



基于分形布朗运动的斯隆数字巡天中类星体光变特性

唐洁*

陕西理工大学物理与电信工程学院, 汉中 723001

*联系人, E-mail: tj168@163.com

收稿日期: 2022-03-15; 接受日期: 2022-06-20; 网络出版日期: 2022-11-10

国家自然科学基金(编号: 11373008)和陕西省自然科学基金(编号: 2021JM-484)资助项目

摘要 在类星体多个波段都可以观测到剧烈的光变现象, 研究类星体光变有助于更深入地了解其内在的物理机制. 本文从斯隆数字巡天(Sloan Digital Sky Survey, SDSS)项目中选取具有光变的类星体作为分析样本, 采用重标极差方法对SDSS stripe 82天区中的类星体光变的分形特性进行分析. 类星体光变的Hurst指数结果表明: 类星体光变具有自相似性和长程相关性, 存在长期的记忆性和相关性. 类星体光变服从有偏的随机游走模型, 其变化类似于分形布朗运动. 通过Hurst指数转换得到的功率谱指数可知, 大部分类星体的光变曲线可以近似用阻尼随机游走模型来拟合, 但小部分样本存在较大偏差.

关键词 光变, 分形布朗运动, 随机游走, 自相似性, 长程相关性

PACS: 98.54.-h, 95.80.+p, 05.45.Tp

1 引言

快速、剧烈而又无规则的复杂光变现象是类星体一个重要观测特征, 从射电、红外、光学、紫外到高能伽马波段, 差不多整个电磁波段都观测到较强的光变信号^[1]. 随着许多大口径、高分辨率的望远镜的投入使用, 尤其是高效率、大型巡天设备的发展, 发现并被光谱证认的类星体越来越多, 为需要大样本的类星体研究提供了便利条件.

类星体光变是杂乱无章的, 积累的光变资料也特别多, 许多学者对它进行了大量的研究. 有的研究结

果表明类星体光变具有准周期性^[2-4], 有的研究结果支持类星体光变具有混沌性, 光变由周期成分、趋势成分和混沌成分叠加而成^[5], 而有的认为类星体光变则是一种随机信号^[6-14]. 一般在分析类星体光变时, 传统常用的方法是功率谱方法, 通常类星体光变曲线的功率谱是幂律谱. Kelly等人^[6]发现一阶连续自回归随机过程和类星体光变曲线二者的功率谱在对数图中的斜率(也称为谱指数)都相同, 约为2. 一阶连续自回归随机过程也叫作阻尼随机游走(Damped Random Walk, DRW)过程或阻尼随机漫步过程, DRW和随机游走过程不同, 多了一个自改正的参数, 目的是让其自身围

引用格式: 唐洁. 基于分形布朗运动的斯隆数字巡天中类星体光变特性. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2023, 53: 229512

Tang J. The optical variability analysis of quasars based on fractal Brownian motion in Sloan digital sky survey (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2023, 53: 229512, doi: [10.1360/SSPMA-2022-0101](https://doi.org/10.1360/SSPMA-2022-0101)

绕平均水平上下变化. MacLeod等人^[7]也认为DRW模型可以很好地拟合类星体光变曲线, Suberlak等人^[8]加入了别的望远镜的观测数据, 也应用DRW模型对SDSS stripe 82天区中的类星体光变进行了研究. 随着研究的深入, 部分研究结果不支持这个结论. Guo等人^[9]发现在长时标, 类星体光变曲线的功率谱指数大于DRW模型的斜率. Caplar等人^[10]分析了约28000个类星体在光学波段光变的功率谱, 结果也发现大多数类星体光变偏离DRW模型, 有一些类星体功率谱指数比2.5还要大. 这些问题的存在是不是分析用的类星体光变资料质量不高带来的? Mushotzky等人^[11]利用高分辨率的Kepler望远镜获得的高质量光变数据, 他们计算的功率谱指数介于2.6-3.3之间, 比2要大得多. 因此, DRW模型并非完全能描述所有类星体光变现象.

