

引用格式: 杨煌涛, 朱元臣, 丛浩楠, 等. 基于约束等效的背栓式石材幕墙自振频率解及裂缝损伤识别[J]. 工业建筑, 2025, 55(7): 30-38.
YANG Huangtao, ZHU Yuanchen, CONG Haonan, et al. Constraint-Equivalent-Based Natural Frequency Solutions and Crack Damage Identification for Back-Bolted Stone Curtain Walls[J]. Industrial Construction, 2025, 55(7): 30-38 (in Chinese). DOI: 10. 3724/j. gyjzG24083103

基于约束等效的背栓式石材幕墙自振频率解及裂缝损伤识别*

杨煌涛¹ 朱元臣¹ 丛浩楠¹ 王建民^{1,2}

(1. 宁波大学土木工程与地理环境学院, 浙江宁波 315211; 2. 浙江省压力容器与管道安全工程技术研究中心, 浙江宁波 315211)

摘 要 针对背栓式石材幕墙面板所具有的四边外伸、四点局部背栓(面)约束的相对复杂的构造特征, 目前没有相关自振频率理论解用以验证数值模拟和指导试验测试分析。综合考虑实际背栓式石材幕墙面板的约束特征, 首先简化等效为沿面板某一方向的线性约束, 再等同于两端外伸简支梁, 最后根据无限自由度振动理论得到两端外伸梁自振频率理论解。背栓式石材幕墙模态试验结果表明: 试验值与理论解较为接近, 并通过数值模拟进行辅助验证; 考虑幕墙面板裂缝缺陷, 背栓式石材幕墙面板简化模型的相应自振频率与带裂缝的理论解整体也能得到吻合验证。背栓式石材幕墙面板(包括部分带裂缝的面板)所得到的部分振型自振频率理论解可用于验证模拟分析及试验测试结果。

关键词 背栓式石材幕墙; 自振频率; 理论解; 数值模拟; 矩形薄板

Constraint-Equivalent-Based Natural Frequency Solutions and Crack Damage Identification for Back-Bolted Stone Curtain Walls

YANG Huangtao¹ ZHU Yuanchen¹ CONG Haonan¹ WANG Jianmin^{1,2}

(1. School of Civil and Environmental Engineering and Geography Science, Ningbo University, Ningbo 315211, China;
2. Zhejiang Engineering Research Center for the Safety of Pressure Vessel and Pipeline, Ningbo 315211, China)

Abstract: Given the structural complexity of back-bolted stone curtain wall panels — with four cantilevered edges and four-point localized back-anchor constraints — no theoretical natural frequency solution is available to validate numerical simulations or guide experimental test analysis. Considering the actual constraint characteristics of back-bolted stone curtain wall panels, the actual constraint was first simplified as linear constraints along one panel direction, then modeled as a simply-supported beam with overhanging ends, and finally solved for natural frequencies using continuous system vibration theory to obtain the theoretical solution for a double-overhang beam. The modal test results for the back-bolted stone curtain wall panel showed that the experimental frequencies closely matched the theoretical solutions, which were further verified by numerical simulations. In the case where a crack was present inside the panel, the corresponding natural frequencies of the simplified model for the back-bolted stone curtain wall panel were also validated to match well with the theoretical solution for the cracked panel as a whole. The theoretical natural frequencies obtained for the back-bolted stone curtain wall panels (including those with partial cracks) can be used to verify the numerical simulation and experimental test results.

Keywords: back-bolted stone curtain wall; natural frequency; theoretical solution; numerical simulation; rectangular thin plate

* 国家自然科学基金项目(51878360); 宁波市重点研发及揭榜挂帅项目(2023Z075)。

第一作者: 杨煌涛, 硕士研究生, yanghuangtaonbu@163.com。

通信作者: 王建民, 博士, 教授, 主要从事混凝土材料和结构方向的研究, wangjianmin@nbu.edu.cn。

收稿日期: 2024-08-31

石材幕墙作为一种集美观性、功能性与安全性于一体的外围护结构,已广泛应用于高层建筑、商业建筑及公共设施等多个领域。背栓式干挂法作为第三代干挂工艺,其利用不锈钢背栓作为固定挂件,采用独特的底部扩孔技术对石材面板进行可靠固定,具有纯机械锚固,稳定性与抗震性能好,对石材破坏小等诸多优点^[1]。然而,设计规范不完善和施工误差导致背栓式石材幕墙的连接质量参差不齐,在环境与荷载的影响下,背栓式石材幕墙坠落事故时有发生,严重影响了社会公共安全。因此如何快速准确、科学检测背栓式石材的缺陷显得尤为重要。

在多数石材幕墙破坏案例中,连接失效与构造不合理是导致石材幕墙破坏的主要原因,且大多破坏部位集中于面板与挂件连接处^[2]。利用结构的动力测试信号进行损伤检测可以获得结构的整体损伤状况,相对于传统的损伤检测方法具有很大优越性。其基本原理为结构振动特性(频率、振型、模态阻尼)是结构物理参数(质量、刚度、阻尼)的函数^[3],当结构发生损伤时,相应的物理参数会发生对应改变,故可通过结构振动特性的变化推断结构损伤。固有频率在结构模态参数中最容易得到,识别精度高^[4],用其改变量作为损伤指标相对于振型更为准确。

刘小根等^[5-6]将基于模态参数的损伤检测方法应用于玻璃幕墙损伤识别中,利用脉冲激振方法获得自振频率以识别玻璃幕墙的松动与损伤程度,框支玻璃幕墙面板的自振频率处于四边固支与四边简支玻璃面板对应的频率区间内,基于矩形薄板边界约束与其动态参数的关系,其自振频率变化可作为评估玻璃幕墙支承结构松动损伤及玻璃脱落风险的标准。Huang等^[7]利用激光多普勒测振仪测得隐框玻璃幕墙一阶自振频率来评价其安全性能,研究了硅酮结构密封胶对隐框玻璃幕墙一阶自振频率的影响以及多普勒激光测振仪在不同点得到的频谱特性。王永焕等^[8]用锤击法测试石材面板的一阶自振频率,以支承体系良好的石材面板为基准,对比评价石材面板的安全性。包亦望等^[9]通过松动螺栓来模拟不同程度背部支承结构的损伤,并引入激光测振技术,根据损伤程度与石材幕墙面板自振频率之间的关系,定性判断损伤,并在此基础上用传统模态试验方法对激光测振法进行验证。陈盈等^[10]通过振动台试验研究总结出石材幕墙结构的

