

文章编号: 1000-5773(2004)04-0295-07

内爆加载下果冻内外界面 不稳定性数值计算^{*}

柏劲松, 李平, 陈森华, 廖海东, 杨礼兵, 姜洋

(中国工程物理研究院流体物理研究所, 四川绵阳 621900)

摘要:采用可压缩多介质流体高精度 PPM 方法对实验模型进行数值计算, 针对果冻内外界面 10 模峰对峰、峰对谷振幅为 1 mm 扰动模型, 给出了与实验相对应时刻的数值计算结果, 并对果冻内外界面位置、速度和加速度历史进行了详细分析。计算结果再现了复杂的实验现象, 基本物理现象与实验图像以及计算结果和实验数据均相吻合。

关键词:R-T 界面不稳定性; 高精度计算方法; 内爆加载

中图分类号: O357

文献标识码: A

1 引言

界面不稳定性发展通常分为三个阶段, 即小扰动的指数增长阶段, 非线性数增长阶段和湍流混合阶段。对于界面不稳定性研究, 主要从理论和实验两个方面进行, 在小扰动的指数增长阶段理论研究给出了很好的结果, 但是在非线性数增长阶段和湍流混合阶段则存在着较大的困难。在界面不稳定性研究中, 一个主要的难点是如何分隔不同流体介质并形成初始扰动, 文献[1~3]给出了几种处理方法, 其中比较新颖的方法是利用乙炔和氧气的混合气体爆轰来驱动果冻内爆, 由于果冻有足够强度抵抗重力引起的变形, 无须任何膜来控制界面, 同时果冻和爆轰产物都具有良好的透明性, 易于观察界面扰动情况, 廖海东等也做过类似实验, 并获得了测试图像。

界面不稳定性的数值计算在计算方法上集中体现了多介质、多界面、大变形、强剪切、高密度比、高精度等特点, 数值计算是研究非线性界面不稳定性发展的重要工具, 非线性阶段中一些现象的阐明, 往往要借助于数值计算。用数值方法计算非线性界面不稳定性问题需要注意以下两点: (1) 要避免因计算方法的处理不当对有关问题的计算结果带来的歪曲; (2) 非线性界面不稳定性发展到后期界面出现大的扭曲, 通常采用欧拉方法来描述界面大变形、扭曲甚至尖钉破裂和脱落, 需要很好地处理物质界面的计算, 不宜采用拉格朗日方法进行计算。

本文首先给出以 VOF (Volume of Fluid) 为基础的可压缩多介质流体高精度 PPM (Piecewise Parabolic Method) 计算方法, 然后针对乙炔和氧气的混合气体爆轰驱动果冻内爆实验模型进行数值计算, 并对数值计算结果与实验结果进行了比较。

2 计算方法

2.1 基本控制方程

PPM 方法对于多维多介质流的数值计算, 采用维数分裂方法将多维问题简化为多个一维问题来处理, 一维问题的计算方法可以适用于多维问题的数值计算, 这里主要讨论一维多介质流体的 PPM 计算

^{*} 收稿日期: 2003-11-17; 修回日期: 2004-03-01

基金项目: 中国工程物理研究院预先研究基金(20040650)

作者简介: 柏劲松(1968—), 男, 博士, 副研究员。

方法。对于 x 方向上的一维问题,将三阶精度的 PPM 方法与界面捕捉方法相结合,基于流体体积分数的界面捕捉方法,应用到多介质体积分数的欧拉方程,运用 Lagrange-Remapping 两步算法来求解多介质流问题。采用体积分数形式描述的一维多介质流 Euler 方程组为

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u^2 + p)}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial(\rho E)}{\partial t} + \frac{\partial[(\rho E + p)u]}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial Y^{(i)}}{\partial t} + u \frac{\partial Y^{(i)}}{\partial x} = 0 \quad i = 1, \dots, N-1 \end{cases} \quad (1)$$

