面向下一代对撞机的量子色动力学研究

刘晓辉*, 张建辉*

北京师范大学物理学系高等量子研究中心, 北京 100875

*联系人, 刘晓辉, E-mail: xiliu@bnu.edu.cn; 张建辉, E-mail: zhangjianhui@bnu.edu.cn

收稿日期: 2021-12-31; 接受日期: 2022-03-01; 网络出版日期: 2022-05-24

国家自然科学基金(编号: 11775023, 11975051, 12061131006)资助项目

摘要 作为描述强相互作用的基本理论, 量子色动力学(Quantum Chromodynamics, QCD)对精确检验标准模型以及寻找新物理有着十分重要的意义. 本文从对撞机物理出发, 就其所涉及的QCD研究在近年来取得的相关进展, 尤其是在固定阶计算与重求和技术、部分子分布函数及其计算等方面取得的进展, 以及它们对于搜寻新物理、标准模型精确检验和强子内禀属性研究等领域的作用进行了简要的总结, 并在此基础上对相关理论和方法在未来可能的应用以及与其他学科交叉的前景进行了展望.

关键词 量子色动力学, 对撞机, 标准模型精确检验, 固定阶计算, 重求和, 喷注, 强子结构, 部分子分布函数, 格点量子色动力学, 量子计算

PACS: 11.15.-q, 12.38.-t, 12.38.Bx, 12.38.Gc

1 引言

揭示自然界中物质的基本组分以及它们之间的相互作用是高能物理研究的主要目标. 自1897年Thomson发现电子以来, 人类在物质的基本结构研究方面取得了非凡的成就. 尤其是诞生于20世纪60–70年代的粒子物理标准模型(Standard Model)在描述基本粒子的强、弱以及电磁相互作用方面取得了巨大的成功.

在此过程中, 加速器尤其是对撞机实验起到了不可或缺的重要作用. 这是由于对撞机(与固定靶实验相比)容易获得更高的质心系能量, 因而容易产生较重的

粒子, 从而能够探索更小时空尺度的奥秘. 一个最近的例子就是欧洲大型强子对撞机(LHC)上于2012年发现的希格斯粒子(Higgs), 它也是标准模型基本粒子队伍的最后一个成员. 自此以后, 粒子物理研究进入了后希格斯时代. 对于处于这个时代的高能物理学家来说, 大自然稍显吝啬. 目前, 除了希格斯粒子以外, LHC没有发现任何超出标准模型的新粒子; 其余针对万亿电子伏特(TeV)能标新物理的搜索也暂时落空. 或许在未来的超高能对撞机上能够有所收获, 但在此之前的很长一段时间里, 可能要寄希望于对物理可观测量进行精确测量, 从标准模型理论预言与实验测量之间的细小差别来捕捉新物理的踪迹¹⁾; 这同时也帮助我们更深

1) 在物理学发展史上, 不乏这种精确测量导致新理论建立的例子, 如黑体辐射红外端(随着实验温度与精度的不断提升, 发现的红外端与Wien定律的差异)的精确测量之于普朗克分布继而量子论的提出; 又如反常磁矩与兰姆位移之于量子电动力学(QED)的建立.

引用格式: 刘晓辉, 张建辉. 面向下一代对撞机的量子色动力学研究. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2022, 52: 270003
Liu X H, Zhang J H. Quantum chromodynamics studies toward next generation colliders (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2022, 52: 270003, doi: [10.1360/SSPMA-2021-0369](https://doi.org/10.1360/SSPMA-2021-0369)

入地理解标准模型与量子场论. 有鉴于此, 高亮度、高精度, 甚至宇宙学对撞机实验(黑洞、中子星散射、合并)以及围绕着这些方向展开的研究, 将会是这个时期高能物理的主流.

要实现精确测量, 一方面需要通过提高对撞机实验的亮度、测量精度等方式降低实验误差; 另一方面还需要理论预言能够达到与实验误差相匹配的精度. 以LHC为例, 当前精确预言LHC上对撞过程的唯一途径是通过量子色动力学(Quantum Chromodynamics, QCD)的因子化定理:

$$\sigma = \sum_{ij} \int d\hat{\sigma}_{ij}(x_i, x_j, \mu_r, \mu_f) f_{i/h_1}(x_i, \mu_f) f_{j/h_2}(x_j, \mu_f), \quad (1)$$

其中, σ 为实验观测的散射截面, $f_{i/h}$ 为刻画质子 h 中的部分子 i (可以是夸克(Quark)或胶子(Gluon))动量分布的部分子分布函数(Parton Distribution Function, PDF), $\hat{\sigma}_{ij}$ 则描述了夸克/胶子部分子的反应截面(Partonic Cross Section). 若在末态标记了强子, 则还需引入描述部分子强子化过程的碎裂函数(Fragmentation Function). 在上式中, PDF为刻画质子内部性质的非微扰物理量; 而部分子散射截面则可以通过微扰论进行计算, 其结果依赖于重整化与因子化能标 μ_r 与 μ_f , 反映了微扰计算的理论误差.

目前, 计算部分子散射截面的常用方法包括微扰论固定阶计算和重求和(Resummation); 而部分子分布函数 $f_{i/h}(x)$ 长期以来则是通过对大量实验数据进行全局拟合(Global Fit)的方式来获得的. 近年来, 随着格点QCD理论方法的发展以及计算资源的长足进步, 后者也开始能够由第一性原理出发通过格点QCD计算得到.

本文将对上述两个方面近年来的相关进展做一个简短的总结, 并在此基础上对相关理论和方法在未来可能的应用进行展望. 为方便读者阅读, 本文在第2节介绍了固定阶计算与重求和理论的发展与现状, 并在第3节列举了若干关于对撞机唯象学的应用; 第4节详细介绍了高能强子结构研究的前沿进展; 第5节讨论了与引力波、量子计算领域交叉的可能性; 第6节是文章的结论.

2 固定阶计算与重求和技术的现状和展望

2.1 固定阶计算现状与展望

固定阶计算方法对部分子散射截面 $\hat{\sigma}$ 按照耦合常数 α 展开并进行逐阶计算,

$$\hat{\sigma} = \hat{\sigma}^{(0)} + \alpha \hat{\sigma}^{(1)} + \alpha^2 \hat{\sigma}^{(2)} + \dots \quad (2)$$

通常随着 α 阶数的升高, 理论预言精度随之提高²⁾, 结果对于能标 μ 的依赖也逐渐减小.

2.1.1 现状

早在20世纪90年代, 理论已经能给出一些单举(Inclusive)过程, 如深度非弹性散射(Deep Inelastic Scattering, DIS)的形状因子^[1]、Drell-Yan总截面的QCD次次领头阶(Next-to-Next-to-Leading Order, NNLO)预言^[2]. 最近, LHC上Higgs与Drell-Yan总截面的次次次领头阶(N³LO)计算也已完成^[3,4].

然而, 随着对撞机实验大量引入了截断(Cuts)、喷注(Jet)、基准截面(Fiducial Cross Section)等分析手段和概念, 针对单举过程的计算已经无法满足实验的需求. 所以在2000年后, 精确计算的前沿研究转移到了如何获得全微分截面(Fully-Differential Cross Section)的高阶修正中去. 所谓全微分, 就是在计算中, 保留末态所有“可观测”粒子的完整四动量信息. 经过十几年的摸索与积累, 在2015年前后, 学界完成了一系列 $2 \rightarrow 2$, $2 \rightarrow 3$ 过程的NNLO计算, 包括LHC上的单独顶夸克产生^[5,6]、 $W/Z/H+1$ jet的伴随产生^[7-11]、 $t\bar{t}$ 全微分截面^[12]、双喷注产生^[13,14]、Higgs的玻色子融合(VBF)产生^[15]等. 2021年更是完成了胶子融合产生Higgs (ggH)与Drell-Yan的N³LO的全微分计算^[16,17]. 这些高阶计算显著地提高了理论精度, 将能标误差(Scale Uncertainty)控制在 $O(5\%)$. 目前, 这些结果已经被大量运用于对撞机唯象学分析, 能够很好地描述实验结果, 一些计算解释了相关实验与理论之间长期存在的差异.

以上提及的这些高阶预言都包含了两部分的计算: 虚(Virtual)修正与实(Real)修正:

- 虚修正即所谓的圈图计算, 处理形如

2) 高能对撞机硬散射过程所涉及的能标较高, 强耦合常数 α_s 较小, 因此renormalon的影响较小.

$$\mathcal{M}_{\text{virt.}} = \int \prod_i^L d^d l_i \frac{N^{\mu_1 \dots \mu_M}}{D_1 D_2 \dots D_N} \quad (3)$$

的 L 圈费曼积分³⁾. 高圈费曼积分的结构复杂, 且会产生红外奇点, 简单地通过数值方法暴力积分通常是不可行的. 如何得到多圈费曼积分的结果, 并通过分析其数学结构更深入地了解量子场论, 是高能物理领域长盛不衰的话题.

经过多年的摸索, 人们发展出了较为有效的圈图计算流程: 利用分步积分的方法(Integrate By Parts, IBP)将费曼积分分解到一组基底上^[18], 也叫主积分(Master Integrals); 然后利用数值的方法或者求解微分方程组的方法计算这些主积分. 近年来, 人们发现, 如果能找到所谓的“正则UT基”(Canonical Uniform Transcendental Basis), 就可以大幅简化微分方程的形式和边界条件^[19]. 其他发展还包括利用代数几何的方法进行约化^[20], 提出了新的剩余质量流(Residual Mass Flow)^[21]方法计算主积分等.

● 实修正是实现高阶计算另一个不可缺少的环节. 实修正会增加末态粒子数目(Multiplicity), 让理论更加接近对撞机上的真实物理过程. 实修正往往被误认为与领头阶(LO)的多腿(Multi-Leg)树图计算无二. 然而与领头阶不同的是, 高阶实修正允许出现由共线或者软粒子引起的简并, 因此在相空间积分时会出现红外的 $1/\epsilon$ 奇点. 这些红外奇点与虚修正中的红外奇点抵消⁴⁾, 给出有限的高阶预言. 实修正计算的关键难点在于, 针对任意过程与任意观测量⁵⁾如何找到一个统一的方法, 从相空间积分

$$\hat{\sigma}_{\text{real}} = \int d\Phi_{N+n} |\mathcal{M}|_{N+n}^2 \Theta(\text{cuts}) \quad (4)$$

中剥离红外奇点贡献. 这个难题已经研究了至少20年. NNLO的实修正在2015年左右才开始取得实质性的进展, 完成了一批具有普适性和实际操作意义的减除(Subtraction)或切片(Slicing)方案, 包括STRIPPER^[22,23], antenna subtraction^[24], N-jettiness subtraction^[7], projection 2 born^[15]等; 并基于此, 完成了多个LHC物理的(N)NNLO阶计算.

