

考虑相对论效应的火星探测器天文测角导航

桂明臻¹, 魏一丰¹, 宁晓琳²

(1. 中南大学 自动化学院, 长沙 410083; 2. 北京航空航天大学 仪器科学与光电工程学院, 北京 110191)

摘要: 针对广义相对论效应使恒星发出的星光在经过大质量天体时发生一定程度的偏折, 狭义相对论使高速运行的航天器能够观测到恒星光行差, 这两者会造成航天器实际采集到的量测量与星历中对应的信息不符, 进而影响导航精度的问题, 提出一种考虑相对论效应的天文测角导航方法。通过对星光角距量测模型进行相对论效应修正, 使其符合实际观测结果, 以提高导航精度。仿真结果表明, 在火星环绕轨道, 提出的方法可有效修正相对论效应对航天器测角导航造成的影响。当星敏感器量测误差为3", 火星敏感器量测误差为0.05°时, 修正后的平均位置和平均速度误差相比于未修正的情况分别减少了13.97%和13.89%。

关键词: 火星探测; 自主导航; 星光角距; 相对论效应; 恒星光行差

中图分类号: V448.2

文献标识码: A

文章编号: 2096-9287(2023)02-0126-07

DOI:10.15982/j.issn.2096-9287.2023.20230001

引用格式: 桂明臻, 魏一丰, 宁晓琳. 考虑相对论效应的火星探测器天文测角导航[J]. 深空探测学报(中英文), 2023, 10(2): 126-132.

Reference format: GUI M Z, WEI Y F, NING X L. Celestial angle measurement navigation for Mars probe considering relativistic effect[J]. Journal of Deep Space Exploration, 2023, 10(2): 126-132.

引言

近年来, 人类对火星的探测热度持续增加, 2021年2月9日, 阿联酋“希望号”(Hope)火星探测器成功进入火星环绕轨道, 成为西亚首个实现火星环绕的国家^[1]; 在2021年2月18日, 美国国家航空航天局(National Aeronautics Space and Administration, NASA)“毅力号”(Perseverance)火星车成功着陆火星^[2]; 同年, 中国“天问一号”探测器首次完成了对火星环绕、着陆、巡视目标的任务^[3-6]。在未来, 人类将会有更多的火星探测计划, 如日本计划在2024年发射探测器, 对火星一进行采样返回^[7-8]; NASA与欧洲航天局(European Space Agency, ESA)合作进行火星采样返回任务, 计划在2027年秋季或者2028年夏季发射返回器和样本回收着陆器, 将“毅力号”火星车采集到的样本带回地球^[9-10]; 中国也在为火星后续探测进行关键技术攻关, 如重型运载火箭^[11]、核热推进系统等^[12]。

目前航天器主要依靠地面无线电导航^[13]。对于近空航天器尚能满足需求, 但深空探测器距离地球遥远, 仅使用地面无线电导航会遇到许多问题。以火星探测器为例, 地面无线电导航存在以下问题: ①通信

延迟大, 无法满足对实时性要求很高的任务, 火星与地球的平均距离 2.25×10^8 km, 平均单向通讯时长12.5 min; ②地面深空测控站资源紧张, 建造更多数量的地面深空测控站会消耗大量人力、物力和财力; ③火星和地球环绕太阳运行, 其它天体(如太阳)对测控信号会产生干扰^[14]。

为减少上述问题的影响, 航天器自主导航变得愈发重要。天文测角导航是目前主要的研究方向^[15-18], 该方法利用太阳、行星、行星卫星、小行星、彗星等近天体和恒星等远天体之间的夹角进行导航^[19]。天文测角导航瞬时测量精度高, 可提供航天器相对于目标天体的位置信息。航天器自主导航已得到了实际运用^[20-22], 如1998年10月, NASA的“深空一号”(Deep Space-1)探测器实现了巡航段的完全自主导航^[23]。

自相对论效应被提出以来, 其造成的影响始终被研究人员所关注。对于航天器来说, 其观测到的恒星光行方向是受到相对论效应影响之后的结果。当航天器在大质量天体附近(如地球、火星、木星等)观测远方的恒星时, 由于广义相对论效应, 恒星发出的光会向大质量天体方向偏折^[24]。此外, 在同一时刻运动观测者和静止观测者通过洛伦兹变换建立关联, 相比于

航天器静止时观测到的恒星,航天器运动时观测到的恒星视方向会发生变化,即恒星光行差。从具体数值来看,地球的球对称引力场对光线所能造成的后牛顿效应偏转可达到 $574\ \mu\text{s}^{[24]}$,而近地轨道航天器观察到的恒星光行差可达到 $26''^{[25]}$ 。

一些研究人员提出利用相对论效应进行航天器自主导航,例如文献[26]提出在地球环绕轨道利用恒星光行差进行航天器自主导航,文献[27]提出在地球环绕轨道利用恒星光行差和地球传感器进行组合导航。航天器在进行基于星光角距的天文测角导航时,也会受到广义相对论和狭义相对论的影响。如果对量测模型不进行相对论效应修正,会加大航天器导航的误差。