式中: ρ 、 u 、 p 分别表示密度、速度和压力, E 表示单位质量的总能量, N 表示介质的种类, $Y^{(i)}$ 为第 i 种介质的体积分数。在含有 N 种不同介质的混合格网,各体积分数满足 $\sum Y^{(i)} = 1$ 。状态方程采用“Stiffen Gas”形式的状态方程

$$p = (\gamma - 1)\rho e - \gamma\pi \quad (2)$$

对于气体, γ 为比热比 ($\gamma > 1$), $\pi = 0$ 。对于液体和用冲击 Hugoniot 曲线描述的弹性密实介质, γ 为材料的拟合常数, π 为具有粘性张量纲的材料常数。

2.2 多介质流体的 PPM 计算方法

为了有效地捕捉多介质流体交界面,采用 Lagrange-Remapping 两步算法来求解方程组(1),即 Lagrange 步加上输运步。整个计算分 4 个步骤完成,即:(1) 物理量的分段抛物插值;(2) 近似 Riemann 问题求解;(3) Lagrange 方程组的推进求解;(4) 最后将物理量变回到静止的 Euler 网格上。步骤(1)中物理量的分段抛物插值按照文献[4]所描述的过程进行,此时无需对接触间断进行检测,因为在 Lagrange 步计算中,接触间断是自动保持的。步骤(2)的近似 Riemann 问题求解,采用文献[5]中双激波近似计算,只是这里状态方程采用(2)式。下面主要介绍步骤(3)和步骤(4)。

2.2.1 Lagrange 步的数值计算

在 Lagrange 步计算中,由于介质体积分数 $Y^{(i)}$ 的随体导数为零,体积分数 $Y^{(i)}$ 在 Lagrange 步计算中保持不变,因此多介质流体的一维 Lagrange 控制方程组可以写成

$$\begin{cases} \frac{\partial \tau}{\partial t} - \frac{\partial(r^\alpha u)}{\partial m} = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial t} + r^\alpha \frac{\partial p}{\partial m} = 0 \\ \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial(r^\alpha u p)}{\partial m} = 0 \\ \frac{\partial Y^{(i)}}{\partial t} = 0 \end{cases} \quad (3)$$

方程组中 τ 为比容, α 在平面、轴对称和球对称时分别取 0、1、2, r 为空间坐标, m 为质量坐标 $m = \int_{r_0}^r \rho r^\alpha dr$ 。方程组(3)按计算单介质流体方法进行差分,只是这里多了一个体积分数变量而已。其中 t_n 时刻第 j 个网格的物理量 $(\tau, u, E, Y^{(i)})_j^n$ 的质量平均定义为

$$\begin{pmatrix} \tau \\ u \\ E \\ Y^{(i)} \end{pmatrix}_j^n = \frac{1}{\Delta m_j} \int_{m_{j-1/2}}^{m_{j+1/2}} \begin{pmatrix} \tau(m, t_n) \\ u(m, t_n) \\ E(m, t_n) \\ Y^{(i)}(m, t_n) \end{pmatrix} dm \quad (4)$$

经 Lagrange 步计算,得到 t_{n+1} 时刻的物理量分布 $\{\tau_j^{n+1}\}$ 、 $\{u_j^{n+1}\}$ 、 $\{E_j^{n+1}\}$ 和新的网格点位置 $\{r_{j\pm 1/2}^{n+1}\}$, 压力分布 $\{p_j^{n+1}\}$ 可以通过状态方程得到, $\{(Y^{(i)})_j^{n+1}\}$ 保持不变。计算公式如下

$$\begin{cases} r_{j+1/2}^{n+1} = r_{j+1/2}^n + \tilde{u}_{j+1/2} \Delta t \\ \tau_j^{n+1} = \frac{\left(r_{j+1/2}^{n+1}\right)^{\alpha+1} - \left(r_{j-1/2}^{n+1}\right)^{\alpha+1}}{(\alpha+1)\Delta m_j} \\ u_j^{n+1} = u_j^n - \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{\Delta m_j} (\sigma_{j+1/2} + \sigma_{j-1/2}) (\tilde{p}_{j+1/2} - \tilde{p}_{j-1/2}) \\ E_j^{n+1} = E_j^n - \frac{\Delta t}{\Delta m_j} (\sigma_{j+1/2} \tilde{u}_{j+1/2} \tilde{p}_{j+1/2} - \sigma_{j-1/2} \tilde{u}_{j-1/2} \tilde{p}_{j-1/2}) \end{cases} \quad (5)$$

