离子阱精密测量

丁亮宇¹, 张球新¹, 朱晨昊¹, 王玉欣¹, 张翔^{1,2}, 张威^{1,2*}

1. 中国人民大学物理学系, 北京 100872;

2. 中国人民大学光电功能材料与微纳器件北京市重点实验室, 北京 100872

*联系人, E-mail: wzhangl@ruc.edu.cn

收稿日期: 2020-11-27; 接受日期: 2021-01-22; 网络出版日期: 2021-05-25

北京市重点研究专题(编号: Z180013)、国家自然科学基金(编号: 11522436, 11774425, 11704408, 91836106)、装备预研教育部联合项目(编号: 6141A020333xx)和中国人民大学研究基金(编号: 16XNLQ03, 18XNLQ15)资助

摘要 随着基于经典物理学的测量精度逐渐逼近上限, 使用量子系统进行精密测量成为一个重要的研究领域. 近年来, 随着实验技术的快速发展和操控能力的大幅提升, 囚禁在势阱中的离子系统在精密测量方向展示了极大的潜力. 本文介绍了基于离子阱系统的光频原子钟、磁力计和陀螺仪的理论方案、实验进展和未来发展, 重点关注离子阱系统与其他物理体系相比所具有的特点和优势, 其在突破测量精度、提高稳定性以及促进设备小型化等方面的应用前景.

关键词 精密测量, 离子阱, 光钟, 磁力计, 陀螺仪

PACS: 06.30.Ft, 06.30.Gv, 06.30.Ka, 07.55.Ge, 37.25.+k

1 引言

物理学作为自然科学的基础学科, 一个重要的研究目的是使我们系统化、参数化地了解自然事物的客观状态与发展规律. 物理研究的主要手段包括有效的实验证据、理性的逻辑推演和严格的数学推导. 其中, 有效的实验证据是物理学的基础, 在发现新现象、辨析新概念、验证新理论等方面起着至关重要的作用. 实验证据来自于对物理量的测量. 测量是用数字对一个对象或事件的特征进行量化表示, 使拥有同一特征的不同对象或事件可以进行比较. 它从文明诞生起就被广泛地应用于社会生产生活的各个领域. 测量可以分为定性测量和定量测量,

其中定性测量主要包括针对名目和次序的测量, 一般不涉及对精度的要求. 而针对连续物理量的测量涉及精度问题, 因此属于定量测量. 测量值的数学期望与真实值之间的接近程度, 以及测量值与其数学期望之间的离散程度是对测量精度的重要判断依据. 实验系统的测量精度往往决定了实验的能力, 也代表了对世界的认知能力. 在科学, 特别是物理学发展的历史上, 测量精度的突破往往是开启我们认识新世界的最有效的甚至是唯一的途径.

随着物理学尤其是量子力学的发展, 人们对基本单位的定义逐步转为由基本物理常数来完成. 2019年5月, 国际计量协会对国际单位制基本单位定义的新提案生效, 从此以后国际单位制基本单位将

引用格式: 丁亮宇, 张球新, 朱晨昊, 等. 离子阱精密测量. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2021, 51: 074206

Ding L Y, Zhang Q X, Zhu C H, et al. Precision measurement with trapped ions (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2021, 51: 074206, doi: 10.1360/SSPMA-2020-0476

全部由物理常数定义. 促成这一改变的主要因素是对这些物理常数测量方法的开发和利用. 在国际单位制中, 除物质的量以外, 其他全部基本单位都依赖于时间的测量. 现行时间所用的“秒”定义, 是基于铯原子基态超精细结构能级间跃迁频率为9.2 GHz的微波钟. 若能将微波波段的频率标准更新为光学跃迁频率, 那么钟的性能将会提高4~5个数量级. 随着飞秒激光和光学频率梳的出现, 微波波段的测量延伸到了可见光频率, 这使得将原子光频作为钟的标准频率成为了可能.

与此同时, 在原子/离子操纵和精密光学频率控制领域巨大进展的推动下, 光频原子钟在过去十年间成为一个热门的研究方向. 悬浮在超高真空环境中的囚禁离子是研发光钟最适合的量子系统之一, 其主要优点是相干时间较长, 且与光子等飞行量子比特间的转换效率较高. 这些特点使得离子阱系统还可以用于其他物理量的量子精密测量, 包括量子磁力计和量子陀螺仪等. 在磁力计方面, 离子在磁场中的Zeeman能级分裂和光学移频会产生干涉相位, 其对磁场的响应具有极高的强度灵敏度和空间分辨率. 目前最先进的磁测量技术通常依赖于动态解耦, 即快速脉冲或连续场驱动二能级系统. 在陀螺仪方面, 可以利用离子的不同超精细能级的物质波Sagnac效应进行转动测量. 这方面的理论和实验工作也在近年取得了一定进展.

本文将简要综述利用囚禁离子进行精密测量的基本物理原理和部分最新进展. 文章分为以下几个部分展开: 在第2节中, 将介绍离子阱的基本原理, 包括囚禁稳定性和量子态操控; 在第3节中, 将讨论时间测量的理论基础和离子光钟系统的最新进展; 第4节和第5节将分别聚焦离子阱磁力计和离子阱陀螺仪的理论与实验进展. 最后, 将在第6节中进行总结与展望.

2 离子阱介绍

离子阱系统是一个通过外场与离子之间的相互作用, 隔离离子与环境的退相干效应, 并操控离子状态的量子体系. 由于其出色的稳定性和可操控性, 离子阱系统在量子精密测量等前沿领域一直发挥着重

要作用. 发明离子阱的Wolfgang Paul获得了1989年的诺贝尔物理学奖, 把离子阱技术用于演示量子计算的David Wineland获得了2012年的诺贝尔物理学奖, 提出基于离子阱量子计算理论方案的Ignacio Cirac和Peter Zoller获得了2013年Wolf物理学奖.

由于离子具有非零电荷, 可以通过操控电磁场实现稳定囚禁. 最直接的想法是通过静电场实现离子的稳定平衡. 这样的稳定平衡点如果存在, 必须是电势能的极小点, 电势能在该点处沿任意方向的二阶导数都要小于零. 但是, 根据麦克斯韦方程组可以导出, 真空中的电势能 $\Phi(\mathbf{r})$ 需满足拉普拉斯方程 $\nabla^2\Phi = 0$, 即真空中的静电场不可能存在电势能的极小点, 因此不可能实现对离子的稳定束缚. 于是, 人们提出利用其他形式的场产生动态束缚. 这其中包括两种类型的技术方案: 一种是Paul^[1]发展起来的利用交变电场的Paul型阱; 另一种是由Penning^[2]开发的利用磁场的Penning型阱. Paul型阱的原理被广泛应用于离子阱的设计. 在常见的线型Paul阱中, 囚禁的离子一般排成一行. 而Penning型阱多具有环形构型, 其中囚禁的离子一般排成一个圆环.

目前基于离子阱的量子精密测量实验主要使用Paul型阱, 其电势场 Φ 可以表示为

$$\Phi(x, y, z, t) = \frac{1}{2}U(\alpha_x x^2 + \alpha_y y^2 + \alpha_z z^2) + \frac{1}{2}\tilde{U}\cos(\omega_{\text{rf}}t)(\alpha'_x x^2 + \alpha'_y y^2 + \alpha'_z z^2), \quad (1)$$

其中, ω_{rf} 为交变电场的频率, U 和 $\tilde{U}$ 分别对应于静电场和交变电场强度. 静电场势场系数 α 和交变电场势场系数 α' 需满足如下方程:

$$\sum_{i=x,y,z} \alpha_i = \sum_{i=x,y,z} \alpha'_i = 0. \quad (2)$$

例如, 当设定 $\alpha'_z = 0$ 时, 离子感受到的是 x - y 平面上的动态约束和 z 方向上的静态约束, 这也是实验上常见的一种构型.

电势场的发生装置为电极, 其主要构型包括四柱型(如图1所示), 以及在此基础上由微加工技术制作的芯片型(如图2所示). 实验中一般将离子阱放置于超高真空系统中, 以减少其他粒子对囚禁离子的

图 1 (网络版彩图)四杆阱的几何结构. 四极杆接入射频电场, 中心杆接入静电场. 在捕获多个离子时, 离子链沿着与杆平行的捕获轴对齐, 并穿过势场零点

Figure 1 (Color online) The diagram of a linear 4-rod trap. It uses 4 electrodes to form a rotating radio frequency field and 2 electrodes with tips to generate a static Coulomb potential. Ions are arranged along a string parallel to the rods and cross the zero point of the potential field.

图 2 (网络版彩图)先进微组装离子阱. 图片来自文献[3], 已获得授权. (a) 桑迪亚国家实验室的高光学接入阱(图片来自杜克大学). (b) 乔治亚理工学院/霍尼韦尔的球栅阵列封装阱(图片来自霍尼韦尔)

Figure 2 (Color online) Advanced microfabricated ion traps. Figure from ref. [3], authorized. (a) High-optical access (HOA) trap from Sandia National Laboratories. (b) Ball-grid array (BGA) trap from GTRI/Honeywell.

背景撞击, 随后通过加热原子炉使原子气化或者用强激光照射金属样品表面产生原子束射入阱中心附近, 再使用电子束或激光光束将原子电离为离子. 势场中单离子的运动方程可以写为如下Mathieu方程的形式^[4]:

$$\frac{d^2 x}{d\xi^2} + [a_x - 2q_x \cos(2\xi)] x = 0, \quad (3)$$

其中,

$$\xi = \frac{\omega_{\text{rf}} t}{2}, \quad a_x = \frac{4Z|e|U\alpha_x}{m\omega_{\text{rf}}^2}, \quad q_x = \frac{-2Z|e|\tilde{U}\alpha'_x}{m\omega_{\text{rf}}^2}. \quad (4)$$

式中, e 为电子电量, Z 表示电荷数, m 为离子质量. 该方程在特定 a_x 和 q_x 下存在稳定解^[5]. 在最低阶近似条件下, 即 $(|a_x|, q_x^2) \ll 1$, 运动方程的解可以表示为

$$x(t) \approx 2AC_0 \cos\left(\beta_x \frac{\omega_{\text{rf}}}{2} t\right) \left[1 - \frac{q_x}{2} \cos(\omega_{\text{rf}} t)\right], \quad (5)$$

其中, $\beta_x \approx \sqrt{a_x + q_x^2/2} \ll 1$. 可以看出其运动模式为一个频率为 $\beta_x \omega_{\text{rf}}/2$ 的简谐振动与另一个以交变电场频率 ω_{rf} 变化的模式叠加. 对于多离子运动, 需考虑离子间的库仑相互作用, 通常无法找到解析解, 只能由数值模拟计算其运动模式. 离子之间的长程库仑相互作用提供了离子间运动的关联.