本文提出了一种考虑相对论效应的天文测角导航方法。对星光角距量测模型中的导航恒星和近天体视方向进行修正,建立了相对论效应修正后的星光角距量测方程,使其符合实际观测结果。仿真结果表明,考虑相对论效应的天文测角导航方法可有效提高航天器导航的精度。此外,还分析了星敏感器量测误差变化对考虑相对论效应的天文测角导航误差的影响。

1 基于星光角距的天文测角导航

通过地面长期观测和计算,知道天体在某一时刻的具体位置和速度,因此通过测量天体视方向之间的夹角以计算航天器在太空中的位置和速度。星光角距是指航天器对着目标天体的方向矢量与导航恒星方向矢量之间的夹角,一般选择靠近航天器的天体作为目标天体(如火星),导航原理如图1所示。

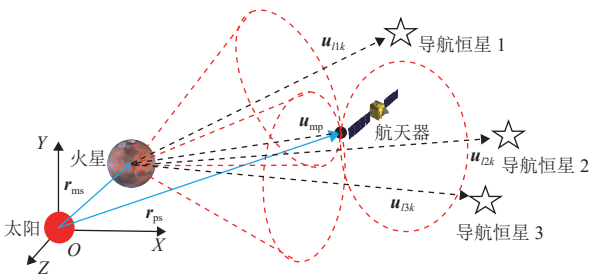


图1 星光角距导航原理
Fig. 1 Principle of star angle navigation

火星为近天体, u_{1k} 、 u_{2k} 和 u_{3k} 是 k 时刻导航恒星在太阳质心坐标系的方向矢量; u_{mp} 是火星质心相对于航天器的方向矢量,可由 $\frac{r_{ms} - r_{ps}}{\|r_{ms} - r_{ps}\|}$ 计算得到,其中 r_{ms} 是火星相对于太阳质心的位置矢量, r_{ps} 是航天器相对于太阳质心的位置矢量, $\|\cdot\|$ 表示矢量的大小。定义 α_{m1} 、 α_{m2} 和 α_{m3} 是航天器指向火星的方向矢量和航天器指向3颗导航恒星的方向矢量之间的夹角 $^{[28]}$ 。假设近天体火

星的质心为圆锥的顶点,圆锥的对称轴指向导航恒星, α_{m1} 、 α_{m2} 和 α_{m3} 定义相对应的3个圆锥面的形状,构成如图1所示的3个圆锥面。这3个共顶点的圆锥面相交形成1条直线,航天器在该直线上,其被定义为航天器的定位线。 α_{m1} 、 α_{m2} 或 α_{m3} 的计算方法为

$$\alpha_{mi} = \arccos(\mathbf{u}_{mp} \cdot \mathbf{u}_{lik}) = \arccos\left(\frac{\mathbf{r}_{ms} - \mathbf{r}_{ps}}{\|\mathbf{r}_{ms} - \mathbf{r}_{ps}\|} \cdot \mathbf{u}_{lik}\right), \quad i = 1, 2, 3 \quad (1)$$

其中: $i = 1, 2, 3$ 表示第 i 颗导航恒星; α_{mi} 是航天器指向火星的方向矢量和指向第 i 颗导航恒星的矢量之间的夹角; $\mathbf{u}_{lik}$ 是 k 时刻第 i 颗导航恒星在太阳质心坐标系的方向矢量。

2 相对论效应对星光角距观测的影响分析及补偿

根据相对论效应,广义和狭义相对论都会对观测到的恒星视方向造成影响 $^{[24, 29]}$ 。根据广义相对论,在大质量天体附近光线的传播路径会发生偏转如图2所示,其中虚线代表航天器观测到的恒星的视方向,实线为实际的恒星光线传播轨迹。而根据狭义相对论,在同一位置上处于运动状态的观测者与处于静止状态的观测者看到的同一颗恒星的视线方向存在差异,即存在恒星光行差如图3所示,其中 $\mathbf{v}_{obs}$ 为航天器运动方向的速度,实线为静止时刻航天器看到的恒星方向矢量,虚线为在同一位置下航天器以速度 $\mathbf{v}_{obs}$ 飞行时观测到的同一颗恒星的方向矢量。

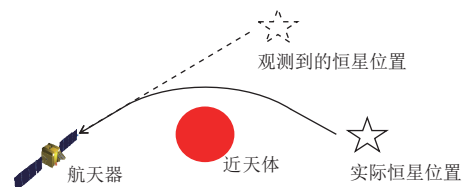


图2 广义相对论效应造成的光线偏转的示意图
Fig. 2 Diagram of light deflection caused by general relativistic effects

