

Doi: 10.11840/j.issn.1001-6392.2019.06.004

基于海图数据的水下岸坡插值精度 分析对比研究

徐洋¹, 战超^{1,2}, 王庆¹, 于君宝², 栗云召², 董程¹

(1. 鲁东大学 海岸研究所, 山东 烟台 264025; 2. 鲁东大学 滨海生态高等研究院 山东省“十三五”高校重点实验室
“滨海湿地保育与生态修复重点实验室”, 山东 烟台 264025)

摘 要: 数字高程模型是研究水下岸坡冲淤变化的一种重要手段。不同的插值方法和像元大小都会对数字高程模型的精度产生影响, 从而导致冲淤分析结果的变化。本研究使用了六种常用的插值方法 (ANUDEM、反距离函数法、克里金法、自然邻域法、样条函数法、不规则三角网转栅格法) 对莱州湾和烟台港不同年份和尺度的水深数据进行了插值, 计算了均方根预测误差、源数据残差均方根误差、残差均值、残差最大值和残差最小值等精度计算指标。结果表明 ANUDEM 和自然邻域法的均方根预测误差和源数据残差均方根误差均小于 1 m。ANUDEM 和自然邻域法对不同尺度的水下岸坡数据插值有着较好的适用性。

关键词: 数字高程模型; 水下岸坡; 地形插值; 精度评定; 海图

中图分类号: TV148+.6

文献标识码: A

文章编号: 1001-6932(2019)06-0632-08

A comparative study on interpolation accuracy of underwater slope terrain based on sea chart data

XU Yang¹, ZHAN Chao^{1,2}, WANG Qing¹, YU Jun-bao², LI Yun-zhao², DONG Cheng¹

(1. Coastal Institute, Ludong University, Yantai 264025, China; 2. Shandong Provincial "Thirteen-Five" Key Laboratory of Universities "the Key Laboratory of Coastal Wetland Conservation and Ecological Restoration", Institute for Advanced Study of Coastal Ecology, Ludong University, Yantai 264025, China)

Abstract: Digital Elevation Model (DEM) is an important method for underwater slope erosion-deposition variation research. The interpolation method and pixel size both have effects on the accuracy of DEM, which have great impacts on the conclusion of erosional and depositional variation. Six interpolation methods (ANUDEM, IDW, Kriging, Natural Neighbour, Spline, TIN to Raster) were used for different years and scales water depth data about the Laizhou Bay and Yantai Port. RM-SPE, RMS, mean max and min absolute value of residual were calculated using R language. The erosional and depositional volumes of different methods were also calculated. The RMSPE and RMSE values of ANUDEM and Natural Neighbour are both less than 1 meter. The experiment result shows that both ANUDEM and Natural Neighbour methods have good applicability for underwater slope interpolation on different position and multi-resolution conditions.

Keywords: DEM; underwater slope; terrain interpolation; accuracy comparison; sea chart

海岸带指陆地与海洋相互作用、变化活跃的地带 (沈庆等, 2008)。研究水下岸坡的冲淤变化对港口水道和海岸线资源开发, 沿海生态环境保护和

沿海地区可持续发展具有重要影响 (李伯根等, 2007; 卢超等, 2015)。人类大量的聚居在海岸带, 人类活动对海岸带的影响在不断加重。世界资

收稿日期: 2019-01-03; 修订日期: 2019-02-21

基金项目: 国家重点研发计划项目北方典型河口湿地生态修复与产业化技术 (2017YFC0505902); 国家自然科学基金 (41471005); 国家自然科学基金—山东联合基金 (U1706220)。

作者简介: 徐洋 (1992-), 硕士研究生, 主要从事滨海地貌与生态学研究。电子邮箱: xydf_1992@126.com。

通讯作者: 战超, 博士, 主要从事海岸地貌学研究。电子邮箱: zhanchao0226@163.com。

源研究所在 2010 年对海岸侵蚀和海平面上升对人类的影响进行了研究,发现在海岸带 25 km 范围内居住了 14 亿人(世界人口的 20%);距海 100 km 范围内占据了全球 20% 的陆地面积,生活着 28 亿人。受海平面上升的影响,海岸基础设施会持续地受到破坏(Hinkel et al, 2014)。

水下岸坡的冲淤变化研究对于海岸带的保护有着非常重要的意义(Williams et al, 2017)。数字高程模型(Digital Elevation Model, DEM)在水下岸坡冲淤变化研究中发挥着重要的作用(李蒙蒙等, 2013;倪云林等, 2017)。众多相关研究都将 DEM 作为重要的实验手段。不同的研究涉及了不同的插值方法,一般包括克里金法(Kriging)和不规则三角网转栅格法(TIN to Raster)(巩明等, 2011;刘强等, 2017;杨程生等, 2016),然而对于不同种类插值方法的适用情况并没有一个明确的结论。DEM 的精度会直接影响冲淤变化的研究结果,DEM 插值像元大小也会对地形描述的精度产生影响(汤国安等, 2011)。本研究使用 R 语言作为数据统计分析的工具对不同插值方法、像元大小