地震响应特性,给出了石材幕墙结构动力特性简化模型,得到未损伤石材幕墙自振频率,但是在简化模型计算过程中,用钢架的刚度矩阵代替整体结构的刚度矩阵,存在一定程度的误差。

以上建筑幕墙自振频率的获取主要依赖动力试验测试、有限元模拟分析,而从理论方面对相应幕墙结构进行研究更具有检验校核和验证试验的依据和意义。针对四边框架支承玻璃幕墙结构,其动力学特性可采用经典的薄板理论解析解,进而得到四边固支、四边简支的玻璃幕墙结构自振频率。相比较而言,背栓式石材幕墙面板其支承约束表现为四边外伸、四点局部背栓(面)约束的相对复杂的构造特征,单从经典薄板理论难以直接求解得到相关自振频率理论解。若能获得相关理论解,可在横向比较法(通过个体之间的对比判断损伤)基础上,增加一个对比参照,即根据背栓所在位置和石材面板基本物理信息进行理论计算,得到无损伤情况下的参考值后,通过试验测试对比,分析可能存在问题的石材幕墙。

本文根据背栓式石材幕墙面板所具有的特定的结构支承构造特性,通过合理的约束等效处理和简化,在弹性薄板小挠度弯曲理论和等截面梁弯曲自由振动理论基础上,得到等截面外伸梁的自振频率,获得背栓式石材幕墙面板部分振型相对应的自振频率理论解;进一步从裂缝梁自振频率理论计算角度出发,推导相应带裂缝板的自振频率,分析研究裂缝对板自振频率的影响。

1 背栓式石材幕墙面板部分自振频率理论解

1.1 幕墙面板结构构造及简化

背栓式石材幕墙由石材面板、不锈钢金属连接件以及立柱和横梁龙骨组成。金属连接件一方面通过螺栓与龙骨连接,另一方面与开孔的石材面板连接。图 1(a)为背栓式石材幕墙面板基本构造。

GB/T 21086—2007《建筑幕墙》^[11]中对相关背栓的直孔深度、扩孔深度、开孔及板边距离给出了具体规定。根据 DB11/T 512—2017《建筑装饰工程石材应用技术规程》^[12]、Camposinhos^[13]及高占广^[14]提出的背栓式石材幕墙的连接强度计算式,可以发现背栓的开孔位置、开孔间距及背栓数量是影响背栓式石材幕墙力学性能的关键。

本文选取的石材幕墙面板构造在长边 1/5、短边 1/4 的位置进行开孔,即 $x_1 = x_0/5$, $y_1 = y_0/4$, x_0, y_0 分

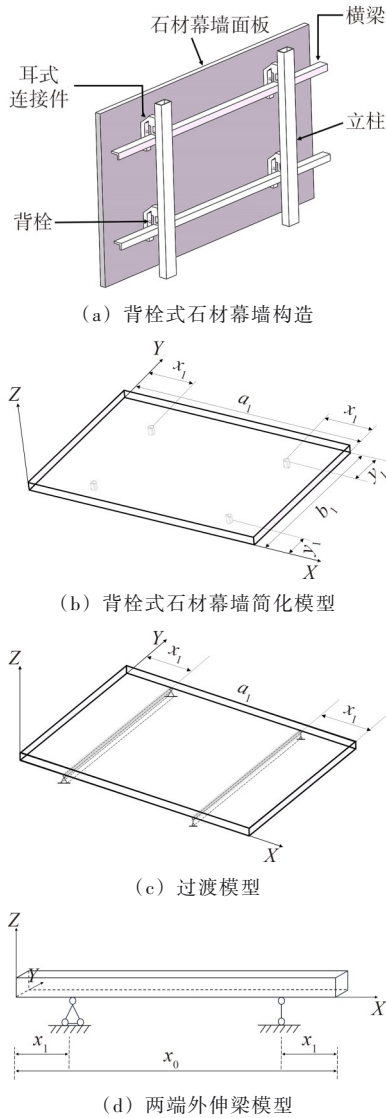


图1 背栓式石材幕墙构造及模型推演简化等效

Fig. 1 Structural configuration and simplified equivalent modeling of back-bolted stone curtain walls

别为900、600 mm,到板边的开孔距离以及两孔间距均满足GB/T 21086—2007的要求。由图1(a)可知,背栓式石材幕墙面板可简化为如图1(b)所示的四边外伸、四点局部背栓(面)约束支承的简支板模型。

1.2 背栓式石材幕墙面板部分振型的自振频率

为从理论上分析获得图1(b)所示简化模型的部分振型相应的自振频率,对背栓式石材幕墙面板简化模型中的四点局部面约束,沿板Y方向作等效线性约束处理,得到图1(c)所示的过渡模型;再借助图1(d)所示相同跨度的两端外伸简支梁模型,对图1(a)所示背栓式石材幕墙面板部分振型的自振频率进行理论推导。同理,可沿板X方向作等效线

性处理得到相应过渡模型,再借助外伸简支梁模型进行另一个方向自振频率理论推导。两端外伸简支梁计算模型见图2。

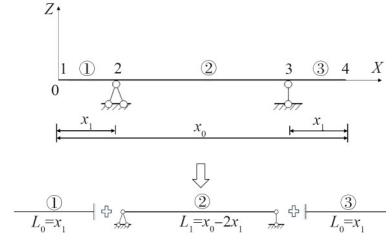


图2 两端外伸简支梁计算模型

Fig. 2 Simply-supported beam calculation model with overhangs at both ends

等截面梁的自由振动平衡方程可表示为:

$$EI \frac{\partial^4 z}{\partial x^4} + \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