热的原子在电离成为囚禁离子后处于一个经典热态, 在阱中会剧烈振动, 并可能会逃逸出来, 因此需要先将它冷却下来. 最常用的方法是基于多普勒效应的激光冷却^[6]. 在这个方案中, 激光光束起到一个类似于摩擦力的效果, 离子优先从与其运动方向相反的激光中吸收动量, 使速度降低到零附近, 直至进入所谓的Lamb-Dicke区域^[4], 此时离子的波函数展宽远小于激光波长. 当离子被冷却到冷却速率与自发辐射光子的反冲冲量扰动平衡时, 就达到了多普勒冷却的极限温度. 这一极限主要由用于多普勒冷却的离子激发态寿命决定. 对离子的进一步冷却可以由针对声子态的边带冷却完成, 其基本原理如图3所示. 除了边带冷却之外, 其他的基态冷却方案还包括电致透明(Electric Induced Transparency, EIT)冷却^[7]、协同冷却^[8]、Sisyphus冷却^[9]等.

除振动自由度之外, 离子的内态还具有特定的能级结构. 通过选择合适的光泵浦能级, 可以利用离子内态构成量子比特, 并实现对量子比特的初始化和探测操作. 对于能级差位于微波频段(如超精细分裂)的量子比特, 可以通过施加可调相位的谐振微波直接实现Rabi振荡操作, 以及Pauli门等任意的单量子比特酉门, 此时称它为微波量子比特. 对于能级差位于光学频段的量子比特, 可以借助声光或电光调制器, 通过控制调制微波的频率和相位, 实现对窄线宽激光的频率和相位控制, 此时称它为光学量子比特.

在不同的离子量子比特之间, 还可以通过离子之间的长程库仑相互作用产生相干操控. 考虑一个

图 3 (网络版彩图)边带冷却的示意图. 实线表示红边带跃迁, 点线表示光学泵浦过程

Figure 3 (Color online) The diagram of sideband cooling. Solid lines stand for red sideband transitions. Dotted lines represent optical pumping transitions.

跃迁频率为 ω_0 的离子, 与波矢量 z 方向分量为 k 且圆频率为 ω 的光场耦合可以表示成如下偶极相互作用的形式:

$$\begin{aligned}\hat{H}_I &= -e\hat{r} \cdot \epsilon E_0 \cos(k\hat{z} - \omega t + \phi) \\ &= \hbar\Omega \left[(\hat{\sigma}_+ + \hat{\sigma}_-) (e^{i(k\hat{z} - \omega t + \phi)} + e^{-i(k\hat{z} - \omega t + \phi)}) \right],\end{aligned}\quad (6)$$

其中, $-e\hat{r}$ 表示电偶极矩, ϵ 和 E_0 分别为激光的偏振方向和幅度, ϕ 是电场相位, $\hat{\sigma}_\pm$ 对应于内态的升降算符, $\Omega = -E_0 \langle \uparrow | \hat{r} \cdot \epsilon | \downarrow \rangle / 2\hbar$, $\langle \uparrow |$ 和 $|\downarrow \rangle$ 对应于离子内态. 在这里, 我们不失一般性地假设激光传播的方向为 z 方向. 在相互作用绘景下, 假设 $\omega \simeq \omega_0$, 可以通过旋波近似忽略 $2\omega_0$ 的高阶项, 得到

$$\begin{aligned}\hat{H}_I &\simeq \hbar\Omega \hat{\sigma}_+ e^{i[k\hat{z} - (\omega - \omega_0)t + \phi]} + \text{H.c.} \\ &\simeq \hbar\Omega \hat{\sigma}_+ e^{-i[(\omega - \omega_0)t - \phi]} \left[1 + i\eta (\hat{a} e^{-i\omega_z t} + \hat{a}^\dagger e^{i\omega_z t}) \right] \\ &\quad + \text{H.c.},\end{aligned}\quad (7)$$

式中, H.c. 代表厄米共轭, $\eta = k\sqrt{\hbar/(2m\omega_z)} \ll 1$ 为Lamb-Dicke参数, ω_z 为 z 方向离子振动频率. 当 $\omega = \omega_0$ 时, 哈密顿量可以约化成 $\hat{H}_I^{\text{car}} \simeq \hbar\Omega (\hat{\sigma}_+ e^{i\phi} + \hat{\sigma}_- e^{-i\phi})$ 对应于离子内态的载波跃迁. 当 $\omega = \omega_0 \pm \omega_z$ 时, 哈密顿量可以分别约化为下面两项, 分别对应于离子的蓝边带跃迁和红边带跃迁:

$$\begin{aligned}\hat{H}_I^{\text{bsb}} &\simeq \hbar\eta (\Omega e^{-i\phi} \hat{\sigma}_- \hat{a} + \Omega^* e^{i\phi} \hat{\sigma}_+ \hat{a}^\dagger), \\ \hat{H}_I^{\text{rsb}} &\simeq \hbar\eta (\Omega e^{i\phi} \hat{\sigma}_+ \hat{a} + \Omega^* e^{-i\phi} \hat{\sigma}_- \hat{a}^\dagger),\end{aligned}\quad (8)$$

式中的两个哈密顿量描述了一个离子运动态即声子态与离子内部状态之间的耦合. 不同离子可以通过这一操作相互关联内态. 前者表示一个蓝边带(Blue Sideband, bsb)跃迁即 $|\downarrow\rangle|n\rangle \rightarrow |\uparrow\rangle|n+1\rangle$, 后者表示一个红边带(Red Sideband, rsb)跃迁即 $|\downarrow\rangle|n\rangle \rightarrow |\uparrow\rangle|n-1\rangle$, 其中 $|n\rangle$ 表示占据数为 n 的声子态.

图3的边带冷却正是利用这里的红边带跃迁以及光学泵浦完成的. 激光操作①, 通过红边带实现离子的振动量子态的声子湮灭算符操作, 使得离子声子数减少1, 内态将反转为激发态 $|e\rangle$. 激光操作②和③的目的是使离子内态变回基态即 $|e, n\rangle \rightarrow |g, n\rangle$. 不同种类的离子实现②和③方法不同, $^{171}\text{Yb}^+$ 是利用370 nm激光实现光学泵浦过程, 而 $^{40}\text{Ca}^+$ 是利用854 nm激光驱动 $^2\text{P}_{3/2} \rightarrow ^2\text{D}_{5/2}$ 跃迁, 再利用 $^2\text{P}_{3/2} \rightarrow ^2\text{S}_{1/2}$ 的自发辐射过程回到 $|g\rangle$. 不断重复以上过程, 可以将离子的振动量子态从热态一直冷却到量子基态. 通过这一自旋-声子耦合机制, 人们可以精确地制备出量子基态、相干态、热态以及各种纠缠量子态, 并通过对系统参量的调控构造各种类型的量子演化哈密顿量, 从而实现多种参数的量子精密测量.

3 时间测量

时间是一个基本物理量, 对时间的精密测量通常基于对稳定频率的测量. 时钟一般由两个主要部件组成: 一个拥有固定频率的设备和一个可以对周期计数并显示的装置. 比如摆钟的摆可以提供一个稳定的周期或频率, 而摆钟内部的各种齿轮可以驱动指针来计数并显示. 石英表则通过电子手段检测并计数石英晶体的机械振动, 从而转换为时间. 1950年左右, 首个概念原子钟和首个超过传统精度的铯133微波原子钟相继出现, 开创了时间测量的新纪元. 原子钟将铯133的超精细能级跃迁频率(9.2 nm)作为标准参考频率, 利用微波谐振腔测量此标准频率, 再用分频电路可得到1 s的脉冲. 随着技术的不断改善, 1967年召开的第13届国际度量衡大会确立了现行“秒”的定义, 为铯133原子在基态的两个超精细能级之间跃迁时所辐射电磁波周期的9192631770倍时间, 即以铯133原子的微波钟定义

了时间.

经过几十年的发展, 铯原子钟已经几乎逼近其使用极限^[10]. 为了实现更精确的计时, 人们开始致力于寻找基于光频跃迁的时钟. 基于可见光或紫外区域的窄光谱原子, 光钟理论上具有更高的稳定性和准确性. 但是由于光频(10^{15} Hz)跃迁的一个振荡周期仅为1 fs, 对这样的高频率直接用微波钟的方法进行计数, 很容易产生周期损失, 从而影响精度. 为了解决这一困难, 人们开发出锁模飞秒激光和光学频率梳等重要技术, 从而使光学频率钟成为可能. 2001年, Diddams^[11]实现了第一个全频率(激光重复频率和移频)都以原子光频跃迁为参考的光钟. 随后, 该领域的飞速发展使得频率不确定性降低到了 10^{-18} 量级. 2005年, 光学频率梳技术的主要贡献者John Hall和Theodor Hänsch被授予诺贝尔物理学奖, 以表彰他们对基于激光的精密光谱学发展做出的贡献.

3.1 光学频率梳与光频钟原理

原子钟首先需要一个稳定的窄频跃迁. 在连续激光的作用下, 原子会被激发产生跃迁, 并伴随受激辐射回到基态. 采用第三能级或者能级纠缠等方法, 我们可以使用荧光探测的手段对基态和激发态进行测量, 然后利用探测结果伺服反馈调节连续光频率, 使光频率锁定在原子能级之间. 这一过程如图4所示. 随后, 对于微波钟可以用计数器来实现直接计数, 从而得到时间标准. 对于光学钟而言, 需要使用光学频率梳来进行计数操作.