等参数下的 DEM 插值结果进行分析,确定一种较好的适用于水下岸坡地形模拟的方法。

1 材料和方法

1.1 研究区与数据概况

本文使用了 1959 年和 1984 年莱州湾东岸石虎嘴到刁龙嘴沿岸以及 1960 年和 1987 年烟台港的两地四幅海图水深数据。其中 1959 年莱州湾石虎嘴到刁龙嘴沿岸数据提取自中国人民解放军海军司令部航海保证部的 1959 年中国渤海潍河口至龙口港 1:100 000 海图。1984 年莱州湾东岸石虎嘴到刁龙嘴沿岸水深数据提取自中国人民解放军海军司令部航海保证部版权所有,中国航海图书出版社发行的中国渤海莱州湾 1:150 000 海图。1960 年烟台港数据提取自中国人民解放军海军司令部航海保证部于 1960 年测得的 1:10 000 中国黄海烟台港海图。1987 年烟台港数据提取自交通部天津航道局航标测量处 1987 年出版的中国黄海烟台港 1:15 000 海图。研究区区位如图 1 所示。

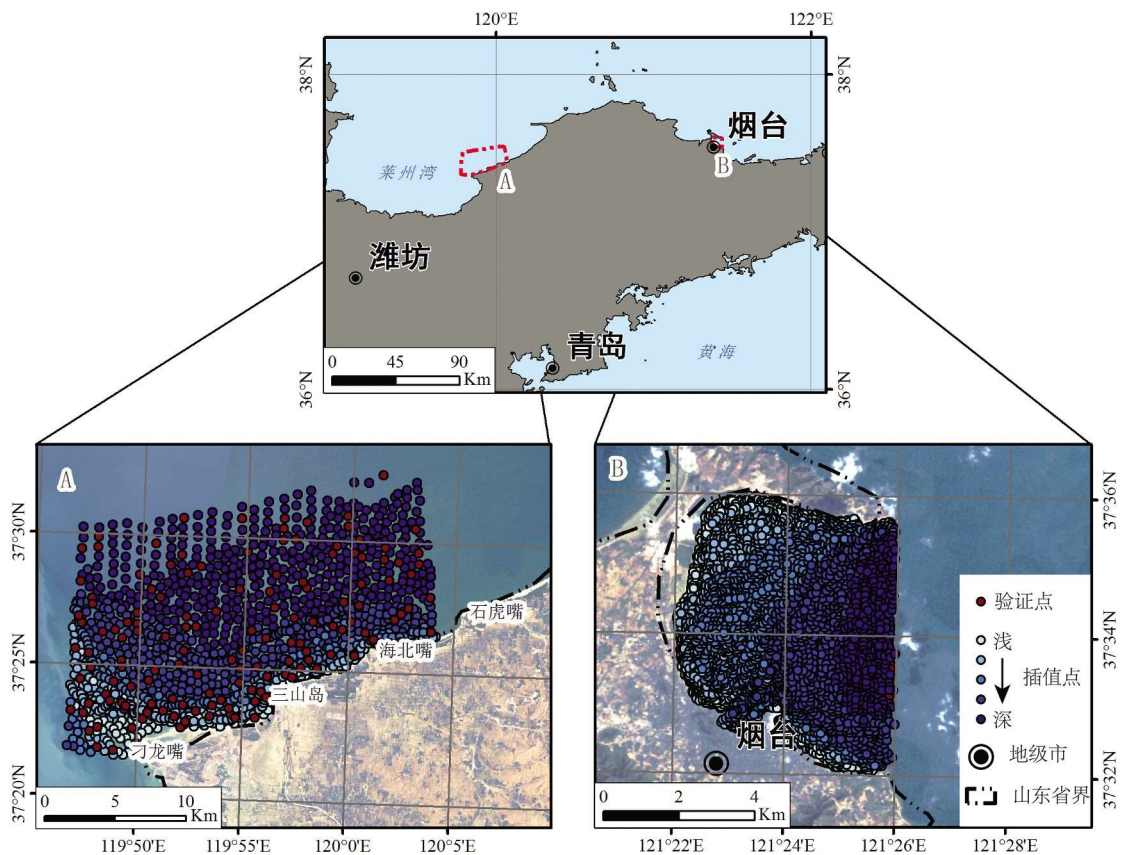


图 1 研究区位图

图 1A 为 1959 年刁龙嘴至石虎嘴水深数据, 图 1B 为 1960 年烟台港水深数据。受实际条件所限, 无法返回研究区收集独立的验证数据集, 因此本研究使用建立随机子集的方式将海图中水深点原始数据随机分为两部分, 其中蓝色点为插值点, 红色点为验证点, 插值点和验证点的比例为 8:1。莱州湾是渤海的三个主要海湾之一 (吕双燕等, 2017), 由现代黄河三角洲将古渤海湾南部分隔而成 (李雪艳等, 2015)。莱州湾位于山东半岛西北部, 西起黄河口, 东至砣矶岛, 沿岸有黄河、小清河、潍河等十余条河流入海, 为莱州湾带来了大量的陆源有机质和粗颗粒沉积物。