式中: $\bar{m}$ 为梁的单位长度质量; E 为材料弹性模量; I 为截面惯性矩;挠度 z 是关于 x 和 t 的函数,故式(1)为偏微分方程。

采用分离变量法,设挠度 z 的解是关于 x 和 t 两个参数独立函数的乘积:

$$z(x, t) = z(x) \cdot T(t) \quad (2)$$

式中: $z(x)$ 为梁的挠曲曲线; $T(t)$ 为位移幅度随时间变化的规律。

将式(2)代入式(1)可得:

$$\frac{EI}{\bar{m}} \frac{z^{IV}(x)}{z(x)} = -\frac{T''(t)}{T(t)} = \omega^2 \quad (3)$$

式中: ω 为频率。

由式(3)可分别得到:

$$z^{IV}(x) - \lambda^4 z(x) = 0 \quad (4a)$$

$$T''(t) + \omega^2 T(t) = 0 \quad (4b)$$

令:

$$\lambda = \sqrt[4]{\frac{\omega^2 \bar{m}}{EI}} \quad (5a)$$

或者表示为:

$$\omega = \lambda^2 \sqrt{\frac{EI}{\bar{m}}} \quad (5b)$$

式(4a)和(4b)的通解分别为:

$$z(x) = C_1 \cosh \lambda x + C_2 \sinh \lambda x + C_3 \cos \lambda x + C_4 \sin \lambda x \quad (6a)$$

$$T(t) = a \sin(\omega t + \alpha) \quad (6b)$$

式中: $C_1 \sim C_4$ 为待定常数; a 为振幅; α 为相位角。

根据梁相应的边界条件,由式(6a)可以得到包含待定常数 $C_1 \sim C_4$ 的4个齐次线性方程。为了求得

非零解,要求式(6a)的系数行列式为零,可以得到用以确定 λ 的特征方程, λ 确定后,由式(5b)可求得自振频率 ω 。对于无限自由度体系,特征方程有无限多个根,因而有无限多个频率 $\omega_n(n=1,2,\dots)$ 。对于每一个频率,可以求出 $C_1\sim C_4$ 的一组比值,并得到相应主振型函数 $z_n(x)$ 。

结合图2,简支梁总长为 L_1 ,相应的边界条件概括为左右两端点位置挠度和截面弯矩均为零,即: $z(0)=0, z''(0)=0, z(L_1)=0, z''(L_1)=0$,将其代入式(6a)得:

$$C_1 + C_3 = 0 \quad (7a)$$

$$C_1 - C_3 = 0 \quad (7b)$$

$$C_2 \sinh \lambda L_1 + C_4 \sin \lambda L_1 = 0 \quad (7c)$$

$$C_2 \cosh \lambda L_1 - C_4 \sin \lambda L_1 = 0 \quad (7d)$$

根据特征方程 $\sin \lambda L_1 = 0$,解得:

$$\omega_n = \frac{n^2 \pi^2}{L_1^2} \sqrt{\frac{EI}{m}} \quad n=1, 2, \dots \quad (8a)$$

$$z_n(x) = C_4 \sin \frac{n\pi x}{L_1} \quad n=1, 2, \dots \quad (8b)$$

结合图2,悬臂梁总长 L_0 ,相应的边界条件概括为固定端挠度和截面转角为零,自由端截面弯矩和剪力为零,即: $z(0)=0, z'(0)=0, z''(L_0)=0, z'''(L_0)=0$,将其代入式(6a)得:

$$C_1 + C_3 = 0 \quad (9a)$$

$$C_2 + C_4 = 0 \quad (9b)$$

$$C_1 \cosh \lambda L_0 + C_2 \sinh \lambda L_0 - C_3 \cos \lambda L_0 - C_4 \sin \lambda L_0 = 0 \quad (9c)$$

$$C_1 \sinh \lambda L_0 + C_2 \cosh \lambda L_0 + C_3 \sin \lambda L_0 - C_4 \cos \lambda L_0 = 0 \quad (9d)$$

令齐次方程组对应的行列式为零,得:

$$\cos \lambda L_0 \cdot \cosh \lambda L_0 + 1 = 0 \quad (10)$$

采用试算法求解式(10)超越方程的解为:

$\lambda_1 L_0 = 1.88, \lambda_2 L_0 = 4.69, \lambda_3 L_0 = 7.86, \dots, \lambda_n L_0 = (n-1/2)\pi$ 。

第 n 阶主振型为:

$$z_n(x) = C [\operatorname{ch} \lambda_n x - \cos \lambda_n x - \eta_n (\sinh \lambda_n x - \sin \lambda_n x)] \quad (11)$$

其中 $\eta_n = \frac{\cos \lambda_n L_0 + \cosh \lambda_n L_0}{\sin \lambda_n L_0 + \sinh \lambda_n L_0}$

式中: C 为待定常数。

对于两端外伸简支梁模型(图2),可根据边界条件及中间相应节点位置处的位移连续性条件,列出关于待定常数 $C_1\sim C_{12}$ 的齐次线性方程组,即组合

两端外伸梁和简支梁。具体参照图2分析如下。

两端自由端点1、4位置处截面弯矩和剪力均为零,即 $z_1''(0)=0, z_1'''(0)=0, z_4''(x_0)=0, z_4'''(x_0)=0$,则:

$$C_1 = C_3 \quad (12a)$$

$$C_2 = C_4 \quad (12b)$$

$$C_9 \cosh \lambda x_0 + C_{10} \sinh \lambda x_0 - C_{11} \cos \lambda x_0 - C_{12} \sin \lambda x_0 = 0 \quad (12c)$$

$$C_9 \sinh \lambda x_0 + C_{10} \cosh \lambda x_0 + C_{11} \sin \lambda x_0 - C_{12} \cos \lambda x_0 = 0 \quad (12d)$$