Osborne^[15]为更好地理解股票“有效市场假说”, 将股票价格的波动类比为分子布朗运动, 股票价格以随机游走的方式波动. 用DRW模型来模拟类星体光变, 将类星体光变视为一随机过程, 是一种随机现象, 随机游走是经典布朗运动的理想状态. 传统的自回归随机过程在时域仅易于刻画时间序列之间的短相关性, 在分析非线性系统的长期行为特征时, 达不到理想效果. 随着非线性科学的快速发展, 研究时间序列的自相似性和长程相关性的分形理论也广泛应用在各个领域. 长程相关性理论认为, 非线性系统是确定性系统, 表面看起来的随机是隐含着确定性规律的随机, 将局部随机性和整体确定性统一起来, 这一确定性的机制让类星体光变具有分形特性. “有效市场假说”不支持股票收益率在统计上具有“记忆性”. “有效市场假说”越来越不能很好地解释股票市场, 随着对股票市场认识的深入, “分形市场假说”慢慢在股票市场占主导地位, 股票的价格应该服从分形布朗运动^[16]. 类星体辐射流量的变化像股票价格的变化一样不是完全独立的, 而是存在相关性, 因此本文拟采用分形布朗运动理论来研究类星体光变.

从SDSS stripe 82天区中挑选出具有光变现象的类星体作为分析对象, 采用重标极差分析方法计算Hurst指数, 判断类星体光变是不是满足分形布朗运动模型, 服从有偏的随机游走模型. 通过Hurst指数和功率谱指数之间的转换关系, 判断类星体光变曲线是否可以用阻尼随机游走模型来拟合, 并对类星体光变自相似性和长程相关性进行分析.

2 重标极差分析方法

重标极差分析方法(Rescaled Range Analysis Method, R/S 分析方法)是一种非参数统计方法, 英国水文学家Hurst等人^[17]在研究尼罗河水位变化时, 提出利用 R/S 分析方法求Hurst指数, 并借助Hurst指数值来区分被分析的时间序列符合随机游走模型(或称为经典布朗运动)还是有偏的随机游走模型(或称为分形布朗运动).

假如有一个长度为 N 的时间序列: $\{X(i)\}$, $i = 1, 2, \dots, N$, 我们把该时间序列平均分为 $m = N/n$ 个长度为 n 的子序列, 第 k 个子序列:

$$X_k = [X(j-n+1), X(j-n+2), \dots, X(j)], \quad (1)$$

$$j = n \times k.$$

定义第 k 个子序列的平均值为 \bar{X}_k , 则该子序列累积离差为

$$X_{i,k} = \sum_{t=1}^i (X_k(t) - \bar{X}_k), \quad (2)$$

$$1 \leq t \leq n, \quad 1 \leq i \leq n.$$

由每个子序列的累积离差最大值和最小值的差值可求得该子序列的极差 R_k :

$$R_k = \max_{1 \leq i \leq n} X_{i,k} - \min_{1 \leq i \leq n} X_{i,k}, \quad (3)$$

$$i = 1, 2, \dots, n.$$

第 k 个子序列的标准差 S_k 为

$$S_k = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_k(i) - \bar{X}_k)^2 \right)^{1/2}, \quad (4)$$

$$1 \leq i \leq n.$$

计算每个子序列的重标极差 R_k/S_k , 就可以求出序列长度为 n 的平均重标度极差

$$R/S = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m R_k/S_k. \quad (5)$$

再改变子序列长度 n 的值, 重复上面的步骤, 就可以获得不同长度的重标极差值. 研究表明重标度极差 R/S 和长度 n 存在如下关系:

$$R/S = (Cn)^H. \quad (6)$$

两边取对数, 则有

$$\log(R/S) = H \log(n) + \log C. \quad (7)$$

从上式可以发现 $\log(R/S)$ 和 $\log(n)$ 呈线性关系, 直线的斜率 H 即为Hurst指数值.

Hurst指数值 H 取值范围是从0到1, H 值能刻画不同时间尺度下时间序列的分形特征, 可以很方便地帮助我们辨别时间序列是满足随机游走模型还是有偏的随机游走模型. $H = 0.5$, 说明时间序列是一个随机序列, 能用随机游走模型拟合, 其变化类似于经典布朗运动, 过去时间序列的变化与未来时间序列的变化没有相关性. 若 $H \neq 0.5$, 时间序列能用有偏的随机游走模型拟合, 其变化类似于分形布朗运动, 时间序列有自相似性和长程相关性. $0.5 < H < 1$, 序列是一个正持久性序列, $0 < H < 0.5$, 序列是一个反持久性序列, 时间序列的变化与未来时间序列的变化负相关, 未来时间序列的变化有可能突变、逆转.

