油藏数值模拟连接元计算方法

赵辉^{1*}, 刘伟¹, 饶翔^{1*}, 湛文涛¹, 李阳²

1. 长江大学石油工程学院, 武汉 430100;

2. 中国石油化工股份有限公司, 北京 100728

* E-mail: zhaohui@yangtzeu.edu.cn; raoxiang0103@163.com

收稿日期: 2021-08-20; 接受日期: 2021-11-04; 网络版发表日期: 2022-02-22

国家自然科学基金优秀青年科学基金(批准号: 51922007)和国家自然科学基金(批准号: 52104017)资助项目

摘要 当前基于精细网格的油藏数值模拟存在收敛性差、拟合困难等问题, 实际应用中网格粗化后常导致流动结构破坏, 预测精度大幅降低. 本文提出了一种区别于传统网格体系的油藏数值模拟新方法, 从流动的角度将油藏计算域离散为一系列连接单元, 利用节点物性、影响域和移动最小二乘算法等估计压力拉普拉斯算子, 给出了反映连接单元渗流能力(连接传导率)和物质基础(连接体积)的属性参数计算方法. 以连接单元为对象, 通过节点压力方程求解获取单元内的流动通量, 沿着连接单元进行饱和度方程的半解析追踪计算产出动态, 并引入路径追踪算法定量表征源汇项节点间的流动关系和连通性, 最终形成了一套基于连接单元体系的油藏数值模拟方法——简称连接元法(connection element method, CEM). 实际应用表明, CEM方法能够实现油藏生产动态的快速拟合预测和注采连通性识别, 且概念算例也验证了其在相同节点下相比传统有限差分(体积)法展现出更高的计算精度和计算效率. 同时, CEM节点布置较为灵活、并能在较少节点下保证流动路径的完整性来提高预测精度, 且支持连接单元上输运方程的并行计算, 因此, 该方法能够更好地满足实际大规模油藏的快速预测要求, 也为具有复杂几何特征的裂缝性及复杂边界等的油藏数值模拟提供了新思路.

关键词 油藏数值模拟, 连接单元体系, 连接传导率, 连接体积, 路径追踪, 连接元法

1 引言

油藏数值模拟自20世纪50年代提出以来经过不断的完善, 目前已发展出适用于各类油藏开发的商业化模拟器, 得到了广泛应用. 该技术主要利用数值计算方法来分析油藏渗流问题, 再现油藏开发的全过程, 为油田生产管理政策调整提供重要的研究手段. 有限差分(体积)法、有限元法和边界元法等是主要的数值

模拟方法. 有限差分方法利用差分近似微分的方式构建渗流控制方程的近似代数方程组, 从而计算得到网格的压力、饱和度等物理量^[1-5]. 有限差分方法实现简单, 但对油藏复杂边界、复杂地质条件的适应性较差; 同时, 为改善局部物质守恒性, 其逐步被更加稳定的有限体积法所替代. 基于有限差分(体积)数值模拟的方法在商业油藏模拟器中得到了广泛应用(CMG, ECLIPSE等). 有限元方法能够有效处理单相渗流方程,

引用格式: 赵辉, 刘伟, 饶翔, 等. 油藏数值模拟连接元计算方法. 中国科学: 技术科学, 2022, 52: 1869–1886

Zhao H, Liu W, Rao X, et al. Connection element method for reservoir numerical simulation (in Chinese). Sci Sin Tech, 2022, 52: 1869–1886, doi: 10.1360/SST-2021-0390

但在多相流方程的计算中往往不满足局部物质守恒. 对于在此基础上形成的改进方法虽然能够解决一系列流动问题, 然而存在高质量匹配性网格生成困难、自适应分析困难等问题^[6~10]. 上述方法为了保证计算精度需要对油藏计算域进行大量精细网格剖分, 导致计算收敛性差、历史拟合困难等问题, 实际应用进行粗化后效率提升的同时又会造成流动路径缺失, 计算精度下降.

边界元方法^[11~15]基于渗流控制方程的边界积分格式, 仅需在计算域边界上划分网格, 显著降低了网格数量, 并利用具有解析精度的微分方程点源解, 能避免高质量网格生成困难的问题. 该方法一般适用于单相流方程和相对均质油藏, 未在油藏数值模拟中得到大规模应用. 类似于边界元方法, 为避免网格划分和重构等问题, 学者们提出将无网格方法应用到油藏数值模拟研究中. 无网格法采用基于点的近似, 通过灵活布点的方式简便刻画计算域几何特征, 不仅可以保证计算精度, 而且可以减少计算难度^[16~19]. 无网格法在油藏渗流领域已开展过少量相关的研究^[20~23], 然而该方法难以对包含间断特征的复杂渗流方程组取得准确稳定解, 且难以处理导数类边界条件. 此外, 无网格法中权函数的类型、节点影响域范围等对无网格法计算精度有着重要影响, 而且由权函数推导的相应节点形函数缺乏对流意义, 并不能准确反映各节点之间的流动相互作用.

赵辉等^[24,25]对于常规水驱油藏提出了一种具有无网格特征的数据驱动模型——井间连通性模型(inter-

well simulation method, INSIM). INSIM将油藏简化表征为由井间连通单元组成的连通网络, 将油藏计算域内各网格之间的流动模拟等效为该油藏井间连通网络上的流动, 通过历史拟合反演得到各井间连通单元的特征参数, 进而预测生产动态. INSIM中的模型参数比较基于网格体系的油藏数值模型的参数减少了多个数量级, 在满足矿场应用精度基础上, 能通过快速的历史拟合预测常规水驱油藏生产动态. Guo等^[26~28]和赵辉等^[29]改进原始INSIM提出了可有效适用于三维油藏的一系列INSIM方法, 合称为INSIM类方法. 目前, INSIM类方法在常规水驱油藏的高效历史拟合、生产优化及连通性表征中已经得到广泛的应用^[30~32]. 本文在对油藏计算域节点表征的基础上, 通过建立节点间的一维连接单元, 建立了一种油藏模型的连接单元体系. 基于该体系以油水两相流为例, 阐述连接单元体系下渗流控制方程组的计算方法, 并结合路径搜索算法获取井间流动相互作用, 从而建立一种区别于传统网格体系的油藏数值模拟连接单元法(连接元法, CEM).

2 连接单元法基本原理

传统数值模拟方法是将油藏表征成网格单元体系, 根据网格拓扑关系建立相邻网格之间的连接, 并计算相应的传导系数表, 在此基础上进行多维流动耦合计算(图1). 由此可见, 网格拓扑结构在油藏数值模拟中的本质目的是得到网格之间的连接表及相应的传导

图1 连接单元体系与传统网格体系的对比

Figure 1 Comparison between connection element system and traditional grid system.

系数, 因此网格拓扑结构决定了连接关系, 但也限制了连接关系, 尤其是对于具有复杂裂缝分布或复杂边界的油藏, 相应网格拓扑结构的生成是十分困难的. 为此, 本文把握网格体系的实质(即建立网格之间的连接关系), 拟利用灵活的无网格节点表征替代传统的网格拓扑结构, 并基于该节点表征和节点的影响域信息构建节点间的一维连接单元, 可以形成更加丰富的连接关系, 保留更多的流动结构, 将油藏等效为由连接传导率和连接体积表征的一维连接单元构成的流动网络, 基于节点注采量和物质平衡原理将传统以网格为中心的流动计算转化为一列节点间连接单元上的一维流动计算.

2.1 连接单元体系的构建

将油藏计算域离散成一系列节点, 以节点为中心选择一定半径的影响域在节点间建立一维连接单元, 针对边界、断层、裂缝分布等情况, 可对连接单元进行修改和删除, 实现油藏流动拓扑结构表征. 如图2(a)所示, 黑色点是布置的节点, 红色虚线为节点影响域, 绿线为节点之间的连接单元. 图2(b)展示了更大影响域时的连接单元构建情况, 可以看到, 影响域越大, 连接单元数相对越多, 连接体系越复杂. 需要指出的是, CEM既可以不依赖网格而仅依赖节点与节点影响域构建连接体系(图2), 也可在已有的网格体系上构建连接体系, 如取网格中心点. 同时, 其节点布置较为灵活, 对于处理复杂几何特征的油藏(如裂缝性油藏)更为简单实用, 相较于目前的离散裂缝匹配性网格及嵌入式

网格技术需繁杂的几何参数计算确定网格间连接关系更具优势, 如图2(c)所示为含有复杂裂缝及边界油藏连接元模型的构建效果.