支座位置2处应满足连续条件,相应结点位置左右两侧的截面弯矩 M_2 和转角 θ_2 相等且挠度为零,即: $M_2^- = M_2^+, \theta_2^- = \theta_2^+, z_2^-(x_1)=0, z_2^+(x_1)=0$,由此可推导出式(13):

$$\begin{aligned} C_1 \cosh \lambda x_1 + C_2 \sinh \lambda x_1 - C_3 \cos \lambda x_1 - C_4 \sin \lambda x_1 - \\ C_5 \cosh \lambda x_1 - C_6 \sinh \lambda x_1 + C_7 \cos \lambda x_1 + C_8 \sin \lambda x_1 = 0 \end{aligned} \quad (13a)$$

$$\begin{aligned} C_1 \sinh \lambda x_1 + C_2 \cosh \lambda x_1 - C_3 \sin \lambda x_1 + C_4 \cos \lambda x_1 - \\ C_5 \sinh \lambda x_1 - C_6 \cosh \lambda x_1 + C_7 \sin \lambda x_1 - C_8 \cos \lambda x_1 = 0 \end{aligned} \quad (13b)$$

$$C_1 \cosh \lambda x_1 + C_2 \sinh \lambda x_1 + C_3 \cos \lambda x_1 + C_4 \sin \lambda x_1 = 0 \quad (13c)$$

$$C_5 \cosh \lambda x_1 + C_6 \sinh \lambda x_1 + C_7 \cos \lambda x_1 + C_8 \sin \lambda x_1 = 0 \quad (13d)$$

支座位置3处同支座位置2处,则: $M_3^- = M_3^+, \theta_3^- = \theta_3^+, z_3^-(x_0-x_1)=0, z_3^+(x_0-x_1)=0$,即:

$$\begin{aligned} C_5 \cosh(x_0-x_1) + C_6 \sinh(x_0-x_1) - C_7 \cos(x_0-x_1) - \\ C_8 \sin(x_0-x_1) - C_9 \cosh(x_0-x_1) - C_{10} \sinh(x_0-x_1) + \\ C_{11} \cos(x_0-x_1) + C_{12} \sin(x_0-x_1) = 0 \end{aligned} \quad (14a)$$

$$\begin{aligned} C_5 \sinh(x_0-x_1) + C_6 \cosh(x_0-x_1) - C_7 \sin(x_0-x_1) + \\ C_8 \cos(x_0-x_1) - C_9 \sinh(x_0-x_1) - C_{10} \cosh(x_0-x_1) + \\ C_{11} \sin(x_0-x_1) - C_{12} \cos(x_0-x_1) = 0 \end{aligned} \quad (14b)$$

$$\begin{aligned} C_5 \cosh(x_0-x_1) + C_6 \sinh(x_0-x_1) + C_7 \cos(x_0- \\ x_1) + C_8 \sin(x_0-x_1) = 0 \end{aligned} \quad (14c)$$

$$\begin{aligned} C_9 \cosh(x_0-x_1) + C_{10} \sinh(x_0-x_1) + C_{11} \cos(x_0- \\ x_1) + C_{12} \sin(x_0-x_1) = 0 \end{aligned} \quad (14d)$$

为得到上述线性方程组的非零解,方程组的系数行列式应等于零,以便得到用以确定参数 λ 的特征方程。本文沿 Y 方向进行简化的两端外伸梁的自由端距离约束处 $x_1 = x_0/5$,将其代入式(12)~(14)进行求解,相应前3阶频率解为:

$$\omega_i = \lambda_i^2 \sqrt{\frac{EI}{m}}, \quad \lambda_i^2 = 26.7, 58.8, 90.3 (i=1, 2, 3) \quad (15)$$

上述所得到的两端外伸简支梁的自振频率解即可完全等同于图1(c)所示过渡模型 X 方向振型的自振频率,亦可近似等价于图1(b)所示四边外伸、四点局部约束的简化模型沿 X 方向的部分振型的自振频率。后续将通过数值模拟及试验比较进行对比验证。

同理,可以对图1(a)背栓式石材幕墙面板沿 X 方向进行相应简化,参照图1(b)中自由端距离约束处 $y_1 = y_0/4$,相应前2阶频率解为:

$$\omega_i = \lambda_i^2 \sqrt{\frac{EI}{m}}, \quad \lambda_i^2 = 60.8, 101.3 (i = 1, 2) \quad (16)$$

即可近似等同于简化模型沿 Y 方向的部分振型的自振频率。

1.3 带局部裂缝的背栓式石材幕墙面板自振频率

由于天然石材材料质量具有较大离散性,使用过程中受到风荷载、风化、冻融循环、地震等影响,容易出现受力性能的退化,长期在复杂环境下工作或其本身缺陷都可能产生裂缝,而裂缝的出现会使结构的局部刚度减小、阻尼增大、动态特性改变^[15]。

基于本文的两端外伸简支梁模型,当面板中间出现局部裂缝时,可模拟为由具有一定刚度的扭曲弹簧连接的两根梁组成^[16],且扭曲弹簧的刚度为^[17]:

$$K = \frac{1}{c} = \frac{1}{6\pi\gamma^2 h f(\gamma)} \quad (17)$$

其中 $\gamma = h_1/h$

$$f(\gamma) = 0.6384 - 1.035\gamma + 3.7201\gamma^2 - 5.1773\gamma^3 + 7.553\gamma^4 - 7.332\gamma^5 + 2.4909\gamma^6$$

式中: K 为刚度; c 为柔度; γ 为裂缝相对深度; h_1 为裂缝深度; h 为截面高度。

图3为带局部裂缝的两端外伸简支梁,可看作是由4根单梁①、②、③和④组合而成。同样根据边界条件及相应的连续性条件,可列出包含待定常数 $C_1 \sim C_{16}$ 的齐次方程组。

其中,结点3处假设存在局部裂缝,相应边界条件及连续条件须满足:左右两侧竖向相对挠度为

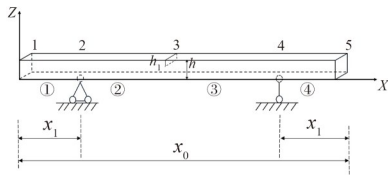


图3 两端外伸简支梁跨中裂缝理论模型

Fig. 3 Theoretical modeling of mid-span crack in the simply-supported beam with overhangs at both ends