莱州湾东部属不规则半日潮, 平均潮差为 1.0 m, 强浪和常浪向均为 NE 向, 平均波高为 1.06 m, 频率为 22%。该海域为风暴潮多发区。本研究采用

的莱州湾水下岸坡数据主要位于莱州湾东部, 是胶东半岛各段砂质海岸中地貌形态最典型的部分, 且该地区在近几十年海岸带高强度的土地利用、水库修建、海岸工程建设方面具有较强的代表性 (战超等, 2017)。对这里的水深数据进行插值研究, 对于我国典型砂质海岸水下岸坡冲淤研究具有较好的参考价值。

烟台港, 位于芝罘湾, 山东半岛东部。北部有芝罘岛, 东部有崆峒岛作为天然屏障。芝罘湾是典型的陆连岛湾, 也称“连岛坝湾”。由泥沙逐渐堆积在岛和陆地之间, 形成连岛沙坝, 最终形成海湾 (杨锦贤, 1995)。烟台港潮流为规则半日潮, 从湾口到湾内, 受地形和水深影响, 流速逐渐减小。芝罘湾外海常波向为 NW 和 NNW, 强波向为 NNW 和 N (于福志等, 2014)。烟台港区水深资料较丰

表 1 实验数据基本信息

年份	位置	地理坐标系	比例尺	深度基准	水深点总数	插值点数	验证点数
1959	刁龙嘴至石虎嘴	北京 54	1:100 000	理论最低潮面	1 310	1 165	145
1984	刁龙嘴至石虎嘴	WGS-84	1:150 000	理论最低潮面	467	422	45
1960	烟台港	北京 54	1:10 000	理论最低潮面	2 893	2 572	321
1987	烟台港	WGS-84	1:15 000	理论最低潮面	1 545	1 374	171

富, 对于研究次生海湾水下岸坡插值具有较好的代表性。数据的相关情况如表 1 所示。

1.2 数据获取与处理

总的技术流程如图 2 所示。水深数据从历史纸质海图中提取得到, 然后分成了两部分。一部分用作插值, 一部分用来精度评定。本文用插值点测试了 7 种不同的插值参数。验证点用于计算精度指数的计算, 最后用 R 语言的 ggplot2 包进行了残差指标的可视化。

1.2.1 插值方法介绍

ArcGIS 是最常用的地理信息系统平台之一, 已经被广泛地应用于各种空间插值研究当中 (Fianacca et al, 2017; Fenner et al, 2017; Rodriguez-Amigo et al, 2017)。本研究使用了 ArcGIS 10.4.1 软件用于插值, 主要测试了反距离函数法 (Inverse Distance Weighted, IDW)、克里金法 (Kriging)、自然邻域法 (Natural Neighbour)、样条函数法 (Spline)、地形转栅格加地形强化 (ANUDEM_ENFORCE)、地形转栅格不加地形强化 (ANUDEM_NOENFORCE) 和不规则三角网转栅格 (TIN

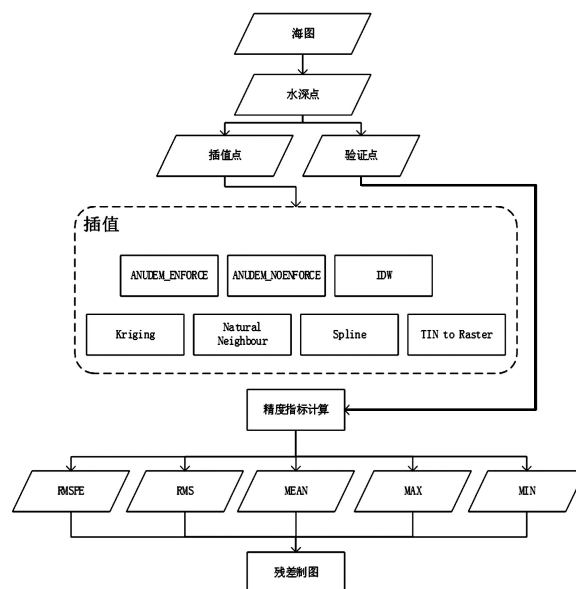


图 2 技术流程图

to Raster) 7 种方法。

IDW 采用一组插值点的线性权重组合来决定插值高程。反距离权重函数如下所示:

$$z_{x,y} = \frac{\sum_{i=1}^n z_i d_{x,y,i}^{-\beta}}{\sum_{i=1}^n d_{x,y,i}^{-\beta}}$$