Hurst指数估计算法除了 R/S 分析方法外, 还有功率谱估计方法, 功率谱指数 β 和 H 值的存在如下换算关系^[18]:

$$\beta = 2H + 1. \quad (8)$$

通过 R/S 分析方法求得的 H 值, 既可以分析类星体光变是不是符合分形布朗运动模型, 也可以通过换算获得的功率谱指数, 判断类星体光变曲线是否可以用阻尼随机游走模型来拟合, 还可以分析类星体光变自相似性和长程相关性.

3 SDSS类星体光变的分形特性分析

在天文观测中, 由于各方面条件的限制, 比如望远镜观测任务多、时间安排不过来、恶劣天气的影响等客观因素使得观测被迫中断, 获得的光变曲线不理想, SDSS类星体测光数据也存在大量的缺失数据. 对这些缺失数据使用插值替代, 这种数据预处理方法对研究结果有没有影响, 以及影响程度有多大? 为了验证方法的可行性, 先用该方法分析模拟信号和有大量观测数据的实测类星体光变资料.

模拟产生分形布朗运动曲线的方法有多种, 常用的方法有随机中点位移法、快速傅里叶变换法^[19]等, 由于本文需要类星体测光数据的功率谱指数值, 因此选择快速傅里叶变换法, 在Paxson^[19]的文献资料里, 有通过快速傅里叶变换法获得分形布朗运动模拟信号的详细介绍.

图1为分形布朗运动模拟信号及其 R/S 分析, 缺失数据的比例为50%, 为避免原始数据和缺失数据重叠在一起, 将缺失数据纵坐标的值都增加了2. SDSS类星体测光数据是中断一段时间才有观测数据, 有连续观测数据的数据段不超过10段, 模拟信号缺失数据也是连续一段时间没有数据, 分离的数据段也不超过10段. 模拟信号和缺失数据的Hurst指数值分别为0.647和0.633. H 指数值只相差0.014, 相对误差仅为2.16%. 通过后面的分析可知, SDSS类星体测光数据的 H 指数值大部分在0.4到0.8区间里, 改变模拟信号 H 指数值分别取0.400, 0.571, 0.730和0.800, 并将数据缺失率进一步提高到95%, 相对百分误差如图2所示. 由图2可知, 数据缺失率从50%增加到80%, 误差增加并不明显, 最大的误差为7.2%, 大部分误差不大于2%. 当缺失率为90%时, 只有一个误差11%较大, 其余误差小于8.1%. 当缺失率增到95%时, 尽管误差都超过10%, 但最大的误差也仅为13.5%.

图3为类星体OJ 287射电波段14.5 GHz光变曲线及其 R/S 分析, 缺失数据的比例为60%, 缺失数据的射电流量都增加了6央斯基(6 Jy). OJ 287观测数据来自于UMRAO射电监测计划, 数据时间跨度从1974年到2012年, 从图中可以看出, OJ 287的光变曲线中包含有明确的准周期光变信号. OJ 287光变曲线和缺失数

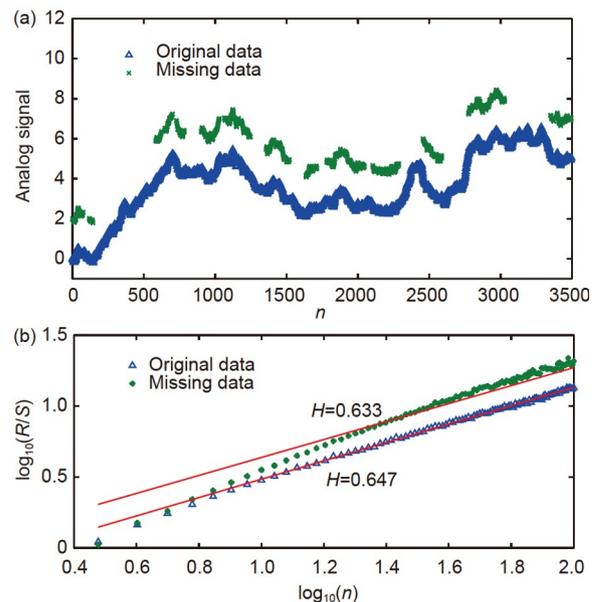


图1 (网络版彩图)模拟信号(a)及其 R/S 分析(b)
Figure 1 (Color online) Analog signals (a) and R/S analysis results (b).