式中: $\tilde{p}$ 、 $\tilde{u}$ 是网格界面上 Riemann 问题的解, $\sigma_{j+1/2}$ 为

$$\sigma_{j+1/2} = \frac{\left(r_{j+1/2}^{n+1}\right)^{\alpha+1} - \left(r_{j+1/2}^n\right)^{\alpha+1}}{(\alpha+1)\left(r_{j+1/2}^{n+1} - r_{j+1/2}^n\right)}$$

2.2.2 输运步的数值计算

输运步的计算将 t_{n+1} 时刻平均物理量从 Lagrange 坐标系变换到静止的 Euler 网格上, 输运步使用与 Lagrange 步相同的抛物线插值和积分方法。注意, 这时必须将随流体运动在 Lagrange 坐标系下不变的体积分数变回到静止的 Euler 网格。

用 $(\rho_{\text{Euler}})_j^{n+1}$ 、 $(u_{\text{Euler}})_j^{n+1}$ 、 $(E_{\text{Euler}})_j^{n+1}$ 和 $((Y^{(i)})_{\text{Euler}})_j^{n+1}$ 表示 t_{n+1} 时刻经过输运步计算后 Euler 网格上的物理量。假设在网格边界 $j+1/2$ 处通过的流体体积为 $\Delta V_{j+1/2}^*$, 物理量平均值为 $(\rho^*, u^*, p^*, (Y^{(i)})^*)_{j+1/2}$, Lagrange 步计算的密度为 $\rho_j^{n+1} = 1/\tau_j^{n+1}$, 则

$$\Delta m_j^{n+1} = \rho_j^{n+1} V_j^{n+1} \quad (6)$$

$$\Delta m_j^n = (\rho_{\text{Euler}})_j^n V_j^n \quad (7)$$

$$\Delta m_{j+1/2}^* = \rho_{j+1/2}^* \Delta V_{j+1/2}^* \quad (8)$$

$$\Delta E_{j+1/2}^* = \frac{1}{2} \left(u_{j+1/2}^*\right)^2 \Delta m_{j+1/2}^* + \Delta e_{j+1/2}^* \quad (9)$$

$$(\rho_{\text{Euler}})_j^{n+1} = \left[\Delta m_j^{n+1} - \left(\rho_{j+1/2}^* \Delta V_{j+1/2}^* - \rho_{j-1/2}^* \Delta V_{j-1/2}^* \right) \right] / V_j^n \quad (10)$$

$$(u_{\text{Euler}})_j^{n+1} = \left[u_j^{n+1} \Delta m_j^{n+1} - \left(u_{j+1/2}^* \Delta m_{j+1/2}^* - u_{j-1/2}^* \Delta m_{j-1/2}^* \right) \right] / \Delta m_j^n \quad (11)$$

$$\left[(Y^{(i)})_{\text{Euler}} \right]_j^{n+1} = \left\{ (Y^{(i)})_j^{n+1} V_j^{n+1} - \left[(Y^{(i)})_{j+1/2}^* \Delta V_{j+1/2}^* - (Y^{(i)})_{j-1/2}^* \Delta V_{j-1/2}^* \right] \right\} / V_j^n \quad (12)$$

$$(E_{\text{Euler}})_j^{n+1} = \left[E_j^{n+1} \Delta m_j^{n+1} - \left(\Delta E_{j+1/2}^* - \Delta E_{j-1/2}^* \right) \right] / \Delta m_j^n \quad (12)$$

式中 $\Delta e_{j+1/2}^*$ 表示经过 $j+1/2$ 界面的比内能输运。利用 Strang 维数分裂, 可以将上述过程推广到二维和三维情况。

3 实验模型和数值计算中材料参数确定

3.1 实验模型结构简单描述

在廖海东的实验模型中, 果冻内外界面初始时刻分别预制 10 模峰对峰、峰对谷振幅为 1 mm 的扰动, 内界面中心半径 4.0 cm, 外界面中心半径 5.5 cm, 中间为乙炔和氧气的混合气体, 果冻的外边是钢套筒, 钢的内界面中心半径 10.5 cm, 外界面中心半径 12.0 cm, 其它区域为 1 大气压的空气。