$z_{x,y}$ 是估计值, z_i 是第 i 个插值点的高程值, $d_{x,y,i}^{-\beta}$ 是用户定义的反距离权重. β 为搜索半径, 它可以是一个固定值也可以是一个有关搜索半径的函数 (Watson et al, 1985; Bartier et al, 1996)。在本文中, 搜索半径被设置为默认的函数型, 默认搜索周边最近的 12 个插值点 (Philip et al, 1982)。

克里金法是一种基于半变异函数和结构分析的方法 (Oliver et al, 1990), 它使用原始数据的区域变量根据半变异函数的结构性对非抽样区域进行线性无偏最优估计 (McBratney et al, 1986)。ArcGIS 中默认的是普通克里金法, 本研究中采用的是默认的球面半变异函数结构模型。

自然邻域法是 Sibson 在 1981 年首次提出, 所有点的自然临域都与泰森多边形 (Voronoi Diagrams) 有关, 插值权重是由两次泰森多边形的计算得来 (Sibson, 1981)。这种方法的精度是线性的且重建了球面方程 (Alfeld, 1989)。

样条函数法是使用整体最小化的表面曲率函数来进行插值的估计。有两种样条函数模型: 规则样条函数模型和张力样条函数模型。规则样条函数具有较宽的样本数据范围, 平滑的表面可能会创建在样本数据范围外侧。张力样条函数模型通常用于创建不那么光滑的表面, 它的样本数据范围更加致密 (Franke, 1982)。本研究中使用规则样条函数模型, 并将曲率最小表达式中曲面三阶导数权重设为 0.1, 权重越高表面越光滑。每个像元用周边 12 个插值点进行计算, 输入的插值点数据越多, 像元受远距离插值点影响越大, 插值结果表面越平滑。

ANUDEM 是澳大利亚国立大学 (Australian National University, ANU) 开发的一款地形插值软件包。采用迭代有限差分插值技术, 计算效率高, 表面连续性好。事实上该方法属于离散化的薄板样条函数法 (Wahba, 1990)。汇点 (Sink) 是被较高高程所包围的 DEM 局部地形单元, 因为自然条件下地形中的汇较为少见, 该程序的地形强化模块假设所有未识别的汇点都属于错误, 会尝试清除伪汇 (Goodchild et al, 1987)。本文中采用了两种参数,

一种开启地形强化 (ANUDEM_ENFORCE) 去除汇点, 另一种关闭地形强化 (ANUDEM_NOENFORCE) 不对汇点进行改变。

不规则三角网转栅格也是一个广泛使用的 DEM 插值方法。本文首先使用插值点创建一个不规则三角网, 然后使用不规则三角网转栅格工具进行线性插值, 设置插值像元大小分别为 500, 250, 125, 90, 62.5 m 作为转换参数。

1.2.2 精度指标计算

插值精度的评定指标主要由均方根预测误差 (RMSPE)、元数据残差均方根误差 (RMS)、残差均值 (MEAN)、残差最小值 (MIN)、残差最大值 (MAX) 构成。

均方根预测误差 (Root Mean Square Predictive Error, RMSPE), 描述了插值结果与真实值间的误差。 n 个点作为验证点, 不参与插值, 在图 1A 中 $n = 145$ 。验证点插值结果为 Z_k , 真实水深为 z_k 。RMSPE 越小, 说明插值得到的水深越接近真实值, 插值结果越可信。计算公式如下:

$$\text{RMSPE} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (Z_k - z_k)^2}$$

源数据残差均方根误差 (Root Mean Square Error, RMSE), 源数据残差均方根用来评价插值数据与源数据的一致性。RMSE 越小, 插值结果与真实结果越接近, DEM 对真实水下岸坡表面的拟合效果越好。RMSE 计算公式如下:

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (Z_i - z_i)^2}$$

式中 N 为插值点个数, 在图 1A 中 $N = 1165$ 。 Z_i 是插值点水深真值, z_i 是插值后水深。

R 语言是一个免费的开源统计计算和可视化的软件平台。已经被广泛应用于科学研究中的统计与可视化工作中。有很多高质量的 R 包可以用于统计分析与可视化。其中 ggplot2 包就是由 Hadley Wickham 制作的一款强大的可视化程序包 (Wickham Hadley, 2009), 本文用它来将计算结果分层可视化, 帮助分析计算结果。

利用 R 语言计算残差绝对值均值、最大最小值代码如下:

```
ARE <- abs (rastervalue-elevation)
summary (ARE)
```

其中“ARE”是残差绝对值,“rastervalue”是插值后提取的验证点水深值,“elevation”是验证点的真实水深值。R 语言的“summary”函数可以自动计算最小值、第一四分位数、中值、均值、第三四分位数和最大值。本研究使用 ggplot2 包将残差结果进行可视化。

2 结果与分析

四组插值数据的精度指标如图 3~5 所示,每组图分为四个部分,A 部分是 1959 年的刁龙嘴到石虎嘴部分插值结果;B 部分是 1984 年刁龙嘴到石虎嘴插值结果;C 部分是 1960 年的烟台港区插值结果;D 部分是 1987 年的烟台港区插值结果。