零,左右两侧截面弯矩和剪力分别满足平衡条件,两侧相对转角满足一定关系式。相关条件表示为: $z_3^-(x_0/2) = z_3^+(x_0/2)$, $z_3^{--}(x_0/2) = z_3^{--}(x_0/2)$, $z_3^{--}(x_0/2) = z_3^{--}(x_0/2)$, $z_3^{--}(x_0/2) + K^{-1} z_3^{--}(x_0/2) = z_3^{--}(x_0/2)$, 即:

$$C_5 \cosh \frac{\lambda x_0}{2} + C_6 \sinh \frac{\lambda x_0}{2} + C_7 \cos \frac{\lambda x_0}{2} + C_8 \sin \frac{\lambda x_0}{2} - C_9 \cosh \frac{\lambda x_0}{2} - C_{10} \sinh \frac{\lambda x_0}{2} - C_{11} \cos \frac{\lambda x_0}{2} - C_{12} \sin \frac{\lambda x_0}{2} = 0 \quad (18a)$$

$$C_5 \cosh \frac{\lambda x_0}{2} + C_6 \sinh \frac{\lambda x_0}{2} - C_7 \cos \frac{\lambda x_0}{2} - C_8 \sin \frac{\lambda x_0}{2} - C_9 \cosh \frac{\lambda x_0}{2} - C_{10} \sinh \frac{\lambda x_0}{2} + C_{11} \cos \frac{\lambda x_0}{2} + C_{12} \sin \frac{\lambda x_0}{2} = 0 \quad (18b)$$

$$C_5 \sinh \frac{\lambda x_0}{2} + C_6 \cosh \frac{\lambda x_0}{2} + C_7 \sin \frac{\lambda x_0}{2} - C_8 \cos \frac{\lambda x_0}{2} - C_9 \sinh \frac{\lambda x_0}{2} - C_{10} \cosh \frac{\lambda x_0}{2} - C_{11} \sin \frac{\lambda x_0}{2} + C_{12} \cos \frac{\lambda x_0}{2} = 0 \quad (18c)$$

$$C_5 (\sinh \frac{\lambda x_0}{2} + \frac{\lambda}{K} \cosh \frac{\lambda x_0}{2}) + C_6 (\cosh \frac{\lambda x_0}{2} + \frac{\lambda}{K} \sinh \frac{\lambda x_0}{2}) - C_7 (\sin \frac{\lambda x_0}{2} + \frac{\lambda}{K} \cos \frac{\lambda x_0}{2}) + C_8 (\cos \frac{\lambda x_0}{2} - \frac{\lambda}{K} \sin \frac{\lambda x_0}{2}) - C_9 \sinh \frac{\lambda x_0}{2} - C_{10} \cosh \frac{\lambda x_0}{2} + C_{11} \sin \frac{\lambda x_0}{2} - C_{12} \cos \frac{\lambda x_0}{2} = 0 \quad (18d)$$

假设裂缝位于两端外伸梁跨中,裂缝深度为5 mm,梁截面高度为25 mm。按照1.2节无裂缝的两端外伸简支梁计算方法,求得梁前3阶振型固有频率为:

$$\omega_i = \lambda_i^2 \sqrt{\frac{EI}{m}}, \quad \lambda_i^2 = 26.1, 58.8, 90.2 (i = 1, 2, 3) \quad (19)$$

基于理论计算所得到的带裂缝梁的部分振型的自振频率,将结合后续数值模拟分析和试验验证,对板内相同跨度截面上沿 Y 方向不同位置处的局部裂缝算例进行分析验证。

2 数值模拟分析

2.1 模型及算例

考虑无裂缝和带裂缝两种情况,对两端外伸简支梁、过渡模型和背栓式石材幕墙面板简化模型分别建立相关有限元模型进行振动特性分析。其中,外伸简支梁采用 Beam 3 单元,其尺寸为 $a_1 \times b_1 \times c_1 = 900 \text{ mm} \times 120 \text{ mm} \times 25 \text{ mm}$,石材面板采用 Shell 281 单元,其尺寸为 $a_2 \times b_2 \times c_2 = 900 \text{ mm} \times 600 \text{ mm} \times 25 \text{ mm}$,两者均假定为线弹性和各向同性,杨氏模量均为

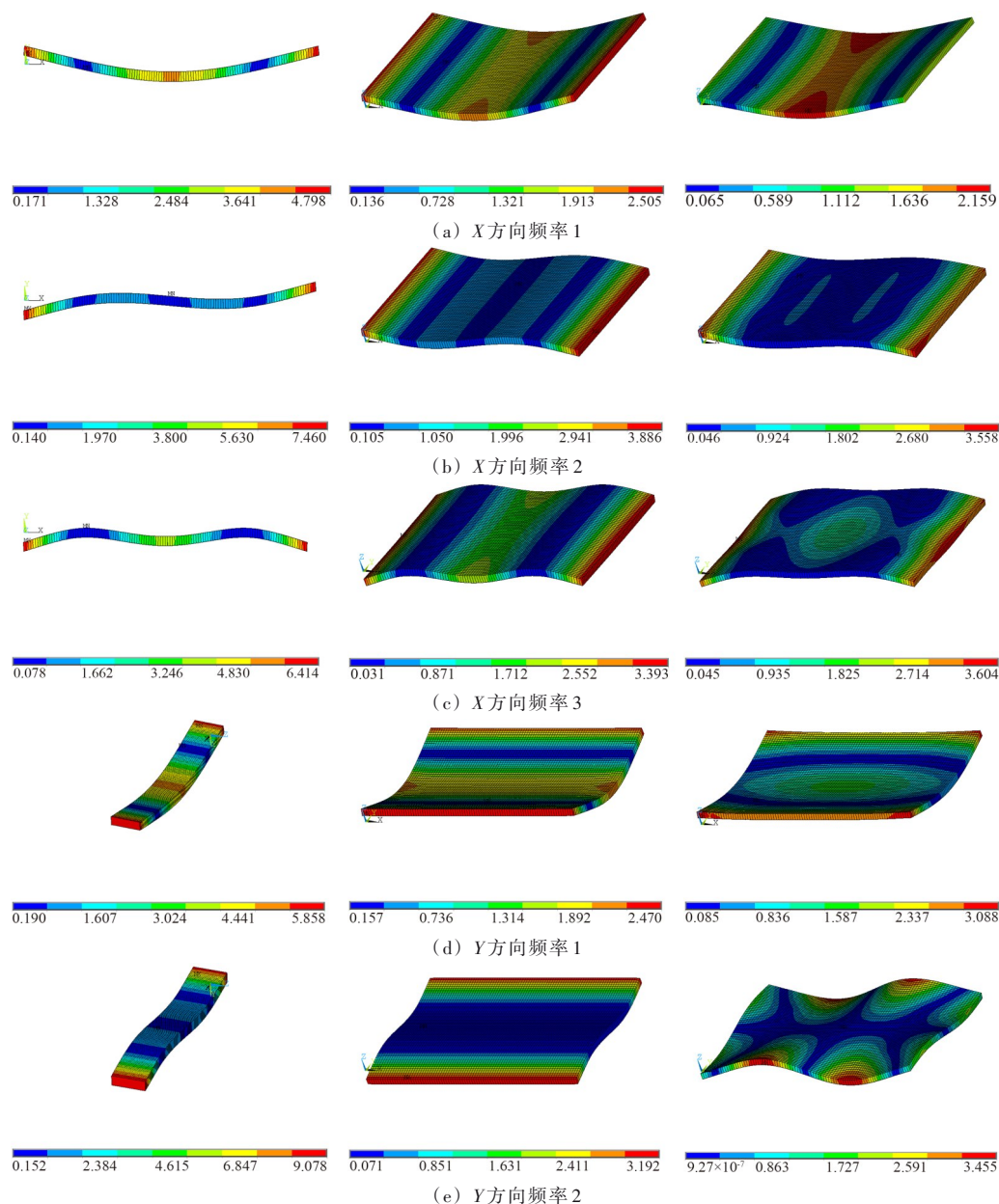
29.5 GPa,泊松比均为 0.125,密度均为 2.67 g/cm^3 。在模态分析中,采用 Lanczos 算法进行求解,以确保准确地获取振动特性数据。