3.2 数值计算中材料参数确定

由于模型的对称性, 给定 1/4 计算区域为 $[0, 13 \text{ cm}] \times [0, 13 \text{ cm}]$, 计算网格为 520×520 , 计算区域的左边和下边取固壁边界条件, 区域的右边和上边取透射边界条件。

3.2.1 材料状态方程参数确定

空气的初始密度取为 $1.23 \times 10^{-3} \text{ g/cm}^3$, 初始压力为 1 大气压, 采用理想气体状态方程描述, 在(2)式中 $\gamma = 1.4$ 。

果冻主要由水构成,因此果冻的初始密度取为 1 g/cm^3 ,初始压力为 1 大气压,在(2)式中用 $\gamma=7.0$ 、 $\pi=300 \text{ MPa}$ 描述其状态方程^[6]。

对于钢,由实验数据可以得到其激波速度 U_s 和粒子速度 U_p 之间满足近似的线性关系

$$U_s = c_0 + sU_p \quad (14)$$

式中: c_0 为常压下材料的声速, s 为无量纲常数。根据 Hugoniot 关系,激波波后物理量(ρ, p, E)与静止状态下的波前物理量(ρ_0, p_0, E_0)之间有以下关系

$$\begin{cases} \rho = \rho_0 U_s / (U_s - U_p) \\ p = p_0 + \rho_0 U_s U_p \\ e = e_0 + (p + p_0)(\tau_0 - \tau)/2 = e_0 + U_p^2/2 + p_0 \tau_0 U_p / U_s \end{cases} \quad (15)$$

将其代到状态方程(2)式,得到“Stifeen Gas”状态方程下激波速度 U_s 和粒子速度 U_p 之间的关系式为

$$U_s = \left[c_0^2 + \left(\frac{\gamma+1}{4} U_p \right)^2 \right]^{1/2} + \frac{\gamma+1}{4} U_p \quad (16)$$

为了计算参数 γ 和 π ,通常在给定粒子速度范围内,采用数值拟合法由(14)式、(16)式确定材料常数 γ , γ 已知后, π 可以由 $\rho_0 c_0^2 = \gamma(p_0 + \pi)$ 确定。对于材料钢,初始密度为 7.85 g/cm^3 ,初始压力为 1 大气压,激波速度 U_s 和粒子速度 U_p 之间的线性近似关系取自文献[7],其中 $c_0 = 3.8 \text{ km/s}$, $s = 1.58$,计算得到 $\gamma = 3.1207$, $\pi = 36.3236 \text{ GPa}$ 。

3.2.2 爆轰产物参数的确定

为了模拟实验过程,本文数值计算的时间为 1 ms 。由于乙炔氧爆轰过程相对于内爆运动过程非常短,因而可以忽略乙炔氧的爆轰过程,假定爆轰瞬时完成,为确定爆轰产物的状态参数,利用准一维模型进行数值模拟,果冻按不可压缩模型描述,爆轰产物和空气的压力按等熵变化。通过计算与实验比较,确定乙炔氧爆轰产物的绝热指数为 2.5,瞬时爆轰压力为 1.8 MPa 。状态方程采用理想气体状态方程描述。

3.2.3 果冻内外界面初始扰动形状

实验模型中,果冻内外界面初始时刻分别预制 10 模峰对峰、峰对谷振幅为 1 mm 的扰动,在数值计算中用下面的余弦曲线来描述,对于 10 模峰对峰模型

$$r(\theta) = r_0 + A \cos(\omega\theta) \quad (17)$$

式中: $A = 1 \text{ mm}$, $\omega = 10$,内界面取 $r_0 = 4 \text{ cm}$,外界面取 $r_0 = 5.5 \text{ cm}$ 。对于 10 模峰对谷模型,外界面采用(17)式,内外界面相位差 90° ,内界面可采用正弦曲线描述,即