2.1 数据集的均方根预测误差分析

刁龙嘴到石虎嘴区域的均方根预测误差呈现剧烈的波动,但是总体上呈随着插值像元增大而增大的趋势。自然邻域法和地形转栅格不加地形强化两种插值方法在两个年份中都呈现较好的插值效果。不规则三角网转栅格的 RMSPE 值在 1959 年较低,而在 1987 年较高。

烟台港区的均方根预测误差呈现相对稳定的态势。除了样条函数法,其他插值方法均表现良好。大部分 RMSPE 值小于 1 m。克里金法、自然邻域法、地形转栅格和反距离函数法在两组年份中误差都比较稳定,而不规则三角网转栅格法在 1960 年有着较好的表现,1987 年的数据插值效果则较差。

2.2 数据集的源数据残差均方根误差

源数据残差均方根误差显示在刁龙嘴到石虎嘴区域克里金法的插值结果误差最大,反距离函数法的插值结果和原始深度值最为接近。除克里金法以外,其他几种插值方法的源数据残差均方根误差都呈现随着像元增大而增大的趋势。烟台港区的源数据残差均方根误差分布则比较接近。除了样条函数法,其他几种插值方法的 RMSE 值均介于 0~1 之间。受比例尺较小的影响,1987 年的烟台港 RMSE 要高于 1960 年。

2.3 准确度综合分析

图 5 中水平短线代表了插值结果的残差绝对值极值(最大值和最小值)。图 5 中的点则为残差绝对值的均值。

根据以上综合指标的分析,插值像元最小时达

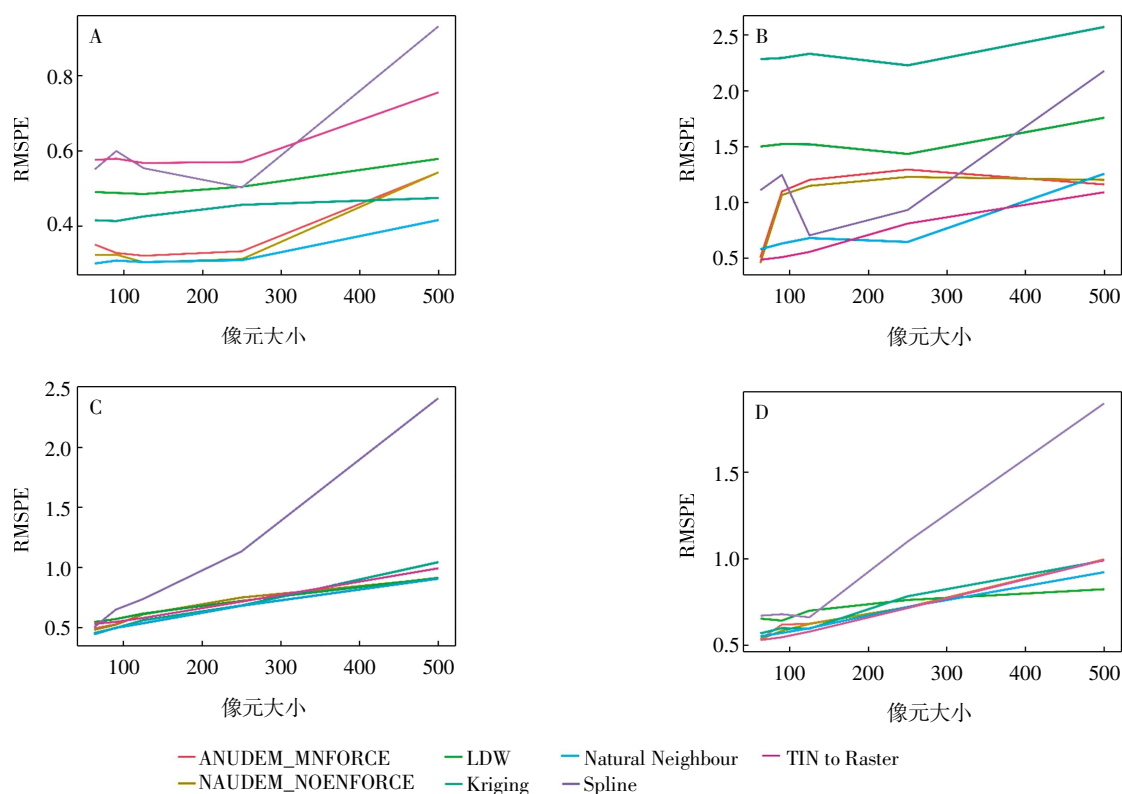


图 3 均方根预测误差分布图(单位: m)