选择图 1(c)过渡模型和图 1(b)简化模型与图 1(d)两端外伸简支梁对应的具有相同特征的振型进行对比(图 4),以验证为获得背栓式石材幕墙面板的部分振型的自振频率而对相应模型进行简化的合理性和准确性。

模拟结构局部裂缝时,一般假设裂缝的存在不引起质量变化,只影响结构刚度。对裂缝引起的局部柔

度的模拟,目前存在多种模型,主要有弥散裂缝模型、精细网格模型、集中柔度模型和连续模型等^[18]。

本文对带裂缝梁的模拟采用弥散模型,即裂缝被等效成特定单元抗弯刚度的减少,通过减小裂缝单元横截面积或弹性模量来实现^[19-20]。板的裂缝采用断裂力学理论,集中于解决裂纹的应力场分布问题。图 5 为 2 个验证算例的有限元模型,假设两端外伸简支梁中裂缝深度 h_1 为 5 mm,为梁截面高度 h 的 1/5,对应图 3,按照裂缝与截面面积之比在板中相应位置分别设定局部裂缝,面板裂缝深度占面板



各分图从左至右依次为外伸梁模型、过渡模型、简化模型;由于局部约束不同,Y方向频率2中简化模型与过渡模型的振型有一定区别。

图 4 有限元模型部分振型对比

Fig. 4 Comparison of partial modal shapes in the finite element model

厚度的 $3/5$, 裂缝总长度占面板宽度的 $1/3$ 。图 5(a) 算例 1 中裂缝位于板 X 方向跨中和 Y 方向边缘位置, 图 5(b) 算例 2 为裂缝位于板 X 和 Y 方向中心位置。由于裂纹尖端的奇异性, 在划分裂纹尖端网格时, 需选定裂纹尖端点, 保证裂纹尖端点处奇异单元的半径长度和奇异单元数选取的合理性^[21]。

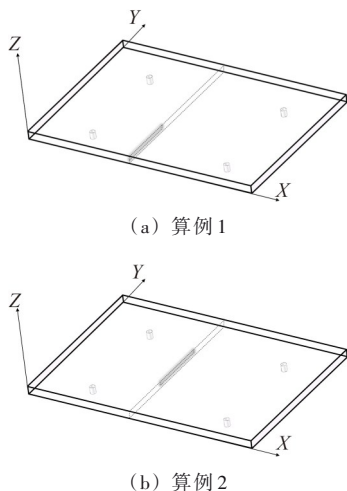


图 5 算例裂缝位置示意

Fig. 5 Schematic diagram of locations of example cracks

2.2 模型及算例

对于无裂缝模型, 由上述模拟分析可提取相关模型前若干阶振型及频率, 见图 4 和表 1。外伸梁有限元模拟所得的 5 阶自振频率与理论计算结果整体非常吻合, 最大误差仅为 -3.18% ; 过渡模型中与外伸梁相对应的部分振型的自振频率和理论计算结果相比最大误差也仅为 -6.20% ; 背栓式石材面板简化模型与过渡模型和外伸梁相对应的部分振型的自振频率和理论计算结果相比, 最大误差为 -7.82% , 该差异主要源于简化过程中四点局部约束效应与过渡模型线性约束简化等效。

对于带裂缝模型, 研究石材面板 Y 方向的竖直

表 1 无损模拟对比

Table 1 Comparison of simulation results from undamaged models

频率	外伸梁理论	外伸梁模拟 [图 1(d)]	过渡模型 [图 1(c)]	简化模型 [图 1(b)]
1(X向)	101.96	101.13(-0.81%)	103.70(1.71%)	100.90(-1.04%)
2(X向)	224.51	221.30(-1.43%)	226.80(1.02%)	219.43(-2.26%)
3(X向)	344.73	339.91(-1.40%)	344.99(0.08%)	319.80(-7.23%)
1(Y向)	232.38	224.99(-3.18%)	225.65(-2.90%)	214.21(-7.82%)
2(Y向)	387.08	376.11(-2.83%)	363.07(-6.20%)	374.85(-3.16%)

括号内的数值为模拟结果相对于理论解的误差。

裂缝时, 为方便理论分析只计算 X 方向的 3 阶频率, 表 2 为带裂缝算例的模拟及理论对比。数值模拟分析过程中, 带裂缝的外伸梁模型所得的 3 阶自振频率与理论计算结果相比较最大误差为 -4.11% , 主要源于模型中对局部裂缝的处理和模拟; 当裂缝位于 Y 方向边缘位置时, 相对最大误差为 -10.16% , 当局部裂缝位于板 Y 方向中心位置时, 相对最大误差为 -10.47% 。主要原因是裂缝所在位置正好是频率 2 (X 方向) 振幅基本为零的地方, 此处理论计算频率保持不变, 故误差相对较大。