$$r(\theta) = r_0 + A \sin(\omega\theta) \quad (18)$$

4 计算结果与实验结果的比较和分析

对于 10 模峰对峰和峰对谷初始振幅为 1 mm 的扰动模型进行了计算,图 1 为本文计算模型。图 2、

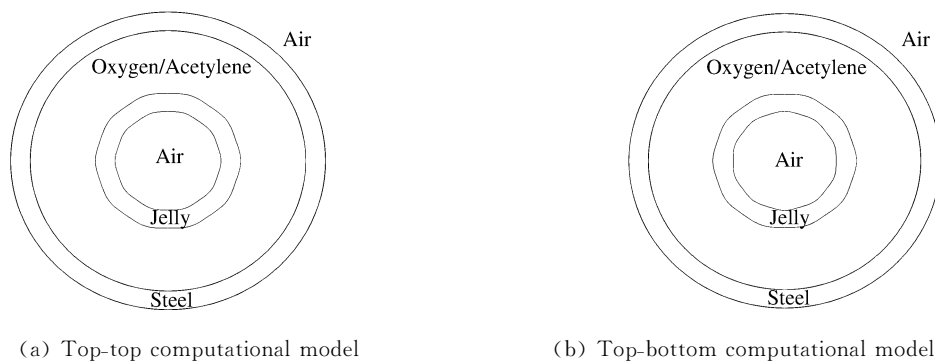


图 1 内外界面 10 模式计算模型

Fig. 1 Computational models of the outer and inner surface model 10

图3为廖海东实验中高速摄像在 0 、 $320\ \mu\text{s}$ 、 $640\ \mu\text{s}$ 和 $960\ \mu\text{s}$ 时刻的图像以及本文计算的对应时刻果冻内外界面形状(图中黑色实线为计算结果)。在实验结果中还观察到一个有趣的现象,即内界面的扰动在内爆过程要反相,这使得初始时刻内外界面同相的情况扰动造成后果更为严重。本文的数值计算再现了内外界面反相过程,如图1初始内外界面为峰对峰, $640\ \mu\text{s}$ 时刻内外界面为峰对谷情形,在图2中初始内外界面为峰对谷, $640\ \mu\text{s}$ 时刻内外界面为峰对峰情形。

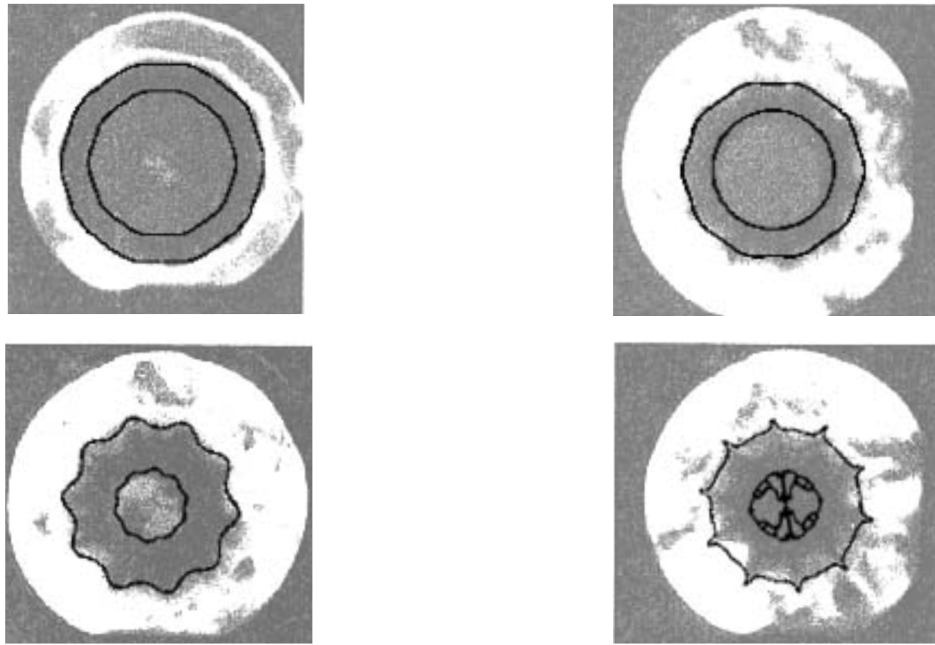


图2 果冻内外界面10模峰对峰实验和数值计算结果

Fig. 2 Experimental and numerical results of the outer and inner surface model 10, top-top model at time 0 , $320\ \mu\text{s}$, $640\ \mu\text{s}$, $960\ \mu\text{s}$

