩图) FAST 馈源支撑系统实验中的位置误差曲线

Figure 11 (Color online) Position error curves in the experiment of FAST feed support system. (a) x error; (b) y error; (c) z error; (d) total error

跟踪误差 RMS 值的实验结果远优于设计要求.

表 2 FAST 馈源支撑系统实验中不同规划方法的位置跟踪误差

Table 2 Position tracking errors using different planning methods in the experiment of FAST feed support system

$\bar{t}_j$	DS trajectory			CVS trajectory			Error variety rate (%)		
	Whole process	Uniform section	Nonuniform section	Whole process	Uniform section	Nonuniform section	Whole process	Uniform section	Nonuniform section
x	0.0188	0.0100	0.0380	0.0185	0.0081	0.0340	-1.56	-19.09	-10.46
y	0.0199	0.0113	0.0388	0.0191	0.0082	0.0346	-4.33	-27.39	-10.89
z	0.0024	0.0023	0.0025	0.0023	0.0024	0.0021	-2.78	0.64	-13.59
Total	0.0275	0.0152	0.0544	0.0267	0.0118	0.0485	-3.01	-22.96	-10.69

5 结论

针对柔性低阻尼系统的运动过程中振动抑制问题, 本文提出了基于最优双 S 形轨迹和 ZVD 输入整形的串联抑振轨迹规划方法. 其目的是通过运动轨迹参数优化和输入信号整形的联合作用, 削弱轨迹在系统自然振动频率附近存在的共振激励信号, 从而降低系统在运动过程中的振动.

本文建立了一维二阶线性低阻尼柔性系统模型, 并在此基础上通过理论分析证明了本文方法的正确性. 而数字仿真的结果验证了本文所提方法的有效性和鲁棒性: 在无量纲时间参数变化 10% 时, 串联抑振轨迹规划方法相比最优双 S 形轨迹规划方法在匀速运动时段可降低振动引起位置误差幅度超过 50%. 考虑到实际系统可能远比所建模型复杂, 本文在 FAST 馈源支撑系统这个三维非线性低阻尼柔性系统上进行应用验证, 实验的结果表明串联抑振轨迹规划方法相比最优双 S 形轨迹规划方法在匀速运动时精度提高可超过 20%, 在非匀速段运动时精度提高可超过 10%, 说明本文方法可有效用于实际柔性低阻尼系统的抑振控制.

本文的方法在理论上仅证明了对线性系统的有效性, 且没有考虑系统外部干扰力 (比如风载荷) 对振动产生的影响. 但是当非线性系统仅在工作点附近作业时, 可近似看作线性系统来控制; 而当外部干扰力相比系统受到的重力足够小时, 如 FAST 馈源支撑系统, 外部干扰力则可以忽略. 本文的方法可望在符合以上条件的实际系统中得到广泛应用.

致谢 感谢中国科学院国家天文台朱丽春、于东俊和宋本宁等在 FAST 馈源支撑系统实验数据采集给予的支持和协助.

参考文献

1 Kärcher H J, Strah B, Kern S, et al. Simulation Research Report of the Feed Support System of FAST. Beijing: National Astronomical Observatories of the Chinese Academy of Sciences, 2008

2 Nan R D. Five-hundred-meter aperture spherical telescope (FAST). Sci China Ser G-Phys, Mech Astron, 2005, 35: 449-466 [南仁东. 500 m 球反射面射电望远镜 FAST. 中国科学 G 辑: 物理学力学天文学, 2005, 35: 449-466]

3 Dai D P. Engineering Application of Damping Technology. Beijing: Tsinghua University Press, 1991 [戴德沛. 阻尼技术的工程应用. 北京: 清华大学出版社, 1991]

4 Zhao X P, Tang H, Liu S, et al. Self-coupled dampers composed of electrorheological fluids and piezoelectric ceramics. Mech Eng, 2006, 28: 7-13 [赵晓鹏, 唐宏, 刘曙, 等. 电流变液与压电陶瓷复合的自耦合阻尼器. 力学与实践, 2006, 28: 7-13]

5 Sun J H, Zhu W B, Nan R D. Design of reaction mass dampers in the suspension for the FAST focus cabin. Astron Res T, 2009, 6: 36-42