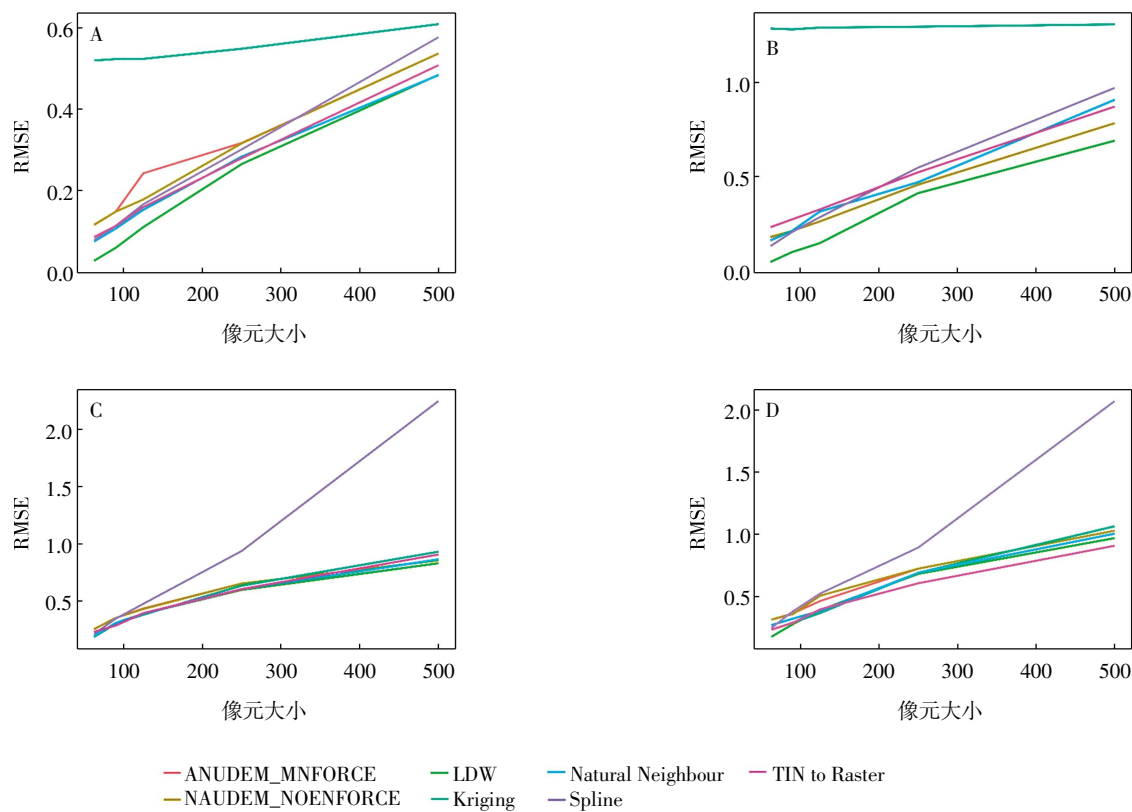


图 4 源数据残差均方根误差分布图 (单位: m)