光学频率梳的频谱可以由梳方程来描述:

$$\nu_n = n \cdot f_r + f_0, \quad (9)$$

其中, n 是100000–1000000之间的整数, f_r 表示重复频率, f_0 表示激光移频. 通过上式可以看出, 整数 n 和重复频率 f_r 的乘积构成了微波频率与光频之间的连接. 从梳方程中可以看出, 光梳频率由上百万的光学模式组成, 在光学频域跨越百THz, 其自由度只包含 f_r 和 f_0 两个参数. 这种以微波频率完全定义光学频率的方式, 使得我们可以用微波频率在光学频域实现近似完美的分割和微波频率的相干倍增. 这也

是光梳在精密光学计量中最重要的研究价值之一. 重复频率在物理上满足 $f_r = v_g/(2L)$, 其中 v_g 表示脉冲群速度, L 为激光光腔长度. 因此, 可以通过改变光腔长度调节重复频率 f_r . 将频率最接近稳频连续激光的光梳模式与该稳频连续激光混合外差得到差频 f_0 , 搭建锁相环结构使重复频率与稳频连续激光锁定. 模式的整体移频在时域上正比于载波包络的相位导数, 即 $f_0 = (1/2\pi)d\psi/dt$, 实验上可以通过调节泵浦功率调节 f_0 ^[12]. 可以构造第二个锁相环将 f_0 锁定在一固定微波频率. 因此, 通过调节腔长和功率, 我们可以实现对光梳的精确调节, 从而为光学钟提供稳定且连续的光学参考频率, 其输出的稳定信号可以作为光学钟的计数器.

最高精度的锁相方法为自参考锁相方法, 这种方法需要光梳跨越8倍频带宽. 将光梳在频谱低端的模式频率加倍, 并与2倍模式处的光干涉, 即可以得到拍频 f_0 ,

$$f_0 = 2 \cdot \nu_n - \nu_{2n} = 2 \cdot (nf_r + f_0) - (2n \cdot f_r + f_0). \quad (10)$$

第一个全频率以原子光频跃迁为参考的光钟就是利用这种方法得到 f_0 , 然后通过反馈调节泵浦功率, 将其锁定在重复频率的整数倍, 如图5. 而重复频率 f_r 则以稳频连续光为参考, 用其中一个模式和参考光

图4 (网络版彩图)光学原子钟的原理图. 选定一个窄线宽跃迁作为钟态, 通过稳频技术使探测激光精确地锁定在钟态跃迁上, 锁定信号可以由第三能级探测. 从原子光谱中得到误差信号, 反馈到激光器进行闭环锁定. 最后用激光为参考对光梳进行锁相并由计数器计数

Figure 4 (Color online) Diagram of optical atomic clocks. A narrow line-width transition is selected as the clock state. The probe laser is precisely locked on the clock state transition by frequency stabilization technology, and its signal can be detected by a third level. The error signal is obtained from the atomic spectrum and fed back to the laser for closed-loop locking. Finally, the optical comb is phase-locked with the laser reference and counted by counter.

图 5 (网络版彩图)自参考光梳激光. 中心的垂直线阵列表示频率梳, 低频部分频率加倍后与高频部分混合外差可以得到 f_0 , 将 f_0 与 f_r 锁定, 此时光梳所有参数都是由连续激光锁定

Figure 5 (Color online) Self-referencing laser frequency comb. The vertical lines at the center of the figure represent the frequency comb. Frequency doubling light from a comb mode on the low end of the optical comb spectrum interferes with high frequency comb to produce a heterodyne beat at f_0 . We lock f_0 to f_r , so that all parameters of the optical comb are locked by the continuous wave laser.

做干涉, 得到拍频 f_b , 并且通过反馈调节腔长锁定到重复频率的整数倍上^[11]. 在这种方式下, 两个锁相环的频率相干地连接到 f_r , 而光梳中使用的所有频率都以稳频激光为参考, 从而形成了以光学频率为参考的光钟.

3.2 离子阱光钟的特点与进展

离子阱系统最大的特点和优势之一, 是系统内部与外部环境扰动之间有非常好的隔离效果, 因此非常适合用来实现高性能的离子钟. 我们通常用两个时钟参数公平地比较具有不同振荡频率的时钟, 即稳定性和绝对不确定性. 稳定性是指时钟的标准频率在很长一段时间内的波动, 主要由物理系统本身的特征和测量的本质决定, 并由Allan方差描述^[13]:

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2(M-1)} \sum_{i=1}^{M-1} [\langle y(\tau) \rangle_{i+1} - \langle y(\tau) \rangle_i]^2, \quad (11)$$

其中, $\langle y(\tau) \rangle_i = \langle \Delta f(\tau)/f_0 \rangle_i$ 是 τ 时间内第 i 次测量频率比的差. 高稳定性对应较小的Allan方差. 此外, 稳定性也可以表示为^[14]

$$\sigma_y(\tau) \approx \frac{\Delta\nu}{\nu_0 \sqrt{N}} \sqrt{\frac{T_c}{\tau}}, \quad (12)$$

式中, $\Delta\nu$ 是时钟系统的光谱线宽, N 是单次测量中使用的原子或离子的数量, T_c 是单次测量周期所需的时间, τ 是平均周期. 在这里, $\Delta\nu/\nu_0$ 可以理解为品质因子 Q , $1/\sqrt{N}$ 是原子投影噪声, 即标准量子极限, 而 τ/T_c 是连续测量次数. 在光钟中, Q 因子可以比微波钟大 5 个数量级, 达到 10^{15} . 因此, 如果我们使用 10000 个工作在窄线宽跃迁的原子构成光钟, 在 1 s 的平均时间内其不稳定性可以达到 10^{-17} s. 表 1 列出了部分离子钟对应的 Q 因子和跃迁波长.

另一个重要参数是频率的不确定性. 影响频率不确定性的因素很多, 大致可以分为由外部环境(如电场、磁场和黑体辐射)引起的频率偏移, 以及由相对论效应引起的引力偏移. 其中, 杂散电场和原子感受到的磁场是导致能级位移的主要因素. 由于Zeeman效应的存在, 钟态频率会受到磁场波动的影响. 频率移动 Δf 通常可以表示为

$$\Delta f = f - f_0 = C_1 B + C_2 B^2 + \dots, \quad (13)$$

式中, 第二个等号右边第一项称为一阶Zeeman移动, 第二项称为二阶Zeeman移动, 以此类推. 对于一阶Zeeman移动, 一种常用的消除方法是交替探测两个对称的Zeeman能级. 对于二阶Zeeman移动, 则必须尽可能地稳定磁场. 对于离子, 还必须考虑由激光和离子相互作用引起的交流Stark效应. 此外, 另一种Stark移动是黑体辐射(Black-Body Radiation, BBR)移动, 其物理来源是用于囚禁离子的阱发热产生的辐射电场引起的二阶Stark效应. 例如, $^{88}\text{Sr}^+$ 的 $5S-4D_{5/2}$ 钟态跃迁的BBR效应在室温下 ($T =$

表 1 不同种类离子的钟态跃迁以及 Q 因子

Table 1 Clock transitions and Q factors of different ion clocks

离子	钟态	波长(nm)	线宽	Q 因子
$^{40}\text{Ca}^+$	$2S_{1/2}-2D_{5/2}$	729.1	0.2 Hz	2.1×10^{15}
$^{88}\text{Sr}^+$	$2S_{1/2}-2D_{5/2}$	674.0	0.4 Hz	1.1×10^{15}
$^{199}\text{Hg}^+$	$2S_{1/2}-2D_{5/2}$	281.6	1.8 Hz	5.9×10^{14}
$^{171}\text{Yb}^+$	$2S_{1/2}-2D_{3/2}$	435.5	3.1 Hz	2.2×10^{14}
$^{171}\text{Yb}^+$	$2S_{1/2}-2F_{7/2}$	467	1 nHz	6.4×10^{23}
$^{27}\text{Al}^+$	$1S_0-1P_0$	267.4	7.7 mHz	1.5×10^{17}
$^{115}\text{In}^+$	$1S_0-1P_0$	236.5	0.8 Hz	1.6×10^{15}
$^{176}\text{Lu}^+$	$1S_0-1D_2$	577	0.9 Hz	5.8×10^{14}
$^{266}\text{Ra}^+$	$2S_{1/2}-2D_{5/2}$	728	0.54 Hz	7.6×10^{15}
$^{266}\text{Ra}^+$	$2S_{1/2}-2D_{3/2}$	828	0.25 Hz	1.4×10^{15}

300 K)约为0.250(9) Hz, 对应的相对移频为 5.6×10^{-16} [15]. 因此, 如果想要达到 10^{-18} 的频率不确定性, BBR效应必须被考虑并加以修正. 同样, 重力的效应同样限制了频率精度的提高. 例如, 当比较两个光学时钟的频率时, $\Delta h = 10$ cm的高度差会导致 $\delta f/f_0 = 10^{-17}$ 的移频. 表2列出了部分机构使用不同离子种类达到的稳定性.

2019年, 美国国家标准局(National Institute of Standard Technology, NIST)通过使用 Mg^+ 作为辅助离子, 成功地在 Al^+ 阱中演示了协同冷却和态读取 [16]. 在这项工作中, 他们用一个新阱消除了长期运动的加热. 他们还对 Al^+ 和 Mg^+ 在14 ms内进行了多普勒冷却和边带冷却, 使其处于三维运动的基态. 同时, 这项工作也减少了微运动、时间膨胀移频、黑体辐射移频和二阶Zeeman效应带来的影响. 通过上述努力, 时钟的系统不确定性达到了 9.4×10^{-19} , 频率不确定性达到了 $1.2 \times 10^{-15}/\sqrt{\tau}$. 但是, 由于该系统需要14 ms的长时间冷却过程, NIST实验中检测到的占空比不够高. 最近, Monroe组 [17]利用电磁诱导透明冷却技术, 在300 ms内将大量的离子(约40个)冷却到三维运动基态. 这使得冷却速度提高了大约5倍, 可以缩短检测时间, 进一步降低系统的不确定性.