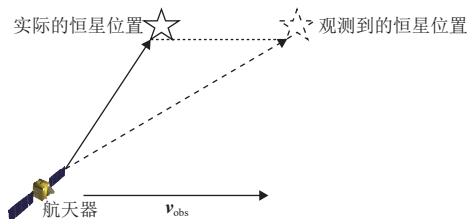


图3 恒星光行差示意图
Fig. 3 Diagram of stellar aberration

在航天器采用星光角距进行自主导航时,航天器观测到实际恒星视方向是相对论效应影响之后的结

果, 而量测模型并没有考虑相对论效应的影响。因此, 要对量测模型进行修正。根据广义相对论, 静止观测者在大质量天体附近看到的真实恒星视方向 $\mathbf{u}'_{lik}$ 表达式^[30]为

$$\mathbf{u}'_{lik} = \mathbf{u}_{lik} + \delta\mathbf{u}_{lik} \quad (2)$$

其中: $\delta\mathbf{u}_{lik}$ 为广义相对论情况下由引力偏转造成的恒星视方向变化。

$$\delta\mathbf{u}_{lik} = \frac{2\mu_m}{c^2} \frac{(1 - \mathbf{u}_{lik}^T \mathbf{r}_{pm} / \|\mathbf{r}_{pm}\|)(\mathbf{I}_{3 \times 3} - \mathbf{u}_{lik} \mathbf{u}_{lik}^T) \mathbf{r}_{pm}}{\|(\mathbf{I}_{3 \times 3} - \mathbf{u}_{lik} \mathbf{u}_{lik}^T) \mathbf{r}_{pm}\|^2} \quad (3)$$

其中: μ_m 为火星引力常数; c 为光速; $\mathbf{r}_{pm} = \mathbf{r}_{ps} - \mathbf{r}_{ms}$ 为航天器相对于火星质心的位置矢量, 火星2颗卫星质量非常小, 造成的广义相对论效应难以观测, 因此这里忽略它们之间造成的广义相对论影响。

根据狭义相对论, 在式(2)基础上添加了恒星光行差造成的影响。运动的观测者观测到的第 i 颗恒星的方向矢量 $\mathbf{u}''_{lik}$ 的表达式^[30]为

$$\mathbf{u}''_{lik} = \mathbf{u}'_{lik} + \frac{1}{c} [\mathbf{u}'_{lik} \times (\mathbf{v}_{ps} \times \mathbf{u}'_{lik})] - \frac{1}{c^2} [(\mathbf{v}_{ps}^T \mathbf{u}'_{lik}) \mathbf{u}'_{lik} \times (\mathbf{v}_{ps} \times \mathbf{u}'_{lik}) + \frac{1}{2} \mathbf{v}_{ps} \times (\mathbf{u}'_{lik} \times \mathbf{v}_{ps})] + o(c^{-3}) \quad (4)$$

其中: $\mathbf{v}_{ps}$ 是航天器相对于太阳系质心的速度。

$$\mathbf{v}_{ps} = \mathbf{v}_{pm} + \mathbf{v}_{ms} \quad (5)$$

其中: $\mathbf{v}_{pm}$ 是航天器相对于火星质心的速度; $\mathbf{v}_{ms}$ 是火星相对于太阳系质心的速度; 符号 $o(c^{-3})$ 表示毫角秒(mas)级可以忽略的高阶项。

同理, 航天器观测到近天体的视方向同样会受到狭义相对论的影响而产生像差。根据式(4)进行推导, 得到狭义相对论修正之后的火星质心相对于航天器的方向矢量 $\mathbf{u}''_{mp}$ 为

$$\mathbf{u}''_{mp} = \mathbf{u}_{mp} + \frac{1}{c} [\mathbf{i}_{mp} \times (\mathbf{v}_{ps} \times \mathbf{u}_{mp})] - \frac{1}{c^2} [(\mathbf{v}_{ps}^T \mathbf{u}_{mp}) \mathbf{u}_{mp} \times (\mathbf{v}_{ps} \times \mathbf{u}_{mp}) + \frac{1}{2} \mathbf{v}_{ps} \times (\mathbf{u}_{mp} \times \mathbf{v}_{ps})] + o(c^{-3}) \quad (6)$$

3 考虑相对论效应的天文测角导航方法

3.1 状态模型

在火星环绕轨道, 航天器的动力学模型可以看作为一个以火星为环绕中心, 由火星、太阳、航天器组成的三体问题, 其它天体的摄动力考虑为噪声。因此在以火星为中心的惯性系的动力学模型可表示为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{r}}_{pm} = \mathbf{v}_{pm} \\ \dot{\mathbf{v}}_{pm} = -\mu_m \frac{\mathbf{r}_{pm}}{\|\mathbf{r}_{pm}\|^3} - \mu_s \left(\frac{\mathbf{r}_{ps}}{\|\mathbf{r}_{ps}\|^3} + \frac{\mathbf{r}_{sm}}{\|\mathbf{r}_{sm}\|^3} \right) + \boldsymbol{\omega}'_v \end{cases} \quad (7)$$