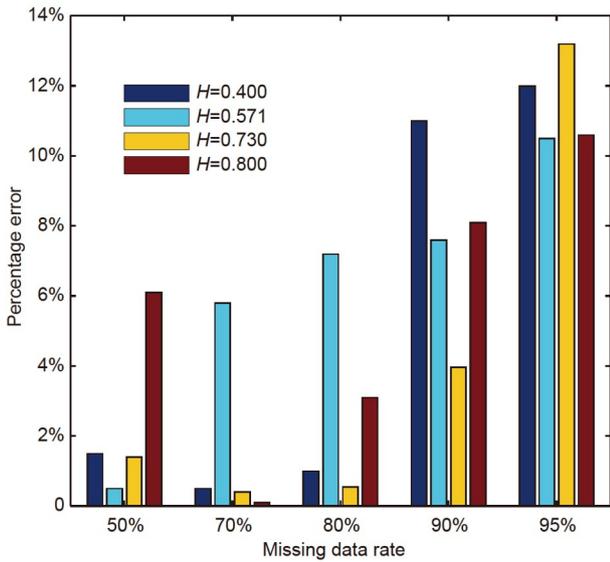


图 2 (网络版彩图) 误差分布图
Figure 2 (Color online) Error distribution diagram.

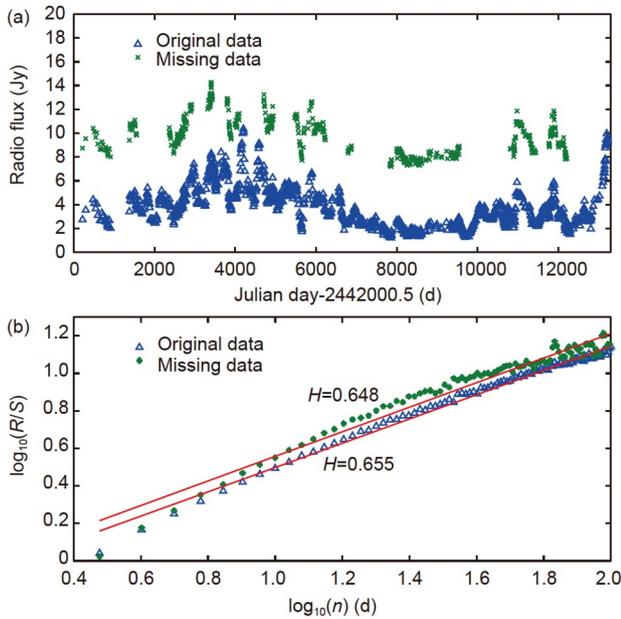


图 3 (网络版彩图) 类星体 OJ 287 14.5 GHz 光变曲线 (a) 及其 R/S 分析 (b)
Figure 3 (Color online) Light curves of the quasar OJ 287 in 14.5 GHz (a) and R/S analysis results (b).

据的 Hurst 指数值分别为 0.655 和 0.648。H 指数值相差 0.007，相对误差仅为 1.07%。当数据缺失率提高到 80% 时，Hurst 指数值为 0.741，相对误差为 13.1%。

从分形布朗运动模拟信号和实测类星体光变资料来看，尽管缺失数据比例很高，相对误差都没有超过

15%，对 R/S 分析结果影响较小，究其原因分形布朗运动具有两个重要的特性：自相似性和标度不变性。对于满足分形布朗运动模型的复杂系统，该系统的整体和部分、这部分同那部分之间具有相似性，改变分析尺度，该尺度隐含的部分特性同整体是相似的。而对于分形时间序列，由于其具有标度不变性，它没有特征长度，任取一局部数据和整体数据分析所获得的结果不会发生变化。因此，尽管 SDSS 类星体测光数据存在大量缺失数据，但是集中在某一段时间存在着较多的观测数据，通过这些局部区域的部分观测数据可以重现整体的分形特性。