值得注意的是, 当节点仅取井点时, CEM方法退化成了INSIM类模型方法. 从定性的角度看, 由于连接单元体系提供的节点间连接关系相较于笛卡儿网格情况下相邻网格之间存在的连接关系更加丰富, 保留了更丰富的流动结构. 因此, 实际油藏模型构建连接单元体系时, 选择以井节点为基础, 对井网未控制区、砂体边界、断层等情况, 人为或利用一些规则加密方法如三角剖分加密等添加辅助控制点, 就基本能够满足流动路径的复杂性和保证工程预测精度要求, 此时, 需要根据井距、井点物性或砂体分布等大致确定节点(井点)的影响域范围.

为在连接单元体系上对渗流方程进行计算, 则需要建立表征连接单元的渗流特征参数. 结合INSIM类方法的思想, 本文利用连接传导率与连接体积来分别表征连接单元的流体渗流能力及连接单元的几何属性. 连接单元连接传导率与有势场(如渗流问题的压力场)中对势的计算(压力)相关, 在油藏渗流问题中, 压力一般满足扩散方程特征, 本文以基本的单相流压力扩散方程推导连接单元连接传导率和连接体积的计算方法. 需要指出的是, 对于多相流或组分模型, 油藏压力方程中会增加流量或组分浓度项, 但一般仍满足扩散方程特征, 因此本节推导的连接单元连接传导率只需乘以迎风格式的流量或组分浓度就可以得出各类渗流模型连接传导率.

图 2 连接单元构建示意图. 影响域半径为1.5倍节点间距(a)和2倍节点间距(b); (c) 某油藏连接单元体系

Figure 2 Diagram of the connection element construction. Radius of influence domain is (a) 1.5 times of node spacing, and (b) 2 times of node spacing; (c) the connection element system of a reservoir model.

压力扩散方程一般格式是:

$$\alpha \nabla \cdot \left(\frac{k}{\mu} \nabla p \right) + q = C_t \frac{\partial p}{\partial t}, \quad (1)$$

其中, k 是渗透率, mD; μ 是流体黏度, mPa s; ∇ 是哈密尔顿梯度算子; C_t 是综合压缩系数, 1/MPa; p 是流体压力, MPa; t 是时间, d(天); q 是油藏中单位体积的源汇项, 1/d; α 是单位换算系数, 等于0.0864.

对式(1)在节点控制域内积分, 得到

$$\alpha \int_{V_i} \nabla \cdot \left(\frac{k}{\mu} \nabla p \right) d\Omega + \int_{V_i} q d\Omega = \int_{V_i} C_t \frac{\partial p}{\partial t} d\Omega, \quad (2)$$

其中, V_i 是节点 i 的控制体积, m^3 .

选取控制域内的平均渗透率, 且暂不考虑黏度变化, 则上式左侧第一项可近似为

$$\alpha \int_{V_i} \nabla \cdot \left(\frac{k}{\mu} \nabla p \right) d\Omega = \alpha \frac{\bar{k}_i}{\mu} \int_{V_i} \nabla \cdot (\nabla p) d\Omega = \alpha \frac{V \bar{k}_i \Delta p}{\mu}, \quad (3)$$

其中 $\bar{k}_i$ 是控制域 Ω_i 的平均渗透率, mD. 可以看到, 对压力的计算取决于如何在该节点的控制域内对 Δp 进行高精度的近似.

如图3所示, 与节点 $M_0 = (x_0, y_0)$ (即节点 i)相连的有 n 个节点, 记作 $\{M_1, M_2, M_3, \dots, M_n\}$, 其中 $M_j = (x_j, y_j)$ ($j = 1, 2, 3, \dots, n$), 即节点 M_0 与这 n 个节点之间建立了连接单元.

首先将这 n 个节点处的场变量值 $\{u(M_j), j=1, \dots, n\}$ (在本文中, 场变量指压力)在节点 M_0 处进行Taylor展开, 得到

图3 与节点 M_0 相连的连接单元示意图

Figure 3 Diagram of the connection element connected to node M_0 .

$$\begin{aligned} u(M_j) = & u(M_0) + \Delta x_j \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{M_0} + \Delta y_j \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{M_0} \\ & + \frac{1}{2} \left((\Delta x_j)^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \Big|_{M_0} + 2\Delta x_j \Delta y_j \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \Big|_{M_0} \right. \\ & \left. + (\Delta y_j)^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \Big|_{M_0} \right) + o(r^3), \end{aligned} \quad (4)$$

其中, $\Delta x_j = x_j - x_0$, $\Delta y_j = y_j - y_0$.

以下简记 $u_0 = u(M_0)$, $u_{x0} = \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{M_0}$, $u_{y0} = \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{M_0}$,

$$u_{xx0} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \Big|_{M_0}, u_{xy0} = \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \Big|_{M_0}, u_{yy0} = \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \Big|_{M_0}.$$

定义带权重的误差函数 $B(\mathbf{D}_u)$:

$$B(\mathbf{D}_u) = \sum_{j=1}^n \left(\begin{aligned} & u_0 - u_j + \Delta x_j u_{x0} + \Delta y_j u_{y0} \\ & + \frac{1}{2} (\Delta x_j)^2 u_{xx0} + \frac{1}{2} (\Delta y_j)^2 u_{yy0} \\ & + \Delta x_j \Delta y_j u_{xy0} \end{aligned} \right)^2 \omega_j, \quad (5)$$

其中, $\mathbf{D}_u = (u_{x0}, u_{y0}, u_{xx0}, u_{yy0}, u_{xy0})^T$, $\omega(\Delta x, \Delta y)$ 为权函数, 权函数的取法在一定程度上影响着局部近似的精度, 一般选取四次样条函数作为权重函数:

$$\omega_j = \begin{cases} 1 - 6 \left(\frac{r_j}{r_m} \right)^2 + 8 \left(\frac{r_j}{r_m} \right)^3 - 3 \left(\frac{r_j}{r_m} \right)^4, & r_j \leq r_m \\ 0, & r_j > r_m \end{cases} \quad (6)$$

其中, r_j 是节点 M_j 到节点 M_0 的欧氏距离, 而 r_m 是节点 M_0 的影响域半径.

要取得对拉普拉斯算子的最佳估计, 则要使误差函数 $B(\mathbf{D}_u)$ 尽可能小, 即要求 $B(\mathbf{D}_u)$ 取极小值, 则此时 $B(\mathbf{D}_u)$ 关于自变量 $\mathbf{D}_u = (u_{x0}, u_{y0}, u_{xx0}, u_{yy0}, u_{xy0})^T$ 各分量的偏导等于零, $\frac{\partial B(\mathbf{D}_u)}{\partial u_{x0}} = 0$, $\frac{\partial B(\mathbf{D}_u)}{\partial u_{y0}} = 0$, $\frac{\partial B(\mathbf{D}_u)}{\partial u_{xx0}} = 0$,

$$\frac{\partial B(\mathbf{D}_u)}{\partial u_{yy0}} = 0, \frac{\partial B(\mathbf{D}_u)}{\partial u_{xy0}} = 0.$$

将上述方程整理成线性方程组, 如

$$\mathbf{A} \mathbf{D}_u = \mathbf{b}, \quad (7)$$

其中,

$$\mathbf{A} = \mathbf{L}^T \boldsymbol{\omega} \mathbf{L}, \mathbf{b} = \mathbf{L}^T \boldsymbol{\omega} \mathbf{U}, \mathbf{L} = (\mathbf{L}_1^T, \mathbf{L}_2^T, \dots, \mathbf{L}_n^T)^T,$$

$$L_i = \left(\Delta x_i, \Delta y_i, \frac{\Delta x_i^2}{2}, \frac{\Delta y_i^2}{2}, \Delta x_i \Delta y_i \right),$$

$$\omega = \text{diag}(\omega_1^2, \omega_2^2, \dots, \omega_n^2),$$

$$\mathbf{U} = (u_1 - u_0, u_2 - u_0, \dots, u_n - u_0)^T.$$

因此, 上式可以改写为

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_u &= (u_{x0}, u_{y0}, u_{xx0}, u_{yy0}, u_{xy0})^T = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{b} \\ &= \mathbf{A}^{-1} \mathbf{L}^T \omega \mathbf{U} = \mathbf{E} \mathbf{U}, \end{aligned} \quad (8)$$

其中, $\mathbf{E} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{L}^T \omega$. 为方便表示, 将矩阵 $\mathbf{E}$ 称为贡献矩阵, 其元素记为 e_{ij} . 则用各节点场变量值的线性组合对节点 $M_0 = (x_0, y_0)$ (即节点 i) 处各偏导的估计是

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} &= \sum_{\eta=1}^n e_{1\eta} (u_\eta - u_0), \quad \frac{\partial u}{\partial y} = \sum_{\eta=1}^n e_{2\eta} (u_\eta - u_0), \\ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} &= \sum_{\eta=1}^n e_{3\eta} (u_\eta - u_0), \quad \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \sum_{\eta=1}^n e_{4\eta} (u_\eta - u_0), \\ \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} &= \sum_{\eta=1}^n e_{5\eta} (u_\eta - u_0). \end{aligned} \quad (9)$$

可以将中心节点 M_0 处对压力的拉普拉斯算子估计为

$$\Delta p(M_0) = \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} = \sum_{\eta=1}^n \sum_{m=3}^4 e_{m\eta} (p_\eta - p_0), \quad (10)$$

其中, p_η 是节点 M_η 处的压力值. 特殊的, p_0 是节点 M_0 处的压力值.