3.3 便携式光钟

在地质勘探和空间导航等特殊应用场景下, 光钟的便携型是另一个备受关注的重要指标 [21]. 为了开发便携式光钟, 人们必须重新设计或修改一些关键组件, 从而在保证关键性能的同时达到紧凑性和可靠性的要求. 这通常意味着对整套激光、真空和

超稳腔系统进行彻底地改造. 2017年, 曹健等人 [22]将 $^{40}\text{Ca}^+$ 光钟重新设计为两个子系统——紧凑的单离子单元和激光单元, 并实现了体积为 0.54 m^3 的光学时钟. 其系统不确定度估计为是 7.8×10^{-17} . 2020年, 武汉物理与数学研究所提出了一种在多通道腔体上集成多波长稳定化的方法, 并为可移动光钟中的紧凑型激光单元提供了一种可行方案 [23]. 此外, 集成光学梳技术(如微腔光学梳)也在迅速发展. 人们提出了一种紧凑的光学时钟架构, 通过集成硅芯片光子学技术, 可以显著降低组件尺寸和复杂度 [24]. 为了进一步减少设备占用空间, 人们还在致力于使包括控制电子和光学组件在内的其余时钟组件小型化, 如光频率梳 [25,26]和激光源的小型化 [27-29]以及光学器件的集成化 [30,31]等. 这些新兴技术的发展和运用, 都有望在不远的将来助力紧凑型便携式离子光钟的研制与开发.

4 磁场测量

利用离子阱进行精密测量的另一个重要方向是对磁场的检测. 在凝聚态物理和生物化学科学等领域, 具有高灵敏度和高空间分辨率的电磁场测量具有极其重要的应用价值. 近年来, 离子阱磁力计在以上两个方面都取得了很大进展 [32-34]. 离子阱磁力计的原理是利用磁场引起的Zeeman分裂或光学移频产生的干涉相位进行测量. 通过长测量时间下动态解耦增强的Ramsey式测量, 离子阱磁力计已经实现了高达 $4.6 \text{ pT}/\sqrt{\text{Hz}}$ 的灵敏度, 以及300 fT的最小响应值 [33]. 此外离子囚禁区域通常为纳米尺度, 因此磁场测量的空间分辨率可以高达20 nm.

Ramsey式测量的基本原理决定了其干涉相位随探测时间 T 线性累积, 因此离子阱磁力计的理论灵敏度为 $1/T$ 量级. 在实际条件下, 由于磁力计对环境噪声非常敏感, 其探测时间和灵敏度通常受到信号退相干的限制. 因此, 我们需要利用动态解耦场对期望信号与有限带宽的非白噪声进行频谱分离, 从而实现系统与环境的解耦. 动态解耦方法可以显著提高相位相干时间 T_2 , 也可以增加期望频率附近交变磁信号的探测灵敏度. 另一种消除噪声源的方法是构造连续驱动的缀饰态. 例如, 由两个Zeeman子

表 2 不同离子阱光钟组的稳定性和不确定度

Table 2 The stability and uncertainty of different optical clock groups with trapped ions

机构	离子种类	稳定度	不确定度
中国科学院武汉物理与数学研究所(WIPM) [18]	$^{40}\text{Ca}^+$	$1 \times 10^{-14}/\sqrt{\tau}$ $7 \times 10^{-17} @ 20000 \text{ s}$	5.5×10^{-17}
美国国家标准局(NIST) [16]	$^{27}\text{Al}^+$	$1.2 \times 10^{-15}/\sqrt{\tau}$	9.5×10^{-19}
英国国家物理实验室(NPL) [19]	$^{88}\text{Sr}^+$	$3 \times 10^{-14}/\sqrt{\tau}$	4×10^{-17}
德国联邦物理技术研究院(PTB) [20]	$^{171}\text{Yb}^+$	$5 \times 10^{-15}/\sqrt{\tau}$	3.2×10^{-18}

能级叠加可以形成对磁场涨落不敏感的缀饰态, 再通过组合对一阶磁场不敏感的超精细态, 可以构造成为量子探针, 其相干时间可以延长3个数量级, 达到2000 ms. 通过这些技术, 离子阱磁力计的实验灵敏度可接近标准量子极限 $1/\sqrt{T}$, 达到4.6 pT/ $\sqrt{\text{Hz}}$ 水平.

4.1 脉冲动态解耦

脉冲动态解耦是离子阱磁力计减小环境噪声影响, 增强对探测信号的响应, 从而实现高信噪比的重要技术路径. 其基本思想是通过一系列优化的脉冲序列在频域上将量子系统从噪声环境中分离出来. 2011年, Ozeri组^[35]在 $^{88}\text{Sr}^+$ 阱磁力计中采用了基于脉冲动态解耦的量子锁相放大方法, 将灵敏度提高了30倍, 达到了15 pT/ $\sqrt{\text{Hz}}$, 磁场频率可达312.5 Hz, 并将探测相干时间延长至1.4 s. 经典的锁相方法能将信号从噪声环境中提取并放大. 与之相似, 量子锁相放大也可以在量子系统中实现信号的提取和放大. 量子锁相放大的模型可以由如下哈密顿量描述:

$$\hat{H} = [M(t)\hat{\sigma}_z + \Omega(t)\hat{\sigma}_y]/2, \quad (14)$$

式中, $M(t) = S(t) + N(t)$ 是待测信号, 其中 $S(t) = S_0 \cos(2\pi f_m t + \varphi)$ 是主要的信号, $N(t)$ 为微弱的环境噪声. $\Omega(t)$ 是脉冲动态解耦序列, 实验上由激光与原子的相互作用实现. 具体实验序列如图6所示.

为了解决量子系统中信号混合的难题, Ozeri组^[35]利用式(14)哈密顿量中 $\hat{\sigma}_z$ 项和 $\hat{\sigma}_y$ 项不对易的特点, 通过波函数的非线性动力学过程, 对已知信号和待测信号的混合, 实现了经典锁相放大的效果. 在这个方案中, 一个脉冲周期内的锁相相位可以表示为

$$\phi_{\text{lock-in}} = \frac{1}{\hbar} \int_0^T dt M(t) \cos \left[\frac{1}{\hbar} \int_0^t dt' \Omega(t') \right]. \quad (15)$$

从上式可以看出, 当 $\Omega(t')$ 的周期与 $M(t)$ 信号周期相同时, 积分结果不为0, 锁相相位开始积累, 待测信息将被储存.

当离子探针经过如图6所示的实验序列之后, 其动态解耦过程中的态读出 $P_{\uparrow}$ 由下面的方程给出^[35]:

$$P_{\uparrow} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2\hbar} \int_0^T dt M(t) \sin \left[\frac{1}{\hbar} \int_0^t dt' \Omega(t') \right]$$

$$= 1/2 + (A/2) \cos(\phi_{\text{rf}} - \phi_{\text{lock-in}}), \quad (16)$$

其中, 对比度 $A = \langle \cos(\phi_N) \rangle$. 注意这里的狄拉克算符 $\langle \dots \rangle$ 代表多次测量的平均. 式(16)的积分结果与经典锁相放大的信号公式具有相同的形式. 实验中测得的环境磁场噪声结果如图7所示. 通过扫描 ϕ_{rf} , 我们能够提取出 $\phi_{\text{lock-in}}$ 和条纹对比度 A . 在理想情况下, 对比度 $A = 1$. 而在实际情况中, 噪声会使 A 下降. 这使得我们可以利用对比度 A 来分析噪声. 如果不加任何调制信号, 即取 $M(t) = N(t)$, 并将其代入式(16), 可以得到

$$\phi_N = \frac{1}{\hbar} \int_0^T dt N(t) \cos \left(\frac{1}{\hbar} \int_0^t dt' \Omega(t') \right). \quad (17)$$

此时, 正弦条纹被平均过程削弱, 对比度 $A = \langle \cos(\phi_N) \rangle$ 也自然会下降. 图7给出了一个典型环境中各种微弱的磁场成分及其强度. 其中 $\tau_{\text{arm}} = 5$ ms 的凹陷(黑色箭头)代表频率为100 Hz的磁场噪声, 由相应的公式可以估算出该噪声的强度为 $B = 390(5)$ pT.

图6 (网络版彩图)脉冲动态解耦CPMG (Carr, Purcell, Meiboom and Gill)序列^[35,36]. 在 $\pi/2$ - $\pi/2$ Ramsey序列中插入动态解耦序列. 最后一个 $\pi/2$ 脉冲有着不同相位, 蓝色的波形是等效的调制信号. τ_{arm} 为脉冲间隔

Figure 6 (Color online) CPMG (Carr, Purcell, Meiboom and Gill) sequence^[35,36] for dynamic decoupling. Insert dynamic decoupling sequence in $\pi/2$ - $\pi/2$ Ramsey sequence. The last $\pi/2$ pulse has a different phase. The blue waveform is the equivalent modulated signal. In the plot, τ_{arm} is the time interval of the pulse.

图 7 (网络版彩图)环境噪声谱. $N=1, 9$ 和 17 个 π 脉冲的数据分别由绿色下三角形、橙色上三角形和蓝色方块表示. 当 τ_{arm} 接近 $2.5, 5$ 和 10 ms时干涉条纹百分比下降, 分别对应于磁场噪声为 $200, 100$ 和 50 Hz [35]

Figure 7 (Color online) Environmental noise spectrum. The data of $N=1, 9$, and 17 π pulses are represented by green down-triangle, orange up-triangle, and blue square, respectively. When τ_{arm} approaches $2.5, 5$, and 10 ms, the interference fringe percentage decreases, corresponding to magnetic field noise of $200, 100$, and 50 Hz, respectively [35].

2017年, 清华大学的Kim组 [37]通过 $^{138}\text{Ba}^+$ 冷却 $^{171}\text{Yb}^+$, 并利用量子锁相放大技术, 以及CPMG和Knill脉冲动态解耦技术, 将单离子的相干时间提高到 10 min. 此外, 对环境磁场噪声谱的研究可以用于寻找离子阱中的噪声源. 通过处理噪声源, 离子的相干时间可以进一步得到提高, 并有助于继续提高离子阱磁力计的灵敏度.