2.1.2 展望

人们对于高圈、高阶的追求是无止境的, 其中一部分计算与对撞机唯象学休戚相关.

近5年, 我们虽然获得了不少对撞机过程的NNLO预言, 然而目前, 除了简单的色单态过程⁶⁾以外, 尚未能像NLO计算那样, 提供完全公开的蒙特卡罗程序供实验以及唯象学家使用. 背后原因之一是由于NNLO的实修正奇点行为较深, 红外减除的稳定性相对次领头阶来说较差, 需要进一步地优化或者提出新的方案. 另外, 若想像NLO那样实现自动化计算, 还需对两圈虚修正进行更深入的研究, 找到两圈费曼积分的通用约化形式与积分方法.

另外, 通常来说, 由于强耦合常数较大, 因此高阶计算的研究往往侧重于无质量的QCD带来的修正. 但数值上 $\alpha_s^2 \sim \alpha$, 因而, 有多个质量参数的NLO的电弱修正与NNLO QCD修正大小相仿. 所以, 为了得到自洽的精确预言结果, 电弱修正、电弱与QCD混合修正往往是不可忽视的; 而对于诸如我国预研中的希格斯工厂环形正负电子对撞机(CEPC)上的 ZH 产生, 未知的高圈电弱修正则更是占据了理论最主要的误差来源. 这里就要涉及多能标的高圈计算, 是未来研究高圈计算的重心之一.

最近还有一些理论发展, 将阶跃函数通过积分表示(Integral Representation)与费曼传播子相联系, 从而能将相空间积分转化成圈积分, 由此可以将圈积分的高阶计算技巧系统地应用于相空间积分^[27-29]. 这些发展, 为解析地实现诸如thrust等观测量的 $N^3\text{LO}$ 修正带来了希望, 而这些观测量则关系到强耦合常数 α_s 的精确测量.

2.2 重求和现状与展望

部分子截面 $\hat{\sigma}$ 的第 n 阶预言 $\hat{\sigma}^{(n)}$ 会包含如下形式:

$$\alpha^n \hat{\sigma}^{(n)} \supset \alpha^n \left(\sum_k \log^{2n-k} v + c^{(n)}(\mu_f, \mu_r, \dots) + v Y^{(n)}(v, \mu_f, \mu_r, \dots) \right), \quad (5)$$

3) 默认使用维数正规化(Dimensional Regularization), $d = 4 - 2\epsilon$, 并利用最小减除($\overline{\text{MS}}$)方案, 去除 ϵ 的奇点.

4) 部分共线奇点被初、末态分布函数所“吸收”.

5) 必须是红外且共线安全的(IRC Safe), 如横动量, H_T , 快度(Rapidity), anti- k_T 喷注等.

6) 如MC $\overline{\text{CFM}}$ ^[25], Matrix^[26]可以提供一系列LHC上末态为 $Z/W/H/\gamma/\text{ZZ}/Z\gamma$ 等NNLO阶蒙特卡罗模拟程序.

这里的 v 代表了动力学或观测量的能标(Scale)比值, 如Higgs横动量-质量比 $\frac{q_T}{m_H}$ 、喷注半径 R 等. 当过程中出现很大标度层级(Scale Hierarchy)时, $v \ll 1$, $\alpha \log v \gtrsim O(1)$, 从而破坏了固定阶计算的有效性, 使其预言变得不可靠. 为了拯救微扰计算的预言能力, 需要在计算中将这此对数项 $L \equiv \log v$ 的所有阶贡献包

$$\hat{\sigma} = e^{[Lg_1(\alpha L) + g_2(\alpha L) + O(\alpha^{k+1} L^k)]} (1 + \alpha c^{(1)} + \alpha^2 c^{(2)} \dots) + \dots, \quad (6)$$

中的 e 指数上, 使剩下的部分重新具有良好的微扰展开性质, $\alpha^n c^{(n)} \ll 1$, 从而允许我们运用固定阶计算的方法获得 $c^{(n)}$. 这样的手段就是重求和.

2.2.1 现状

关于对撞机物理的重求和研究有着很长的历史. 例如, 20世纪80年代得到的Drell-Yan小横动量分布的Collins-Soper-Sterman公式(CSS Formalism)^[30]. 除了CSS公式之外, 现在流行的重求和方法主要有部分子簇射(Parton Shower)、传统QCD方法(Conventional QCD Approach)⁷⁾ [31]和软共线有效理论(Soft Collinear Effective Theory, SCET)^[32-35].

其中部分子簇射是目前最灵活、常用的重求和手段, 是对撞机唯象学最受欢迎的理论工具之一. 部分子簇射利用过程无关(Process Independent)的QCD软、共线独立辐射(Independent Emission)性质⁸⁾ [36], 通过蒙特卡罗模拟生成多粒子末态, 模拟对撞机事例. 但是由于独立辐射性质只在领头对数(Leading Logarithmic, LL)精度下成立, 所以目前所有的部分子簇射(如Sherpa, Herwig, Pythia, Vincia)理论上都只能具备领头对数精度, 即在(6)式中的 e 指数上只保留 $Lg_1(\alpha L)$ 的贡献⁹⁾.

SCET则提供了一种易于掌握、可系统提升精度的重求和方法. SCET利用有效场论的思想, 根据动量的标度层级, 积去(Integrate Out)场的硬标度贡献, 保留其软、共线成分, 继而对 $\hat{\sigma}$ 进行因子化, 将其分解成

硬函数、软函数、束流函数(Beam Function)与喷注函数(Jet Function)的贡献; 通过对各个函数分别进行固定阶计算, 求解对应的重整化群方程, 从而实现重求和. SCET通过与当代高阶计算技巧紧密结合, 完成了诸如LHC上Drell-Yan/Higgs次次领头对数(N³LL)精度的小横动量分布的预言^[37]、 e^+e^- 湮灭中多个事例形状(Event Shape)的N³LL预言^[38,39]等一系列计算. 但由于依赖于因子化定理, 所以SCET的重求和方法损失了部分灵活性, 并不能对任意实验观测量适用, 需要具体过程具体分析.

2.2.2 展望

重求和领域有着相当数量的课题有待探究. 譬如, 如何获得次领头对数(NLL)的部分子簇射. 刚才提到, 市面上常用的部分子簇射仅具有LL精度, 而实现NLL的部分子簇射依然是个开放问题. 仅仅在最近, 在大 N_C 极限下, 对于 e^-e^+ 湮灭过程, 有研究向着NLL迈出了第一步, 提出了PanLocal和PanGlobal的簇射方案^[40], 并在 $\alpha_s \rightarrow 0$ 时通过数值证实其对于一些观测量具有NLL精度. 然而, 该方案如何推广到强子对撞机, 能否对任意物理观测量适用, 如何包含完整的色(Color)信息, 都依然是悬而未决的问题.

除了获得NLL的簇射精度, 为了将适用范围从软、共线拓展到硬散射(Hard Scattering)区域, 部分子簇射还需与固定阶计算进行匹配(Matching). 目前, 设计与NNLO阶计算匹配的通用方案, 也是值得留意方向.

在SCET方面, 能否实现任意红外安全(IRC Safe)观测量的重求和自动化, 是个提出了多年的问题, 但一直没有给出解决方案. 近年来, 有些课题组利用固定阶计算工具SecDec, 试图将软函数与喷注函数的计算自动化^[41]. 虽然取得了一些进展, 但离自动实现任一过程的重求和还差得很远.

另外, 利用SCET研究形如 $\alpha_s^n v^j L^{2n-k-i}$ 的幂次修正也在最近受到了一定关注^[42-45]. 虽然当 $v \rightarrow 0$ 时, 幂次修正被压低, 但当重求和精度过高时, 例如N³LL预言

7) 基于Coherent Branching方法.

8) 对于软辐射, 独立辐射条件在前后比邻的辐射满足张角排序(Ordered), $\theta_i > \theta_{i+1} > \dots > \theta_{i+n}$, 或者横动量排序, $p_{\perp,i} > p_{\perp,i+1} > \dots > p_{\perp,i+n}$ 时成立.

9) 目前的部分子簇射程序总有这样那样的参数调节(Tune)以描述非微扰贡献, 如多重散射事例(Multiple Interacting Particles, MPI)等. 有研究称, 这样的调节可以令部分子簇射的精度与NLL等效. 然而, 由于这些微调的存在, 很难估计其真实的理论精度与误差.

中, 幂次修正的大小可能与之误差相当, 继而产生不可忽视的影响. 在理论方面, 幂次修正还能帮助提高高阶计算中切片方案的稳定性^[42,43].

除了上述课题之外, 非全局对数(Non-Global Logarithms, NGL)的重求和^[46,47]也是这些年来重求和理论方面的焦点之一. 对撞机上的很多观测手段, 会在不同的相空间区域添加(Impose)不同的能量限制, 从而在不同的区域之间形成能标层级, 并由此产生大对数. 这样的大对数即所谓的非全局对数. 如何系统地对这样的大对数进行重求和还是个未知的问题. 这妨碍了对一系列对撞机过程, 尤其涉及喷注的过程, 进行精确预言.

总之, 重求和的研究正向着更高精度与更复杂的观测量迈进.

3 对撞机唯象学精确预言展望

以上介绍了精确预言理论的发展动向, 以下列举几个精确计算应用于今后唯象学分析的例子.

3.1 强耦合常数 α_s 的测量

在所有基本相互作用中, 强耦合常数 α_s 是我们了解得最糟糕的. 相较于牛顿常数 G_N 和精细结构常数 α 的十万分之一乃至十亿分之一的精度, 强耦合常数 $\alpha_s(M_Z) = 0.1179(10)$ 的精度甚至还不到百分之一¹⁰⁾, 并已经主导了许多重要分析的理论误差. 例如, 对于LHC上希格斯产生的主要方式—— ggH 融合, 它的理论预言的标度误差仅 $^{+0.32\%}_{-2.6\%}$, 而来自强耦合常数的误差为 $\pm 3.7\%$; 又如, 在测量Higgs与第二代夸克的耦合常数的主要渠道—— $H \rightarrow c\bar{c}$ 过程中, 强耦合常数导致了 $\pm 7.1\%$ 的理论误差, 是粲夸克(Charm)质量 m_c 所导致的误差的3倍. 因此, 进一步缩小 α_s 的误差, 对精确预言是亟需的.

从对撞机实验抽取 α_s 的一个重要途径, 是测量 e^+e^- 湮灭中的事例形状, 如thrust, C-parameter等. 这类观测量在实验上十分干净, 且理论精度极高(N^2LO+N^3LL). 然而, 需要注意的是, 由此确定出的 $\alpha_s(M_Z)$ 的中

心值却远小于全球平均值, 基本落在0.1120–0.1135之间^[49–52]. 目前, 解释该差异成为精确计算的一个重要议题. 可能的解决方案包括重求和的微扰幂次修正、非微扰效应以及其算符形式.