其中: $\mathbf{r}_{sm} = -\mathbf{r}_{ms}$ 为太阳相对于火星的位置矢量; μ_s 为太阳引力常数; $\boldsymbol{\omega}'_v$ 为火星环绕段轨道的过程噪声。

式(7)对应的状态模型可写为

$$\dot{\mathbf{X}}(k) = f[\mathbf{X}(k), k] + \mathbf{W}(k) \quad (8)$$

其中: $\mathbf{X}(k) = [\mathbf{r}_{pm}, \mathbf{v}_{pm}]^T = [x_{pm}, y_{pm}, z_{pm}, v_{xpm}, v_{ypm}, v_{zpm}]^T$; $\mathbf{W}(t)$ 是火星环绕轨道的过程噪声矩阵。

3.2 量测模型

由于狭义和广义相对论的影响, 航天器观测到的量测量已经是相对论效应影响后的结果, 而量测模型并没有考虑相对论效应, 需对量测模型进行对应的修正。航天器在进行自主导航时, 需要对量测模型的导航恒星视方向添加由于近天体造成的光线偏转(广义相对论效应)和航天器自身速度造成的恒星光行差效应(狭义相对论效应), 过程如式(2)~(4)。同理, 导航模型中火星质心的视方向需进行像差的修正, 如式(6)所示。因此, 式(1)可变为

$$\alpha_{mi} = \arccos(\mathbf{u}''_{mp} \cdot \mathbf{u}''_{lik}), \quad i = 1, 2, 3 \quad (9)$$

对应的量测模型为

$$\mathbf{y} = h[\mathbf{X}(k), k] + \mathbf{V}(k) \quad (10)$$

其中: $\mathbf{V}(t)$ 为量测噪声矩阵。

因为火星环绕轨道航天器的状态模型和量测模型都是非线性的, 所以采用无迹卡尔曼滤波(Unscented Kalman Filter, UKF)。

4 仿真分析

在仿真实验中, 首先进行传统的基于星光角距的天文测角导航, 并测量仿真过程中广义和狭义相对论效应对星光角距的数值影响, 其次进行考虑相对论效应的天文测角导航, 并比较与相对论效应修正前导航精度的变化。最后, 航天器在不同的星敏感器量测误差的情况下进行考虑相对论效应的天文测角导航, 以比较相对论效应修正之后量测误差大小对导航精度的影响。因为火卫一和火卫二质量很小, 所以不考虑火卫一和火卫二造成的广义相对论影响。测量精度方面, 在光学干涉仪基线长度为30 cm的情况下, 可以达到0.1~1 mas的测量精度^[30], 其已经实现了航天器对于相对论效应的观测。

4.1 仿真条件

火星环绕轨道仿真数据由STK(System Tool Kit)产生, 轨道半长轴4 875 km, 轨道倾角60°, 轨道偏心

率 0.1005° , 仿真时间2021年3月8日00:00:00.000—2021年3月9日00:00:00.000。航天器星敏感器的量测误差设置为 $3''$, 火星敏感器的量测误差设置为 0.05° 。在进行不同量测误差下的导航精度对比时, 航天器星敏感器对于星光角距的量测误差分别设置成为 $1''$ 、 $3''$ 、 $10''$ 。航天器在火星环绕轨道的自主导航仿真参数设置如表1所示。

表 1 火星环绕轨道仿真参数设置	
Table 1 Mars surrounding orbit simulation parameters setting	
项目	数据设置
初始距离误差	[1 000 m, 1 000 m, 1 000 m, 0.1 m/s, 0.1 m/s, 0.1 m/s] ^T
初始估计误差	diag[(1 000 m) ² , (1 000 m) ² , (1 000 m) ² ,
协方差 P	(0.1 m/s) ² , (0.1 m/s) ² , (0.1 m/s) ²]
过程噪声协	diag[10^{-3} m ² , 10^{-3} m ² , 10^{-3} m ² ,
方差矩阵 Q	10^{-7} (m/s) ² , 10^{-7} (m/s) ² , 10^{-7} (m/s) ²]
滤波周期/s	60

4.2 仿真结果

4.2.1 传统天文测角仿真结果

基于星光角距的传统天文测角导航位置和速度误差如图4和图5所示, 可以看出传统天文测角导航平均位置误差580.99 m, 平均速度误差0.36 m/s。在仿真过程中广义和狭义相对论对星光角距的数值影响分别如图6和图7所示。由图6和图7可知, 狭义相对论最大可造成 $18.66''$ 的星光角距数值影响, 而广义相对论造成的最大星光角距数值影响仅为 $1.30\times 10^{-3}''$, 狭义相对论效应造成的星光角距影响是主要因素。原因是航天器在该火星环绕轨道上的平均速度为2.96 km/s, 火星在仿真过程中的平均公转速度为23.06 km/s, 2个速度叠加导致航天器能观测到明显的导航恒星和火星像差。而火星质量仅为地球的11%, 对导航恒星发出的光线造成的引力偏折很小。