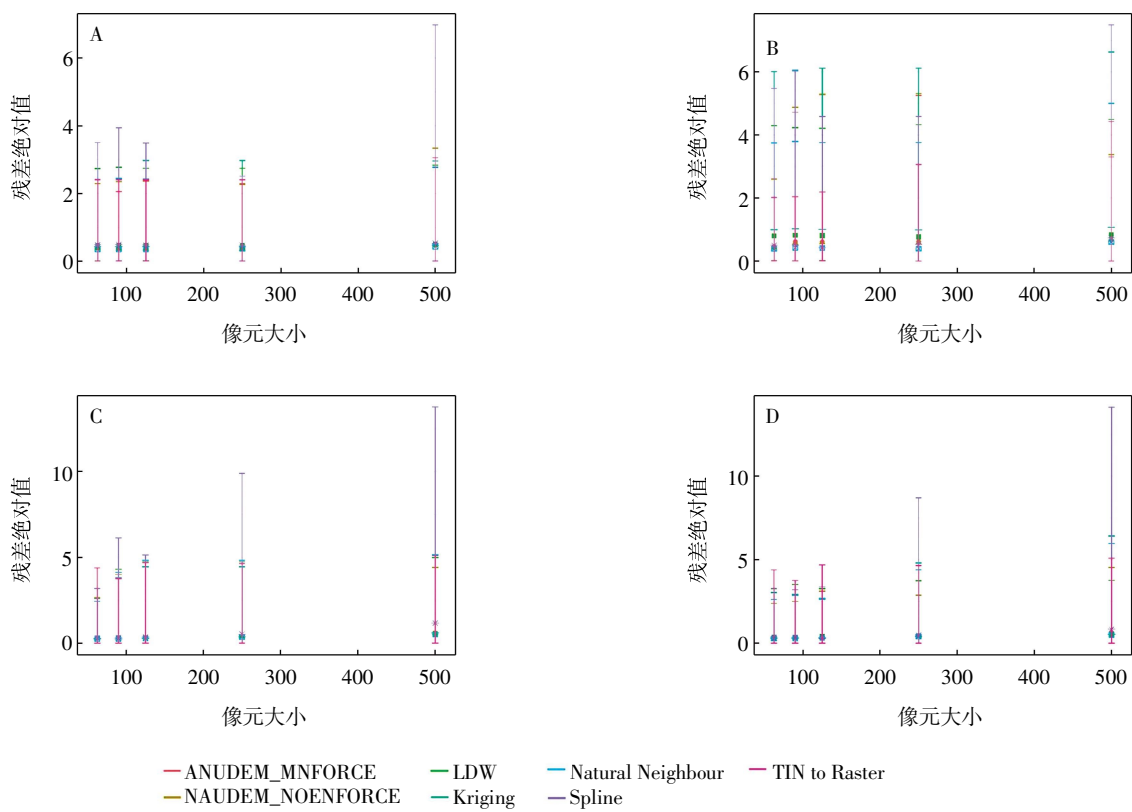


图 5 插值结果残差绝对值分布图 (单位: m)

到最高的插值精度。因此,冲淤分析像元大小使用了最小的 62.5 m。不同插值方法的冲淤分析结果如下表 2 所示。由于样条函数法所有的精度指标都较差,因此不参与后续的冲淤分析计算。

表 2 冲淤分析计算结果

位置	插值方法	年份	面积/m ²	冲淤体积/m ³	冲淤深度/m
刁龙嘴到石虎嘴	ANUDEM_	1959	3.08×10 ⁸	-8.49×10 ⁷	-2.76×10 ⁻¹
	ENFORCE	1984			
	ANUDEM_	1959		-8.15×10 ⁷	-2.65×10 ⁻¹
	NOENFORCE	1984			
	IDW	1959		-1.41×10 ⁸	-4.58×10 ⁻¹
		1984			
	Kriging	1959		-2.11×10 ⁸	-6.85×10 ⁻¹
		1984			
	Natural Neighbour	1959		-7.97×10 ⁷	-2.59×10 ⁻¹
		1984			
烟台港	TIN to Raster	1959	2.87×10 ⁷	-9.33×10 ⁷	-3.03×10 ⁻¹
		1984			
	ANUDEM_	1960		1.62×10 ⁶	5.64×10 ⁻²
	NOENFORCE	1987			
	Kriging	1960		1.39×10 ⁶	4.85×10 ⁻²
		1987			
	IDW	1960		1.59×10 ⁶	5.54×10 ⁻²
		1987			
	Natural Neighbour	1960		1.39×10 ⁶	4.83×10 ⁻²
		1987			
	TIN to Raster	1960		-9.40×10 ⁵	-3.27×10 ⁻²
		1987			

冲淤体积是使用两个年份的插值结果进行填挖方 (CutFill) 分析的结果。负值意味着淤积,正值意味着冲刷。冲淤深度是冲淤体积与面积的比值。在刁龙嘴到石虎嘴区域,所有的插值方法所得的冲淤结果都是负值,表明该区域为淤积状态,然而计算得到的冲淤体积不同插值方法之间还是差别很大,最小的自然邻域法和最大的克里金法之间相差了 164 %。在烟台港区,除不规则三角网转栅格法计算结果外,其余插值方法得到的冲淤分析结果均为正值,表明该区域为冲刷状态。

3 结论

(1) 插值精度随像元减小而升高,对于不同的研究区域,不论是刁龙嘴到石虎嘴,还是烟台港,每个准确度指标都随插值像元的减小而呈现线性升高。

(2) 不同插值方法对冲淤分析的计算结果有着

很大的影响。在刁龙嘴到石虎嘴区域,采用克里金法计算得到了最大的沉积量,1959–1984 年平均沉积厚度达 0.68 m。除了 IDW,其他几种插值方法得到的冲淤结果较为接近,自然邻域法计算得到的沉积体积最小,平均沉积厚度仅为 0.25 m。烟台港区冲淤分析结果不同于刁龙嘴到石虎嘴区,直接插值得到的 DEM 冲淤分析结果都很接近,冲淤结果为正,表明该区域为侵蚀状态,但是不规则三角网转栅格后冲淤分析结果是负值,表明该区域为沉积状态。

(3) 在刁龙嘴至石虎嘴区,原始数据粗糙。1959 年前 50 个最近点之间的平均距离为 1 540.88 m,而 1984 年为 2 277.84 m。在烟台港,原始数据点的密度要大得多。1960 年前 50 个最近点之间的平均距离为 317.07 m,1987 年为 433.90 m。当原始数据粗糙时,克里金法插值结果精度差。