除了事例形状外, 一类在理论上更为简单的观测量——能量-能量关联函数(Energy-Energy Correlation)^[53], 最近也引起了人们的兴趣. 它观测的是注入两个量能器(Calorimeter)的能流角分布. 由于其理论形式简单, 人们可以得到其解析高阶修正与重求和结果, 目前已经完成了解析的NLO的预言¹¹⁾^[54], 而解析的 N^2LO 的计算也是可预期的. 这样的理论精度为精确测量 α_s 提供了坚实的基础. 关于能量-能量关联的非微扰效应还有待系统的研究.

此外, 人们还提出使用“Soft Drop”^[55]这样的喷注亚结构(Jet Substructure)来测量 α_s . 在对撞机上, Soft Drop可以有效地去除喷注内部来自于软粒子的沉积(Pile Up)和多重散射事例的污染, 使得喷注的行为更符合QCD劈裂(Splitting)的预期, 从而提供较好地抽取 α_s 的渠道. 目前, 对于如何提高该方法的理论精度还有待研究, 尤其是如何获得其高阶计算结果、处理其中NGL以及非微扰效应, 是当前理论研究的前沿之一.

以上这些关于 α_s 的课题都值得在未来的对撞机CEPC (中国), FCC-ee (欧洲)上一探究竟.

3.2 CEPC上ZH的产生截面

在未来的 e^+e^- 对撞机上, Z玻色子与希格斯的联合产生, 是精确测量希格斯粒子性质的主要渠道. 在我国筹划中的希格斯工厂CEPC上, $\sigma(e^+e^- \rightarrow ZH)$ 的测量精度预期可达0.51%, 由此能够在0.25%的误差范围内确定Higgs与Z玻色子的耦合强度^[56]. FCC-ee甚至许诺能带来更高的测量精度^[57].

但是, 目前一系列已知的计算表明, 在次领头阶电弱-QCD混合修正($O(\alpha^3\alpha_s)$)下^[58,59], 理论的中心值相对于次领头阶的电弱计算($O(\alpha^3)$)抬高了 $O(3\%-1\%)$ ¹²⁾; 且由电弱重整化方案带来的误差可达 $O(1.3\%)$, 为理论误差的主要来源. 显然, 关于ZH产生的理论预言远远不能满足CEPC的测量目标, 除非能获得该过程

10) 中心值基本由格点计算决定, 而格点^[48]与对撞去抽取 α_s 都有较显著的误差, 其中由对撞机抽取导致的误差略大.

11) $O(\alpha_s^2)$ 阶.

12) 取决于电弱重整化方案的选取.

的NNLO($O(\alpha^4)$)的电弱计算结果.

ZH 产生的NNLO电弱修正大约有 $O(25000)$ 个费曼图^[60], 并涉及多标度双圈计算. 多标度高圈计算一直是高阶计算的难点. 最近针对 ZH 产生所涉及的圈图修正取得了突破性的进展^[61,62], 但离最终得到 $\sigma(ZH)$ 的两圈电弱修正还有着一定的距离.

此外, 由于CEPC极高的中心能量, 由初态辐射(ISR)所带走的能量, 对于 $\sigma(ZH)$, 以及其他CEPC过程的影响不可忽视. 这样的辐射以往是通过 e^+e^- 的结构函数来刻画的. 原则上可以类比LHC上质子的“部分子”分布函数, 定义电子的部分子分布函数, 并利用重求和工具来系统研究CEPC上的ISR问题, 逐步提高其精度, 甚至设计蒙特卡罗模拟. 这样的研究对于CEPC物理是十分必要的.

3.3 喷注及其亚结构

喷注是当代对撞机最常用的工具之一, 是对撞机物理绕不开的话题. 简单来说, 喷注是强子的集合, 通过喷注算法(Jet Algorithm)将它们聚合在一起. 目前常用的喷注算法基本都属于递归聚合(Recursive Clustering)的算法, 如著名的anti- k_T 算法^[63]. 近年来, 人们又发展出了喷注亚结构(Jet Substructure)^[64], 通过观测或解构喷注的内部结构来提取有用的信息. 喷注亚结构已经成为研究标准模型、探测新物理的强有力的工具. 目前喷注及其亚结构是LHC等对撞机的主要物理课题, 如用喷注亚结构soft drop测量 α_s 、使用顶夸克喷注测量顶夸克质量 m_{top} ^[65]、利用粲喷注测量Higgs与粲夸克的汤川(Yukawa)耦合^[66]等; 抑或依靠最近提出的喷注的奇手征(Chiral-Odd)性质^[67]或喷注电荷来解锁更多质子自旋结构^[68]、研究强相互作用的非微扰集体行为乃至强子化.

虽然喷注在对撞机上的应用相当丰富, 其精确预言却不易获得. 由于喷注的多粒子(Multiplicity)属性, 若用固定阶计算来描述喷注, 就必须解决多外腿的高圈计算, 同时处理高阶实修正红外奇点的问题. 虽然可以求助于SCET的重求和手段来描述多粒子末态, 但复杂的递归聚合喷注算法和亚结构操作使得SCET中描述喷注的喷注函数(Jet Function)的计算困难重重^[13],

并会导致NGL的产生, 阻碍进行系统的重求和. 由此可见, 喷注的精确预言, 需要依赖于前面章节提及的精确计算理论的进一步发展, 以及新思想(如将SCET的因子化与部分子簇射结合)的实现, 因而是个理论课题丰富的方向.

3.4 与高能核物理的关联

目前, 由于电子-重离子对撞机项目EicC(中国)、EIC(美国)的筹划或批准, 高能物理学界也开始重视与之相关的研究. 在2020年的美国Snowmass上, 就出现了大量关于LHC与高能核物理交叉课题的讨论, 如用在LHC上发展成熟的喷注作为硬探针, 研究质子内禀横向极化分布等.

EicC与EIC的科学目标是精确勾勒出质子内部的三维图像^[70]. 它拥有很高的设计精度, 可以显著降低关于质子横向极化不对称(Asymmetry)等测量的实验误差. 但由于种种原因, 高能核物理相关过程的精确预言并没有受到重视. 然而, 考虑到预期的实验精度和目标, 严肃认真的精确预言显然是不可或缺的.

在这里仅以在电子与横向极化的质子 $p(S_\perp)$ 对撞中, $ep(S_\perp) \rightarrow e + \text{jet} + X$, 用喷注探测质子内禀结构为例^[71], 其理论预言精度仅为次领头对数、误差大约在 $O(25\%)$ ^[68], 不但低于传统的“半单举DIS”(SIDIS)的次次领头对数精度, 也远无法满足EicC, EIC的精度预算, 因此原则上迫切需要推进该过程的预言精度. 之前介绍过的NNLO计算、重求和技术以及如何处理NGL的众多理论研究是实现该精确预言的关键.

其他值得探索的课题包括在低能对撞机上, 如EicC, 是否能够开展喷注物理的应用、如何建立小 x 物理以及重离子物理的微扰计算因子化框架, 从而系统预言小 x 物理的产生截面^[72,73]、喷注在重离子中的能量损失等. 这些都还是开放的课题, 是可以摸索的方向.

4 部分子分布函数的精确测定

除了微扰论可算的部分子散射截面, PDF也是因子化定理的重要输入参量. 它的不确定性常常是LHC

13) 最近虽然完成了夸克anti- k_T 喷注的次次领头阶半解析计算^[69], 但由于NGL的原因, 尚无法进行严格的重求和计算.

上理论预言的一个主要误差来源, 因此提高其精度十分必要. 此外, PDF对理解强子内部结构以及非微扰QCD也有着重要的参考价值. 本节讨论了PDF并简要总结了近年来通过实验数据对其进行全局拟合和通过格点方法对其进行计算的相关进展.

在领头阶扭度(Leading-Twist)¹⁴⁾的精度, 我们可以定义三种不同的PDF: 非极化(Unpolarized)、螺旋度(Helicity)和横向(Transversity) PDF, 其分别对应于非极化质子中的非极化部分子、纵向(横向)极化质子中的极化与其相同或相反的部分子净剩余¹⁵⁾数密度. 以夸克PDF为例, 在场论的框架下它们可以由如下的光锥关联函数定义^[75]:

$$\begin{aligned} f(x) &= \int \frac{d\xi^-}{4\pi} e^{-ixP^+\xi^-} \langle P | \bar{\psi}(\xi^-) \gamma^+ W(\xi^-, 0) \psi(0) | P \rangle, \\ \Delta f(x) &= \int \frac{d\xi^-}{4\pi} e^{-ixP^+\xi^-} \langle PS | \bar{\psi}(\xi^-) \gamma^+ \gamma_5 W(\xi^-, 0) \psi(0) | PS \rangle, \\ \delta f(x) &= \int \frac{d\xi^-}{4\pi} e^{-ixP^+\xi^-} \langle PS | \bar{\psi}(\xi^-) \gamma^+ \gamma^\perp \gamma_5 W(\xi^-, 0) \psi(0) | PS \rangle, \end{aligned} \quad (7)$$

其中 $\xi^\pm = 1/\sqrt{2}(\xi^0 \pm \xi^z)$ 为光锥方向的矢量, W 为保证算符规范不变性的规范链, P 和 S 分别为质子的动量和自旋. 以上定义的PDF均包括对重整化尺度 μ 的依赖. 这种依赖是微扰的, 可以通过DGLAP演化方程^[76-78]进行计算. 类似地, 我们也可以写下胶子的非极化和螺旋度分布.

4.1 部分子分布的全局拟合

目前通过唯象学确定PDF的主要方法是对其进行全局拟合. 这通过如下方式实现: 对要确定的PDF选择一个合适的参数化形式, 然后将其作为输入与部分子截面通过因子化定理进行卷积, 把得到的结果与相应的实验测量结果进行比较来优化参数. 通过这种方式来拟合PDF的准确性很大程度上取决于可供使用的实验数据及其精度以及理论计算和统计分析的复杂性. 对非极化和螺旋度PDF而言, 可供拟合使用的实验数据较多, 如单举(Inclusive)和半单举(Semi-Inclusive) DIS, Drell-Yan以及各种质子-质子散射过程(包括规范玻色子、喷注和重粒子产生)的实验数据. 而对横

向PDF而言, 由于其手征性为奇, 需在与另一手征性为奇的物理量耦合的过程(如SIDIS或质子-质子碰撞中的双强子产生)中对其进行探测, 因而相关实验数据较少. 这也导致横向PDF全局拟合的精度在三者中最差. 未来大型强子-电子对撞机(LHeC)或极化电子-离子对撞机(EIC)有望收集到更大运动学区间的实验数据, 从而对PDF的全局拟合提供更多限制.