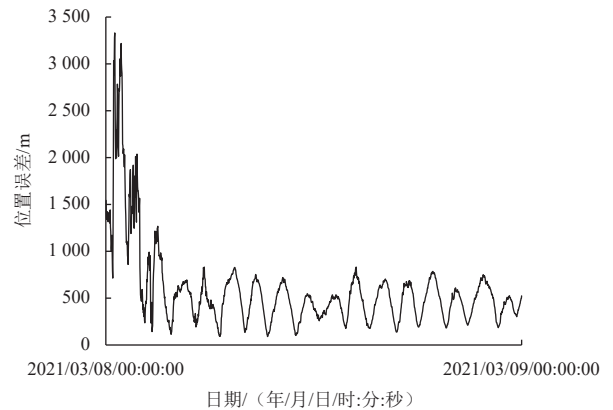


图 4 相对论修正前航天器在火星环绕轨道上的位置误差
Fig. 4 Position errors of spacecraft in orbit around Mars before relativity correction

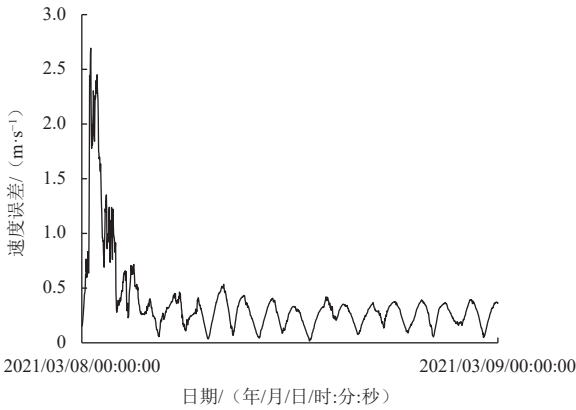


图 5 相对论修正前航天器在火星环绕轨道上的速度误差
Fig. 5 Velocity errors of spacecraft in orbit around Mars before relativity correction

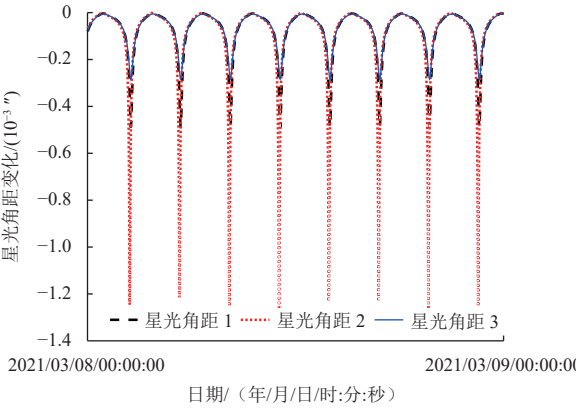


图 6 广义相对论对星光角距量测数值的影响
Fig. 6 Influence of general relativity on measurements of star angle

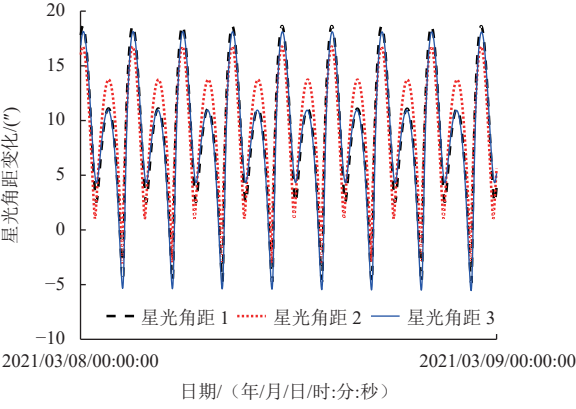


图 7 狭义相对论对星光角距量测数值的影响
Fig. 7 Influence of special relativity on measurements of star angle

4.2.2 考虑相对论效应的天文测角导航结果

相对论效应修正后天文测角导航的位置和速度误差与修正前的对比如图8所示, 相对论效应修正前后平均位置和平均速度误差的对比如表2所示。由图8和表2可知, 考虑相对论效应的天文测角的导航结果要优于传统的基于星光角距的天文测角导航结果。航天器平均位置和平均速度误差相比于相对论效应修正前分别减少了13.97%和13.89%。