结合式(10)中对压力拉普拉斯算子的估计, 式(3)可以进一步改写为

$$\begin{aligned} \alpha \int_{V_i} \nabla \cdot \left(\frac{k}{\mu} \nabla p \right) d\Omega &= \alpha \frac{\bar{k}_i}{\mu} \int_{V_i} \nabla \cdot (\nabla p) d\Omega \\ &= \alpha \frac{V \bar{k}_i \Delta p}{\mu} \\ &= \alpha \frac{V \bar{k}_i}{\mu} \sum_{j=1}^{n_i} \sum_{m=3}^4 e_{m,j}^i (p_j - p_i), \end{aligned} \quad (11)$$

其中, n_i 是节点 i 影响域内的节点数 (除节点 i 外), e^i 是以节点 i 为中心节点按照式(8)计算得到的贡献矩阵 $\mathbf{E}$ 中的元素.

结合式(11), 式(2)进一步改写为

$$\begin{aligned} \alpha \frac{V \bar{k}_i}{\mu} \sum_{j=1}^{n_i} \sum_{m=3}^4 e_{m,j}^i (p_j^{t+\Delta t} - p_i^{t+\Delta t}) + Q_i^{t+\Delta t} \\ = C_{i,i} \frac{V_i (p_i^{t+\Delta t} - p_i^t)}{\Delta t}. \end{aligned} \quad (12)$$

其中, $Q_i^{t+\Delta t}$ 是 Δt 时间 i 内节点 i 控制体积内的源汇项;

记 $T_i^j = \alpha \frac{V \bar{k}_i}{\mu} \sum_{m=3}^4 e_{m,j}^i$, 则式(12)的压力离散方程改写为

$$\sum_{j=1}^n T_i^j (p_j^{t+\Delta t} - p_i^{t+\Delta t}) + Q_i^{t+\Delta t} = C_{i,i} \frac{V_i (p_i^{t+\Delta t} - p_i^t)}{\Delta t}. \quad (13)$$

T_i^j 可定义为以 i 为中心节点时节点 i, j 之间的传导率, $\text{m}^3 \text{d}^{-1} \text{MPa}^{-1}$. 然而, 需要注意到当以 j 为中心节点时, 会得到节点 i, j 之间的另一传导率 T_j^i , 接下来本节将详细阐述这两个传导率的关系, 以及连接单元 (i, j) 传导率 T_{ij} 的计算方法.

对于 V_i 的取值, 假设分别以节点 i 和节点 j 为中心节点计算得到的节点 (i, j) 之间的传导率分别是

$$T_i^j = \alpha \frac{V \bar{k}_i}{\mu} \sum_{m=3}^4 e_{m,j}^i, \quad T_j^i = \alpha \frac{V \bar{k}_j}{\mu} \sum_{m=3}^4 e_{m,i}^j, \quad (14)$$

其中, e^j 是以节点 j 为中心节点按照式(8)计算得到的矩阵 $\mathbf{E}$ 中的元素.

(1) 连接传导率的计算

本文考虑到, 在一般非均质油藏模型情况下, $T_i^j \neq T_j^i$, 在均质油藏模型情况下, 由于此时 $\bar{k}_i = \bar{k}_j$, 所以这两个节点的影响域实际上可以融合为一个均质区域. 因此, 本文认为, 这种情况下应有 $T_i^j = T_j^i$, 则可推得

$$V_i \sum_{m=3}^4 e_{m,j}^i = V_j \sum_{m=3}^4 e_{m,i}^j, \quad (15)$$

且节点控制体积之和应为油藏总体积, 即

$$\sum_{i=1}^N V_i = V_R, \quad (16)$$

其中, N 为节点个数, V_R 为油藏体积. 根据式(15)及(16), 可以得出节点控制体积满足的方程组:

$$\begin{cases} V_i \sum_{m=3}^4 e_{m,j}^i = V_j \sum_{m=3}^4 e_{m,i}^j, \\ \sum_{i=1}^N V_i = V_R. \end{cases} \quad (17)$$

假设整个油藏构建的连接单元数为 N_c 个, 第一个方程在所有的连接单元上都成立, 因此上式方程组是一个方程数为 $N_c + 1$, 未知变量数为 N 个的超定方程组,

运用最小二乘方法可以求解出每个节点的控制体积。需要指出的是, 式(17)表明节点控制体积是与连接体系几何结构唯一相关的参数, 而与油藏物性参数的非均质程度无关, 即节点控制体积被连接体系几何结构唯一决定。因此上述计算得到的节点控制体积能够适用于一般的油藏模型, 则式(15)在一般油藏模型下恒成立。

在一般油藏模型情况下, 由于 $\bar{k}_i \neq \bar{k}_j$, 导致 $T_i^j \neq T_j^i$, 用调和平均格式计算节点 i 与节点 j 之间的真实连接传导率, 这一点类似于基于网格体系的有限体积方法中计算两相邻网格之间连接传导率的计算方法, 即

$$T_{ij} = \frac{2T_i^j \cdot T_j^i}{T_i^j + T_j^i}, \quad (18)$$

其中 $T_i^j = \alpha \frac{V \bar{k}_i}{\mu} \sum_{m=3}^4 e_{m,j}^i$, $T_j^i = \alpha \frac{V \bar{k}_j}{\mu} \sum_{m=3}^4 e_{m,i}^j$, 从中可以看到, 连接传导率的调和平均实际上也就是对渗透率的调和平均, 即

$$\begin{aligned} T_{ij} &= H(T_i^j, T_j^i) = \alpha \frac{H(\bar{k}_i, \bar{k}_j) V_i}{\mu} \sum_{m=3}^4 e_{m,j}^i \\ &= \alpha \frac{H(\bar{k}_i, \bar{k}_j) V_j}{\mu} \sum_{m=3}^4 e_{m,i}^j = T_{ji}, \end{aligned} \quad (19)$$

其中, T_{ij} 则定义为连接单元 (i,j) 的传导率, 满足 $T_{ij} = T_{ji}$, $H(\cdot, \cdot)$ 是调和平均算子。这一点与有限体积法中通过取两网格各自渗透率的调和平均值计算两网格之间连接的渗透率是类似的, 表示为

$$k_{ij} = H(\bar{k}_i, \bar{k}_j) = \frac{2\bar{k}_i \cdot \bar{k}_j}{\bar{k}_i + \bar{k}_j}, \quad (20)$$

则可以得到连接单元 (i,j) 的传导率计算公式为

$$T_{ij} = \alpha \frac{k_{ij} V_i}{\mu} \sum_{m=3}^4 e_{m,j}^i = \alpha \frac{k_{ij} V_j}{\mu} \sum_{m=3}^4 e_{m,i}^j = T_{ji}. \quad (21)$$

需要指出的是, 对于多相流或者组分模型, 相应传导系数是在上式的基础上添加取上游权格式的相渗或者组分浓度项, 以两相流为例, 其传导系数表达式则为

$$T_{ij} = \alpha \lambda_{ij} k_{ij} V_i \sum_{m=3}^4 e_{m,j}^i, \quad (22)$$

其中, $\lambda_{ij} = \left(\frac{k_{ro}}{\mu_o} + \frac{k_{rw}}{\mu_w} \right)_{ij}$, k_{ro} 和 k_{rw} 分别是油相和水相对渗透率, μ_o 和 μ_w 分别是油相和水相黏度。