就非极化PDF而言, 近年来LHC收集到的大批实验数据对它的全局拟合精度提出了更高的要求. 2018年结束的LHC第二阶段运行(Run II)积累了大约 150 fb^{-1} 的积分亮度, 这将实验测量的统计不确定度缩小到前所未有的程度($\sim 1\%$ 或者更低). 因此, 要通过以PDF作为输入的散射过程来精确检验标准模型和寻找新物理, PDF必须变得相当精确. NNLO阶精度已成为拟合的标准要求, 同时人们也在发展工具来对实验数据间存在的不自洽性以及可能由此导致的影响进行细致分析, 以期进一步提高拟合的准确性.

目前, 国际上有许多合作组, 如CTEQ-TEA^[79], MMHT^[80], NNPDF^[81], JAM^[82]等, 分别采用不同的实验数据组合对非极化PDF进行了全局拟合. 对它们拟合结果的细致讨论可参见文献^[83]. 其中JAM合作组的分析也包括对碎裂函数的拟合. 在小 x 区域, 会出现形如 $\ln 1/x$ 的大对数项, 它们可以通过BFKL方程来进行重求和. 在拟合过程中考虑这些修正^[84,85]有助于提高小 x 区域的拟合精度.

螺旋度PDF的精确测定对理解质子自旋结构有着重要意义. 国际上已有多个合作组对其进行了全局拟合. 其中DSSV^[86]和NNPDF^[87]的分析包含了STAR实验中双喷注的测量结果, 后者还包括了W玻色子产生的实验数据. 与非极化情形类似, JAM合作组^[88]的拟合同时包括了螺旋度PDF和 π/K 介子碎裂函数. 上述分析均是准确到NLO, 而文献^[89,90]中在DIS实验数据的基础上进行了准确到NNLO阶的分析. 值得一提的是, 基于RHIC上对喷注以及 π 介子产生过程自旋不对称性的精确测量, 胶子螺旋度分布也已能在一定区域($0.02 \leq x \leq 0.4$)内予以确定. 未来极化EIC上获得的更大运动学区间的实验数据将有助于在该区域之外对其进行准确测定.

14) 扭度(Twist)定义为算符的质量量纲减去自旋, 它用来刻画一个算符在所考虑过程中贡献的重要程度.

15) 由于胶子横向算符要求螺旋度改变(Helicity-Flip)², 因此自旋1/2强子如质子中无胶子横向PDF^[74].

横向PDF刻画质子和其内部部分子的横向极化之间的关联. 文献[91]利用在SIDIS中的Collins效应数据对横向PDF进行了首次拟合. 该拟合是在横动量依赖(Transverse-Momentum-Dependent, TMD)因子化的框架下进行的. 由于pp对撞过程中的TMD因子化破坏[92], 该分析不适用于pp对撞的实验数据. 文献[93]在共线因子化的框架下利用SIDIS, pp对撞以及 e^+e^- 湮灭中 $\pi^+\pi^-$ 介子对产生的数据的横向PDF进行了准确到LO的全局拟合. 而文献[94]则利用SIDIS数据和格点计算的张量荷对横向PDF进行了拟合, 得到了比仅用SIDIS数据拟合更小的误差.

4.2 部分子分布的格点计算

除了从唯象学角度对PDF进行全局拟合, 我们也希望能够对它进行从第一性原理出发的理论计算. 对与强子结构相关的非微扰物理量进行理论计算的标准方法是格点QCD. 它是定义在离散欧几里得时空上的量子场论, 通过蒙特卡罗方法来实现对QCD关联函数的数值计算. 格点QCD在计算强子质量谱、电荷半径等静态性质方面取得了显著成功. 但是, 由于它定义在欧氏时空上, 用它来研究涉及时间依赖的强子动力学性质, 如PDF等, 通常十分困难. 传统的做法是通过算符乘积展开来计算相应的定域算符矩阵元, 即PDF的矩[95,96]. 近年来也发展起来一些可以由等时非定域欧氏空间关联函数出发直接计算整个PDF的理论方法(参见综述文章[83,97,98]). 本节对这些方法近年来的相关进展进行简短的总结.

4.2.1 算符乘积展开与矩的计算

以非极化夸克PDF为例, 矩方法的出发点是考虑如下的领头阶扭度定域算符:

$$O^{\mu_1 \dots \mu_n} = \bar{\psi} \gamma^{(\mu_1} i D^{\mu_2} \dots i D^{\mu_n)} \psi - \text{trace}, \quad (8)$$

其中 $(\mu_1 \dots \mu_n)$ 中的括号表示所有指标已经进行对称化, 而减除的迹(Trace)项中包含至少一个度规张量 $g^{\mu_i \mu_j}$. 上述算符在质子态中的矩阵元可以写为

$$\langle P | O^{\mu_1 \dots \mu_n}(\mu) | P \rangle = 2a_n(\mu)(P^{\mu_1} \dots P^{\mu_n} - \text{trace}), \quad (9)$$

其中的系数与PDF间存在如下关系:

$$a_n(\mu) = \int_{-1}^1 dx x^{n-1} f(x, \mu)$$

$$= \int_0^1 x^{n-1} [f(x, \mu) + (-1)^n \bar{f}(x, \mu)], \quad (10)$$

其中 $n = 1, 2, \dots$, 通过选取合适的洛伦兹指标, 可以得到PDF的相关信息.

目前, 已经有许多格点合作组对PDF的矩做了计算[83]. 这些计算对相应的系统误差, 如离散误差、有限体积效应、激发态污染等进行了不同程度的分析和控制. 对非极化PDF而言, 矩的计算主要集中于第一、二阶, $\langle x \rangle$ 和 $\langle x^2 \rangle$ [99–103], 而对极化PDF则集中于第零、一阶, $\langle 1 \rangle$ 和 $\langle x \rangle$ [100,104–108]. 由于不同量纲算符之间存在幂次发散的混合以及信噪比变差的问题, 计算更高阶矩在格点上十分困难. 关于不同格点组对PDF的矩的计算结果, 以及它们与全局拟合方法所得结果的比较可以在文献[83]中找到.

4.2.2 部分子分布x-依赖性的格点计算

由于格点计算矩的局限性, 近年来文献中提出了一些新的理论方案, 以期得到更多关于PDF的信息. 其中之一是在欧氏空间计算DIS的强子张量矩阵元, 然后解析延拓到闵氏时空[109]. 这里的主要挑战在于需要由格点计算结果做逆拉普拉斯变换. 此外, 该方案也需要大的动量和能量转移以使相应计算拓展到DIS区域. 另一个方案是计算非色散区域的康普顿振幅[110–113], 然后通过色散关系以及 $v = P \cdot q = 0$ (P 和 q 分别为质子和光子的四动量)附近的泰勒展开, 从而抽取结构函数高阶矩的信息. 该方法也被称为OPE without OPE, 它最近的一些应用以及相关格点结果可以参考文献[114–116].

此外, 采用欧氏空间的流-流关联函数[117,118], 如

$$\langle P | J^\mu(z) J^\nu(0) | P \rangle, \quad (11)$$

其中 z 为欧式空间两个流之间的间隔, 也可以得到关于PDF的信息. 该方法基于坐标空间的因子化, 在 $|z| \ll 1/\Lambda_{\text{QCD}}$ 时上述关联函数可以因子化成光锥关联函数与微扰威尔逊系数的卷积. 该方法已被广泛用于计算介子分布振幅的矩[119,120]以及介子价夸克PDF[121,122]. 这里的流可以有不同的选择, 比如前述计算中采用的是轻夸克流, 而文献[123]中一种与此类似的方案则采用了轻-重夸克流, 并将其用于计算 π 介子分布振幅的二阶矩.

最后, 大动量有效理论^[98, 124–126]提供了一种一般性的计算光锥关联函数的方法, 包括PDF、横动量依赖的PDF、广义PDF、光前波函数等. 该理论的出发点是部分子是无穷大动量坐标系下的有效自由度, 对应到PDF的光锥关联函数可以由有限动量(需远大于 Λ_{QCD})下的静态关联函数通过一个因子化或者匹配关系得到. 以味非单态(Flavor Non-Singlet)非极化夸克PDF为例, 可以构造如下由等时类空关联函数定义的准PDF (Quasi-PDF):

$$\tilde{f}(x, P^z) = \frac{P^z}{P^0} \int \frac{dz}{4\pi} e^{izP^z} \langle P | \bar{\psi}(z) \gamma^0 W(z, 0) \psi(0) | P \rangle, \quad (12)$$

它与PDF之间存在如下因子化关系^[98]:

$$\begin{aligned} \tilde{f}(x, P^z) = & \int_{-1}^1 \frac{dy}{|y|} C\left(\frac{x}{y}, \frac{yP^z}{\mu}\right) f(y, \mu) \\ & + \mathcal{O}\left(\frac{\Lambda_{\text{QCD}}^2}{x^2(P^z)^2}, \frac{\Lambda_{\text{QCD}}^2}{(1-x)^2(P^z)^2}\right), \end{aligned} \quad (13)$$

其中 C 为微扰可算的匹配系数, 目前已经计算到NNLO^[127–131]. 对极化PDF, C 则计算到NLO^[127, 132]. 上式中第二行为幂次压低的高阶贡献, 其在 $x \rightarrow 0$ 和 $x \rightarrow 1$ 附近变得重要. 在这些区域上述因子化不再成立, 因而理论在该区域的预言能力大为受限.

此外, 采用与quasi-PDF定义中同样的等时类空间隔关联函数也可以通过不同的傅里叶变换定义一个赝PDF (Pseudo-PDF)^[133], 它与PDF之间存在一个类似坐标空间因子化的短程因子化关系, 也可以用来抽取PDF的信息.

目前, 文献中已经有许多采用上述方案对领头阶扭度PDF进行计算的工作(参见综述文章^[83, 97, 98]). 与全局拟合结果相比, 格点计算大致与其相符, 但是有着更大的误差. 要达到跟前者类似的精度, 格点计算还需要进一步降低各种来源的误差.

文献^[134]中对PDF计算中的有限体积效应进行了分析, 发现影响较小. 近期文献^[135–137]中也已有对非极化和螺旋度PDF不同格距的计算结果以及相应的连续极限外推. 在理论方面, 关于非微扰重整化方案也有了新的进展^[129, 138], 更正了此前计算采用的方法在

重整化因子中引入非微扰效应的问题. 此外, 关于幂次修正也有一些基于Renormalon模型的估计^[139]. 在今后的格点分析中将这些效应考虑进来将有助于进一步改进计算结果的精度.