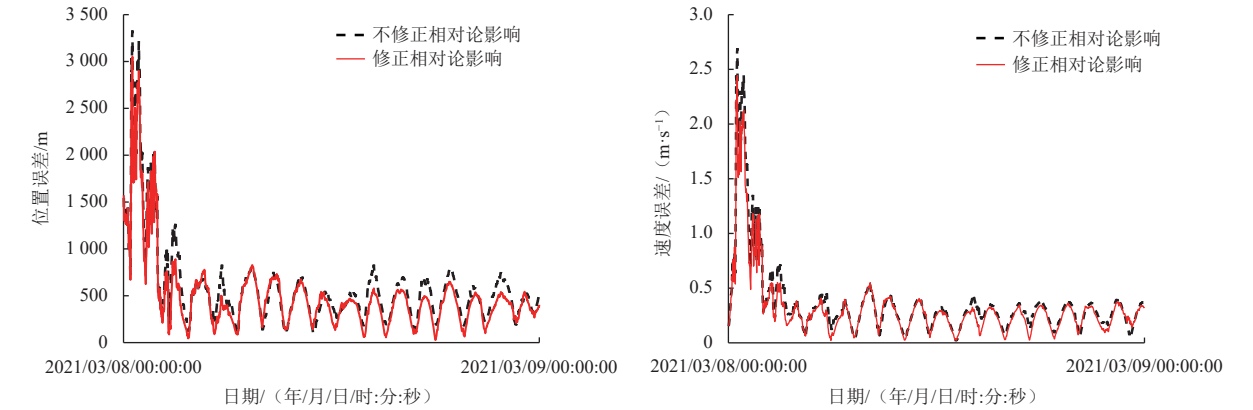


图 8 相对论修正前后位置误差对比
Fig. 8 Comparison of position errors before and after relativity correction

表 2 相对论修正前后平均距离误差与平均速度误差对比

Table 2 Comparison of mean distance errors and mean velocity errors before and after relativity correction

分类	平均位置误差/m	平均速度误差/($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)
未修正相对论效应	580.99	0.36
修正相对论效应	499.82	0.31

4.2.3 星光角距量测误差分析

相对论效应修正后将星敏感器的量测误差分别设置成1"、3"和10"，导航结果对比如图9所示，表3统计了星敏感器量测误差在1"、3"和10"时的平均位置误差和平均速度误差。可以看出，考虑相对论效应的天文测角导航误差随星敏感器量测误差的增大而增大，且星敏感器量测误差在1"~10"的范围内对导航误差影响较小。

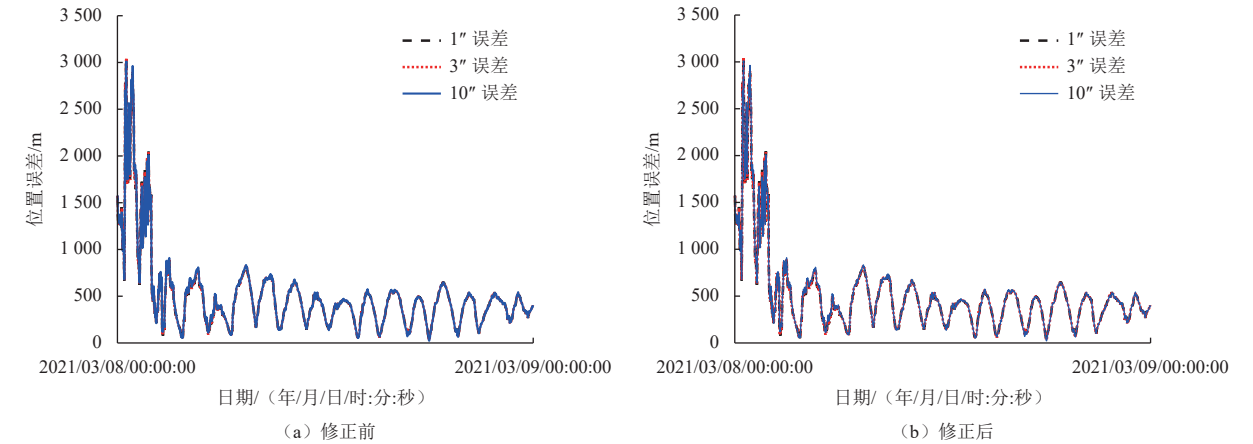


图 9 相对论修正后不同量测误差情况下的位置误差对比
Fig. 9 Comparison of position errors under different measurement errors after relativity correction

表 3 相对论效应修正后不同量测误差下的平均位置误差和平均速度误差对比

Table 3 Comparison of mean distance errors and mean velocity errors under different measurement errors after relativistic correction

星敏感器量测误差大小/($''$)	平均位置误差/m	平均速度误差/($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)
1	498.763 2	0.313 8
3	499.822 4	0.314 3
10	503.921 1	0.316 5

5 结 论

本文提出了一种考虑相对论效应的天文测角导航方法。在基于星光角距天文测角导航方法的基础上，补偿相对论效应对星光角距量测模型中的导航恒星视方向和近天体视方向产生的影响，建立了相对论效应修正后的星光角距量测方程，使其符合实际的观测结果。仿真结果表明，考虑相对论效应的天文测角导航方法可有效提高航天器导航的精度。除火星环绕任务外，提出的方法还可应用于其它行星环绕任务。

