

孔内系统的电模拟研究

成都地质学院 曹鸿国

用系统科学探讨钻进系统的规律，为现代钻进技术的发展开拓了一个广阔的前景。钻进系统的研究，可以正向寻求各单位间的最佳组配方案；也可以是反向的，从系统科学观点来研究各单位的品质参数、动态分析、稳定性、可靠性等系统特点，以求获得最佳钻进功能。

系统分析有线性和非线性两种类型。严格说来，自然界的各类物理系统多属非线性类型。钻进系统具有不确定特性，应属非线性系统。对非线性系统至今还没有一个用以分析的统一数学方法。不过，就工程问题来说，历来都可用近似线性的方法进行解析。

系统模拟研究是系统特性的一个重要实验研究方法，是建立系统方程，进行精确分析的重要手段。通过系统模型的研究，有助于改进现有系统和设计性能优良的新系统。系统模型可以是缩小的实物模型、各种模拟试验模型、电模拟系统数学模型，以及系统电子计算机模拟研究等。本文拟用电模拟方法，对在交变应力作用下，钻柱系统的弹性振动规律进行模拟解析，以供研讨。

一、钻进系统的电模拟基础

众所周知，相似不仅存在于同类现象中，也存在于不同类现象之间。通常将前者称为相似，后者称为模拟式类似。异类相似原理指明，相似理论也适用于不同种类的现象。也就是说，用电量系统来研究非电量系统的运动规律是完全可能的。本文采用力-电压($F-V$)相似法，进行机-电类比变换，

应用电气网络解析方法进行钻进系统的分析和计算。

(一) 相似条件的建立

据 $F-V$ 相似规则，机械系统的每个接点，可与一个由外加激励电源和无源元件组成的闭合回路相对应，回路中的电源和无源元件相似于连在连接点的驱动力源和无源元件。因此，可以列出机电类比变换表1。

表 1

机 械 系 统		电 系 统	
力	F	电压	V
速度	v	电流	i
位移	x	电荷	q
质量	m	电感	L
阻尼系数	r	电阻	R
弹性系数	ω	电容	C

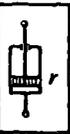
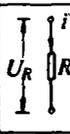
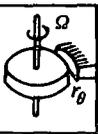
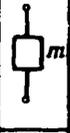
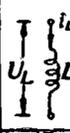
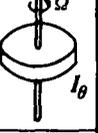
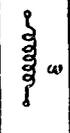
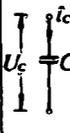
机械系统的基本无源元件与电量系统对应元件的变换关系如表2

(二) 系统类比等效电路

根据 $F-V$ 相似准则，可将任一机械系统中的一个接点，变换为由外加激励电源和无源元件构成的系统类比等效电路。这样，利用简化等效电路，即可对机械系统某些特性进行研究。对钻进系统来说，象钻柱系统的振动特性、孔内遥测系统的声学通道、水力通信道的波动传输机理等，均可用机-电类比的数学模拟方法进行研究。

要对钻柱系统振动特性进行电模拟研究，首先必须解决钻柱系统的 $F-V$ 等效电路。钻柱是一种受力极其复杂的挠曲旋转轴，其受力状况见图1。图1所示系统的钻

表 2

移动系统	电量系统	旋转系统
 $f_r = r v = r \frac{dx}{dt}$	 $U_R = I R = R \frac{dq}{dt}$	 $M_r = r_\theta \Omega = r_\theta \frac{d\theta}{dt}$
 $f_m = m a = m \frac{dv}{dt}$	 $U_L = L \frac{di}{dt}$	 $M_I = I_0 \alpha = I_0 \frac{d\Omega}{dt}$
 $f_\omega = \frac{1}{\omega} x = \frac{1}{\omega} \int v dt$	 $U_C = \frac{1}{C} \int i dt$	 $M_\omega = \frac{1}{\omega_\theta} \theta = \frac{1}{\omega_\theta} \int \Omega dt$

注: R —电阻; L —电感; C —电容; r_θ —旋转阻尼系数; θ —角位移; I_0 —转动惯量; α —角加速度; ω_θ —旋转体扭转弹性系数; r —粘性阻尼系数; m —质量; a —加速度; ω —弹性系数(刚度的倒数)。

头沿 x 方向钻进。钻柱的弯曲、扭转变形将产生弹性力 f_ω 、 M_ω 。冲洗液的阻尼力包括粘性阻尼、钻柱与孔壁的磨擦及钻头磨削阻力。由于钻头存在位移, 所以图示系统只有卡盘夹持处是接点。该接点与三个无源元件(阻尼件、惯性件、弹性件)相连, 并由此向系统输入驱动转矩 $M(t)$ 、轴向压力 $F(t)$ 。该接点系统的相似等效电路如图 2 所示。