(2) 连接体积的计算

在传统有限体积法数值模拟中的传导率计算公式一般为

$$T'_{ij} = \alpha \lambda_{ij} \frac{k_{ij} A_{ij}}{L_{ij}} = \alpha \lambda_{ij} \frac{k_{ij} A_{ij} d_{ij}}{L_{ij}^2} = \alpha \lambda_{ij} \frac{k_{ij} V'_{ij}}{L_{ij}^2}, \quad (23)$$

其中, A_{ij} 是两个网格相邻剖面的横截面积, m^2 ; L_{ij} 是两个网格中心的间距, m ; V'_{ij} 可视为网格 i 与网格 j 之间的控制体积, m^3 。因此, 传统数模中, 有如下正比关系:

$$\frac{T'_{ij} L_{ij}^2}{\lambda_{ij} k_{ij}} \propto V'_{ij}. \quad (24)$$

本文通过类比认为CEM中连接传导率与连接单元控制体积也应该满足该正比关系, 则

$$\frac{T_{ij} L_{ij}^2}{\lambda_{ij} k_{ij}} = \alpha V L_{ij}^2 \sum_{m=3}^4 e_{m,j}^i = \alpha V_j L_{ij}^2 \sum_{m=3}^4 e_{m,i}^j \propto V_{ij}. \quad (25)$$

为了符号表示的方便, 本文定义几何因子(之所以称之为几何因子, 是因为该项仅与连接单元体系的几何参数相关):

$$G_{ij} = \frac{T_{ij}}{\lambda_{ij} k_{ij}} = \alpha V_i \sum_{m=3}^4 e_{m,j}^i = \alpha V_j \sum_{m=3}^4 e_{m,i}^j. \quad (26)$$

由于所有连接单元的控制体积总和应该等于油藏总体积, 即

$$\sum_{i=1}^{N-1} \sum_{i < j}^N V_{ij} = V_R, \quad (27)$$

则联立(25), (26), (27)可以得出连接单元控制体积的计算表达式:

$$V_{ij} = \frac{G_{ij} L_{ij}^2}{\sum_{i=1}^{N-1} \sum_{i < j}^N G_{ij} L_{ij}^2} \cdot V_R. \quad (28)$$

因此, 连接单元控制体积的计算只与几何因子和油藏总体积有关, 而与储层物性(渗透率、孔隙度等)的实际分布无关, 所以连接单元控制体积是连接单元几何结构唯一相关的几何不变量。

可以看到, 上述推导过程严格适用于在纵向上等

厚的三维油藏或某一油层. 对于实际三维油藏或某油层, 孔隙度和厚度的分布可能是非均质的, 设该油层的平均厚度是 $\bar{h}$, 各节点控制区域内的平均孔隙度和厚度分别是 $\bar{\phi}_i$ 和 $\bar{h}_i$ ($i = 1, 2, 3 \dots, N$), 为处理这类非均质情况, 本文CEM在连接单元(i, j)上利用算术平均格式计算连接单元平均孔隙度 $\bar{\phi}_{ij}$ 和平均厚度 $\bar{h}_{ij}$, 其具体表达为

$$\bar{\phi}_{ij} = \frac{\bar{\phi}_i + \bar{\phi}_j}{2}, \quad \bar{h}_{ij} = \frac{\bar{h}_i + \bar{h}_j}{2}, \quad (29)$$

其中, $\bar{\phi}_i$ 和 $\bar{\phi}_j$ 分别是节点 i 和节点 j 控制域内的平均孔隙度, 无量纲; $\bar{h}_i$ 和 $\bar{h}_j$ 分别是节点 i 和节点 j 控制域内的平均厚度, m和m; $\bar{\phi}_{ij}$ 和 $\bar{h}_{ij}$ 分别是连接单元(i, j)的平均孔隙度和平均厚度, 1和m.

由此可以很自然地计算节点控制孔隙体积为

$$V_{p,i} = \bar{\phi}_i \cdot \bar{h}_i \cdot \frac{V_i}{\bar{h}}, \quad V_{p,j} = \bar{\phi}_j \cdot \bar{h}_j \cdot \frac{V_j}{\bar{h}}. \quad (30)$$

连接单元的连接孔隙体积(简称连接体积)为

$$V_{p,ij} = \bar{\phi}_{ij} \cdot \bar{h}_{ij} \cdot V_{ij}. \quad (31)$$

如果连接单元体系中的节点选取的是网格体系的各网格中心, 则在某种连接结构情况下根据式(17)和(22)分别计算的节点控制体积与连接传导率则等于以该节点为中心的网格体积及对应网格之间的传导率, 这说明了连接单元体系可以视为传统网格体系的推广. 以笛卡儿网格为例说明这一点, 如图所示不妨设一个正方形计算域, 图4(a)是该计算域的笛卡儿网格体系, 每个网格尺寸 $dx = dy = 10$ m, 图4(b)是以笛卡儿网格中心为节点的连接单元体系, 假设渗透率等于1 mD, 储层厚度是1 m, 以节点5为例, 可以看到, 由于本文在

图 4 模型构建. (a) 笛卡儿网格体系; (b) 连接单元体系
Figure 4 Model construction. (a) Cartesian grid system; (b) connection element system.

1.1节中推导所采用的局部泰勒展开及移动最小二乘估计, 要求当中心节点影响域内包含至少5个节点时, 才能保证文中式(7)线性方程组的稀疏矩阵非奇异而得到压力扩散项的近似表达式, 因此, 我们可以通过如图4(b)所示的连接方式, 并将影响域半径的取值设置为十分接近于 $\sqrt{dx^2 + dy^2}$, 即取节点影响域半径为 $10\sqrt{2} + 0.1$ m, 从而使得斜方向上的节点权重十分小而近乎于没有包含在中心节点影响域中, 但能使文中式(7)中的线性方程可解. 根据式(8)可计算得到节点5处压力扩散项离散格式如下:

$$\begin{aligned} \Delta p(x_5) = & 5.63 \times 10^{-12}(p_1 - p_5) + 9.99 \times 10^{-3}(p_2 - p_5) \\ & + 5.63 \times 10^{-12}(p_3 - p_5) + 9.99 \times 10^{-3}(p_4 - p_5) \\ & + 9.99 \times 10^{-3}(p_6 - p_5) + 5.63 \times 10^{-12}(p_7 - p_5) \\ & + 9.99 \times 10^{-3}(p_8 - p_5) + 5.63 \times 10^{-12}(p_9 - p_5). \end{aligned}$$

图4(b)中连接单元体系中各节点连接结构相同,

则有: $\sum_{m=3}^4 e_{m,j}^i = \sum_{m=3}^4 e_{m,i}^j$. 利用式(15), 可以计算得到:

$V_i = V_j = \frac{V_R}{n_e} = 100m^3$. 与基于图4(a)笛卡儿网格有限体积法中的网格控制体积结果相同.

以节点5与节点6间的连接单元为例, 根据式(22)计算得到该连接单元传导率为: $T_{56} = 0.999\alpha\lambda_{56}$, 有限体积法中传导率计算为: $T_{56} = \alpha\lambda_{56}k_{56}\frac{A_{56}}{d_{56}} = \alpha\lambda_{56}$. 可以看到, 计算结果十分接近, 其差异可以忽略不计, 证明了上述论断.

接下来, 给出一个简单的单相流实例来说明连接单元渗流特征参数计算的准确性. 本实例的油藏模型长、宽均为242 m, 厚度为2 m. P1井弹性开发生产 $5 m^3/d$, 束缚水饱和度0.2, 岩石压缩系数 $6.5 \times 10^{-4} MPa^{-1}$, 黏度1 mPa s, 渗透率10 mD, 油藏孔隙度为0.2, 油藏初始压力25 MPa. 图5首先给出 5×5 网格ECLIPSE油藏模型和 5×5 节点连接元油藏模型示意.

根据上述方法计算连接单元连接传导率与连接体积, 如图5(b)和(c)所示, 其中, 红色线段表示连接传导率为 $0.7813 m^3 d^{-1} MPa^{-1}$, 蓝色线段表示连接传导率为 $0.5657 m^3 d^{-1} MPa^{-1}$, 绿色线段表示连接传导率为 $0.0318 m^3 d^{-1} MPa^{-1}$; 黄色线段表示连接体积为 $120.876 m^3$, 灰色线段表示连接体积为 $175.057 m^3$, 淡

图5 模型构造。(a) 网格模型; (b) 连接传导率; (c) 连接体积

Figure 5 Model construction. (a) Grid-based model; (b) transmissibility of each connection element; (c) volume of each connection element.