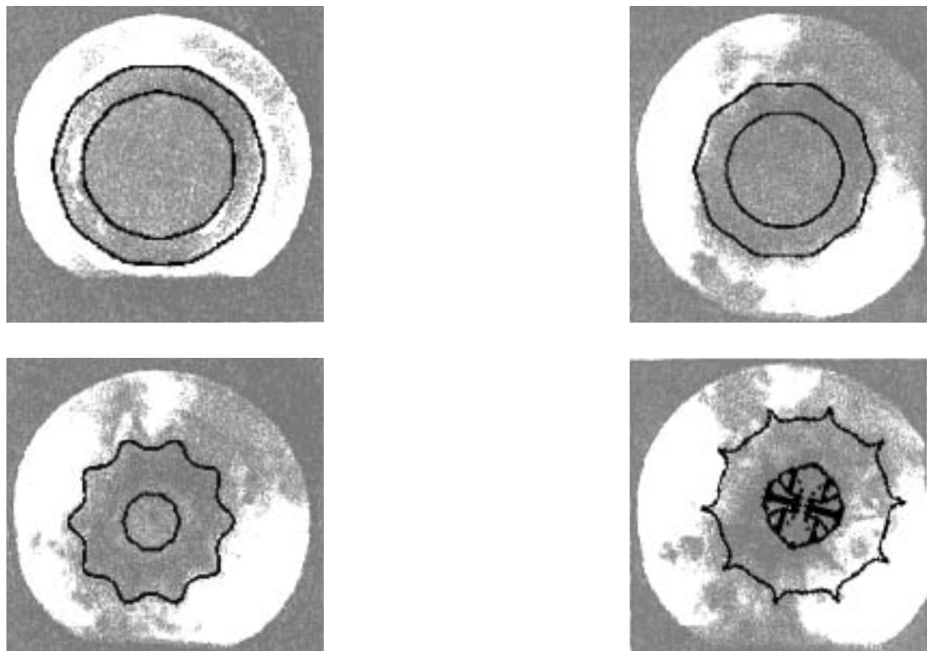


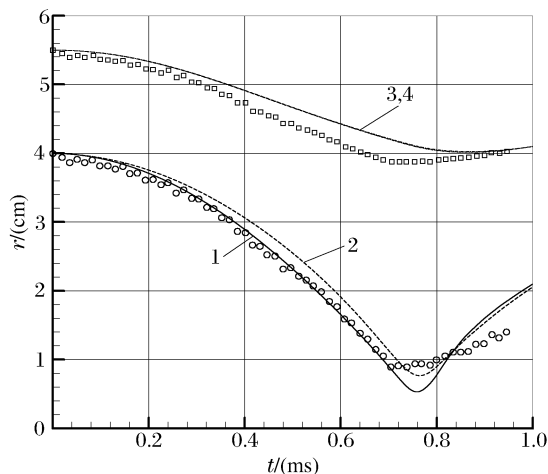
图3 果冻内外界面10模峰对谷实验和数值计算结果

Fig. 3 Experimental and numerical results of the outer and inner surface model 10, top-bottom model at time 0 , $320\ \mu\text{s}$, $640\ \mu\text{s}$, $960\ \mu\text{s}$

从本文数值计算给出的内外界面位置历史曲线,可见在峰对峰和峰对谷两种情况下,外界面位置随时间变化几乎一致,如图 4 中的曲线 3 和 4,而内界面则是峰对峰模型大于峰对谷模型,如图 4 中的曲线 1 和曲线 2,其中内界面的最小半径约 0.534 cm,时间为 758.67 μs ,外界面的最小半径约 4.015 cm,时间为 862.46 μs 。数值计算结果与实验数据在内界面上符合得非常好,而外界面在 400~750 μs 之间偏离实验数据稍大一点。