4.2.3 横动量依赖的部分子分布、高扭度部分子分布及其他

除了领头阶扭度PDF以外, 前面提到的理论方案、尤其是大动量有效理论也被应用到横动量依赖的部分子分布(TMDPDF)、高扭度(Higher-Twist)部分子分布、广义部分子分布(GPD)乃至光前波函数(LFWF)等(参见文献^[98])的格点计算. 这些物理量比PDF包含更多的变量, 对其进行全局拟合也更为困难. 对它们而言, 格点计算可能会起到更为重要的补充作用.

TMDPDF在刻画强子内部三维结构以及描述对撞机上涉及多尺度、非单举过程的可观测量方面有着重要作用. 早期TMDPDF的格点研究^[140]主要集中于构造并计算不同TMDPDF的比值, 从中抽取出TMDPDF相关的一些信息. 近年来的理论发展^[141–145]已经使得通过格点计算TMDPDF本身成为可能. 文献^[146, 147]实现了刻画快度发散重整化能标依赖的Collins-Soper演化核的格点计算, 而文献^[148, 149]则对TMD因子化中涉及的软函数做了计算. 由此出发, 我们已经可以进一步开展对TMDPDF的格点计算.

GPD在帮助理解质子自旋结构方面扮演着十分重要的角色, 它也是JLab 12 GeV以及未来EIC上的一个重要研究对象. 目前格点上已经有了对质子和介子中GPD的初步研究^[150–153], 其中文献^[152, 153]的计算为在物理 π 质量点并考虑了多个不同动量转移值的结果.

高扭度PDF可以提供强子内部多个部分子之间的关联信息, 对它们的研究也有助于理解光前量子化中的零模^[154]. 目前, 在将大动量有效理论应用到高扭度PDF方面已有了一些理论研究^[155–158], 在此基础上也有了一些关于twist-3 PDF乃至GPD的初步格点结果^[159, 160].

此外, 文献中也已有一批对轻介子分布振幅乃至LFWF的研究结果. 其中, 对于前者, 已有对 π, K, K^*, ϕ

等介子分布振幅的连续极限结果^[161,162], 而对于后者理论方案^[163]已经建立起来, 但尚未有相应的格点计算结果公开.

4.3 展望

对PDF等进行全局拟合的一个很重要的限制就是实验可以测量的运动学区间或者可供使用的观测量有限. 这导致确定很大或者很小 x 区域的PDF比较困难, 也限制了从中抽取不同味夸克的PDF. 这种情况一方面可能会随着下一代对撞机的规划和建设得以改善, 另一方面格点研究的进展也有望提供更多的补充信息. 可以预期, 在不久的将来把全局拟合和格点计算结合起来将是高能强子结构研究的一个重要发展方向. 对全局拟合精度较好的PDF, 如非极化的 u 和 d 夸克分布, 可以为采用格点方法计算的矩或者整个分布提供参照; 对实验限制较差的PDF, 如极化PDF, 则格点计算可以提供更多实验较难探测的运动学区域的信息.

不管对全局拟合还是格点计算, 精确计算都是非常重要的一环. 目前非极化PDF的拟合已进行到NNLO的精度, 而极化PDF的拟合则仅进行到LO或者NLO. 进一步提高它们的拟合精度不仅是对实验家, 更是对理论家提出的更高要求. 类似地, 在格点计算PDF方面, 目前的理论预言绝大多数都是到NLO精度. 进一步提高微扰计算精度, 同时对其中的Renormalon、高扭度贡献以及格点误差进行系统分析和控制都是下一步研究的目标. 而对TMDPDF, GPD, LFWF等的格点计算则刚刚开始. 此外, 能否将现有方法拓展到计算其他刻画高能强子结构的物理量, 如碎裂函数等也是值得深入探索的方向.

5 与其他领域的交叉

本节对精确计算以及强子结构研究可能与其他领域产生的交叉做一个简单的讨论.

5.1 之于引力波的应用

除了地面上的对撞机, 还有宇宙中天然的对撞机, 黑洞与黑洞的散射、合并, 并辐射引力波的过程. 对于引力波观测, 目前理论的精度需要提升数个数量级, 才能满足将来的aLIGO, LISA等实验^[164,165]的需求.

当两个黑洞合并形成束缚态后, 一般由数值广义相对论来进行非微扰的描述. 然而在此之前, 黑洞间的距离较大、引力较弱, 可以借助微扰论来研究该阶段的黑洞散射, 为引力波探测提供准确的理论预言. 与之前的讨论不同的是, 这里的散射是大尺度经典过程, 然而引力的非阿贝尔(Non-Abelian)属性使得经典的微扰计算依然困难重重.

近些年的理论进展表明, 该经典尺度的预言可以通过计算量子散射振幅得到^[166]. 简单来说, 经典的散射过程可以通过惠根斯原理:

$$\mathcal{A} \propto \int d^2 b_{\perp} e^{i\mathcal{M}_1(b_{\perp})} e^{iq \cdot b_{\perp}}, \quad |q|_{\text{classic}} = \partial \mathcal{M}_1(b_{\perp}) / \partial b_{\perp}, \quad (14)$$

与量子散射振幅关联起来. 这里的 $b_{\perp}$ 是瞄准距离, q 为散射后的动量变化, 而经典动量变化 $|q|_{\text{classic}} \sim \mathcal{O}(\hbar^0)$ 由稳定相因子近似(Stationary Phase Approximation)得到. $\mathcal{M}_1(b_{\perp})$ 代表坐标空间的散射振幅

$$\mathcal{M}_1(b_{\perp}) \propto \int d^2 p \mathcal{M}_1(p) e^{ip \cdot b_{\perp}}, \quad (15)$$

这里 $p \sim \mathcal{O}(\hbar)$.

由此, 可以利用高度发展的散射振幅的高阶计算方法来研究黑洞合并与引力波辐射. 最典型的例子就是, 螺旋度散射振幅(Helicity Amplitude)的研究表明, 引力的振幅在极大程度上是QCD振幅的平方(Double Copy)^[167], 从而急剧减小了计算引力振幅的复杂度. 再配合有效理论($b_{\perp} p \ll 1$)与高阶圈图计算技巧, 在2021年, 人们已经能给出 $\mathcal{O}(G_N^4)^{16}$ 的无自旋黑洞散射的预言^[166]. 目前高阶计算之于引力波的研究才刚起步, 值得我们做深入的研究.

16) 即所谓的Post Minkowskian近似: 对 G_N 作微扰展开, 保留所有阶相对速度 v^2 信息. 该近似在 $v^2 > G_N$ 时适用. 与之对应的是Post Newtonian(PN)近似, 当 $G_N \sim v^2$ 时, 两者需同时作微扰展开. 为了区分中子星与黑洞, 我们需要4阶PN近似的结果; 满足LISA实验的需求, 则需要5阶PN近似的结果.

5.2 运用量子计算的可能性

我们在传统的微扰论框架下展望了精度前沿未来的一些方向. 但是伴随着科技的发展, 可能会出现一些新的工具, 为理论预言提供不同的思路和契机, 量子计算就是其中一种可能.

我们以任意外态 ψ 的 n 点关联函数:

$$S_n = \langle \psi | T[O_{H,n}(x_n) O_{H,n-1}(x_{n-1}) \dots O_{H,1}(x_1)] | \psi \rangle \quad (16)$$

为例. 这样的 n 点关联函数在高能物理中相当普遍, 存在于 n -粒子遍举(Exclusive)散射截面、质子的部分子分布函数, 以及真空极化的定义中. 对于给定的算符 O_i 和外态 ψ , S_n 由理论的哈密顿量 H , 通过演化 $e^{-iHt_i} O_{H,i}(0, \vec{x}_i) e^{iHt_i}$ 来决定. 在经典计算机上求解这样的演化需要对角化 H , 这对于标准模型这样的体系来说, 是无法操作的. 因此人们退而求其次, 才牵扯出之前介绍的各种微扰论的计算手段.

然而对于量子计算机, 情况则大为不同. 在量子电路(Quantum Circuits)中, 时间演化可以转化为一列作用在量子比特(Qubit)上的量子门(Quantum Gate)操作, 从而显著地减少了实现这类演化的代价, 为我们直接计算 S_n 贡献了新的方案. 这样的计算一旦实现, 对精确预言会产生变革性的影响, 如将会为 μ 轻子 $g-2$ 的强子真空极化(HVP)贡献的大小、Drell-Yan/ ggH 过程的完整QCD截面、核子-核子低能散射、质子部分子分布函数、强子光前波函数等问题带来崭新的工具, 为解决这些问题提供新的契机.

当然, 要实现这样的计算取决于量子计算机的算力. 目前的量子计算机虽然能提供给用户 $O(50-100)$ 量子比特进行操作¹⁷⁾, 但量子门的噪声等因素限制了可作用的量子门次数, 从而制约了时间演化的深度. 因

此现有的量子计算机并不会立刻改变我们的世界, 但这不妨碍我们开展将中等规模含噪量子¹⁸⁾(Noisy Intermediate-Scale Quantum, NISQ)计算机及算法应用于高能物理的探索.

关于NISQ计算机的应用, 在高能物理同行里已经引起了一定规模的关注和讨论. 一部分讨论集中在利用接近真实场论的玩具模型(Toy Model), 来展示量子计算处理对撞机问题的可行性和优越性, 例如在 ϕ^4 理论下用实时演化非微扰地计算散射振幅^[168]; 在包含费米场、标量场的汤川模型下进行Parton Shower的量子模拟; 在Gross-Neveu模型下, 讨论利用“变分量子本征求解器”(Variational Quantum Eigensolver, VQE)制备质子态的可行性, 并以此来直接计算部分子分布函数^[169]; 在无 π 介子有效理论中用“三核子Toy Model”对中微子-原子核散射进行量子模拟^[170]; 对于 $K^0 \leftrightarrow \bar{K}^0$ 振荡进行模拟^[171]等. 另一部分研究则侧重于摸索用量子模拟实现真实过程的可行性, 譬如讨论如何将连续的规范场映射到离散量子线路上^[172]. 这些研究能否推广到真实的物理时空维度, 量子计算是否最终能应用到标准模型中, 能不能超越微扰计算与格点的结果, 都是值得长期探索并令人期待的方向.

6 结论

本文对近年来与对撞机物理相关的QCD研究, 从微扰论计算到非微扰强子结构研究的相关进展进行了简要总结, 并对其未来可能的发展以及与其他学科的交叉进行了展望. 可以预见, 随着下一代对撞机的规划和建设, QCD乃至高能物理研究会继续焕发生机和活力.

致谢 感谢北京师范大学物理学系与高等量子研究中心对于高能粒子物理与高能核物理研究团队建设的投入与支持.