参 考 文 献

- Alfeld P, 1989. Scattered Data Interpolation In Three Or More Variables . Academic Press Professional, Inc..
- Bartier P M, Keller C P, 1996. Multivariate interpolation to incorporate thematic surface data using inverse distance weighting (IDW). Computers & Geosciences, 22(7): 795–799.
- Fenner W, Dallacort R, Dalchiavon F C, et al, 2017. Zoning of water requirement satisfaction index for common bean in Mato Grosso . Revista Brasileira De Engenharia Agrícola E Ambiental, 21 (7): 476–480.
- Fiannacca P, Ortolano G, Pagano M, et al, 2017. IG –Mapper: A new ArcGIS (R) toolbox for the geostatistics –based automated geochemical mapping of igneous rocks. Chemical Geology, 470: 75–92.
- Franke R, 1982. Smooth Interpolation of Scattered Data by Local Thin Plate Splines. Computers & Mathematics with Applications, 8 (4): 273–281.
- Goodchild M F, Mark D M, 1987. The Fractal Nature of Geographic Phenomena. Annals of the Association of American Geographers, 77 (2): 265–278.
- Hinkel J, Lincke D, Vafeidis A T, et al, 2014. Coastal flood damage and adaptation costs under 21st century sea –level rise. Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 111(9): 3292–3297.
- Kabacoff Robert, 2011. R in Action. Manning Publications Co..
- McBratney A B, Webster R, 1986. Choosing functions for semi – variograms of soil properties and fitting them to sampling estimates. European Journal of Soil Science, 1986, 37(4): 617–639.
- Oliver M A, Webster R, 1990. Kriging: A Method Of Interpolation For Geographical Information Systems. International Journal of Geo –

- graphical Information Science, 4(3): 313–332.
- Philip G M, Watson D F, 1982. A Precise Method For Determining Contoured Surfaces. Australian Petroleum Exploration Association Journal, 22: 205–212.
- Rodriguez –Amigo M C, Diez –Mediavilla M, Gonzalez –Pena D, et al, 2017. Mathematical interpolation methods for spatial estimation of global horizontal irradiation in Castilla–Leon, Spain: A case study. Solar Energy, 151: 14–21.
- Sibson R, 1981. A Brief Description of Natural Neighbor Interpolation . Interpreting Multivariate Data.
- Wahba G, 1990. Spline Models for Observational Data, CBMS –NSF Regional Conference Series in Applied Mathematics. Watson Research Center, 59.
- Watson D F, Philip G M, 1985. A Refinement Of Inverse Distance Weighted Interpolation. Geo–Processing, 2(4): 315–327.
- Wickham Hadley, 2009. ggplot2: Elegant Graphics for Data Analysis. Springer Publishing Company, Incorporated.
- Williams A, Rangel –Buitrago N G, Pranzini E, et al, 2017. The management of coastal erosion. Ocean & Coastal Management.
- 巩明, 李伯根, 周鸿权, 2011. 乐清湾大乌港水道冲淤变化分析. 海洋通报, 30(2): 206–213.
- 李伯根, 张瑾, 周鸿权, 等, 2007. 舟山岛马岙岸段海岸演变与水下岸坡冲淤动态. 海洋学报, 29(6): 64–73.
- 李蒙蒙, 王庆, 张安定, 等, 2013. 最近 50 年来莱州湾西–南部淤泥质海岸地貌演变研究. 海洋通报, 32(2): 141–151.
- 李雪艳, 王庆, 王红艳, 等, 2015. 莱州湾东部潮上带土地利用对海岸蚀退的影响. 海洋与湖沼, 46(6): 1347–1357.
- 刘强, 闫玉茹, 项立辉, 等, 2017. 盐城滨海港区防波堤建设对水下地形的影响研究. 海洋科学, 41(3): 80–88.
- 卢超, 李伯根, 李峰, 2015. 浙江象山港口门浅滩冲淤动态趋势探讨. 海洋通报, 34(6): 663–674.
- 吕双燕, 金秉福, 贺世杰, 等, 2017. 莱州湾–龙口湾表层沉积物有机质特征及来源分析. 环境化学, 36(3): 650–658.
- 倪云林, 巩明, 沈良朵, 等, 2017. 北仑港区岸滩演变和水下岸坡冲淤分析. 中国港湾建设, 37(3): 27–32.
- 沈庆, 陈徐均, 关洪军, 2008. 海岸带地理环境学. 北京: 人民交通出版社.
- 汤国安, 龚健雅, 陈正江, 等, 2001. 数字高程模型地形描述精度量化模拟研究. 测绘学报, 30(4): 361–365.
- 杨程生, 高正荣, 俞竹青, 2016. 长江口北支河槽容积变化特征的定量分析. 水科学进展, 27(3): 392–402.
- 杨锦贤, 1995. 烟台港区域地质条件和构造稳定性分析. 港工技术, (2): 56–61.
- 于福志, 王文渊, 2014. 烟台港芝罘港区北航道内段平面布置方案研究. 港工技术, (3): 31–33.
- 战超, 于君宝, 王庆, 等, 2017. 近 60 年莱州湾东部砂质海岸地貌的时空动态. 海洋学报, 39(9): 90–100.

(本文编辑：王少朋)