斯隆数字巡天项目于 2000 年 4 月开始巡天观测，使用的宽视场望远镜口径是 2.5 m，该巡天项目对超过四分之一的天区进行深度巡天，积累了一百多万颗星系和类星体的多色测光资料和光谱数据。测光系统的五个滤镜分别位于 u, g, r, i 和 z 波段，它们对应的极限星等是 22.0, 22.2, 22.2, 21.3 和 20.5 mag。

为了验证 R/S 分析方法在分析类星体光变分形特性的可行性，选用位于 SDSS stripe 82 天区中被光谱证认为类星体的 SDSS J001542.39+001547.2，红移 $z=2.4301$ 为例，为代表一般性，该样本是任意选出来的。SDSS 项目尽管从 2000 年开始正式巡天观测，但到 2003 年，这些 DR7 中被光谱证认过的类星体很少有测光数据，因此待分析的数据时间起点从 2003 年开始。这些测光数据时间间隔 90–270 天不等，存在的缺失值选用插值方法求得。为了提取更多的信息，每个样本数据点并非都是 1 天的平均值，数据点取多少时间的平均值，依赖于观测数据，尽量在那段密集的数据里，让更多的数据发挥作用。Cubic 插值能保持数据原来局部图形的凹凸性，我们选择 Cubic 插值方法进行插值，图 4 是类星体 SDSS J001542.39+001547.2 原始和进行过 Cubic 插值后的 5 个波段光变曲线。

图 5 为类星体 SDSS J001542.39+001547.2 光变资料的 R/S 分析结果图，i, r, g, z 和 u 波段的 H 指数分别是：0.628, 0.733, 0.778, 0.472 和 0.614。5 个波段的 H 指数都明显偏离 0.5，说明该类星体光变有自相似性和长程相关性，不能视为随机游走过程，而应该是有偏的随机游走过程，星等的变化类似于分形布朗运动。除 z 波段外，i, r, g 和 u 波段的 H 指数都大于 0.5，说明这 4 个波段过去的光变与未来光变正相关，而对于 z 波段，过去的光变与未来光变负相关。从图 1 也可以直观地看出来，同一

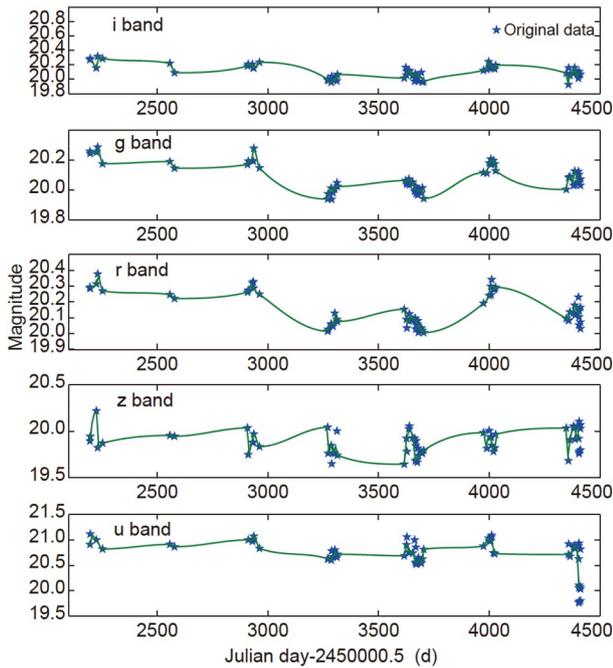


图 4 (网络版彩图)类星体SDSS J001542.39+001547.2的光变曲线

Figure 4 (Color online) Light curves of the quasar SDSS J001542.39+001547.2.