蓝色线段表示连接体积为24.570 m³。

图6对比了50天内ECLIPSE与CEM计算得到的P0, P1处的压力变化曲线, 可以看出, CEM计算的数值与ECLIPSE计算结果吻合程度较高, 说明了本节对连接单元渗流特征参数计算的准确性。

2.2 渗流输运方程求解

在计算得到连接单元渗流特征参数后, 本节以油水两相流问题为例阐述CEM中渗流输运方程的计算。在忽略毛管力的情况下, 两相流压力扩散方程是

$$\alpha \nabla \cdot \left(k \left(\frac{k_{ro}}{\mu_o} + \frac{k_{rw}}{\mu_w} \right) \nabla p \right) + q = C_t \frac{\partial p}{\partial t}, \quad (32)$$

其中, k_{ro} , k_{rw} 是相对渗透率, mD; k 是渗透率, mD; μ 是流体黏度, mPa·s; C_t 是综合压缩系数, 1/MPa; p 是流体压力, MPa; t 是时间, d (天); q 是油藏中单位体积的源汇项, 1/d。

与单相流不同, 两相流连接单元传导系数与流量有关, 因此是与时间相关的(用 T_{ij}^t 表示), 由式(12)和(13)可知, 两相流压力方程差分格式为

$$\sum_{j=1}^n T_{ij}^t (p_j^{t+\Delta t} - p_i^{t+\Delta t}) + Q_i^{t+\Delta t} = C_{t,i}^t \frac{V_i (p_i^{t+\Delta t} - p_i^t)}{\Delta t}. \quad (33)$$

根据上式可以计算得到各节点控制体积的平均压力。需要指出的是, 压力场(或势场)往往满足扩散方程,

图6 ECLIPSE和连接元计算压力分布对比

Figure 6 The pressure distribution comparison by CEM and ECLIPSE.

因此压力场的计算需结合整个油藏计算域的边界条件得到。

注采井源汇项与注采井井底流压之间的换算与井指数有关, 为了提高注采井早期计算精度, 本文采用基于非稳态流动推导得到的井指数计算公式^[33]。

在CEM中, 由于获取了连接单元的连接体积, 因此, 计算压力扩散方程(势方程)的目的主要包括两点: (1) 确定各连接单元的上下游; (2) 估计连接单元上的通量, 从而为连接单元上渗流输运方程如饱和度计算提供足够信息。

在不考虑油水重率差、毛管力以及油水、孔隙介质的压缩性等条件下, 可以得到油水两相流情况下一

维连接单元(i, j)上的纯对流输运方程如下:

$$\frac{\partial S_w}{\partial t} + \frac{q_{ij}}{V_{p,ij}} \frac{df(S_w)}{dS_w} \frac{\partial S_w}{\partial (x/L_{ij})} = 0, \quad (34)$$

其中, S_w 是含水饱和度, 无因次; q_{ij} 是连接单元的上游通量, m^3/d ; $V_{p,ij} = V_{ij}\phi_{ij}$ 是连接体积, m^3 ; L_{ij} 是连接单元长度, m ; $f_w(\cdot)$ 是含水率, 无因次.

利用节点压力差及连接单元上游节点处的上一时间步的连接传导率估计该连接单元的上游通量, 假设节点 i 是节点 j 的上游, 则 t 时间步连接单元(i, j)的上游通量计算为

$$q_{ij}^{t+\Delta t} = T_{ij}^t (p_i^{t+\Delta t} - p_j^{t+\Delta t}). \quad (35)$$

在得到了连接单元的上游通量后, 由于该输运方程具有纯对流特征, 则可以对该渗流输运方程进行求解而获取连接单元上的饱和度分布. 接下来, 本文以半解析方法为例来阐述该一维纯对流渗流输运方程的计算. 根据满足双曲守恒率纯对流方程的特征线方法, 可以得到等饱和度面 $dS_w = 0$ 的移动方程, 即 Buckley-Leverett 方程:

$$\frac{x-x_0}{L_{ij}} = \eta \frac{df(S_w)}{dS_w}, \quad (36)$$

其中 $\eta = \int_0^t q dt / \phi A L_{ij}$, 表示时间 $[0, t]$ 内累积注入量的连接体积倍数, 无因次. 对于 t^n 时刻, 假设 x_{up} 是 x 上游节点, 根据式(36)可得

$$\frac{x_{up}-x_0}{L_{ij}} = \eta \frac{df(S_w(x_{up}, t^n))}{dS_w(x_{up}, t^n)}. \quad (37)$$

在 t^n 时刻, 式(36)和式(37)相减可得

$$\frac{df(S_w(x, t^n))}{dS_w(x, t^n)} = \frac{df(S_w(x_{up}, t^n))}{dS_w(x_{up}, t^n)} + \frac{1}{\eta_{x,x_{up}}}, \quad (38)$$

其中 $\eta_{x,x_{up}}$ 为 $[0, t^n]$ 时间段内 η 的无因次累积量, 其定义为

$$\eta_{x,x_{up}} = \frac{\eta L_{ij}}{x_{up}-x_0}, \quad (39)$$

显而易见, $\eta_{x,x_{up}}$ 是 $[0, t^n]$ 时间段在区间 $[x_{up}, x]$ 内累积注

入的连接体积倍数. 式(38)揭示了 $\frac{df(S_w)}{dS_w}$ 的递推关系.

当我们已知上游节点处的 $\frac{df(S_w)}{dS_w}$ 值时, 可以计算出下游节点的 $\frac{df(S_w)}{dS_w}$. 由于连通单元内部的等饱和度面移动规律可采用激波理论求解, 如图7所示, 含水饱和度分布计算可转化为一个黎曼问题, 详见文献[26].

在得到与节点 j 相连的 n_j 个上游节点的含水饱和度和值 $S_{w,ij,j}$ ($i = 1, 2, \dots, n_j$) 后, 各节点处的含水率计算为

$$f_{w,j} = \frac{\sum_{i=1}^{n_j} q_{ij} \frac{\lambda_{w,ij,j}}{\lambda_{w,ij,j} + \lambda_{o,ij,j}}}{\sum_{i=1}^{n_j} q_{ij}}, \lambda_{w,ij,j} = \frac{k_{rw}(S_{w,ij,j})}{\mu_w}, \quad (40)$$

$$\lambda_{o,ij,j} = \frac{k_{ro}(S_{w,ij,j})}{\mu_o},$$

其中, q_{ij} 是连接单元(i, j)上的流量, $S_{w,ij,j}$ 是在连接单元(i, j)上计算得到的节点 j 处的含水饱和度. 若节点 j 为生产井节点, 则可计算节点 j 的产油速度和产水速度:

$$q_{w,j} = q_j f_{w,j}, \quad (41)$$

$$q_{o,j} = q_j (1 - f_{w,j}), \quad (42)$$

式中, q_j 是产液速度. 值得说明的是, 上述推导中没有将油水两相的体积系数考虑在内, 实际上, 上述结果也较容易推广到考虑体积系数的情况.

图7 激波追踪方法示意图

Figure 7 Diagram of shock wave tracking method.

可以看到, 对于纯对流输运方程, 仅需要得到连接单元的上游信息即可求解. 本文CEM利用节点压力梯度来估计各连接单元的上游通量后, 利用高效的半解析方法对连接单元上的一维纯对流输运方程进行高精度计算. 需要指出的是, 由于各一维连接单元上的计算相互独立, 实际上可采用多种计算方法如解析方法、数值方法或者人工智能代理模型等来并行求解各连接单元上的渗流输运方程. 因此本文CEM具有高效并行且兼容多种数值计算方法的特点, 是一种可以兼容多种方法的新的油藏数值模拟框架. 同时也应该注意到, 本文用以介绍CEM采用的水驱油藏模型在一维连接单元上的输运方程是关于含水饱和度的纯对流方程, 因此可以采用基于特征线方法的BL理论对该输运方程进行求解获得含水饱和度分布, 而仅需要利用连接单元上压力梯度估计连接单元上的流量及上游节点处含水饱和度边值条件. 但如果对于其他多孔介质渗流问题, 如地热系统中的单相流温耦合问题, 此时连接单元上的输运方程是关于温度的对流扩散方程, 由于对流扩散方程中包含温度的扩散项, 此时不仅需要关于温度在连接单元上游节点处的边界条件, 还需要温度在连接单元下游节点处的边界条件, 才能对该连接单元上的输运方程进行有效求解. 因此, 对于满足对流扩散特征的输运方程或者更复杂的输运方程组在连接单元上的高效高精度求解是本文CEM能否推广应用到其他各类油藏渗流问题中的关键, 是未来需要进一步开展的重要工作.