4.2 连续驱动缀饰态解耦

基于脉冲动态解耦的磁力计可以很好地将信号与环境噪声分离, 延长量子比特的相位相干时间. 但这一方案在测量高频磁场时要用到时间间隔更短、强度更强的脉冲, 因此对产生脉冲的激光器提出了更高的技术要求. 2016年, Wunderlich组 [33]提出了一种连续驱动缀饰态解耦的方法, 可以实现高频磁场的探测. 该方案利用单个 $^{171}\text{Yb}^+$ 的多能级结构构造出一个受保护的缀饰态子空间, 实现了一种抗幅值噪声的超灵敏磁力计方案, 其灵敏度接近标准量子极限. 该方案通过改变静态偏置磁场, 适用频率可从直流到GHz范围.

考虑 $^{171}\text{Yb}^+$ 的4个超精细能级(如图8(a)所示). 在光场耦合之下, 系统的裸态哈密顿量可以表示为 $\hat{H} = w_0|0\rangle\langle 0| + \lambda_+|+1\rangle\langle +1| - \lambda_-|-1\rangle\langle -1|$

$$+ \Omega|-1\rangle\langle 0|e^{i\omega_-t} + e^{i\theta}|1\rangle\langle 0|e^{i\omega_+t} + \text{H.c.})$$

$$+ \Omega_g \cos(\lambda_+ t + \phi)|+1\rangle\langle 0'| + \text{H.c.}). \quad (18)$$

能级图如图8(a)所示(这里取 $\hbar = 1$), 以 $|0\rangle$ 为能量零点, w_0, λ_+ 和 λ_- 是 $|-0\rangle, |+1\rangle$ 和 $|-1\rangle$ 能级位置, $|\pm 1\rangle$ 与 $|0\rangle$ 之间的跃迁由Rabi频率为 Ω , 频率为 $w_{\pm 1}$ 的微波驱动, θ 是两个微波源信号的相位差; $|0'\rangle$ 与 $|+1\rangle$ 之间的跃迁, 由Rabi频率为 Ω_g , 频率为 λ_+ , 相位为 ϕ 的信号驱动. 其中钟态跃迁 $|0\rangle \leftrightarrow |0'\rangle$ 对磁场的一阶涨落不敏感, $|+1\rangle$ 和 $|-1\rangle$ 裸态对一阶Zeeman效应更敏感.

在相互作用绘景下做旋波近似, 并取 $\theta = \pi$ 和 $\phi = 0$, 哈密顿量可由缀饰态 $|u\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|D\rangle + |0\rangle), |d\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|D\rangle - |0\rangle)$ 表示为

$$\begin{aligned} \hat{H}_{\text{int}} = & \frac{\Omega}{\sqrt{2}}|u\rangle\langle u| - \frac{\Omega}{\sqrt{2}}|d\rangle\langle d| \\ & + \sqrt{2}\Omega_g(|B\rangle\langle 0'| + \text{H.c.}), \end{aligned} \quad (19)$$

其中, $|D\rangle = \frac{|+1\rangle - |-1\rangle}{\sqrt{2}}, |B\rangle = \frac{|+1\rangle + |-1\rangle}{\sqrt{2}}$. 耦合前后的能级示意图如图8(a)和(b)所示.

因为裸态 $|+1\rangle$ 和 $|-1\rangle$ 对一阶Zeeman效应更敏感, 因此当磁场波动时, 两个裸态都分别反向平移 δ , 总失谐为 2δ . 两态之间相对相位差的变化会导致退相干. 但在缀饰态表述下, 对于 $|B\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|+1\rangle + |-1\rangle)$, 其中失谐会相互抵消, 且 $|0'\rangle$ 对一阶Zeeman效应不敏感. 需要注意的是, 缀饰态 $|u\rangle$ 和 $|d\rangle$ 分别与 $|B\rangle$ 产生了大小为 $\Omega/\sqrt{2}$ 的能隙, 因此当噪声频率接近 $\Omega/\sqrt{2}$ 时, $|u\rangle$ 和 $|d\rangle$ 会与 $|B\rangle$ 之间发生跃迁, 使得 $|B\rangle$ 相对于 $|0'\rangle$ 退相干. 而当噪声频率远离 $\Omega/\sqrt{2}$ 时, 离子的相干时间可以得到显著延长 [38]. 在实验中, 相干时间可以由Ramsey序列 $\pi/2$ - $\pi/2$ 测得. 其结果表明通过选择缀饰态, 单离子的相干时间可以从 5.3 ms延长至 2000 ms以上, 提高了约3个数量级 [39].

当环境中存在交变信号磁场时(如图8(a)所示), 在Zeeman效应的影响下, 耦合过程由如下哈密顿量表示:

$$\begin{aligned} \hat{H}_{\text{rf}} = & \frac{\hbar\Omega_g}{2}(e^{-i\phi}|+1\rangle\langle 0'| + \text{H.c.}) \\ = & \frac{\hbar\Omega_g}{2}(e^{-i\phi}|B\rangle\langle 0'| + \text{H.c.}) \\ & + \frac{\hbar\Omega_g}{2\sqrt{2}}[e^{-i\phi}(|u\rangle + |d\rangle)\langle 0'| + \text{H.c.}]. \end{aligned} \quad (20)$$

图 8 (网络版彩图) (a) 磁力计能级结构(裸态). (b) 磁力计的能级图(缀饰态). 缀饰态 $|u\rangle$ 和 $|d\rangle$ 态出现了能隙. 图片来自文献[33], 已获得授权

Figure 8 (Color online) (a) Level diagram for magnetometry (bare state). (b) Level diagram for magnetometry (dressed state). The dressed states $|u\rangle$ and $|d\rangle$ are separated by an energy gap. Referred from ref. [33], authorized.

从上式可以看出, 外界磁场通过Zeeman效应改变了裸态之间能级差, 而 $|+1\rangle$ 是包含了两个缀饰态 $|u\rangle$ 和 $|d\rangle$ 的叠加态. 因此, 通过测量 $|u\rangle$ 和 $|d\rangle$ 的Rabi频率 Ω_g 值, 可以推算出磁场的值. 在实验中, 为了检测磁力计的灵敏度, 可以采用与 $|0'\rangle \leftrightarrow |+1\rangle$ 共振的射频场去诱发缀饰态之间的Rabi振荡[38]. 结果显示, 该方案的最高灵敏度可达 $4.6 \text{ pT}/\sqrt{\text{Hz}}$, 接近标准量子极限.

4.3 相关进展

在提高磁场测量灵敏度方面, 除了动态脉冲解耦的方案, 纠缠态和连续驱动缀饰态解耦的磁力计方案有了新的进展. 2016年, Poschinger小组[40]通过对离子阱外部设置磁屏蔽罩, 并检测Paul阱中单个 $^{40}\text{Ca}^+$ 对磁场敏感态之间的受激拉曼跃迁, 将相干时间提高到300 ms. 在此基础上进一步使用自旋回波序列进行动态解耦, 可以将相干时间增加到2100 ms. 基于这项工作, 他们利用对磁场涨落不敏感的纠缠态实现了灵敏度为 $12 \text{ pT}/\sqrt{\text{Hz}}$ 的磁力计, 可以探测到最小强度为300 fT的弱DC磁场[34]. 2017年, Retzker小组[41]提出了基于连续驱动场产生缀饰态的鲁棒量子比特方案. 该方案理论上可以使 $^{40}\text{Ca}^+$, $^{88}\text{Sr}^+$, $^{138}\text{Ba}^+$ 的相干时间比裸态延长约4个数量级, 对磁场灵敏度提高2个数量级, 可以用于检测1–100 MHz频率范围内的交流磁场.

5 离子阱陀螺仪

5.1 发展背景

陀螺仪是进行转动测量的主要设备, 其主要传感部件是角动量传感器. 从经典物理中的角动量守恒原理出发, 用陀螺模型设计的机械陀螺仪是转动测量的经典方式. 机械陀螺仪的精度受限于机械加工精度, 且容易受到外界的干扰, 特别是常见的撞击、震颤、加速等动作都会影响其对角度偏转的测定. 相对于传统的机械陀螺仪, 微机电系统(Micro-Electro-Mechanical System, MEMS)陀螺仪、激光陀螺仪等新型陀螺仪在不同方面展现出了性能上的优越性. 其中MEMS陀螺仪通过在硅片上形成微米尺度的精密谐振结构, 记录陀螺仪部件受到的科里奥利力, 从感应角速度的大小和方向, 进行运动的测量与控制. 该类型陀螺仪具有一定的精度, 且由于其体积小、功耗低、成本低等优点, 被广泛应用于消费电子领域.

最新发展的激光陀螺仪是以光的Sagnac效应为理论基础, 可以实现非常精确的转动测量. 根据不同的技术手段, 激光陀螺仪主要分为被动测量相位差的光纤陀螺仪(Fiber Optical Gyroscope, FOG)与主动测量频率差的环形激光陀螺仪(Ring Laser Gyroscope, RLG)两大类. 激光陀螺仪的主要优点在于没有移动部件, 因而没有摩擦, 也没有内在的漂移. 相比于传统的机械陀螺, 它体积更加紧凑、重量更轻, 并且对于轴间振动、加速度、冲击等扰动不敏感. 激光陀螺仪已经开始广泛应用于军事和民用航空器、航天飞行器、舰艇船舶等需要惯性导航的设备. 另一种利用的Sagnac干涉陀螺仪的方案为物质波干涉仪, 其基本原理可以理解为用物质波代替光进行Sagnac干涉[42–44].