表 2 带裂缝不同算例模拟对比

Table 2 Comparison of simulations with different examples of cracks

频率	带裂缝外伸梁理论	带裂缝外伸梁模拟	算例 1	算例 2
1(X向)	99.78	97.43(2.36%)	97.57(-2.21%)	98.98(-0.81%)
2(X向)	224.51	215.2(-4.11%)	226.8(-10.16%)	201.01(-10.47%)
3(X向)	340.71	327.9(-3.74%)	344.99(-4.55%)	327.77(-3.80%)

括号内数值为有限元模型结果相对于理论解的误差。

3 试验对比分析

3.1 试验方案

表 1 中外伸梁理论频率 1 (X 方向) 可参考郑毅^[2] BS-180 试验值 (119.14 Hz), 试验采用的石材面板 X 方向构造与图 1(b) 一致, 应用文中理论方法计算的自振频率为 108.83 Hz, 两者误差为 9.47%, 具有一定参考性。

试验模型如图 6 所示, 其中图 6(a) 为石材幕墙试验架子, 设计钢框架作为石材幕墙龙骨; 图 6(b) 为布置相应加速度传感器的石材幕墙正面; 图 6(c) 为带裂缝背栓式石材幕墙面板, 裂缝深度占板厚的 $3/5$, 裂缝总长占板宽的 $1/3$, 用来验证图 5(a) 算例 1。从带裂缝两端外伸简支梁到带裂缝背栓式石材幕墙, 实现裂缝面积与板 (梁) 截面面积比相等, 同时进行试验模拟对比。

模态试验采用 DH5922N 动态信号测试分析系统及相关硬件设施进行, 激励装置采用不锈钢力锤, 激励 70 个测点, 拾振装置采用 1A116E 型压电式加速度传感器, 如图 7 所示。

参考点选在图 8 所示测点 18、33、35、47 处, 采用多输入多输出 (MIMO) 方法, 将不同测点处的激励力信号以及参考点处的振动响应信号输入信号采集仪, 进而通过 DHDAS 模态分析软件得到石材面板的固有频率和振型, 具体流程如图 9 所示。

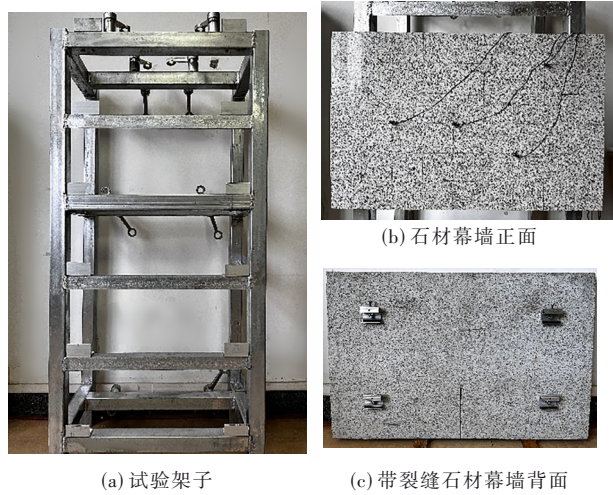


图 6 试验装置及面板构造

Fig. 6 Test setup and panel construction

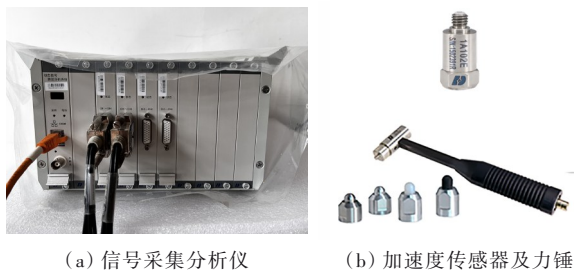


图 7 模态试验仪器

Fig. 7 Modal testing instrument

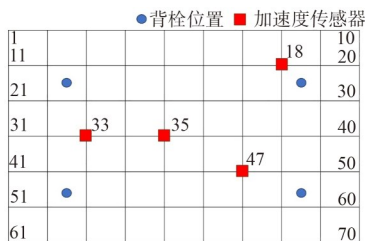


图 8 面板测点分布

Fig. 8 Distribution of measurement points on the panel

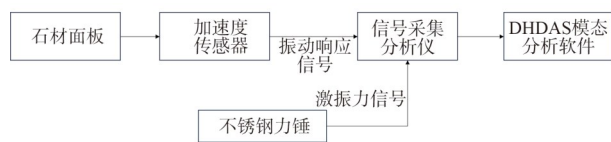


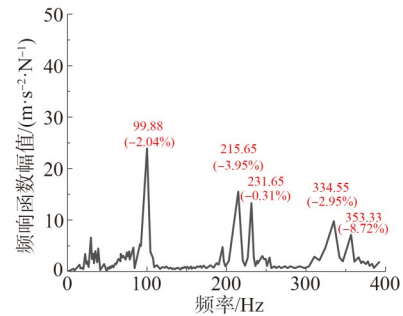
图 9 模态测试分析系统流程

Fig. 9 Flow chart of modal testing and analysis system

3.2 试验结果对比分析

图 10 为无损伤背栓式石材幕墙频谱图,采用 Polylsef(多参考点的最小二乘复频域)模态参数的识别方法,图中波峰出现在频率、阻尼、模态参与因子 3 个参数同时稳定处,且 3 个参数均在给定误差范围内。根据模态软件分析所得振型,参照图 4 中 5