2.3 路径追踪计算

传统的基于网格体系的方法难以直观获取各井之间或各节点之间的流动相互作用(如水窜), 而本文CEM则可以获取各节点之间的所有流动路径及各流动路径上的流动劈分系数, 从而发掘节点间尤其是源汇项的流动相互作用.

假设在第 n 个时间步, 上游节点 i 与其下游节点 j 之间直接相连(即存在连接单元), 定义节点 i, j 之间的劈分系数:

$$\psi_{i,j}^n = \frac{q_{i,j}^n}{\sum_{k=1}^{n_c^i} q_{i,k}^n}, \quad (43)$$

其中, n_c^i 是与节点 i 相连的下游节点数.

考虑油水两相流动, 由于在计算各相流量时, 对流度的计算采用上游权格式, 且利用式(35)估计连接单元的上游通量, 因此, 式(43)可改写为

$$\psi_{i,j}^n = \frac{T_{i,j}^n(p_i^n - p_j^n)}{\sum_{k=1}^{n_c^i} T_{i,k}^n(p_i^n - p_k^n)}, \quad (44)$$

其中, p 是节点控制体积的平均压力.

如图8所示, 对于没有通过单个连接单元直接相连的任意两节点, 可能会存在多条由多个连接单元组成的连接路径. 以节点1, 4为例, 假设沿箭头方向节点压力值逐渐降低, 路径1-2-3-4的劈分系数定义为该路径上每条简单路径(即1-2、2-3、3-4)劈分系数的乘积, 即

$$\psi_{1,4}^{n,1} = \psi_{1,2}^{n,1} \times \psi_{2,3}^{n,1} \times \psi_{3,4}^{n,1}, \quad (45)$$

其中, $\psi_{1,4}^{n,1}$ 上标中的1表示该路径在节点1, 4之间所有路径中的序号. 获取该路径劈分系数后, 也可求取该路径的动态连接体积:

$$V_{c,1,4}^{n,1} = V_{p,1,2}^{n,1} \frac{Q_{1,4}^{n,1}}{q_{1,2}^{n,1}} + V_{p,2,3}^{n,1} \frac{Q_{1,4}^{n,1}}{q_{2,3}^{n,1}} + V_{p,3,4}^{n,1} \frac{Q_{1,4}^{n,1}}{q_{3,4}^{n,1}}, \quad (46)$$

其中, $Q_{1,4}^{n,1}$ 表示节点1通过路径1-2-3-4流向节点2的总

流量, $Q_{1,4}^{n,1} = \psi_{1,4}^{n,1} \times \sum_{k=1}^{n_c^i} q_{i,k}^n$; $q_{1,2}^{n,1}$ 表示节点1, 2之间的流量.

本文认为两节点之间的总劈分系数等于两节点之

图8 路径追踪及劈分系数计算示意图

Figure 8 Diagram of path tracking and allocation factor calculation.

间所有路径的劈分系数之和, 总动态连接体积等于所有路径的动态连接体积之和, 即

$$\psi_{1,4}^n = \psi_{1,4}^{n,1} + \psi_{1,4}^{n,2} + \psi_{1,4}^{n,3}, \quad (47)$$

$$V_{c,1,4}^n = V_{c,1,4}^{n,1} + V_{c,1,4}^{n,2} + V_{c,1,4}^{n,3}. \quad (48)$$

通过上式计算体现出节点之间的流动相互作用, 因此, CEM可有效直观地揭示注水受效、水窜识别等矿场实际问题. 考虑实际油藏中节点间连接较为复杂, 本文采用有向图深度优先搜索算法实现路径的精确搜索, 详见文献[29].

2.4 连接元法与传统网格体系方法的对比

从前述连接元法三部分核心内容(连接单元体系构建、渗流输运方程计算及路径追踪计算)的介绍中可以看到, 本文连接元法相较于基于网格体系传统油藏数值模拟方法, 具有相应的三个特点.

(1) 在油藏模型表征方面, 连接元法把握了传统网格体系的实质——连接关系, 而以节点之间的连接单元作为刻画油藏模型的基本单元, 从而能够构建相较于传统网格拓扑结构更丰富的连接关系, 也能退化为传统网格拓扑结构决定的连接关系, 所以本质上来说, 连接单元体系是传统网格体系的推广; 因此, 连接元法也可以在油藏精细地质网格模型的情况下应用, 而并不是完全独立于传统网格体系; 从油藏模型刻画的难度上来说, 油藏模型连接单元体系的构建相较于高质量网格拓扑结构的生成要简单得多, 因此也更方便矿场实际使用;

(2) 在渗流方程组计算方面, 以油水两相流为例, 相较于传统网格体系方法计算网格压力和网格饱和度, 连接元法先计算各节点控制体积的压力, 然后在连接单元上计算关于饱和度的输运方程, 理论上来说, 连接关系更丰富, 对压力扩散项的估计则越准确, 因此在

同等节点/网格情况下能够取得更准确的压力计算结果. 与此同时, 由于饱和度在一维连接单元上的计算是沿着连接单元上的精细结果, 而相较于传统数模中的网格平均饱和度结果更准确, 且由于是一维问题, 计算也更简单. 因此, 整体上来说, 在同等节点/网格情况下, 连接元法理论上应取得相较于传统数模更精确的计算结果, 除此之外, 由于连接元法支持连接单元上关于饱和度输运方程的并行计算, 因此应具有更高的计算效率, 本文后续的算例测试结果也证实了上述论断; 除此之外, 可以看到, 连接单元上渗流输运方程的计算是一个一维问题, 因此可以更方便地采用人工神经网络等人工智能方法形成的代理模型高效求解各连接单元上的一维输运方程问题, 从而计算得到连接单元上的饱和度、温度、浓度等, 因此连接元法是一种能够兼容人工智能方法且能够实现计算效率与计算精度更优平衡的油藏数值模拟新框架.

(3) 在节点间流动相互作用的发掘方面, 传统数模方法由于网格间流动相互作用不够清晰直观, 通常依赖繁琐的流线追踪方法来计算, 流线追踪的精度依赖于网格尺寸, 且一般仅能追踪源汇项之间的流动相互作用. 连接元法可以通过路径搜索算法更高效地获取节点间的流动劈分系数和连接体积, 本文后续的算例测试也说明了连接元法能取得与基于精细网格的流线追踪结果相近的流动劈分系数.

如上所述, 表1总结了连接元法与基于网格体系的传统数模方法的对比结果.

3 应用

3.1 概念算例

建立典型二维非均质水驱油藏算例验证本文方法的可靠性, 油藏网格剖分 $60 \times 60 \times 1$, 网格大小 $D_x = D_y = 5 \text{ m}$, $D_z = 2 \text{ m}$. 油藏渗透率场及布井位置如图9所示,

表 1 连接元法与网格体系数模方法对比

Table 1 Comparison between the CEM and the grid system method

计算方法	油藏模型表征	渗流方程计算	节点流动相互作用
传统数模方法	网格单元体系, 流动拓扑结构相对简单、处理复杂地质形体困难	基于有限差分(体积)近似的网格压力、饱和度等计算	复杂流线追踪计算, 一般仅能追踪源汇项
连接元计算方法	连接单元体系, 流动拓扑结构丰富、降低油藏模型刻画难度	压力扩散项估计更准确; 一维连接单元上饱和度求解可精细并行计算	路径搜索追踪简单高效、能获取任意节点间的相互作用

总共有9口注水井和4口生产井, 注水井基于注入流量控制($4 \text{ m}^3/\text{d}$), 生产井恒定液量生产($9 \text{ m}^3/\text{d}$), 维持油藏注采平衡, 模拟计算生产1600天, 每2天一个时间步. 油藏初始压力为25 MPa, 初始含水饱和度为0.2, 孔隙度为0.2.