- 6 Dong Z Q, Duan B Y, Qiu Y Y. Study on the wind-induced vibration of the feed cabin of a large radio telescope and its MTMD damping design. *Int J Appl Mech*, 2002, 19: 116–119 [董志强, 段宝岩, 仇原鹰. 大射电望远镜馈源舱的风激振动及其 MTMD 减振设计研究. *应用力学学报*, 2002, 19: 116–119]
- 7 Wei Q, Qiu Y Y, Duan B Y. Wind induced vibration analysis of scaled model suspension cabin system. *Int J Appl Mech*, 2003, 20: 59–63 [魏强, 仇原鹰, 段宝岩. LT50m 缩比模型悬索舱体系统的风振分析. *应用力学学报*, 2003, 20: 59–63]
- 8 Su Y X, Duan B Y, Nan R D, et al. Application of electrorheological fluid in wind-induced vibration semi-active control of feed support system for large radio telescope. *J Xidian Univ*, 2001, 28: 163–167 [苏玉鑫, 段宝岩, 南仁东, 等. 电流变液在大射电望远镜馈源支撑系统风振半主动控制中的应用. *西安电子科技大学学报 (自然科学版)*, 2001, 28: 163–167]
- 9 Gao H, He W, Zhou C, et al. Neural network control of a two-link flexible robotic manipulator using assumed mode method. *IEEE Trans Ind Inf*, 2019, 15: 755–765
- 10 Long T, Li E, Hu Y Q, et al. A vibration control method for hybrid-structured flexible manipulator based on sliding mode control and reinforcement learning. *IEEE Trans Neural Netw Learn Syst*, 2021, 32: 841–852
- 11 Meckl P H, Kinceler R. Robust motion control of flexible systems using feedforward forcing functions. *IEEE Trans Contr Syst Technol*, 1994, 2: 245–254
- 12 Meckl P H, Arestides P B. Optimized s-curve motion profiles for minimum residual vibration. In: *Proceedings of the 1998 American Control Conference*, Philadelphia, 1998. 2627–2631
- 13 Singhose W, Vaughan J. Reducing vibration by digital filtering and input shaping. *IEEE Trans Contr Syst Technol*, 2011, 19: 1410–1420
- 14 Singer N C, Seering W P. Preshaping command inputs to reduce system vibration. *J Dynamic Syst Measurement Control*, 1990, 112: 76–82
- 15 Wilbanks J J, Adams C J, Leamy M J. Two-scale command shaping for feedforward control of nonlinear systems. *Nonlin Dyn*, 2018, 92: 885–903
- 16 Singhose W. Command shaping for flexible systems: a review of the first 50 years. *Int J Precis Eng Manuf*, 2009, 10: 153–168
- 17 Biagiotti L, Melchiorri C, Moriello L. Optimal trajectories for vibration reduction based on exponential filters. *IEEE Trans Contr Syst Technol*, 2016, 24: 609–622
- 18 Biagiotti L, Melchiorri C. *Trajectory Planning for Automatic Machines and Robots*. Berlin: Springer, 2008
- 19 Zheng R Z. Research on vibration suppression and error compensation of FAST feed support system. Dissertation for Master's Degree. Beijing: University of Chinese Academy of Sciences, 2018 [郑榕樟. FAST 馈源支撑系统的振动抑制与误差补偿方法研究. 硕士学位论文. 北京: 中国科学院大学, 2018]
- 20 Deng S. Research on astronomical trajectory planning and coordination control of the feed support system of FAST. Dissertation for Ph.D. Degree. Beijing: University of Chinese Academy of Sciences, 2018 [邓赛. FAST 馈源支撑系统天文轨迹规划与协调控制研究. 博士学位论文. 北京: 中国科学院大学, 2018]

A cascade vibration-free trajectory planning method and its application in the FAST feed support system

Fengshui JING^{1,2*}, Rongzhang ZHENG³, Guodong YANG^{1,2}, Sai DENG^{1,2} & Min TAN^{1,2}

1. *The State Key Laboratory of Management and Control for Complex Systems, Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China;*

2. *School of Artificial Intelligence, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China;*

3. *Xilinx Electronic Technology (Beijing) Co., Ltd., Beijing 100101, China*

* Corresponding author. E-mail: fengshui.jing@ia.ac.cn

Abstract In order to solve the vibration problem of low-damping flexible mechanism in motion, a cascade vibration suppression (CVS) trajectory planning method combining the advantages of the optimal double S-curve trajectory planning method and the input shaping method is proposed. The CVS method can effectively suppress the vibration in the period of uniform motion. The correctness of this method is proved by theoretical analysis and digital simulation. Finally, the application results of the proposed method in the FAST feed support system show that it can effectively improve the motion accuracy of the parallel cable mechanism, especially when the motion speed is constant, improving the position tracking accuracy by over 20%.

Keywords soft mechanism, five-hundred-meter aperture spherical telescope, vibration control, trajectory tracking, motion planning

Fengshui JING received his B.S. degree from Huainan Mining Institute, Anhui, China, in 1991 and his M.S. degree from Shandong Mining Institute, Shandong, China, in 1994. In 2002, he received his Ph.D. degree in control theory and control engineering from Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences (IACAS), Beijing, China. He is currently a professor in the State Key Laboratory of Management and Control for Complex Systems, IACAS,

Beijing, China. His research interests include robotics, robot vision, and manufacturing systems.

Rongzhang ZHENG received his B.S. degree in automation from South China University of Technology, Guangdong, China, in 2015, and his M.S. degree in control theory and control engineering from Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences (IACAS), Beijing, China, in 2018. He is now an engineer in Xilinx Electronic Technology Co., Ltd., Beijing. His research interests include motion control and robot vision.

Guodong YANG received his B.S. degree in cybernetics from Nankai University, Tianjin, China, in 2006, and his Ph.D. degree in control theory and control engineering from Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences (IACAS), Beijing, China, in 2011. He is currently an associate professor in the State Key Laboratory of Management and Control for Complex Systems, IACAS. His research interests include robotics and unmanned au-

tonomous systems.

Sai DENG received his B.E. degree in automation from Xiangtan University, Hunan, China, in 2012, and his Ph.D. degree in control theory and control engineering from Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences (IACAS), Beijing, China, in 2018. He is currently an associate professor at IACAS, Beijing, China. His research interests include motion control of robots and system fault diagnosis.

Min TAN received his B.S. degree from Tsinghua University, Beijing, China, in 1986, and his Ph.D. degree from Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences (IACAS), Beijing, in 1990, both in control science and engineering. He is currently a professor in the State Key Laboratory of Management and Control for Complex Systems, IACAS. His research interests include robotics and intelligent control systems.