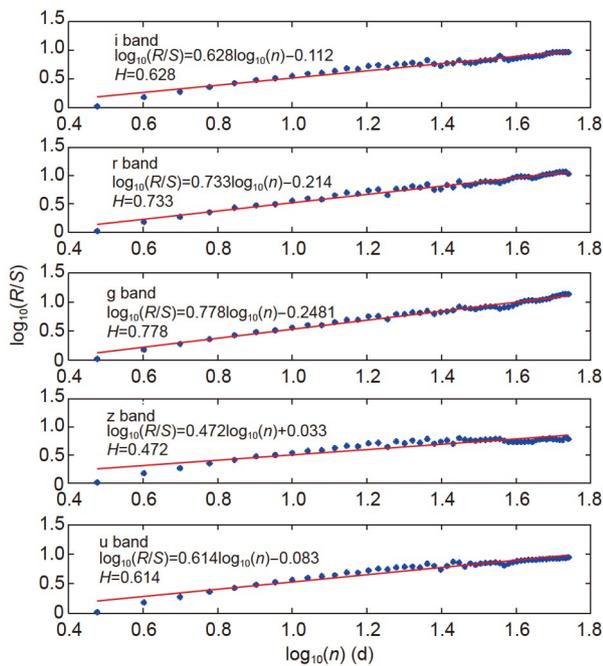


图 5 (网络版彩图)类星体SDSS J001542.39+001547.2光变资料的R/S分析

Figure 5 (Color online) R/S analysis results of variability for the quasar SDSS J001542.39+001547.2.

时间观测到的z波段星等变化与其他4个波段明显不一样, 其他4个波段星等向上增大时, z波段反而向下减小. H 指数的大小能体现出被分析的时间序列运动的复杂程度, 在 H 指数大于0.5时, 指数值越大时间序列数据波动越平缓. i, r, g和u波段的 H 指数值越来越小, 星等的变化应该越来越剧烈. 光变曲线图恰好也能看出来, z波段比u波段振荡剧烈一些, 其他3个波段波动很平缓. r波段和g波段 H 指数值相差不多, 它们的光变曲线波形本身也非常相似.

尽管SDSS项目望远镜口径不是太大, 但由于选择了大视场巡天, 取得了一些重要结果, 搜寻到许多高红移的类星体. SDSS项目在第7次释放的数据中有大量的被光谱证认为类星体的样本, 通过MacLeod等人^[7]整理, 发现9258个类星体存在明显光变. 尽管由于观测仪器精度问题, 不可避免有观测误差, 特别是u和z波段相对于i, r, g波段分辨率更低, 但考虑到样本的完备性, 将以这5个波段9258个类星体光变资料为研究对象, 只将星等误差限制在0.5以内. 观测数据在360天也就是1年里至少有一个数据, 在2000–2003年近3年时间, 基本上没有观测数据, 我们将时间起点定为2003年开始, 每个样本有20个以上的观测数据点, 且要求每相隔1年时间有观测数据, 时间不能中断太久. 经过这些条件的筛选后, 剩下的i, r, g, z和u波段的样本个数分别是6456, 6539, 6434, 6368和6087. 我们选取的样本量比较大, 代表性较强, 比较有说服力.

图6是SDSS类星体的Hurst指数分布图, 表1是SDSS类星体的Hurst指数和功率谱指数分布情况表. 从图6和表1中可以清楚地看出, SDSS类星体光变i, r, g波段的Hurst指数值大部分处于0.4–0.7区间, 分别占90.20%, 87.05%, 81.21%, 除g波段在0.7–0.8区间占15.52%外, 出现在其他区间的概率非常小, 分别只有9.80%, 12.95%, 18.79%. z波段和u波段大部分处于区间0.3–0.6, 分别占92.11%, 83.08%, 处于其他区间的百分比分别是7.89%, 16.92%. i, r, g, z和u波段Hurst指数平均值分别是0.532, 0.583, 0.612, 0.425和0.498, 偏离阻尼随机游走模型Hurst指数值0.5并不多. 可能受插值数据和计算方法的影响, 没有一个类星体的 H 指数值等于0.5.

i, r, g, z和u波段Hurst指数大于0.5的百分比分别是65.58%, 82.21%, 88.95%, 16.82%和49.46%, 这说明这些类星体相对应波段的光变具有长程相关性, 现在的