参 考 文 献

- [1] 王帅,郭文博,李鹏. 阿联酋希望号探测器抵达火星[J]. 国际太空, 2021(3):16-19.
- [2] 王帅,李鹏,郭文博,等. 美国毅力号火星车成功着陆火星[J]. 国际太空, 2021(3):10-15.
- [3] 张荣桥,耿言,孙泽洲,等. 天问一号任务的技术创新[J]. 航空学报, 2022,43(3):626689.
- [4] ZHANG R Q, GENG Y, SUN Z Z, et al. Technical innovations of the Tianwen-1 mission[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2022, 43(3): 626689.
- [5] 饶伟,孙泽洲,董捷,等. 天问一号火星进入、下降与着陆系统设计与实现[J]. 中国科学:技术科学, 2022, 52(8): 1162-1174.
- [6] RAO W, SUN Z Z, DONG J, et al. Design and implementaiton of the Mars entry, descent , and landing for the Tianwen-1 mission[J]. *Science China: Technological Science*, 2022, 52(8): 1162-1174.
- [7] 孙泽洲,饶伟,贾阳,等. “天问一号”火星探测器关键任务系统设计[J]. 空间控制技术与应用, 2021, 47(5): 9-16.
- [8] SUN Z Z, RAO W, JIA Y, et al. Key mission system design of Tianwen-1 Mars probe[J]. *Aerospace Control and Application*, 2021, 47(5): 9-16.
- [9] 朱新波,谢攀,徐亮,等. “天问一号”火星环绕器总体设计综述[J]. 航天返回与遥感, 2021, 42(3): 1-12.
- [10] ZHU X B, XIE P, XU L, et al. Sumary of the overall design of Mars orbiter of Tianwen-1[J]. *Spacecraft Recovery & Remote Sensing*, 2021, 42(3): 1-12.
- [11] NASA. NASA will inspire world when it returns Mars samples to Earth in 2033[EB/OL]. [2022-7-27] (2023-1-3). <https://mars.nasa.gov/news/9233/nasa-will-inspire-world-when-it-returns-mars-samples-to-earth-in-2033/>.
- [12] GRADY M M. Exploring Mars with returned samples[J]. *Space Science Reviews*, 2020, 216(4): 51.
- [13] SAWADA H, KATO H, SATOU Y, et al. The MMX Sampler for Phobos sample return mission[C]//2021 IEEE Aerospace Conference (50100). Big Sky, MT, USA: IEEE, 2021.
- [14] CAMPAGNOLA S, YAM C H, TSUDA Y, et al. Mission analysis for the Martian Moons Explorer (MMX) mission[J]. *Acta Astronautica*, 2018, 146: 409-417.
- [15] 张智,容易,秦瞳,等. 重型运载火箭总体技术研究[J]. 载人航天, 2017, 23(1): 1-7.
- [16] ZHANG Z, RONG Y, QIN T, et al. Research on overall technology of heavy launch vehicle[J]. *Mannned Spaceflight*, 2017, 23(1): 1-7.
- [17] 洪刚,戚峰,王建明,等. 载人登陆火星任务核热推进系统方案研究[J]. 载人航天, 2018, 24(1): 102-106.
- [18] HONG G, QI F, WANG J M, et al. Nuclear thermal propulsion system design for manned Mars mission[J]. *Mannned Spaceflight*, 2018, 24(1): 102-106.
- [19] ORTORE E, CINELLI M, CIRCI C. A ground track-based approach to design satellite constellations[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2017, 69: 458-464.
- [20] 宝音贺西,马鹏斌. 火星探测器自主导航方法综述[J]. 飞控与探测, 2018, 1(1): 34-40.
- [21] BAOYIN H X, MA P B. Overview of autonomous navigation method for Mars probe[J]. *Flight Control & Detection*, 2018, 1(1): 34-40.
- [22] 王大轶,黄翔宇. 深空探测转移段光学成像测量自主导航及仿真验证技术[J]. 控制理论与应用, 2014, 31(12): 1714-1722.
- [23] WANG D Y, HUANG X Y. Autonomous optical navigation for deep space transfer phase and its simulation verification[J]. *Control Theory & Applications*, 2014, 31(12): 1714-1722.
- [24] 崔文,张少愚,张树瑜,等. 火星探测接近段的光学自主导航研究[J]. 空间科学学报, 2013, 33(3): 313-319.
- [25] CUI W, ZHANG S Y, ZHANG S Y, et al. Research on optical autonomous navigation for approach phase of Mars exploration[J]. *Chinese Journal of Space Science*, 2013, 33(3): 313-319.
- [26] 毛晓艳,王大轶,辛优美,等. 深空光学敏感器“拖尾图像”的处理方法研究[J]. 空间控制技术与应用, 2010, 36(2): 1-5+19.
- [27] MAO X Y, WANG D Y, XIN Y M, et al. Processing method of “trailed image” for deep space optical sensor[J]. *Aerospace Control and Application*, 2010, 36(2): 1-5+19.
- [28] 吴伟仁,马辛,宁晓琳. 火星探测器转移轨道的自主导航方法[J]. 中国科学:信息科学, 2012, 42(8): 936-948.
- [29] WU W R, MA X, NING X L. Autonomous navigation method with high accuracy for cruise phase of Mars probe[J]. *Science China Information Sciences*, 2012, 42(8): 936-948.
- [30] 房建成,宁晓琳,马辛,等. 深空探测器自主天文导航技术综述[J]. 飞控与探测, 2018, 1(1): 1-15.
- [31] FANG J C, NING X L, MA X, et al. A survey of autonomous astronomical navigation technology for deep space detectors[J]. *Flight Control & Detection*, 2018, 1(1): 1-15.
- [32] RAYMOND K R, MORTARI D. Interplanetary autonomous navigation using visible planets[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2015, 38(6): 1151-1156.
- [33] NING X L, WANG F, FANG J C. Implicit UKF and its observability analysis of satellite stellar refraction navigation system[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2016, 54: 49-58.
- [34] WANG R, XIONG Z, LIU J, et al. A new tightly-coupled INS/CNS integrated navigation algorithm with weighted multi-stars observations[J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, 2016, 230(4): 698-712.
- [35] RAYMAN M D, VARGHESE P, LEHMAN D H, et al. Results from the Deep Space 1 technology validation mission[J]. *Acta Astronautica*, 2000, 47(2-9): 475-487.
- [36] KLIONER S A. A practical relativistic model for microarcsecond astrometry in space[J]. *The Astronomical Journal*, 2003, 125(3): 1580.
- [37] SHUSTER M D. Stellar aberration and parallax: a tutorial[J]. *The Journal of the astronomical sciences*, 2003, 51: 477-494.
- [38] LI M Z, SUN J, PENG Y, et al. Observability and performance analysis of spacecraft autonomous navigation using stellar aberration observation[C]//2021 5th International Conference on Vision, Image and Signal Processing (ICVISIP). Kuala Lumpur: IEEE, 2021.
- [39] XIONG K, WEI C. Integrated celestial navigation for spacecraft using interferometer and earth sensor[J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, 2020, 234(16): 2248-2262.
- [40] CHRISTIAN J A, LIGHTSEY E G. Review of options for autonomous cislunar navigation[J]. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2009, 46(5): 1023-1036.