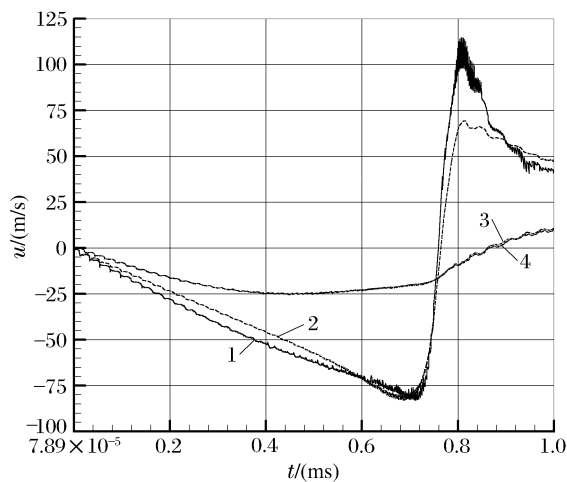
从内外界面速度历史曲线可见,峰对峰和峰对谷两种情况下外界面速度随时间变化基本一致,而内界面运动速度则是峰对峰模型大于峰对谷模型,其中最大速度出现在峰对峰模型内界面向外膨胀过程中,最大速度达 115 m/s,内界面向内运动的最大速度在两种情况下均为 83 m/s,在峰对谷模型中内界面向外膨胀的最大速度约为 70 m/s,如图 5。

从作用在内外界面上的加速度历史曲线可见,两模型在起爆后大约 440 μs 前内外界面都向内加速,此期间内界面稳定,外界面不稳定;大约在 440~700 μs 范围,内界面向内加速,外界面向外加速,此期间内外界面稳定;大约在 700~810 μs 范围,内外界面都向外加速,此期间内界面不稳定,外界面稳定;在 810 μs 以后,内界面几乎都向内加速,而外界面向外加速,此期间内外界面又处于稳定状态。其中峰对峰模型中内界面上的最大加速度达到 $4.21 \times 10^6 \text{ m/s}^2$,峰对谷模型中内界面上的最大加速度达到 $2.62 \times 10^6 \text{ m/s}^2$,而外界面上加速度随时间变化曲线两模型也基本一致,如图 6。



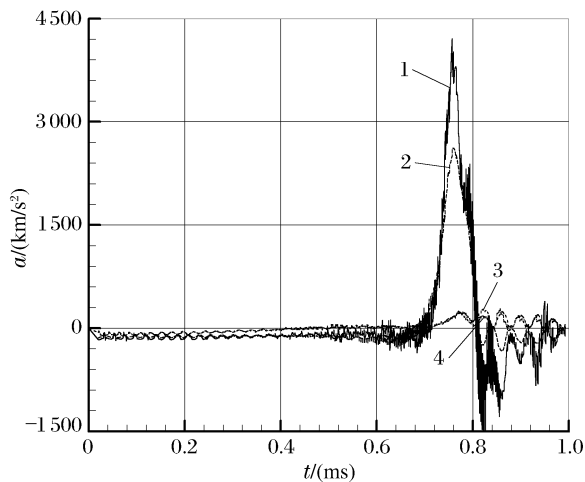
1,2:Inner; 3,4:Outer;1,3:Top-top;2,4:Top-bottom;
○,□:Experiment

图 4 果冻界面位置随时间变化曲线
Fig. 4 Position of the inner and outer jelly surface versus time



1,2:Inner; 3,4:Outer;1,3:Top-top;2,4:Top-bottom;

图 5 果冻界面速度历史曲线(x 轴上)
Fig. 5 X-velocity of the inner and outer jelly surface versus time on x-axis



1,2:Inner; 3,4:Outer;1,3:Top-top;2,4:Top-bottom;

图 6 果冻界面加速度历史曲线(x 轴上)
Fig. 6 X-acceleration of the inner and outer jelly surface versus time on x-axis