根据Sagnac效应的基本原理, 激光干涉仪或物质波干涉仪累积的Sagnac相位可以表示为

$$\Phi = \frac{4\pi E}{hc^2} A \cdot \Omega, \quad (21)$$

式中, Ω 为角速度, E 为粒子能量, A 为干涉面积. 从上式可以看出, 干涉仪的灵敏度与干涉面积 A 和能量 E 均成正比. 对于光学干涉仪而言, 由于紫外光在

介质中损耗较大,无法大幅提高光子能量,唯一的方法只能是增加干涉面积.以光纤陀螺仪为例,假设光纤是环形的,半径为1 m,在转动角速度为 10° h^{-1} 的环境中,两束光的光程差仅为0.00041 nm,远小于光波长的数量级.由于直接扩大干涉仪的面积会带来很多技术上的问题,人们通常通过增加光纤匝数增加有效面积.在实际应用中,光纤的总长度一般为100–1000 m的量级.由于光纤陀螺仪所用到的光纤或者激光晶体等光介质材料并非理想光通路,光介质受到外部环境温度和内部光辐射吸收的影响,会导致介质温度变化从而影响光的传播,且影响大小随光纤长度的平方增加.这一因素是制约光纤陀螺仪精度的重要原因之一^[45].另一方面,电磁场对光介质的极化作用会产生Kerr效应,这会导致正向与逆向两束光的光速不同,也会对测量产生影响.此外,介质中光的不同能量模式之间的能量交换,以及光介质连接处与光介质中的瑞利散射带来的反向散射光都会降低其信噪比.而这些影响都会随着光纤长度的增加而变得越来越显著.因此,在我们通过增加干涉面积提高陀螺仪灵敏度的同时,也会对精度产生较大的影响.

对于物质波干涉仪而言,由于物质粒子的质能通常远远大于光子的能量,在同等灵敏度要求下物质波干涉仪所需要的干涉面积更小,上述的一系列问题都会得到显著的改善,因此在小型集成化的应用中更具有优势.在之前的研究中,人们关注较多的是由中性原子构成的物质波干涉仪.但是随着研究的深入,人们逐渐认识到原子陀螺仪存在一些难以克服的困难.首先,原子干涉仪依赖原子系综进行测量,必然会带来一定的系统误差;其次,热原子干涉仪需要的空间一般较大,而冷原子干涉仪的灵敏度受限于磁光阱中原子的寿命(通常在秒量级);第三,原子干涉仪所需的光路较为复杂,不利于设备的小型化或集成化.且实验上难以实现中性原子沿同一轨道的多次绕行.因此,寻找其他物理系统对物质波干涉进行研究,并在此基础上研制可集成的紧凑型高灵敏度陀螺仪,实现更高精度的转动测量,具有重要的理论和应用价值.和不带电的中性原子相比,悬浮在超高真空环境中的离子阱系统是量子精密测量最为合适的系统之一.人们可以利用连续泵

浦光和态相关荧光探测近乎完美地实现量子态的初始化和探测,并且通过微波、超窄线宽激光或者超稳脉冲Raman激光实现几乎任意的量子态演化操作.其次,囚禁离子作为量子态的载体具有很长的相干时间.此外,离子阱采用电场进行约束,不仅不需要复杂稳定的光路,而且可以芯片化,并利用成熟的集成电路工艺进行大规模的扩展和工业生产.

在本节中,我们将介绍一种新型的高灵敏度陀螺仪设计方案.该陀螺仪利用囚禁离子作为物质波Sagnac干涉仪进行旋转测量.通过设计量子脉冲序列,离子陀螺仪可以在一个紧凑的设备内实现极大的Sagnac干涉面积,从而实现对角位移与角速度的高精密度测量.该方案只需要简单的Doppler冷却即可工作,甚至不需要将离子冷却到Lamb-Dicke区域.因此,该方案在陀螺仪的小型集成化,以及与之相关的惯性导航、地球自转速率测量、引力波测量的应用中具潜在的优势.

5.2 基本原理

离子阱陀螺仪的主要工作过程分为以下几个步骤.首先将离子制备在叠加态 $|\uparrow\rangle + |\downarrow\rangle$ 上,其中上下态为离子中选定的赝自旋态.然后通过调节静电场改变势阱中心,使离子绝热地偏离原势阱中心.通过多次给离子施加自旋依赖力(Spin-Dependent Force)^[46],使离子获得 $\Delta p = \hbar \Delta k \hat{\sigma}_z$ 的动量改变量.在这里, Δk 为波矢量差,其方向垂直于离子偏移中心的方向, $\hat{\sigma}_z$ 为泡利算符.由于离子的上态和下态得到的冲量方向相反,且垂直于离子偏移中心的方向,离子的上态和下态所对应的运动态波包将在相空间中向相反的方向运动,并累积Sagnac相位,如图9所示.在绕行设定的时间之后,再通过施加反向的自旋依赖力使其停止转动,并恢复到势阱中心.最后进行荧光测量,利用上态概率计算得到Sagnac相位和相应的转动角速度.

上述过程中的核心要素是实现自旋依赖力,它可由两束脉冲激光的Raman操作实现,如图9紫色箭头所示.物理过程可由激光与物质相互作用哈密顿量描述^[46]:

$$\hat{H}_I(t) = \frac{\Omega(t)}{2} \sin[\eta(\hat{a}^\dagger + \hat{a}) + \phi(t)] \hat{\sigma}_x, \quad (22)$$

图 9 (网络版彩图)离子累积Sagnac相位. 初态制备后将阱中心偏离, 作用自旋依赖力(由两束拉曼光即紫色箭头实现), 受力方向即分别为图中红色与蓝色箭头. 上下态将沿着相反路径绕势阱中心旋转, 累积Sagnac相位

Figure 9 (Color online) Accumulating Sagnac phase. Prepare the ion and then displace the trap center. Apply spin-dependent kicks by 2 Raman beams which are shown as the violet arrows. The force directions are along the red and blue arrowheads direction. Two states rotate around the trap center along opposite directions to accumulate Sagnac phase.

其中, $\hat{a}$ 和 $\hat{a}^\dagger$ 为声子模式的升降算符, $\Omega(t)$ 是含时 Rabi频率, η 为Lamb-Dicke参数, $\phi(t)$ 为驻波相位. 由于脉冲频率高于离子能级跃迁频率和阱的囚禁频率, 我们可以取近似 $\Omega(t) \approx \theta \delta(t - t_i)$, 即在 t_i 时刻有一个无限窄的高电平, 其余时刻无信号, t_i 与 t_{i+1} 时刻间隔对应于激光的重复频率倒数. 在该哈密顿量的作用下, 离子的演化算符可以写为

$$\begin{aligned} \hat{U}_{t_i} &= \exp\left(-i \int \hat{H}_I(t) dt\right) \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{in\phi(t_i)} J_n(\theta) \hat{D}_x[s] \hat{\sigma}_x^n, \end{aligned} \quad (23)$$

其中, J_n 表示贝塞尔函数, 位移算符 $\hat{D}_x[s]$ 表示将相干态在相空间中沿 x 方向移动复距离 s . 对于 $s = i\eta$ 为纯虚数的情形, 位移算符只改变态的动量平均值, 而不改变位置平均值, 其作用效果类似于经典力学中的冲量 $\hbar \Delta k \hat{\sigma}_z$. 通过顺序组合一系列 $\hat{U}_{t_i}$ 和自由演化过程, 可以构造一个序列, 使得演化等效为自旋依赖的形式^[46]:

$$\hat{U}_x = \hat{D}_x[i\eta] \hat{\sigma}_+ + \hat{D}_x[-i\eta] \hat{\sigma}_-. \quad (24)$$

离子阱陀螺仪的另一个重要操作是使离子离开势阱的中心. 通过快速改变交变电场电压, 可以将阱中心沿 y 方向非绝热移动 y_d 的距离. 这一过程的演化算符为

$$\hat{U}_y = \hat{D}_y\left[-\frac{y_d}{2y_0}\right], \quad (25)$$

其中, $y_0 = x_0 = \sqrt{\hbar/2m\omega}$ 为 y 方向离子的特征尺度. 假设陀螺仪沿着 z 轴以角速度 Ω 匀速旋转, 那么相对于离子参考系, 激光与电极都将发生旋转. 在离子自由振动 M 个周期后, 位移算符 $\hat{D}'$ 相比于之前的位移算符 $\hat{D}$ 将产生一定的夹角 $\theta = \Omega M 2\pi/\omega$, 并可以被写为 $\hat{D}' = e^{-i\theta \hat{J}_z} \hat{D} e^{i\theta \hat{J}_z}$. 设离子的初态为声子相干态 $|\downarrow\rangle \otimes |\alpha_x, \alpha_y\rangle$, 经过一系列的 $\pi/2$ 脉冲、推移操作、自由振动及推移逆操作后, 此时离子的态为

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left[e^{i\frac{\theta}{2}} |\downarrow\rangle \otimes \left| \alpha_x + iN\eta(1 - \cos\theta) - \frac{y_d}{2x_0} \sin\theta, \right. \right. \\ &\quad \left. \alpha_y - iN\eta \sin\theta - \frac{y_d}{2y_0}(1 - \cos\theta) \right\rangle \\ &\quad + e^{-i\frac{\theta}{2}} |\uparrow\rangle \otimes \left| \alpha_x - iN\eta(1 - \cos\theta) - \frac{y_d}{2x_0} \sin\theta, \right. \\ &\quad \left. \alpha_y + iN\eta \sin\theta - \frac{y_d}{2y_0}(1 - \cos\theta) \right\rangle \right], \end{aligned} \quad (26)$$

其中, 自旋上下态之间的相对相位为

$$\begin{aligned} \delta &= 2N\eta \left[\frac{y_d}{2x_0}(1 + \cos\theta) \sin\theta + \frac{y_d}{2y_0}(1 - \cos\theta) \sin\theta \right] \\ &\quad + 2N\eta \left[\text{Re}(\alpha_x)(1 - \cos\theta) - \text{Re}(\alpha_y) \sin\theta \right]. \end{aligned} \quad (27)$$

该相位可由最后一步 $\pi/2$ 型Ramsey干涉后读取自旋上态的概率而测得. 终态中自旋上态概率理论值为

$$\begin{aligned} P_{|\uparrow\rangle} &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} e^{-2(2N\eta \sin \frac{\theta}{2})^2} \cos\left(\phi - \frac{A(\alpha_y)}{\pi x_0^2} \sin\theta\right) \\ &\quad - 4N\eta x_0^2 \text{Re}(\alpha_x)(1 - \cos\theta). \end{aligned} \quad (28)$$

在这个方案中, 离子运动轨迹所围绕的面积 $A(\alpha_y) = 2\pi x_0 N\eta(y_d - 2y_0 \text{Re}(\alpha_y))$. 对于离子运动能级初态不是相干态, 而是热态的情形, 我们也可以通过Glauber-Sudarshan的 P 表示来计算出对应的上态概率为

$$P_{|\uparrow\rangle} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} e^{-(4N\eta \sin \frac{\theta}{2})^2 (\bar{n} + \frac{1}{2})} \cos\left(\phi - \frac{A(0)}{\pi x_0^2} \sin\theta\right). \quad (29)$$

该结论对于任意阶的旋转角 θ 都成立. 对于这两种情况, 我们都可以通过读取离子荧光率(对应于终态中自旋上态概率)精确地反解出旋转角 θ 及角速度 Ω . 如果选取较小的自由演化时间使得旋转角满足 $\sin^2 \frac{\theta}{2} \ll 16N^2\eta^2(\bar{n} + \frac{1}{2})$, 即使在离子温度较高的情况下, 可以完成全对比度的干涉角度测量, 并省去复杂的边带冷却过程实现高精度的角速度测量.