参考文献

- 1 van Neerven W L, Zijlstra E B. Order α_s^2 contributions to the deep inelastic Wilson coefficient. *Phys Lett B*, 1991, 272: 127–133
- 2 Hamberg R, van Neerven W L, Matsuura T. A complete calculation of the order α_s^2 correction to the Drell-Yan K-factor. *Nucl Phys B*, 1991, 359: 343–405 [erratum: *Nucl Phys B*, 2002, 644: 403–404]

17) 如IBM的IBMQ Manhattan quantum computer能给美国用户提供65个量子比特; 谷歌的72量子比特计算机等.

18) 配备 $O(100)$ 个噪声量子比特, 也就是无纠错的量子比特. 只能在很短的相干时间里对这些量子比特进行操作.

- 3 Mistlberger B. Higgs boson production at hadron colliders at N^3 LO in QCD. *J High Energy Phys*, 2018, 2018: 28
- 4 Duhr C, Dulat F, Mistlberger B. Drell-Yan cross section to third order in the strong coupling constant. *Phys Rev Lett*, 2020, 125: 172001
- 5 Gao J, Li C S, Zhu H X. Top-quark decay at next-to-next-to-leading order in QCD. *Phys Rev Lett*, 2013, 110: 042001
- 6 Brucherseifer M, Caola F, Melnikov K. $O(\alpha_s^2)$ corrections to fully-differential top quark decays. *J High Energy Phys*, 2013, 2013: 59
- 7 Boughezal R, Focke C, Liu X, et al. W-Boson production in association with a jet at next-to-next-to-leading order in perturbative QCD. *Phys Rev Lett*, 2015, 115: 062002
- 8 Boughezal R, Caola F, Melnikov K, et al. Higgs Boson production in association with a jet at next-to-next-to-leading order. *Phys Rev Lett*, 2015, 115: 082003
- 9 Boughezal R, Focke C, Giele W, et al. Higgs boson production in association with a jet using jetiness subtraction. *Phys Lett B*, 2015, 748: 5–8
- 10 Gehrmann-De Ridder A, Gehrmann T, Glover E W N, et al. Precise QCD predictions for the production of a Z Boson in association with a hadronic jet. *Phys Rev Lett*, 2016, 117: 022001
- 11 Boughezal R, Campbell J, Ellis R K, et al. Z-Boson production in association with a jet at next-to-next-to-leading order in perturbative QCD. *Phys Rev Lett*, 2016, 116: 152001
- 12 Czakon M, Fiedler P, Heymes D, et al. NNLO QCD predictions for fully-differential top-quark pair production at the Tevatron. *J High Energy Phys*, 2016, 2016: 34
- 13 Currie J, Glover E W N, Pires J. Next-to-next-to leading order QCD predictions for single jet inclusive production at the LHC. *Phys Rev Lett*, 2017, 118: 072002
- 14 Czakon M, van Hameren A, Mitov A, et al. Single-jet inclusive rates with exact color at $O(\alpha_s^4)$. *J High Energy Phys*, 2019, 2019: 262
- 15 Cacciari M, Dreyer F A, Karlberg A, et al. Fully differential vector-boson-fusion higgs production at next-to-next-to-leading order. *Phys Rev Lett*, 2018, 115: 082002 [erratum: *Phys Rev Lett*, 2018, 120: 139901]
- 16 Chen X, Gehrmann T, Glover E W N, et al. Fully differential Higgs Boson production to third order in QCD. *Phys Rev Lett*, 2021, 127: 072002
- 17 Chen X, Gehrmann T, Glover N, et al. Dilepton rapidity distribution in Drell-Yan production to third order in QCD. *Phys Rev Lett*, 2022, 128: 052001
- 18 Tkachov F V. A theorem on analytical calculability of 4-loop renormalization group functions. *Phys Lett B*, 1981, 100: 65–68
- 19 Henn J M. Multiloop integrals in dimensional regularization made simple. *Phys Rev Lett*, 2013, 110: 251601
- 20 Larsen K J, Zhang Y. Integration-by-parts reductions from unitarity cuts and algebraic geometry. *Phys Rev D*, 2016, 93: 041701
- 21 Liu X, Ma Y Q, Wang C Y. A systematic and efficient method to compute multi-loop master integrals. *Phys Lett B*, 2018, 779: 353–357
- 22 Czakon M. A novel subtraction scheme for double-real radiation at NNLO. *Phys Lett B*, 2010, 693: 259–268
- 23 Czakon M, Heymes D. Four-dimensional formulation of the sector-improved residue subtraction scheme. *Nucl Phys B*, 2015, 890: 152–227
- 24 Gehrmann-De Ridder A, Gehrmann T, Glover E W N. Antenna subtraction at NNLO. *J High Energy Phys*, 2005, 2005: 56
- 25 Boughezal R, Campbell J M, Ellis R K, et al. Color-singlet production at NNLO in MCFM. *Eur Phys J C*, 2017, 77: 7
- 26 Grazzini M, Kallweit S, Wiesemann M. Fully differential NNLO computations with MATRIX. *Eur Phys J C*, 2018, 78: 537
- 27 Chen W. Reduction of Feynman integrals in the parametric representation. *J High Energy Phys*, 2020, 2020: 115
- 28 Chen W. Reduction of Feynman integrals in the parametric representation II: Reduction of tensor integrals. *Eur Phys J C*, 2021, 81: 244
- 29 Chen W. Reduction of Feynman integrals in the parametric representation III: Integrals with cuts. *Eur Phys J C*, 2020, 80: 1173
- 30 Collins J C, Soper D E, Sterman G. Transverse momentum distribution in Drell-Yan pair and W and Z boson production. *Nucl Phys B*, 1985, 250: 199–224
- 31 Catani S, Webber B R, Marchesini G. QCD coherent branching and semi-inclusive processes at large χ . *Nucl Phys B*, 1991, 349: 635–654
- 32 Bauer C W, Fleming S, Luke M. Summing Sudakov logarithms in $B \rightarrow X_s$ in effective field theory. *Phys Rev D*, 2000, 63: 014006
- 33 Bauer C W, Fleming S, Pirjol D, et al. An effective field theory for collinear and soft gluons: Heavy to light decays. *Phys Rev D*, 2001, 63: 114020
- 34 Bauer C W, Stewart I W. Invariant operators in collinear effective theory. *Phys Lett B*, 2001, 516: 134–142
- 35 Bauer C W, Pirjol D, Stewart I W. Soft-collinear factorization in effective field theory. *Phys Rev D*, 2002, 65: 054022
- 36 Ellis R K, Stirling W J, Webber B R. *Camb Monogr Part Phys Nucl Phys Cosmol*, 1996, 8: 1
- 37 Billis G, Dehnadi B, Ebert M A, et al. Higgs p_T spectrum and total cross section with fiducial cuts at third resummed and fixed order in QCD. *Phys Rev Lett*, 2021, 127: 072001
- 38 Becher T, Schwartz M D. A precise determination of α_s from LEP thrust data using effective field theory. *J High Energy Phys*, 2008, 2008: 34
- 39 Hoang A H, Kolodrubetz D W, Mateu V, et al. C-parameter distribution at N^3 LL' including power corrections. *Phys Rev D*, 2015, 91: 094017
- 40 Dasgupta M, Dreyer F A, Hamilton K, et al. Parton showers beyond leading logarithmic accuracy. *Phys Rev Lett*, 2020, 125: 052002

- 41 Bell G, Dehnadi B, Mohrmann T, et al. Automated calculation of N -jet soft functions. arXiv: [1808.07427](#)
- 42 Moulst I, Rothen L, Stewart I W, et al. Subleading power corrections for N -jettiness subtractions. [Phys Rev D](#), 2017, 95: 074023
- 43 Boughezal R, Liu X, Petriello F. Power corrections in the N -jettiness subtraction scheme. [J High Energy Phys](#), 2017, 2017: 160
- 44 Beneke M, Broggio A, Garny M, et al. Leading-logarithmic threshold resummation of the Drell-Yan process at next-to-leading power. [J High Energy Phys](#), 2019, 2019: 43
- 45 Liu Z L, Neubert M. Two-loop radiative jet function for exclusive B-meson and Higgs decays. [J High Energy Phys](#), 2020, 2020: 60
- 46 Dasgupta M, Salam G P. Resummation of non-global QCD observables. [Phys Lett B](#), 2001, 512: 323–330
- 47 Becher T, Neubert M, Rothen L, et al. Effective field theory for jet processes. [Phys Rev Lett](#), 2016, 116: 192001
- 48 Aoki Y, Blum T, Colangelo G, et al. Flag Rev, arXiv: [2111.09849](#)
- 49 Abbate R, Fickinger M, Hoang A H, et al. Thrust at N^3 LL with power corrections and a precision global fit for $\alpha(Z)$. [Phys Rev D](#), 2011, 83: 074021
- 50 Gehrman T, Luisoni G, Monni P F. Power corrections in the dispersive model for a determination of the strong coupling constant from the thrust distribution. [Eur Phys J C](#), 2013, 73: 2265
- 51 Hoang A H, Kolodrubetz D W, Mateu V, et al. Precise determination of α_s from the C -parameter distribution. [Phys Rev D](#), 2015, 91: 094018
- 52 Zyla P A, Barnett R M, Beringer J, et al. Review of particle physics. [Prog Theor Exp Phys](#), 2020, 2020: 083C01
- 53 Basham C L, Brown L S, Ellis S D, et al. Energy correlations in electron-positron annihilation: Testing quantum chromodynamics. [Phys Rev Lett](#), 1978, 41: 1585–1588
- 54 Dixon L J, Luo M X, Shtabovenko V, et al. Analytical computation of energy-energy correlation at next-to-leading order in QCD. [Phys Rev Lett](#), 2018, 120: 102001
- 55 Larkoski A J, Marzani S, Soyez G, et al. Soft drop. [J High Energy Phys](#), 2014, 2014: 146
- 56 Ahmad M, Alves D, An H, et al. CEPC-SPPC Preliminary Conceptual Design Report Volume I - Physics & Detector. IHEP-CEPC-DR-2015-01
- 57 d'Enterria D. Physics case of FCC-ee. Frascati Phys Ser, 2016, 61: 17. arXiv: [1601.06640](#)
- 58 Gong Y, Li Z, Xu X, et al. Mixed QCD-electroweak corrections for Higgs boson production at e^+e^- colliders. [Phys Rev D](#), 2017, 95: 093003
- 59 Sun Q F, Feng F, Jia Y, et al. Mixed electroweak-QCD corrections to $e^+e^- \rightarrow HZ$ at Higgs factories. [Phys Rev D](#), 2017, 96: 051301
- 60 Li Z, Wang Y, Wu Q. Categorization of two-loop Feynman diagrams in the $O(\alpha^2)$ correction to $e^+e^- \rightarrow ZH$. [Chin Phys C](#), 2021, 45: 053102
- 61 Bothmann E, Napoletano D. Automated evaluation of electroweak Sudakov logarithms in SHERPA. [Eur Phys J C](#), 2020, 80: 1024
- 62 Liu X, Ma Y Q. Multiloop corrections for collider processes using auxiliary mass flow. [Phys Rev D](#), 2022, 105: L051503
- 63 Cacciari M, Salam G P, Soyez G. The anti- k_T jet clustering algorithm. [J High Energy Phys](#), 2008, 2008: 63
- 64 Larkoski A J, Moulst I, Nachman B. Jet substructure at the Large Hadron Collider: A review of recent advances in theory and machine learning. [Phys Rep](#), 2020, 841: 1–63
- 65 Sirunyan A M, Tumasyan A, Adam W, et al. Measurement of the jet mass distribution and top quark mass in hadronic decays of boosted top quarks in pp collisions at $s=13$ TeV. [Phys Rev Lett](#), 2020, 124: 202001
- 66 Brivio I, Goertz F, Isidori G. Probing the charm quark yukawa coupling in Higgs+Charm production. [Phys Rev Lett](#), 2015, 115: 211801
- 67 Liu X, Xing H. The time-reversal odd side of a jet. [Fundam Res](#), 2022, doi: 10.1016/j.fmre.2021.11.039
- 68 Kang Z B, Liu X, Mantry S, et al. Jet charge: A flavor prism for spin asymmetries at the electron-ion collider. [Phys Rev Lett](#), 2020, 125: 242003
- 69 Liu H Y, Liu X, Moch S O. Anti- k_T jet function at next-to-next-to-leading order. [Phys Rev D](#), 2021, 104: 014016
- 70 Abdul K R, Accardi A, Adam J, et al. Science requirements and detector concepts for the electron-ion collider: EIC yellow report. arXiv: [2103.05419](#)
- 71 Liu X, Ringer F, Vogelsang W, et al. Lepton-jet correlations in deep inelastic scattering at the electron-ion collider. [Phys Rev Lett](#), 2019, 122: 192003
- 72 Liu H Y, Ma Y Q, Chao K T. Improvement for color glass condensate factorization: Single hadron production in pA collisions at next-to-leading order. [Phys Rev D](#), 2019, 100: 071503
- 73 Liu H Y, Kang Z B, Liu X. Threshold resummation for hadron production in the small- X region. [Phys Rev D](#), 2020, 102: 051502
- 74 Barone V, Drago A, Ratcliffe P G. Transverse polarisation of quarks in hadrons. [Phys Rep](#), 2002, 359: 1–168
- 75 Collins J. Foundations of perturbative QCD. Camb Monogr Part Phys Nucl Phys Cosmol, 2011, 32: 1–624
- 76 Dokshitzer Y L. Calculation of the structure functions for deep inelastic scattering and e^+e^- annihilation by perturbation theory in quantum chromodynamics. [Sov Phys JETP](#), 1977, 46: 641–653
- 77 Gribov V N, Lipatov L N. Deep inelastic e p scattering in perturbation theory. [Sov J Nucl Phys](#), 1972, 15: 438–450
- 78 Altarelli G, Parisi G. Asymptotic freedom in parton language. [Nucl Phys B](#), 1977, 126: 298–318