5 结 语

从本文的数值计算和分析可见,聚轴内爆驱动果冻内外界面运动过程中,果冻内外界面主要表现为 Rayleigh-Taylor 不稳定性,果冻的内界面扰动在爆驱过程中要出现反相现象,并且初始内外界面同相

时扰动造成的后果更为严重。数值计算对实验全过程进行了描述,再现了复杂的实验现象,并能够更清晰地认识不稳定性物理规律。

最后,值得说明一点,本文的数值计算未考虑后期湍流混合阶段出现的物理现象。

References:

- [1] Andronov S, Meshkov E E. Computational and Experimental Studies of Hydrodynamic Instabilities and Turbulent Mixing [R]. DE9500683/HDM, 1995.
- [2] Baltrusaitis R M. Simulation of Shock Generated Instabilities [J]. Phys Fluids, 1996, 8: 2471—2479.
- [3] Goodwin B, Weir S. Rayleigh-Taylor Instability Experiments in a Cylindrically Convergent Geometry [R]. DE96000373/HDM, 1996.
- [4] Colella P, Woodward P. The Piecewise Parabolic Method (PPM) for Gas Dynamical Simulations [J]. J Comput Phys, 1984, 54: 174—201.
- [5] Shyue K M. An Efficient Shock-Capturing Algorithm for Compressible Multicomponent Problems [J]. J Comput Phys, 1998, 142: 208—242.
- [6] Koren B, Lewis M R, Brummelen E H, et al. Riemann-Problem and Level-Set Approaches for Homentropic Two-Fluid Computations [J]. J Comput Phys, 2002, 181: 652—674.
- [7] Stanley P M. LASL Shock Hugoniot Data [M]. Berkeley, Los Angeles: University of California Press, 1980.

Numerical Simulation of the Instability of the Jelly Surfaces under the Imploding Drives

BAI Jing-Song, LI Ping, CHEN Sen-Hua, LIAO Hai-Dong, YANG Li-Bing, JIANG Yang

(Institute of Fluid Physics, CAEP, Mianyang 621900, China)

Abstract: In this paper, we applied the high-resolution compressible multi-fluid PPM method to simulation of the instability of the jelly surfaces under the imploding drives. The outer and the inner surfaces of the jelly are set initially by model 10, 1 mm in top-top and top-bottom disturbance amplitude. Shape, position, velocity and acceleration of the outer and the inner surfaces of the jelly computational results are given. The numerical images are in excellent agreement with the basic physical phenomena.

Key words: Rayleigh-Taylor instability; high-resolution method; imploding drives

《高压物理学报》再次被确定为物理类核心期刊

2004年,《高压物理学报》再次被确定为物理类核心期刊,并入编2004版《中文核心期刊要目总览》,该书将于2004年7月由北京大学出版社出版。此版《中文核心期刊要目总览》按《中国图书分类法》的学科体系,列出了75个学科的核心期刊表。

核心期刊缘起于1934年英国文献计量学家布拉德福发现的文献分布特点,其经典的表示就是,专业论文绝大多数集中在少数专业期刊之中。核心期刊的评选工作,是运用科学方法对各种刊物在一定时期内所刊登论文的学术水平和学术影响力进行综合评价的一种科研活动,北京高校图书馆期刊工作研究会成员馆、中国科学院文献中心、中国社会科学院文献中心、农业科学院文献中心、中国人民大学书报资料中心等相关单位的百余名专家和期刊工作者参加了研究,近两千名学科专家参加了2004版核心期刊评审。

2004版核心期刊研究被列为“2001年国家社会科学基金项目”,本版核心期刊评选采用了被引量、被摘量、被引量、它引量、被摘率、影响因子、获国家奖或被国内外重要检索工具收录等7个评价指标。《高压物理学报》被确定为物理类核心期刊。

由北京大学图书馆主持的核心期刊评选工作自1992年开始、每四年举行一次,《高压物理学报》已连续四次被评为物理类核心期刊。在此,编辑部谨向厚爱《高压物理学报》的作者、读者以及为本刊文章严格把关的专家学者致以诚挚的感谢!