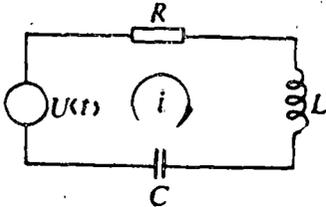


图 2 钻柱系统的 $F-V$ 相似等效电路

根据达伦贝尔原理, 钻柱的运动方程式为:

$$rv + m \frac{dv}{dt} + \frac{1}{\omega} \int v dt = F(t) \quad (1)$$

$$r_\theta \Omega + I_0 \frac{d\Omega}{dt} + \frac{1}{\omega_\theta} \int \Omega dt = M(t) \quad (2)$$

式中 v ——纵向运动速度;

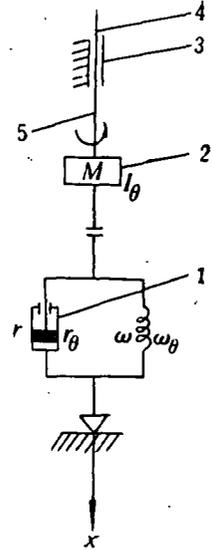


图 1 钻柱系统动力学模型
1—阻尼力; 2—钻柱集总质量; 3—立轴回转器; 4—主动钻杆; 5—钻杆柱

$F(t)$ ——轴向压力;

$M(t)$ ——输入转矩;

Ω ——圆周角速度。

而据基尔霍夫电压定律, 图 2 所示回路的方程式为:

$$Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt = U(t) \quad (3)$$

从(1)、(2)、(3)式可以看出, 只要按表 1 所示对应关系变换参数, 方程(3)与(1)、(2)两式所表征的变化关系相同。由此可以证明图 2 所示回路与钻柱系统等效。

二、系统动态解析

钻进过程中, 钻柱系统的纵向运动和周向运动是同时存在的, 只有给出(1)、(2)式的复合运动状态, 才能对钻进的动态过程给出定量描述。研究系统动态特性时, 钻柱是无进尺的, 所以(1)、(2)两式可单独进行解析。为简化分析, 将轴压和转矩看作是恒定不变的, 其等效电路的激励电源 U_g 也是恒定的, 这样可将(3)式改为:

$$Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt = U_g \quad (3')$$

(一) 回路元件分析

为了研究回路的动态响应特性, 必须对回路元件 R 、 L 、 C 的物理意义作出描述。

1. 电阻 R 若暂不考虑钻柱系统的摩擦、磨削阻尼, 电阻 R 即等效于该系统粘性阻尼系数。根据牛顿对粘度的定义, 在线性系统中, 粘性阻尼力可用粘性阻尼系数表示, 即:

$$\text{纵向运动} \quad r = \frac{2\mu A}{\delta}$$

式中 μ ——冲洗液动力粘度;
 A ——钻柱与冲洗液接触面积;
 δ ——外环间隙。

$$\text{周向运动} \quad r_0 \approx \frac{\pi\mu H(D'+D)^3}{D'-D}$$

式中 H ——钻柱长度;
 D' ——孔径;
 D ——钻杆外径。

2. 电感 L 钻柱惯性力可按纵向运动和周向运动两种情况分别考虑。纵向运动时,

L 等效 m , 即 $\frac{q_y H}{g}$

$$Fm = m \frac{dv}{dt} = \frac{q_y \cdot H}{g} \cdot \frac{dv}{dt} \quad (6)$$

式中 q_y ——单位长度钻柱在冲洗液中的重量。周向运动时, L 等效于 I_0 。

$$M_1 = I_0 \frac{d\Omega}{dt} = \frac{r^2 q_y H}{g} \cdot \frac{d\Omega}{dt}$$

$$r \approx \frac{1}{2}(D-2b)$$

$$I_0 = \frac{q_y H}{4g} (D-2b)^2 \quad (7)$$

式中 r ——钻柱质心旋转半径, 在此将其视为直杆;
 d ——钻杆内径;
 b ——钻杆壁厚。

3. 电容 C 钻柱的弹性力主要是在纵向力、离心力和扭转力作用下弯曲变形产生的。其弯矩平衡方程如下:

纵向弯曲时

$$M_{max} = \left(\frac{\pi^2 EI_a}{l^2} + \frac{q_y \cdot n^2 \cdot l^2}{900g} \right) \cdot f$$