- 79 Hou T J, Gao J, Hobbs T J, et al. New CTEQ global analysis of quantum chromodynamics with high-precision data from the LHC. *Phys Rev D*, 2021, 103: 014013
- 80 Harland-Lang L A, Martin A D, Motylinski P, et al. Parton distributions in the LHC era: MMHT 2014 PDFs. *Eur Phys J C*, 2015, 75: 204
- 81 Ball R D, Bertone V, Carrazza S, et al. Parton distributions from high-precision collider data. *Eur Phys J C*, 2017, 77: 663
- 82 Sato N, Andres C, Ethier J J, et al. Strange quark suppression from a simultaneous Monte Carlo analysis of parton distributions and fragmentation functions. *Phys Rev D*, 2020, 101: 074020
- 83 Constantinou M, Courtoy A, Ebert M A, et al. Parton distributions and lattice-QCD calculations: Toward 3D structure. *Prog Particle Nucl Phys*, 2021, 121: 103908
- 84 Abdolmaleki H, Bertone V, Britzger D, et al. Impact of low-X resummation on QCD analysis of HERA data. *Eur Phys J C*, 2018, 78: 621
- 85 Ball R D, Bertone V, Bonvini M, et al. Parton distributions with small-X resummation: Evidence for BFKL dynamics in HERA data. *Eur Phys J C*, 2018, 78: 321
- 86 de Florian D, Sassot R, Stratmann M, et al. Evidence for polarization of gluons in the proton. *Phys Rev Lett*, 2014, 113: 012001
- 87 Nocera E R. A first unbiased global determination of polarized PDFs and their uncertainties. *Nucl Phys B*, 2014, 887: 276–308
- 88 Ethier J J, Sato N, Melnitchouk W. First simultaneous extraction of spin-dependent parton distributions and fragmentation functions from a global QCD analysis. *Phys Rev Lett*, 2017, 119: 132001
- 89 Salajegheh M, Nejad S M M, Khanpour H, et al. Analytical approaches to the determination of spin-dependent parton distribution functions at NNLO approximation. *Phys Rev C*, 2018, 97: 055201
- 90 Taghavi-Shahri F, Khanpour H, Atashbar Tehrani S, et al. Next-to-next-to-leading order QCD analysis of spin-dependent parton distribution functions and their uncertainties: Jacobi polynomials approach. *Phys Rev D*, 2016, 93: 114024
- 91 Anselmino M, Boglione M, D'Alesio U, et al. Transversity and collins functions from SIDIS and e^+e^- data. *Phys Rev D*, 2007, 75: 054032
- 92 Rogers T C, Mulders P J. No generalized transverse momentum dependent factorization in the hadroproduction of high transverse momentum hadrons. *Phys Rev D*, 2010, 81: 094006
- 93 Radici M, Bacchetta A. First extraction of transversity from a global analysis of electron-proton and proton-proton data. *Phys Rev Lett*, 2018, 120: 192001
- 94 Lin H W, Melnitchouk W, Prokudin A, et al. First Monte Carlo global analysis of nucleon transversity with lattice QCD constraints. *Phys Rev Lett*, 2018, 120: 152502
- 95 Kronfeld A S, Photiadis D M. Phenomenology on the lattice: Composite operators in lattice gauge theory. *Phys Rev D*, 1985, 31: 2939–2951
- 96 Martinelli G, Sachrajda C T. A lattice calculation of the second moment of the pion's distribution amplitude. *Phys Lett B*, 1987, 190: 151–156
- 97 Cichy K, Constantinou M. A guide to light-cone PDFs from lattice QCD: An overview of approaches, techniques, and results. *Adv High Energy Phys*, 2019, 2019: 1–68
- 98 Ji X, Liu Y, Liu Y S, et al. Large-momentum effective theory. *Rev Mod Phys*, 2021, 93: 035005
- 99 Green J R, Engelhardt M, Krieg S, et al. Nucleon structure from lattice QCD using a nearly physical pion mass. *Phys Lett B*, 2014, 734: 290–295
- 100 Alexandrou C, Constantinou M, Hadjiyiannakou K, et al. Nucleon spin and momentum decomposition using lattice QCD simulations. *Phys Rev Lett*, 2017, 119: 142002
- 101 Bali G S, Collins S, Gläsel B, et al. The moment $\langle x \rangle_{u-d}$ of the nucleon from $N_f=2$ lattice QCD down to nearly physical quark masses. *Phys Rev D*, 2014, 90: 074510
- 102 Dolgov D. Moments of nucleon light cone quark distributions calculated in full lattice QCD. *Phys Rev D*, 2002, 66: 034506
- 103 Deka M, Streuer T, Doi T, et al. Moments of nucleon's parton distribution for the sea and valence quarks from lattice QCD. *Phys Rev D*, 2009, 79: 094502
- 104 Gong M, Yang Y B, Liang J, et al. Strange and charm quark spins from the anomalous Ward identity. *Phys Rev D*, 2017, 95: 114509
- 105 Chang C C, Nicholson A N, Rinaldi E, et al. A per-cent-level determination of the nucleon axial coupling from quantum chromodynamics. *Nature*, 2018, 558: 91–94
- 106 Alexandrou C, Bacchio S, Constantinou M, et al. Nucleon axial, tensor, and scalar charges and σ -terms in lattice QCD. *Phys Rev D*, 2020, 102: 054517
- 107 Aoki Y, Blum T, Lin H W, et al. Nucleon isovector structure functions in (2+1)-flavor QCD with domain wall fermions. *Phys Rev D*, 2010, 82: 014501
- 108 Abdel-Rehim A, Alexandrou C, Constantinou M, et al. Nucleon and pion structure with lattice QCD simulations at physical value of the pion mass. *Phys Rev D*, 2015, 92: 114513
- 109 Liu K F, Dong S J. Origin of difference between u^- and d^- partons in the nucleon. *Phys Rev Lett*, 1994, 72: 1790–1793