阶频率相应振型确定自振频率,试验结果与表 1 中理论计算的 5 阶频率相比误差不超过 8.72%。

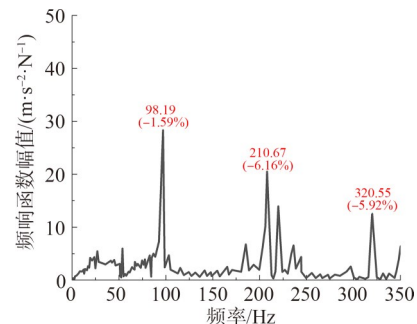


括号内数值为试验结果相对于理论值的误差。

图 10 无损面板频谱

Fig. 10 Spectrogram of the undamaged panel

图 11 为图 6(c)带裂缝石材面板试验所测频谱,试验值与表 2 中理论计算的 3 阶频率相对最大误差为 -6.16%。结合图 5(a)算例 1 的模拟,一定程度上说明理论计算方法和数值分析的可靠性,进一步通过数值模拟扩展算例 2。综上通过模拟试验对比验证,说明裂缝的局部效应及在板中的位置对整体板结构的动态频率存在一定的影响。



括号内数值为试验结果相对于理论值的误差。

图 11 带裂缝面板频谱

Fig. 11 Spectrogram of the panel with cracks

4 结论

背栓式石材幕墙面板的支承约束特性可概括为四边外伸、板内四点局部面约束支承。为能从理论上得到其部分振型的自振频率解,综合考虑实际幕墙面板约束特征,首先将四点局部面约束简化处理为沿板某一方向的线约束,再根据无限自由度振动理论得到相同跨度两端外伸简支梁的自振频率理论解,将其等效为背栓式石材幕墙面板相应振型的自振频率。约束简化等效的合理性通过理论解与试验对比得到了验证。

1)对于面板完整的情况,试验结果与理论计算相比,所列 5 阶频率误差不超过 8.72%;进一步对比

数值模拟分析结果,石材面板简化模型相应振型的自振频率与理论结果最大误差为7.82%,这源于模型支承约束的局部效应与外伸梁模型之间的约束差异。

2)考虑板内存在局部裂缝时,由于板内裂缝的局部效应和板内不同位置的影响,简化模型相应振型的自振频率与带裂缝的外伸梁理论结果整体吻合较好,试验结果与理论计算的3阶频率的误差不超过6.16%,个别振型自振频率与理论结果之间存在一定误差,源于裂缝局部效应的影响。

模型简化方式将局部面支承约束简化为沿板某一边方向的线支承约束,通过理论计算和模拟分析比较,等效简化模型相对应的振型与实际结构相应振型在局部存在一定差异,所对应的自振频率也存在一定误差,但均在可接受范围内。相应频率解析解可以作为实际背栓式石材幕墙面板部分振型自振频率的检测及测试参考依据。后续将进一步考虑裂缝位置、不同背栓松动情况对背栓式石材幕墙自振频率的影响,以期进一步完善不同情况下背栓式石材幕墙自振频率的有效测试和分析。

参 考 文 献

- [1] 李凡. 背栓式石材幕墙干挂法的优势研究[D]. 西安:长安大学, 2011.
- [2] 郑毅. 基于振动响应的背栓式石材幕墙损伤识别方法研究[D]. 杭州:浙江大学, 2022.
- [3] 朱宏平, 余璟, 张俊兵. 结构损伤动力检测与健康监测研究现状与展望[J]. 工程力学, 2011, 28(2): 1-11, 17.
- [4] 郑栋梁, 李中付, 华宏星. 结构早期损伤识别技术的现状和发展趋势[J]. 振动与冲击, 2002(2): 1-6, 10, 95.
- [5] 刘小根. 玻璃幕墙安全性能评估及其面板失效检测技术[D]. 北京:中国建筑材料科学研究总院, 2010.
- [6] 刘小根, 包亦望, 宋一乐, 等. 基于动态法对既有玻璃幕墙安全性能评估研究[J]. 土木工程学报, 2009, 42(12): 11-15.
- [7] HUANG Z, XIE M, ZHAO J, et al. Rapid evaluation of safety-state in hidden-frame supported glass curtain walls using remote vibration measurement [J]. Journal of Building Engineering, 2018, 19: 91-97.
- [8] 王永焕, 谭志催, 徐海翔, 等. 采用动态法评价石材幕墙的安全性[J]. 四川建筑科学研究, 2014, 40(4): 260-263.
- [9] 包亦望, 郑德志, 刘小根, 等. 基于激光振频法的石材幕墙安全性能快速评价[J]. 沈阳工业大学学报, 2021, 43(5): 595-600.
- [10] 陈盈, 许乃鑫, 张文学, 等. 石材幕墙结构抗震性能试验研究[J]. 世界地震工程, 2022, 38(1): 28-36.
- [11] 中华人民共和国国家质量监督检验检疫总局. 建筑幕墙: GB/T 21086—2007[S]. 北京: 中国标准出版社, 2007.
- [12] 北京市质量技术监督局, 北京市住房和城乡建设委员会. 建筑装饰工程石材应用技术规程: DB11/T 512—2017[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2017.
- [13] CAMPOSINHOS R S. Undercut anchorage in dimension stone cladding[J]. Proceedings of the Institution of Civil Engineers - Construction Materials, 2013, 166(3): 158-174.
- [14] 高占广. 短槽式与背栓式石材幕墙面板连接性能研究[D]. 北京:北京建筑大学, 2020.
- [15] 王术新, 姜哲. 裂缝梁固有频率分析[J]. 江苏大学学报(自然科学版), 2003(4): 30-33.
- [16] OSTACHOWICZ W M, KRAWCZUK M. Analysis of the effect of cracks on the natural frequencies of a cantilever beam[J]. Journal of Sound and Vibration, 1991, 150(2): 191-201.
- [17] ADAMS R D, CAWLEY P, PYE C J, et al. A vibration technique for non-destructively assessing the integrity of structures [J]. Journal of Mechanical Engineering Science, 1978, 20(2): 93-100.
- [18] 李学平. 裂缝损伤结构动力分析及其识别方法研究[D]. 长沙:中南大学, 2009.
- [19] PANDEY A K, BISWAS M, SAMMAN M M. Damage detection from changes in curvature mode shapes[J]. Journal of Sound and Vibration, 1991, 145(2): 321-332.
- [20] SHEN M, PIERRE C. Free vibrations of beams with a single-edge crack[J]. Journal of Sound and Vibration, 1994, 170(2): 237-259.
- [21] 赵建华. 断裂力学在桥梁裂纹检测分析中的应用[D]. 西安: 长安大学, 2008.