5.3 发展情况

2017年, Campbell等人^[47]首先在理论上提出可以基于囚禁离子实现一种新的通过Sagnac效应测量旋转传感器. 通过高速的激光脉冲与量子相干操作, 该方案可以实现极大的Sagnac干涉面积, 从而完成角位移与角速度的高精度测量. 与中性原子陀螺仪不同, 离子阱陀螺仪使用 $\pi/2$ 脉冲和与自旋依赖脉冲构造闭合的回旋路径, 以获得旋转引起的相移. 因此, 该方案可以在一个紧凑的仪器中使干涉粒子多次环绕一个区域不断累积Sagnac相位, 因此具有结构紧凑、制备简单、尺寸系数大等优点. 这使得它成为未来许多应用中的小型和便携式设备的理想测试平台. 理论计算发现, 即使只使用单个离子, 该方案的灵敏度典型值也可以高达 $1.4 \times 10^{-6} \text{ rad}/(\text{s} \sqrt{\text{Hz}})$, 已经接近目前冷原子陀螺仪的技术指标^[47].

在实验上, 离子陀螺仪正处于实验室条件下早期研发阶段. 其中一个可能的技术困难是该方案对囚禁势阱的要求较高. 势阱的缺陷可能会导致各种不必要的系统误差, 如常见的传递动量错位和传递动量相对错位, 并影响干涉仪的相位和可观测性. 2019年, West^[48]在一个专门用于旋转传感的离子阱系统物质波干涉仪中研究了这些系统效应, 发现对势阱的良好控制可以使干涉仪不受实验缺陷的影响. 同年, Urban等人^[49]示范了在圆对称势下双离子库仑晶体量子转子的相干控制. 这些先期工作为后续更多基于离子阱的量子干涉测量和传感研究开辟了道路.

6 总结与展望

本文介绍了近年来利用囚禁离子系统实现精密测量的一些进展、前景和挑战. 离子阱本身的超强

稳定性和其具备的量子态操控能力, 使其在量子精密测量领域具有一些天然的优势. 基于光梳原理和光频稳定技术的离子阱光钟, 利用脉冲动态解耦和连续缀饰态解耦的离子阱磁力计, 以及基于物质波Sagnac干涉仪原理的离子陀螺仪. 这些新的进展不仅实现了更高的灵敏度和更强的稳定性, 也在器件小型化、集成化、提高空间分辨率等方向提升了测量仪器的性能, 有望在更丰富的应用场景下促进从基础科研到工业应用等各种需要精密测量领域的发展.

囚禁离子体系最重要的两个优势是相干时间长(可以达到秒量级)和量子态操控能力强. 因此在过去10年内, 基于囚禁离子的时间、磁场和转动测量都得到了快速发展, 测量精度和灵敏度大幅提升. 得益于光梳和光频稳定技术的发展, 离子阱光钟实现了光学频率(THz)的时间测量, 大大提高了原有微波钟的时间测量精度. 利用脉冲动态解耦和连续缀饰态解耦, 离子的相干时间从毫秒延长到秒的量级. 这使得离子阱磁力计的测量灵敏度可接近标准量子极限 $1/\sqrt{T}$, 达到 $4.6 \text{ pT}/\sqrt{\text{Hz}}$ 水平, 而且磁力计空间分辨率可以达到纳米级别. 离子阱陀螺仪虽然尚未研制成功, 但前期的理论和技术预研已经展示出极大的潜力. 由于离子阱的加工操控和成熟的半导体芯片技术结合紧密, 芯片型离子阱具有极好的可扩展性. 因此随着技术的不断进步, 基于囚禁离子的高精度光钟、高灵敏度磁力计和陀螺仪在小型化、集成化、芯片化等方面有巨大的发展潜力, 有望在基础科研和工业应用等多种领域产生重要价值.

在离子阱精密测量未来的研究中, 更高的精度和更小的器件是两个最重要的方向. 对更高精度的追求是计量学和基础物理学中永恒的主题, 这往往需要优化最先进的技术, 或者寻找新的原理或体系. 到目前为止, 虽然还没有通过比较高精度的光钟发现暗物质的特征或观察到基本常数随时间的变化, 但这些测试已经在 10^{-17} Hz 的级别上验证了目前物理模型的准确性. 在离子阱光钟方面, 为了提高光钟的基本性能, 一个重要的方法是寻找新的具有更高频率的时钟跃迁. 一个可能的选择是最近确认的钪229的核能级跃迁^[50,51]. 该跃迁有潜力将时钟的

稳定性提高约5个数量级. 此外, 一个同样重要且更具挑战性的任务是通过简化和小型化的方法制造可移动光钟. 在未来, 通过小型化离子阱光钟可能实现天基光梳^[26,52], 并在全球卫星导航系统和通信系统中做地对星钟同步, 以改进定时. 同时光梳传感可用于宽带掩星中的大气光谱学测量. 超越 10^{-19} Hz 级别精度的测量还可用于具有低振动环境和脱离地球引力的星载系统.

在离子阱磁力计方面, 可以应用动态脉冲解耦序列观测非常小的移频, 或者用来测量由磁场引发的系统误差. 同时, 该技术可以用来表征相对于原子跃迁的窄线宽激光器的噪声谱. 在使用动态脉冲解耦序列测量低频磁场噪声的时候, 序列脉冲时间较长. 当它与离子相干时间相当时, 离子的退相干效应会影响测量结果. 因此该方向的一个重要研究内容是通过改进现有技术或使用新方法, 大幅提高离子的相干时间, 从而提高离子阱磁力计的测量能力. 连续驱动缀饰态解耦是一种对环境噪声振幅不敏感的磁场测量方法. 这种方法可以应用于从直流到GHz的宽频域磁场探测. 通过加工制造尺寸合适的离子阱传感器, 并将其用于测量样品附近磁场空间分布并成像, 可以达到前所未有的灵敏度和纳米空间分辨率. 即使在偏置磁场存在的情况下, 这种技术也能达到高磁灵敏度. 此外, 如果利用两个或两个

以上在空间上分离的离子, 还可以实现高分辨率的磁场梯度探测.

在陀螺仪方向, 目前最灵敏的激光环形陀螺仪的灵敏度可达 10^{-11} rad/(s $\sqrt{\text{Hz}}$)量级, 是通过面积达 16 m^2 的单向闭环系统实现的^[53]. 离子阱陀螺仪在灵敏度方面尚无法与这样的大面积激光陀螺仪竞争, 但在飞行器或潜航器导航等需要小型设备的应用场景中有望发挥重要的作用^[54]. 此外, 小型化离子阱陀螺仪还可以在空间微重力等特殊环境下提供高灵敏度的转动测量, 在基础科学领域也有重大的价值^[55]. 目前最先进的商业导航激光陀螺仪的灵敏度量级为达 10^{-6} rad/(s $\sqrt{\text{Hz}}$) (Honeywell Phoenix A Z 2012 GG1320AN Digital Ring Laser Gyro). 这与目前初代离子阱系统的预期基本相同. 通过进一步改进实验方案, 离子阱陀螺仪的灵敏度可能在不远的将来超越这一指标. 例如, 如果将现有方案中第一步制备的单离子态 $\frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle + |\downarrow\rangle)$, 替换为用 N 离子制备叠加态:

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}}(|\uparrow\uparrow\uparrow \dots \uparrow\rangle + |\downarrow\downarrow\downarrow \dots \downarrow\rangle). \quad (30)$$

然后利用与前文相同的方式累积相位, 可以将灵敏度提高 N 倍. 该叠加态在时间和磁场测量方面也有很大的应用价值.

致谢 向高奎意、曹健等对该文有帮助的人士表示谢意.