- 110 Aglietti U, Ciuchini M, Corbó G, et al. Model independent determination of the light-cone wave functions for exclusive processes. *Phys Lett B*, 1998, 441: 371–375. arXiv: [hep-ph/9806277 hep-ph](#)
- 111 Martinelli G. Hadronic weak interactions of light quarks. *Nucl Phys B-Proc Supplements*, 1999, 73: 58–71. arXiv: [hep-lat/9810013 hep-lat](#)
- 112 Dawson C, Martinelli G, Rossi G C, et al. New lattice approaches to the rule. *Nucl Phys B*, 1998, 514: 313–335. arXiv: [hep-lat/9707009 hep-lat](#)
- 113 Capitani S, Göckeler M, Horsley R, et al. Towards a non-perturbative calculation of DIS Wilson coefficients. *Nucl Phys B-Proc Suppl*, 1999, 73: 288–290. arXiv: [hep-lat/9809171](#)
- 114 Chambers A J, Horsley R, Nakamura Y, et al. Nucleon structure functions from operator product expansion on the lattice. *Phys Rev Lett*, 2017, 118: 242001
- 115 Hannaford-Gunn A, Horsley R, Nakamura Y, et al. Scaling and higher twist in the nucleon Compton amplitude. arXiv: [2001.05090](#)
- 116 Horsley R, et al. (QCDSF-UKQCD-CSSM collaboration). Structure functions from the Compton amplitude. arXiv: [2001.05366](#)
- 117 Braun V M, Müller D. Exclusive processes in position space and the pion distribution amplitude. *Eur Phys J C*, 2008, 55: 349–361
- 118 Ma Y Q, Qiu J W. Exploring partonic structure of hadrons using *ab initio* lattice QCD calculations. *Phys Rev Lett*, 2018, 120: 022003
- 119 Bali G S, Braun V M, Gläsel B, et al. Pion distribution amplitude from Euclidean correlation functions. *Eur Phys J C*, 2018, 78: 217
- 120 Bali G S, Braun V M, Gläsel B, et al. Pion distribution amplitude from Euclidean correlation functions: Exploring universality and higher-twist effects. *Phys Rev D*, 2018, 98: 094507
- 121 Sufian R S, Karpie J, Egerer C, et al. Pion valence quark distribution from matrix element calculated in lattice QCD. *Phys Rev D*, 2019, 99: 074507
- 122 Sufian R S, Egerer C, Karpie J, et al. Pion valence quark distribution from current-current correlation in lattice QCD. *Phys Rev D*, 2020, 102: 054508
- 123 Detmold W, Lin C J D. Deep-inelastic scattering and the operator product expansion in lattice QCD. *Phys Rev D*, 2006, 73: 014501
- 124 Ji X. Parton physics on a Euclidean lattice. *Phys Rev Lett*, 2013, 110: 262002
- 125 Ji X, Zhang J H, Zhao Y. Physics of the Gluon-Helicity contribution to proton spin. *Phys Rev Lett*, 2013, 111: 112002
- 126 Ji X D. Parton physics from large-momentum effective field theory. *Sci China-Phys Mech Astron*, 2014, 57: 1407–1412
- 127 Xiong X, Ji X, Zhang J H, et al. One-loop matching for parton distributions: Nonsinglet case. *Phys Rev D*, 2014, 90: 014051
- 128 Izubuchi T, Ji X, Jin L, et al. Factorization theorem relating Euclidean and light-cone parton distributions. *Phys Rev D*, 2018, 98: 056004
- 129 Ji X, Liu Y, Schäfer A, et al. A hybrid renormalization scheme for quasi light-front correlations in large-momentum effective theory. *Nucl Phys B*, 2021, 964: 115311
- 130 Chen L B, Wang W, Zhu R. Next-to-next-to-leading order calculation of quasiparton distribution functions. *Phys Rev Lett*, 2021, 126: 072002
- 131 Li Z Y, Ma Y Q, Qiu J W. Extraction of next-to-next-to-leading-order parton distribution functions from lattice QCD calculations. *Phys Rev Lett*, 2021, 126: 072001
- 132 Liu Y S, Chen J W, Jin L, et al. Nucleon transversity distribution at the physical pion mass from lattice QCD. arXiv: [1810.05043](#)
- 133 Radyushkin A V. Quasi-parton distribution functions, momentum distributions, and pseudo-parton distribution functions. *Phys Rev D*, 2017, 96: 034025
- 134 Lin H W, Zhang R. Lattice finite-volume dependence of the nucleon parton distributions. *Phys Rev D*, 2019, 100: 074502
- 135 Alexandrou C, Cichy K, Constantinou M, et al. Lattice continuum-limit study of nucleon parton quasidistribution functions. *Phys Rev D*, 2021, 103: 094512. arXiv: [2011.00964 hep-lat](#)
- 136 Lin H W, Chen J W, Zhang R. Lattice nucleon isovector unpolarized parton distribution in the physical-continuum limit. arXiv: [2011.14971](#)
- 137 Karpie J, Orginos K, Radyushkin A, et al. The continuum and leading twist limits of parton distribution functions in lattice QCD. *J High Energy Phys*, 2021, 2021: 24
- 138 Huo Y K. Self-renormalization of quasi-light-front correlators on the lattice. *Nucl Phys B*, 2021, 969: 115443
- 139 Braun V M, Vladimirov A, Zhang J H. Power corrections and renormalons in parton quasidistributions. *Phys Rev D*, 2019, 99: 014013
- 140 Musch B U, Hägler P, Engelhardt M, et al. Sivers and Boer-Mulders observables from lattice QCD. *Phys Rev D*, 2012, 85: 094510
- 141 Ji X, Sun P, Xiong X, et al. Soft factor subtraction and transverse momentum dependent parton distributions on the lattice. *Phys Rev D*, 2015, 91: 074009
- 142 Ji X, Jin L C, Yuan F, et al. Transverse momentum dependent parton quasidistributions. *Phys Rev D*, 2019, 99: 114006
- 143 Ebert M A, Stewart I W, Zhao Y. Towards quasi-transverse momentum dependent PDFs computable on the lattice. *J High Energy Phys*, 2019, 2019(9): 37
- 144 Ji X, Liu Y, Liu Y S. TMD soft function from large-momentum effective theory. *Nucl Phys B*, 2020, 955: 115054
- 145 Ji X, Liu Y, Liu Y S. Transverse-momentum-dependent parton distribution functions from large-momentum effective theory. *Phys Lett B*, 2020,

- 811: 135946
- 146 Shanahan P, Wagman M, Zhao Y. Lattice QCD calculation of the Collins-Soper kernel from quasi-TMDPDFs. *Phys Rev D*, 2021, 104: 114502
- 147 Schlemmer M, Vladimirov A, Zimmermann C, et al. Determination of the Collins-Soper Kernel from lattice QCD. *J High Energy Phys*, 2021, 2021: 004. arXiv: [2103.16991 hep-lat](#)
- 148 Zhang Q A, Hua J, Huo Y, et al. Lattice QCD calculations of transverse-momentum-dependent soft function through large-momentum effective theory. *Phys Rev Lett*, 2020, 125: 192001
- 149 Li Y, Xia S C, Alexandrou C, et al. Lattice QCD study of transverse-momentum dependent soft function. *Phys Rev Lett*, 2022, 128: 062002
- 150 Chen J W, Lin H W, Zhang J H. Pion generalized parton distribution from lattice QCD. *Nucl Phys B*, 2020, 952: 114940
- 151 Alexandrou C, Cichy K, Constantinou M, et al. Unpolarized and helicity generalized parton distributions of the proton within lattice QCD. *Phys Rev Lett*, 2020, 125: 262001
- 152 Lin H W. Nucleon tomography and generalized parton distribution at physical pion mass from lattice QCD. *Phys Rev Lett*, 2021, 127: 182001
- 153 Lin H W. Nucleon helicity generalized parton distribution at physical pion mass from lattice QCD. *Phys Lett B*, 2022, 824: 136821
- 154 Ji X. Fundamental properties of the proton in light-front zero modes. *Nucl Phys B*, 2020, 960: 115181
- 155 Bhattacharya S, Cichy K, Constantinou M, et al. One-loop matching for the twist-3 parton distribution $g_T(x)$. *Phys Rev D*, 2020, 102: 034005
- 156 Bhattacharya S, Cichy K, Constantinou M, et al. The role of zero-mode contributions in the matching for the twist-3 PDFs $e(x)$ and $h_L(x)$. *Phys Rev D*, 2020, 102: 114025
- 157 Braun V M, Ji Y, Vladimirov A. QCD factorization for twist-three axial-vector parton quasidistributions. *J High Energy Phys*, 2021, 2021: 86
- 158 Braun V M, Ji Y, Vladimirov A. QCD factorization for chiral-odd parton quasi- and pseudo-distributions. *J High Energy Phys*, 2021, 2021: 87
- 159 Bhattacharya S, Cichy K, Constantinou M, et al. Parton distribution functions beyond leading twist from lattice QCD: The $h_L(x)$ case. *Phys Rev D*, 2021, 104: 114510
- 160 Bhattacharya S, Cichy K, Constantinou M, et al. First lattice QCD study of proton twist-3 GPDs. arXiv: [2112.05538](#)
- 161 Zhang R, Honkala C, Lin H W, et al. Pion and kaon distribution amplitudes in the continuum limit. *Phys Rev D*, 2020, 102: 094519
- 162 Hua J, Chu M H, Sun P, et al. Distribution amplitudes of K^* and ϕ at the physical pion mass from lattice QCD. *Phys Rev Lett*, 2021, 127: 062002
- 163 Ji X, Liu Y. Computing light-front wave functions without light-front quantization: A large-momentum effective theory approach. arXiv: [2106.05310](#)
- 164 Reitze D, Adhikari R X, Ballmer S, et al. Cosmic Explorer: The U.S. contribution to gravitational-wave astronomy beyond LIGO. *Bull Am Astron Soc*, 2019, 51: 35. arXiv: [1907.04833](#)
- 165 Amaro-Seoane P, Audley H, Babak S, et al. Laser interferometer space antenna. arXiv: [1702.00786](#)
- 166 Bern Z, Parra-Martinez J, Roiban R, et al. Scattering amplitudes and conservative binary dynamics at $O(G^4)$. *Phys Rev Lett*, 2021, 126: 171601
- 167 Bern Z, Carrasco J J M, Johansson H. New relations for gauge-theory amplitudes. *Phys Rev D*, 2008, 78: 085011
- 168 Jordan S P, Lee K S M, Preskill J. Quantum algorithms for quantum field theories. *Science*, 2012, 336: 1130–1133
- 169 Li T, Guo X, Lai W K, et al. Partonic structure by quantum computing. arXiv: [2106.03865](#)
- 170 Roggero A, Li A C Y, Carlson J, et al. Quantum computing for neutrino-nucleus scattering. *Phys Rev D*, 2020, 101: 074038
- 171 Chen Y, Ma Y, Zhou S. Quantum simulations of the non-unitary time evolution and applications to neutral-kaon oscillations. arXiv: [2105.04765](#)
- 172 Raychowdhury I. Toward quantum simulating non-Abelian gauge theories. *Ind J Phys*, 2021, 95: 1681–1690

Quantum chromodynamics studies toward next generation colliders

LIU XiaoHui* & ZHANG JianHui*

Center of Advanced Quantum Studies, Department of Physics, Beijing Normal University, Beijing 100875, China

As the fundamental theory of strong interactions, quantum chromodynamics (QCD) plays a crucial role in precision tests of the standard model (SM) and in the search for new physics. In this article, we provide a brief overview of recent progress in QCD studies relevant to collider physics, focusing on fixed-order calculations and resummation techniques, parton distribution functions and their calculations, as well as their impact on the search for new physics, SM precision tests, and studying the intrinsic properties of hadrons. Based on this, we also discuss the prospects of their applications and intersections with other disciplines in the future.

quantum chromodynamics, collider, precision tests of the standard model, fixed-order calculations, resummation, jets, hadron structure, parton distribution functions, lattice quantum chromodynamics, quantum computing

PACS: 11.15.-q, 12.38.-t, 12.38.Bx, 12.38.Gc

doi: [10.1360/SSPMA-2021-0369](https://doi.org/10.1360/SSPMA-2021-0369)