式中 E ——钻杆纵向弹性模数;
 I_a ——钻杆截面轴惯性矩;
 n ——转速;

$$f \text{——最大挠度, } f = \frac{D' - D}{2},$$

l ——半波长。

其等效电路中的电容 C 相当于钻杆弯曲的刚度 ω 的倒数

$$\frac{1}{\omega} = \frac{\pi^2 EI_a}{l^2} + \frac{q_y \cdot n^2 \cdot l^2}{900g} \quad (8)$$

从(8)式可以看到, 钻杆纵向弯曲的动刚度的倒数(动柔度)随钻柱转速及半波长的大小发生变化, 也就是说, 其等效电路的电容 C 也应是时变参数。考虑到实际钻机转速级数不多, 在指定校核转速条件下, 可将动柔度看作非时变参数(忽略转速的影响)。这样, 钻柱系统即可按非时变集总参数的线性系统来研究, 其等效电路的相应元件也看作是定常回路参数。从(4)、(5)、(6)、(7)、(9)式还可以看出, 钻柱系统的无源元件参数与其结构尺寸和材料等因素有关。

(二) 系统动态解析

钻柱系统最危险工况是共振, 这种共振相当于其等效电路的电压谐振。其动态特性解析于后。

$$i = C \frac{dU_c}{dt} \quad \text{代入(3')} \text{式,}$$

$$\text{可得 } LC \frac{d^2 U_c}{dt^2} + RC \frac{dU_c}{dt} + U_c = U_g \quad (10)$$

微分方程式(10)的特征方程为

$$LCP^2 + RCP + 1 = 0 \quad (11)$$

$$\text{其根为 } P_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{CL}} \quad (12)$$

$$\rho = \frac{R}{2L} \quad (13)$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (14)$$

$$\text{那么 } P_{1,2} = -\rho \pm \sqrt{\rho^2 - \omega_0^2} \quad (15)$$

由网络理论可知, ρ 相当于钻柱系统在冲洗液中运动的阻尼系数, 而 ω_0 则与一定转速档级条件下, 钻柱系统的振动角、频率等效。特征参数 ρ 、 ω_0 的物理意义, 可将(4)、(5)、(6)、(7)、(8)、(9)式所表征的等效回路参数值, 分别代入(13)、(14)式求得。

下面分别讨论系统动态特性与 ρ 和 ω_0 的相对大小的关系。

1. $\rho \geq \omega_0$ 时 钻柱系统处于过阻尼状态, 系统动态具有非周期激振特性。系统纵向振动和扭转振动应力单调地减小, 其绝对值理论上最终趋近于零。由于激振源始终存在, 所以钻柱的非周期振动总是反复出现, 而这种交变应力出现后也总是单调地按减小趋势变化。

若阻尼系数过大, 系统能量损耗就大。由此看来, 欲以增大阻尼来限制系统振动, 显然是不经济的, 而应探讨最佳阻尼状态。

2. $\rho < \omega_0$ 时 钻柱系统处于欠阻尼状态。其弹性激振特性与等效电路的周期振荡相似。它不仅与质量、刚度和阻尼有关, 又与外界激振力相关, 所以其动力学模型应是受迫振动型。系统对外界激振力的响应特性取决于自身的固有振动特性。就其等效电路来说, 必须研究满足 $\rho < \omega_0$ 条件的自由振荡现象。为此, 必须写出方程式(10)的补充函数,

$$\text{即 } U_c'' = B_1 e^{\rho t} + B_2 e^{\rho^2 t} \quad (16)$$

该式表征了弹性激振时, 动态响应特性交变自由分量 U_c'' 的变化规律。

当 $\rho < \omega_0$ 时, 特征方程(11)具有共轭复

$$\text{根 } P_1, \bar{P}_2, \bar{P}_1, P_2 = -\rho \pm j\omega' \quad (17)$$

将(17)代入(16)得:

$$U_c'' = e^{-\rho t} (B_1 + B_2) \cos \omega' t + e^{-\rho t} j (B_1 - B_2) \sin \omega' t \quad (18)$$

$$\text{令 } B_1 + B_2 = B \sin \theta \quad j(B_1 - B_2) = B \cos \theta \quad (19)$$

$$\text{则 } U_c'' = B e^{-\rho t} \sin(\omega' t + \theta) \quad (20)$$

从(20)式可知, 在正常情况下, 钻柱系统的弹性受迫振动总是具有衰减振幅的正弦波振型。由于激励振源的存在, 这种振动总是伴随钻柱的运动反复出现, 而它又是钻杆疲劳破坏的最重要原因。振动变化周期 $T' = \frac{2\pi}{\omega'}$ 。