参考文献

- 1 Paul W. Electromagnetic traps for charged and neutral particles. *Rev Mod Phys*, 1990, 62: 531–540
- 2 Penning F M. Die glimmentladung bei niedrigem druck zwischen koaxialen zylindern in einem axialen magnetfeld. *Physica*, 1936, 3: 873–894
- 3 Brown K R, Kim J, Monroe C. Co-designing a scalable quantum computer with trapped atomic ions. *npj Quantum Inf*, 2016, 2: 16034
- 4 Leibfried D, Blatt R, Monroe C, et al. Quantum dynamics of single trapped ions. *Rev Mod Phys*, 2003, 75: 281–324
- 5 Paul W, Osberghaus O, Fischer E. Ein Ionenkäfig. In: Forschungsberichte des Wirtschafts- und Verkehrsministeriums Nordrhein-Westfalen. Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften, 1958
- 6 Wineland D J. Nobel lecture: Superposition, entanglement, and raising Schrödinger's cat. *Rev Mod Phys*, 2013, 85: 1103–1114
- 7 Semerikov I A, Zalivako I V, Borisenko A S, et al. EIT ground state cooling scheme of $^{171}\text{Yb}^+$ based on the $^2\text{S}_{1/2} \rightarrow ^2\text{P}_{1/2}$ cooling transition. *J Russ Laser Res*, 2018, 39: 568–574
- 8 Barrett M D, DeMarco B, Schaetz T, et al. Sympathetic cooling of $^9\text{Be}^+$ and $^{24}\text{Mg}^+$ for quantum logic. *Phys Rev A*, 2003, 68: 042302
- 9 Dalibard J, Cohen-Tannoudji C. Dressed-atom approach to atomic motion in laser light: The dipole force revisited. *J Opt Soc Am B*, 1985, 2: 1707–1720
- 10 Parker T E. Long-term comparison of caesium fountain primary frequency standards. *Metrologia*, 2010, 47: 1–10

- 11 Diddams S A. An optical clock based on a single trapped $^{199}\text{Hg}^+$ ion. *Science*, 2001, 293: 825–828
- 12 Holzwarth R, Udem T, Hänsch T W, et al. Optical frequency synthesizer for precision spectroscopy. *Phys Rev Lett*, 2000, 85: 2264–2267
- 13 Allan D W. Statistics of atomic frequency standards. *Proc IEEE*, 1966, 54: 221–230
- 14 Poli N, Oates C W, Gill P, et al. Optical atomic clocks. *Riv Nuovo Cim*, 2013, 36: 555–624
- 15 Jiang D, Arora B, Safronova M S, et al. Blackbody-radiation shift in a $^{88}\text{Sr}^+$ ion optical frequency standard. *J Phys B-At Mol Opt Phys*, 2009, 42: 154020
- 16 Brewer S M, Chen J S, Hankin A M, et al. $^{27}\text{Al}^+$ quantum-logic clock with a systematic uncertainty below 10^{-18} . *Phys Rev Lett*, 2019, 123: 033201
- 17 Feng L, Tan W L, De A, et al. Efficient ground-state cooling of large trapped-ion chains with an electromagnetically-induced-transparency tripod scheme. *Phys Rev Lett*, 2020, 125: 053001
- 18 Huang Y, Guan H, Liu P, et al. Frequency comparison of two $^{40}\text{Ca}^+$ optical clocks with an uncertainty at the 10^{-17} level. *Phys Rev Lett*, 2016, 116: 013001
- 19 Barwood G P, Huang G, Klein H A, et al. Agreement between two $^{88}\text{Sr}^+$ optical clocks to 4 parts in 10^{17} . *Phys Rev A*, 2014, 89: 050501
- 20 Mulholland S, Klein H A, Barwood G P, et al. Compact laser system for a laser-cooled ytterbium ion microwave frequency standard. *Rev Sci Instrum*, 2019, 90: 033105
- 21 Delehaye M, Lacroûte C. Single-ion, transportable optical atomic clocks. *J Modern Opt*, 2018, 65: 622–639
- 22 Cao J, Zhang P, Shang J, et al. A compact, transportable single-ion optical clock with 7.8×10^{-17} systematic uncertainty. *Appl Phys B*, 2017, 123: 112
- 23 Wang S, Cao J, Yuan J, et al. Integrated multiple wavelength stabilization on a multi-channel cavity for a transportable optical clock. *Opt Express*, 2020, 28: 11852–11860
- 24 Newman Z L, Maurice V, Drake T, et al. Architecture for the photonic integration of an optical atomic clock. *Optica*, 2019, 6: 680–685
- 25 Kippenberg T J, Holzwarth R, Diddams S A. Microresonator-based optical frequency combs. *Science*, 2011, 332: 555–559
- 26 Lezius M, Wilken T, Deutsch C, et al. Space-borne frequency comb metrology. *Optica*, 2016, 3: 1381–1387
- 27 Burd S C, Allcock D T C, Leinonen T, et al. VECSEL systems for the generation and manipulation of trapped magnesium ions. *Optica*, 2016, 3: 1294–1299
- 28 Barwood G P, Gill P, Huang G, et al. Automatic laser control for a $^{88}\text{Sr}^+$ optical frequency standard. *Meas Sci Technol*, 2012, 23: 055201
- 29 Liang W, Ilchenko V S, Eliyahu D, et al. Ultralow noise miniature external cavity semiconductor laser. *Nat Commun*, 2015, 6: 7371
- 30 Eltony A M, Wang S X, Akselrod G M, et al. Transparent ion trap with integrated photodetector. *Appl Phys Lett*, 2013, 102: 054106
- 31 Mehta K K, Bruzewicz C D, McConnell R, et al. Integrated optical addressing of an ion qubit. *Nat Nanotech*, 2016, 11: 1066–1070
- 32 Holevo A. Probabilistic and Statistical Aspects of Quantum Theory. Basel: Edizioni della Normale, 2011
- 33 Baumgart I, Cai J M, Retzker A, et al. Ultrasensitive magnetometer using a single atom. *Phys Rev Lett*, 2016, 116: 240801
- 34 Ruster T, Kaufmann H, Luda M A, et al. Entanglement-based dc magnetometry with separated ions. *Phys Rev X*, 2017, 7: 031050
- 35 Kotler S, Akerman N, Glickman Y, et al. Single-ion quantum lock-in amplifier. *Nature*, 2011, 473: 61–65
- 36 Haeberlen U. High Resolution NMR in Solids: Selective Averaging. In: Advances in Magnetic Resonance. Amsterdam: Elsevier, 1976
- 37 Wang Y, Um M, Zhang J, et al. Single-qubit quantum memory exceeding ten-minute coherence time. *Nat Photon*, 2017, 11: 646–650
- 38 Webster S C, Weidt S, Lake K, et al. Simple manipulation of a microwave dressed-state ion qubit. *Phys Rev Lett*, 2013, 111: 140501
- 39 Timoney N, Baumgart I, Johanning M, et al. Quantum gates and memory using microwave-dressed states. *Nature*, 2011, 476: 185–188
- 40 Ruster T, Schmiegelow C T, Kaufmann H, et al. A long-lived Zeeman trapped-ion qubit. *Appl Phys B*, 2016, 122: 254
- 41 Aharon N, Drewsen M, Retzker A. Enhanced quantum sensing with multi-level structures of trapped ions. *Quantum Sci Technol*, 2017, 2: 034006
- 42 Anderson R, Bilger H R, Stedman G E. “Sagnac” effect: A century of Earth-rotated interferometers. *Am J Phys*, 1994, 62: 975–985
- 43 Sagnac G. The demonstration of the luminiferous aether by an interferometer in uniform rotation. *C R Phys*, 1913, 157: 708–710
- 44 Sagnac G. On the proof of the reality of the luminiferous aether by the experiment with a rotating interferometer. *C R Phys*, 1913, 157: 1410–1413
- 45 Chow W W, Gea-Banacloche J, Pedrotti L M, et al. The ring laser gyro. *Rev Mod Phys*, 1985, 57: 61–104
- 46 Mizrahi J, Senko C, Neyenhuis B, et al. Ultrafast spin-motion entanglement and interferometry with a single atom. *Phys Rev Lett*, 2013, 110: 203001
- 47 Campbell W C, Hamilton P. Rotation sensing with trapped ions. *J Phys B-At Mol Opt Phys*, 2017, 50: 064002
- 48 West A D. Systematic effects in two-dimensional trapped matter-wave interferometers. *Phys Rev A*, 2019, 100: 063622
- 49 Urban E, Glikin N, Mouradian S, et al. Coherent control of the rotational degree of freedom of a two-ion coulomb crystal. *Phys Rev Lett*, 2019, 123: 133202

- 50 Masuda T, Yoshimi A, Fujieda A, et al. X-ray pumping of the ^{229}Th nuclear clock isomer. *Nature*, 2019, 573: 238–242
- 51 Seiferle B, von der Wense L, Bilous P V, et al. Energy of the ^{229}Th nuclear clock transition. *Nature*, 2019, 573: 243–246
- 52 Lee J, Lee K, Jang Y S, et al. Testing of a femtosecond pulse laser in outer space. *Sci Rep*, 2015, 4: 5134
- 53 Schreiber K U, Wells J P R. Invited review article: Large ring lasers for rotation sensing. *Rev Sci Instrum*, 2013, 84: 041101
- 54 Ochoa J E, Correa M M, Valencia A M, et al. P4.16 insulin resistance is associated with increased large artery stiffness in normotensive healthy adults. *Artery Res*, 2012, 6: 187
- 55 Tino G M, Bassi A, Bianco G, et al. SAGE: A proposal for a space atomic gravity explorer. *Eur Phys J D*, 2019, 73: 228

Precision measurement with trapped ions

DING LiangYu¹, ZHANG QiuXin¹, ZHU ChenHao¹, WANG YuXin¹,
ZHANG Xiang^{1,2} & ZHANG Wei^{1,2*}

¹*Department of Physics, Renmin University of China, Beijing 100872, China;*

²*Beijing Key Laboratory of Opto-electronic Functional Materials and Micro-nano Devices, Renmin University of China,
Beijing 100872, China*

Measuring physical quantities with unprecedented precision is one of the most important paradigms to extend our fundamental understanding of nature. With the development of new quantum techniques, quantum systems have become a promising platform along the path to pursue higher accuracy and stability of measurement, while the classical methods are approaching their own limitation. Owing to its high stability, long coherence time and good controllability of quantum states, the trapped ion system has attracted much attention as a promising platform for quantum metrology. Recent progress on quantum control of trapped ions in both the scientific and technological aspects greatly advance the potential applications in precision measurement of various physical quantities. The invention of optical comb with ultra-stable laser brings us a new approach to develop a clock working on optical frequency, and features a much higher precision than microwave. This achievement has the potential reform the definition of the basic unit of the international system of units in the near future. New methods of dynamic decoupling or preparing special dressed states significantly extend the coherence time, such that an ultra-sensitive detection of magnetic field can be achieved. By introducing a spin-dependent kick in the phase space, one may also realize rotation measurement with trapped ions and obtain high accuracy with a chip-size apparatus. In this short review, we introduce the principles and designs of optical clock, magnetometer and gyroscope based on trapped ion systems. Owing to its unique features, this platform presents many advantages which can help improving sensitivity and stability, as well as building transportable devices.

precision measurement, ion trap, optical clock, magnetometer, gyroscope

PACS: 06.30.Ft, 06.30.Gv, 06.30.Ka, 07.55.Ge, 37.25.+k

doi: [10.1360/SSPMA-2020-0476](https://doi.org/10.1360/SSPMA-2020-0476)