本例将基于精细 60×60 笛卡儿网格的ECLIPSE模型模拟计算的生产井含水率作为参考解, 建立基于 5×5 粗化网格模型(图10)及基于 5×5 布点的连接元模型(图11), 其中红色实心点表示生产井, 白色实心点表示注水井, 黑色实心点表示虚拟节点. 通过计算(计算机处理器: Intel(R) Core(TM) i7-7700 CPU 3.60GHz), 精

图9 精细网格模型
Figure 9 Fine grid model.

图10 粗化网格模型
Figure 10 Coarsening grid model.

图11 连接元模型
Figure 11 CEM model.

细网格模型模拟速度为62 s, 粗化网格模型模拟速度为22.3 s, 参考解的计算精度为89.43%, 连接元模型模拟速度为5.1 s, 初值模型计算精度为93.68%. 对比上述模型计算的含水率, 结果如图12所示, 可以看出, 相比于粗化网格模型, 连接元模型能够在较少节点下保留流动结构的复杂性和路径的完整性, 其计算值与参考解更接近, 且能准确预测各生产井的见水时间.

此外, 利用油藏前1200天生产数据进行历史拟合, 后600天生产数据作为模型预测验证, 最终反演得到的模型参数场如图13所示, 其含水率预测在整个油藏生产周期内与参考解十分吻合(图12), 计算精度为98.06%. 图14展示了精细网格模型与拟合后连接元模型注水劈分系数计算结果, 可以看出两者计算结果十分匹配, 连接元模型能够有效揭示优势流场, 验证了本文方法进行动态预测和连通性分析的可靠性.

3.2 实际应用

将本文方法应用到某海上油田实际区块, 该区块为岩性-构造砂岩油藏, 发育特高孔、特高渗储层, 总共包含九层砂体, 天然能量不足, 采用水驱及立体井网开采. 储层平均渗透率为534 mD, 平均孔隙度为0.311, 原油平均黏度11.9 mPa s, 共有17口油井和11口水井. 由于该油藏地质条件复杂, 难以构建精细网格模型. 因此, 本例构建了该区块的9层连接元模型, 根据油藏边

图 12 不同方法计算的含水率. (a) 生产井P1; (b) 生产井P2; (c) 生产井P3; (d) 生产井P4

Figure 12 The water cut comparison by CEM and ECLIPSE. (a) Producer P1; (b) Producer P2; (c) Producer P3; (d) Producer P4.

界、边底水、井位及射孔等信息以布点的方式来表征油藏, 每个油层包含157个节点, 690个连接单元, 其中井节点54个, 其他为砂体边界等辅助节点103个, 如图15(a)所示. 整个油藏模型以30天为一个时间步模拟计算4200天耗时仅49.5 s.

通过拟合实际生产数据(单井日产油、含水率等)来自动反演模型参数, 最终计算结果如图15(b)和(c)所示, 可以看出油藏井间连通性具有较为明显的方向性, 非均质性强, 从平面上来看由西南向东北方向物性逐渐变好. 油藏区块累计产油量、区块含水率及部分单井拟合结果如图16所示, 可以看出, 该模型取得了良好的生产拟合效果, 其中区块生产指标拟合精度为95.32%, 单井生产指标拟合精度为90.83%, 表明本方法在足够低的计算代价情况下取得了可完全满足工程应用要求的精度. 值得一提的是, 以某油层为例, 根据连接元模型劈分系数计算结果(图17), 可用于识别井间优势渗流方向, 进而摸清剩余油分布, 从而辅助调

整注采结构, 优化调堵措施, 改善油藏开发状况, 实现油田开发控水稳油和降本增效.

4 结论

(1) 本文构建了一种新的油藏数值模拟连接单元法(连接元, CEM). 将油藏等效表征为由连接传导率和连接体积表征的一维连接单元构成的流动网络, 利用节点物性、支撑域以及连接单元几何信息等, 建立了各连接单元的属性参数(连接传导率和连接体积)计算方法, 在此基础上耦合物质守恒原理和路径追踪算法形成了新的动态模拟方法, 实现了油藏生产动态的快速拟合预测和井间连通关系的定量识别.

(2) 非均质水驱油藏算例研究表明, 在相同节点(网格)下, 连接元法有更加丰富的流动拓扑结构, 其模拟精度高于传统数值模拟方法, 模拟时间仅为传统数值模拟方法的8.23%, 且能更准确地预测生产井见水

图 13 连接元模型初值及拟合后特征参数场. 拟合前(a)和拟合后(b)连接传导率; 拟合前(c)和拟合后(d)连接体积

Figure 13 The initial and history-matched characteristic parameters of the CEM model. (a) Initial transmissibility profiles; (b) history-matched transmissibility profiles; (c) initial volume profiles; (d) history-matched volume profiles.

图 14 流线和劈分系数计算对比结果. (a) ECLIPSE流线; (b) ECLIPSE计算劈分; (c) 连接元计算劈分

Figure 14 The streamlines and allocation factors comparison by CEM and ECLIPSE. (a) Streamlines by ECLIPSE; (b) allocation factors by ECLIPSE; (c) allocation factors by CEM.

Figure 17 Superposition diagram of oil saturation and allocation factor of the reservoir.

算、发掘节点间流动相互作用等优点,可进一步为几何特征复杂的裂缝性油藏、缝洞型油藏数值模拟研究提供新思路. 同时在实现油水两相的基础上,也可为复杂油气水三相或化学驱等多组分分数模问题的高效计算提供新的支撑.

杂油气水三相或化学驱等多组分数模问题的高效计算提供新的支撑.

- 1 Slough K J, Sudicky E A, Forsyth P A. Grid refinement for modeling multiphase flow in discretely fractured porous media. *Adv Water Resour*, 1999, 23: 261–269
- 2 Yao J, Liu P Y, Huang Z Q, et al. Analysis of influencing factors on the optimum stimulation conditions of the acidizing treatment in carbonate reservoirs (in Chinese). *Sci Sin-Tech*, 2017, 47: 692–707 [姚军, 刘丕养, 黄朝琴, 等. 碳酸盐岩油藏酸化施工最优注入条件影响因素分析. 中国科学: 技术科学, 2017, 47: 692–707]
- 3 Yuan Y R, Han Y J. Large-scale numerical simulation of three-dimensional oil resources migration-accumulation in fluid dynamics and its application (in Chinese). *Sci China*, 2008, 11: 1582–1600 [袁益让, 韩玉笈. 三维油资源渗流力学运移聚集的大规模数值模拟和应用. 中国科学, 2008, 11: 1582–1600]
- 4 Cui S Y, Di Y. Numerical simulation of fractured-vuggy reservoir based on assumption of gravity segregation (in Chinese). *J Basic Sci Eng*, 2020, 28: 331–341 [崔岳岳, 邸元. 缝洞型油藏基于重力分异假定的数值模拟. 应用基础与工程科学学报, 2020, 28: 331–341]
- 5 Rao X, Cheng L, Cao R, et al. A modified projection-based embedded discrete fracture model (pEDFM) for practical and accurate numerical simulation of fractured reservoir. *J Pet Sci Eng*, 2020, 187: 106852
- 6 Monteagudo J E P, Firoozabadi A. Control-volume method for numerical simulation of two-phase immiscible flow in two- and three-dimensional discrete-fractured media. *Water Resour Res*, 2004, 40: W07405
- 7 Chavent G, Roberts J E. A unified physical presentation of mixed, mixed-hybrid finite elements and standard finite difference approximations for the determination of velocities in waterflow problems. *Adv Water Resour*, 1991, 14: 329–348
- 8 Yao J, Zhang N, Huang Z Q, et al. Multiscale mixed finite element numerical simulation for heterogeneous reservoirs (in Chinese). *Acta Petrol Sin*, 2012, 33: 442–447 [姚军, 张娜, 黄朝琴, 等. 非均质油藏多尺度混合有限元数值模拟方法. 石油学报, 2012, 33: 442–447]