为了减小钻杆中的交变应力, 应尽量设法增大弹性振动的交变周期 T' , 也就是要降低钻柱系统的自由振动角频率 ω' ,

$$\text{而 } \omega' = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} \quad (21)$$

已知 R 、 L 、 C 既与系统结构有关, 又与系统运动参量有关。当系统阻尼甚小时, 系统的自由振动角频率与其固有振动频率趋于一致, 即 $\omega' \rightarrow \omega_0$ 。

从(20)式还可看出, 系统振动振幅 $B e^{-\rho t}$ 是随时间而衰减的(非谐振状态), 其衰减系数为 $\rho \left(\frac{R'}{2L} \right)$, 随着阻尼的增大, 自由振动频率降低, 振幅衰减速率加快。在设计钻柱结构和优选钻进参数时, 同样存在最佳阻尼状态的问题。

(三) 系统品质因素分析

前面已讲到, 系统出现共振时 $\omega' = \omega_0$ 。其等效电路达到谐振就必须满足

$$X_L = X_C = \omega' L = \frac{1}{\omega' C} \\ = \sqrt{\frac{LC}{C^2}} = \sqrt{\frac{L}{C}} = \rho \quad (22)$$

其中 ρ 表征电路特性阻抗。谐振时, 等效电路的感抗或容抗只是一个与电路参数有关,

与振动频率无关的量。为了表明系统结构参数对谐振特性的影响,可直接利用阻抗概念,较方便地求解钻柱系统的谐振特性,即利用等效电路,求出电容器 C 上极值电压的出现条件,以便对电路参数作出定量分析。

$$\text{已知 } \dot{U}_c = U_c e^{j\omega t} \quad (23)$$

$$U_c = \frac{U_g}{Z} \cdot \frac{1}{\omega' C}$$

$$\text{因为 } Z = \sqrt{R^2 + (\omega' L - \frac{1}{\omega' C})^2}$$

故

$$U_c = \frac{U_g}{\sqrt{\omega'^2 C^2 R^2 + \omega'^2 C^2 (\omega' L - \frac{1}{\omega' C})^2}}$$

令

$$m = \omega'^2 C^2 R^2 + \omega'^2 C^2 (\omega' L - \frac{1}{\omega' C})^2$$

显然,只有当 m 极小时, U_c 极大。于是可按 $\frac{dm}{d\omega'} = 0$ 求 ω' ,即 $4L^2\omega'^3 + 2(R^2 - \frac{2L}{C})\omega' = 0$ 。该方程的根除零外,具有实数根的条件是

$$\sqrt{\frac{2L}{C}} > R$$

$$\text{由于 } \rho = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$\text{所以 } \sqrt{2}\rho > R \quad Q = \frac{\rho}{R} > \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (24)$$

据网络理论知道,网络的特性阻抗(ρ)与其电阻的比值 Q 为网络的品质因数。从(24)式可以看出,只要满足 $Q > \frac{1}{\sqrt{2}}$ 的条件, U_c 就会出现谐振极值。而且,系统的品质因素越大,谐振振幅值愈大,钻柱系统交变应力破坏性愈大。这在设计钻柱系统

时是应当避免的。

钻柱系统等效电路的电流等效于系统振动交变速率 v ,因此电流 I 值的大小也表征系统弹性激振的周期长短。在研究系统弹性激振特性时,可以研究其等效电路在振荡过程中,电流 I 的变化规律。这里主要讨论电流有效值的变化特性。

$$\text{因为 } I = \frac{U_g}{\sqrt{R^2 + (\omega' L - \frac{1}{\omega' C})^2}}$$

$$\text{即 } I = \frac{I_0}{\sqrt{1 + Q^2 (\frac{\omega'}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega'})^2}} \quad (25)$$

由此可知,当 $\omega' = \omega_0$ 时,电流 I 达最大值 I_0 。

欲减小 I 值,只有在 $Q^2 (\frac{\omega'}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega'})^2 > 0$

的条件下才能实现。令 $\lambda = \frac{\omega'}{\omega_0}$ 则

$$\lambda^2 + \frac{1}{\lambda^2} > 2 \quad (26)$$

由此可知,只有满足(26)式的条件,方能减小系统弹性激振的交变速率。

三 结 语

综上所述可知,钻探工程的某些课题,应用系统科学的方法加以分析,对整个系统的优化及实现最佳功能的目标是大有裨益的。钻探工程的大系统或子系统研究,完全可以借助模拟技术来建立系统的数学模型,并逐步利用计算机来进行参数的最优抉择和系统部件的最佳组配;通过对系统动态响应特性或品质分析的研究,可获得预期的动态解析。