- [29] GIFT S J G. Light speed variation in stellar aberration[J]. Physics Essays, 2009, 22(2): 83.
- [30] CHRISTIAN J A. StarNAV: autonomous optical navigation of a spacecraft by the relativistic perturbation of starlight[J]. Sensors, 2019, 19(19): 4064.

作者简介:

桂明臻(1992-), 男, 副教授, 硕士生导师, 主要研究方向: 深空探测器自主导航方向研究。

通信地址: 中南大学自动化学院(410083)

E-mail: guimingzhen@csu.edu.cn

Celestial Angle Measurement Navigation for Mars Probe Considering Relativistic Effect

GUI Mingzhen¹, WEI Yifeng¹, NING Xiaolin²

(1. School of Automation, Central South University, Changsha 410083, China;

2. School of Instrumentation Science and Optoelectronics Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China)

Abstract: Celestial navigation based on star angle is a classical autonomous navigation method for spacecraft. By measuring the angular relationship between spacecraft, near celestial bodies and background stars, the current position and velocity information of spacecraft can be deduced. However, the effect of general relativity causes the starlight from a star to be somewhat deflected as it passes through a massive object, and special relativity allows high-speed spacecraft to observe stellar aberration. These two factors will cause the difference between the actual measurement of spacecraft and the corresponding information in the ephemeris, and then affect the navigation accuracy. To solve this problem, a celestial navigation method considering relativistic effect was proposed in this paper. The star angle measurement model is correct by relativistic effect to conform to the actual observation result, so as to improve the navigation accuracy. The simulation result shows that the proposed method can effectively correct the influence of relativistic effect on spacecraft star angle navigation in Mars surrounding orbit. When the star sensor measurement error is 3" and the Mars sensor measurement error is 0.05°, the corrected average position error and average velocity error are reduced by 13.97% and 13.89% respectively, compared with the uncorrected case.

Keywords: Mars exploration; autonomous navigation; star angle; relativity; stellar aberration

Highlights:

- Celestial navigation is proposed based on star angle.
- Both of general relativity and special relativity are considered in error correction.
- Compared with the uncorrected case, the corrected average position error and average velocity error are reduced by 13.97% and 13.89% respectively when the star sensor measurement error is 3" and the Mars sensor measurement error is 0.05°.

[责任编辑: 杨晓燕, 英文审校: 宋利辉]