- 9 Zhang Q F, Huang Z Q, Yao J, et al. Two-phase numerical simulation of discrete fracture model based on multiscale mixed finite element method (in Chinese). *Chin Sci Bull*, 2017, 62: 1392–1401 [张庆福, 黄朝琴, 姚军, 等. 基于多尺度混合有限元的离散裂缝两相渗流数值模拟. 科学通报, 2017, 62: 1392–1401]
- 10 Fan D Y, Yao J, Wang Z S. Horizontal well testing analysis in low-permeability reservoirs based on finite element method (in Chinese). *J China Univ Petrol (Ed Nat Sci)*, 2011, 35: 80–84 [樊冬艳, 姚军, 王子胜. 基于有限元的低渗透油藏水平井试井分析. 中国石油大学学报(自然科学版), 2011, 35: 80–84]
- 11 Zhang L H, Li C Y, Liu Q G, et al. Application of boundary element method to fluid flow into horizontal wells in complex boundary reservoirs (in Chinese). *Chin J Comput Mech*, 2009, 26: 287–290 [张烈辉, 李成勇, 刘启国, 等. 边界元理论在复杂外边界油藏水平井渗流中的应用. 计算力学学报, 2009, 26: 287–290]
- 12 Xu Z Y, Chen L S, Cao R Y, et al. Using the radical integration boundary element method to calculate cumulative recovery efficiency of dynamic counter current imbibition (in Chinese). *Petrol Geol Recov Efficien*, 2017, 24: 58–63 [徐中一, 程林松, 曹仁义, 等. 利用径向积边界元方法计算动态逆向渗吸累积采收率. 油气地质与采收率, 2017, 24: 58–63]
- 13 Liu E R, Queen J H, Zhang Z J, et al. Simulation of multiple scattering of seismic waves by spatially distributed inclusions (in Chinese). *Sci China Ser E: Tech Sci*, 2000, 43: 387–394 [刘恩儒, Queen J H, 张中杰, 等. 裂缝诱导的多次散射波边界元法模拟. 中国科学E辑: 技术科学, 2000, 43: 387–394]
- 14 Rao X, Cheng L, Cao R, et al. A novel Green element method based on two sets of nodes. *Eng Anal Bound Elem*, 2018, 91: 124–131
- 15 Wu Y, Cheng L, Fang S, et al. A Green element method-based discrete fracture model for simulation of the transient flow in heterogeneous fractured porous media. *Adv Water Resour*, 2020, 136: 103489
- 16 Belytschko T, Lu Y, Gu L, et al. Element-free Galerkin methods. *Int J Numer Methods Eng*, 1994, 37: 229–256
- 17 Zhang X, Hu W, Pang X F, et al. Meshless weighted least-square method (in Chinese). *Acta Mech Sin*, 2003, 35: 425–431 [张雄, 胡炜, 潘小飞, 等. 加权最小二乘无网格法. 力学学报, 2003, 35: 425–431]
- 18 Fu Z J, Yang L W, Xi Q, et al. A boundary collocation method for anomalous heat conduction analysis in functionally graded materials. *Comput Math Appl*, 2021, 88: 91–109
- 19 Xi Q, Fu Z, Wu W, et al. A novel localized collocation solver based on Trefftz basis for potential-based inverse electromyography. *Appl Math Comput*, 2021, 390: 125604
- 20 Huang Z Q. Study of Meshless Method Theory and Applications (in Chinese). Dissertation for Master's Degree. Qingdao: China University of Petroleum (East China), 2007 [黄朝琴. 无网格法理论与应用研究. 硕士学位论文. 青岛: 中国石油大学, 2007]
- 21 Shu H M, Huang Z Q, Li C W. Meshless analysis method for oil water two-phase flow problem (in Chinese). *Acta Petrol Sin*, 2007, 28: 107–112 [署恒木, 黄朝琴, 李翠伟. 油水两相渗流问题的无网格法分析. 石油学报, 2007, 28: 107–112]
- 22 Li Y K. Meshless Numerical Well-Test on Complex Fault-Block Reservoir (in Chinese). Dissertation for Doctoral Degree. Qingdao: China University of Petroleum (East China), 2007 [李玉坤. 复杂断块油藏无网格数值试井. 博士学位论文. 青岛: 中国石油大学, 2007]
- 23 Rao X, Zhan W, Zhao H, et al. Application of the least-square meshless method to gas-water flow simulation of complex-shape shale gas reservoirs. *Eng Anal Bound Elem*, 2021, 129: 39–54
- 24 Zhao H, Kang Z, Zhang X, et al. A physics-based data-driven numerical model for reservoir history matching and prediction with a field application. *SPE J*, 2016, 21: 2175–2194
- 25 Zhao H, Li Y, Cui S, et al. History matching and production optimization of water flooding based on a data-driven interwell numerical simulation model. *J Nat Gas Sci Eng*, 2016, 31: 48–66
- 26 Guo Z, Reynolds A C, Zhao H. A physics-based data-driven model for history matching, prediction, and characterization of waterflooding performance. *SPE J*, 2018, 23: 367–395
- 27 Guo Z, Reynolds A C, Zhao H. Waterflooding optimization with the INSIM-FT data-driven model. *Comput Geosci*, 2018, 22: 745–761
- 28 Guo Z, Reynolds A C. INSIM-FT in three-dimensions with gravity. *J Comput Phys*, 2019, 380: 143–169
- 29 Zhao H, Xu L, Guo Z, et al. Flow-path tracking strategy in a data-driven interwell numerical simulation model for waterflooding history matching and performance prediction with infill wells. *SPE J*, 2020, 25: 1007–1025
- 30 Zhao H, Kang Z J, Sun H T, et al. An interwell connectivity inversion model for waterflooded multilayer reservoirs (in Chinese). *Petrol Exp Dev*, 2016, 43: 99–106 [赵辉, 康志江, 孙海涛, 等. 水驱开发多层油藏井间连通性反演模型. 石油勘探与开发, 2016, 43: 99–106]
- 31 Zhao H, Xu L, Guo Z, et al. A new and fast waterflooding optimization workflow based on INSIM-derived injection efficiency with a field

- application. *J Pet Sci Eng*, 2019, 179: 1186–1200
- 32 Liu W, Zhao H, Sheng G, et al. A rapid waterflooding optimization method based on INSIM-FPT data-driven model and its application to three-dimensional reservoirs. *Fuel*, 2021, 292: 120219
- 33 Zhao H, Liu W, Rao X, et al. INSIM-FPT-3D: A Data-driven Model for History Matching, Water-breakthrough Prediction and Well-connectivity Characterization in Three-dimensional Reservoirs. SPE Reservoir Simulation Conference, Galveston, Texas, USA, 4–6 October 2021, SPE-203931-MS

Connection element method for reservoir numerical simulation

ZHAO Hui¹, LIU Wei¹, RAO Xiang¹, ZHAN WenTao¹ & LI Yang²

¹ College of Petroleum Engineering, Yangtze University, Wuhan 430100, China;

² China Petroleum and Chemical Corporation, Beijing 100728, China

Abstract: The reservoir numerical simulation presently encounters problems based on the fine grid. These include poor convergence and difficult history matching. In practical application, the coarse grid often leads to the destruction of the flow structure and the significant reduction of the prediction accuracy. This paper proposes a new reservoir numerical simulation method different from the traditional grid-based methods. The proposed method discretizes the reservoir calculation domain into a series of connection elements from the flow perspective. According to the physical properties of nodes, the support domain and the moving least squares are used to estimate the Laplace operator of pressure and provide the calculation method of the attribute parameters reflecting the flow ability (connection transmissibility) and mass basis (connection volume) of the connection element. Taking the connection element as the object, the flow flux in the element is obtained by solving the node pressure equation. The transport equation about saturation is also solved by using a semianalytical method along the connection element to obtain the production dynamics. The path tracking algorithm is introduced to quantitatively represent the flow interaction and connectivity between the source and sink nodes. Finally, a reservoir numerical simulation method based on the connection element system, which is referred to herein as the connection element method (CEM), is introduced. Practical applications show that the CEM can realize the fast prediction and history matching of the reservoir production performance and identification of the injection-production connectivity. The conceptual example also verifies that in the case of the same node (grid) distribution, the CEM shows better calculation accuracy and efficiency compared with the traditional finite difference method. At the same time, the node allocation in the CEM is more flexible and can ensure the flow path integrity under fewer nodes to improve the prediction accuracy. It also supports the parallel computing of transport equations on connection elements. In conclusion, the CEM can better meet the requirements of the rapid prediction of actual large-scale reservoirs and provide a new idea for reservoir numerical simulation with complex geometric characteristics, such as fracture, fracture-cavity type, and complex boundary.

reservoir numerical simulation, connection element system, connection transmissibility, connection volume, path tracking, connection element method

doi: [10.1360/SST-2021-0390](https://doi.org/10.1360/SST-2021-0390)