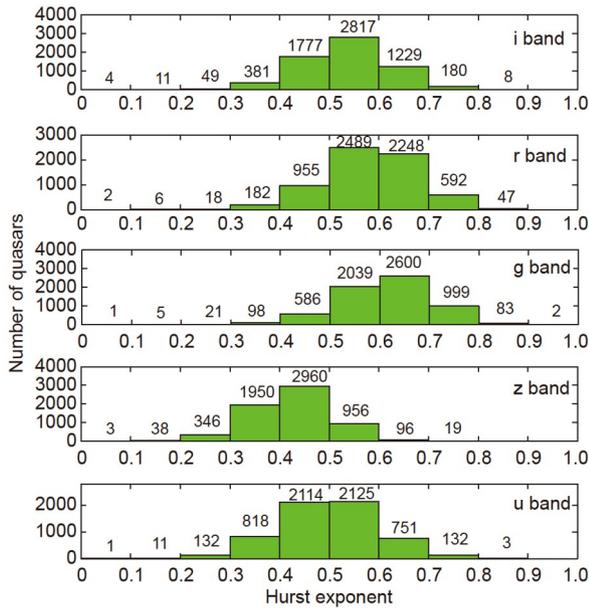


图 6 (网络版彩图) SDSS类星体的Hurst指数分布
Figure 6 (Color online) Hurst exponents distribution of SDSS quasars.

光变会影响将来的光变, 现在如果光变幅度是持续增加的趋势, 则将来一段时期也是增加的趋势. Hurst指数数值越大, 长程相关性就越强. 这种长程相关性还不随时间标度的改变而变化, 也就是说, 用类星体日、月、年的测光数据, 并不影响最后的统计结果. Hurst指数大于0.5说明光变是一个具有持久性的时间序列, 持久性的强弱取决于Hurst指数数值离1有多近, 越靠近1, 持久性越强.

i, r, g, z和u波段Hurst指数小于0.5的百分比分别是34.42%, 17.79%, 11.05%, 83.18%和50.54%, 这些类星体相对应波段的光变也具有长程相关性, 不过是反持久性的, 现在如果光变幅度是向上持续增加的趋势, 则将来一段时期反而是向下增加的趋势. 反持久性的强度取决于Hurst指数数值离零点的远近, 随着Hurst指数数值的减小反而变强. i, r, g波段Hurst指数值大部分大于0.5, u波段大于和小于0.5各占一半, z波段大部分Hurst指数小于0.5.

图7是SDSS类星体的功率谱指数分布图, 功率谱指数是通过Hurst指数换算获得的. 从图7和表1可知, SDSS类星体光变i, r, g波段的功率谱指数大部分处于区间1.8–2.4, 在1–1.8和2.4–3出现的概率非常小. z波段和u波段大部分处于区间1.6–2.2, 在1–1.6和2.2–3出现

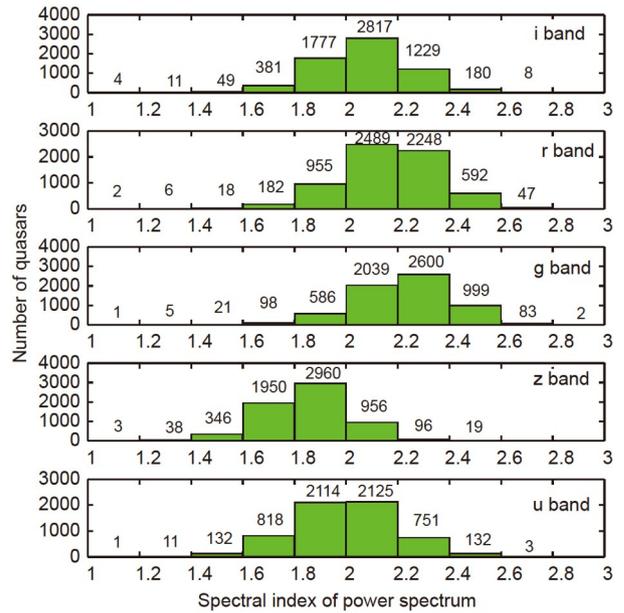


图 7 (网络版彩图) SDSS类星体的功率谱指数分布
Figure 7 (Color online) Power spectral index distribution of SDSS quasars.

的概率非常小. 5个波段的功率谱指数大部分在1.6–2.4这个范围内, 其他范围最大的比例也只占17.27%, 最小的才3.90%. i, r, g, z和u波段功率谱指数平均值分别是2.064, 2.166, 2.224, 1.850和1.996, 功率谱指数平均值基本上在2附近.

4 讨论和结论

为了解释类星体光变产生的原因, 许多理论模型被提出, 比较常见的理论模型是吸积盘模型^[20]、星爆模型^[21]和引力透镜模型^[22]. 这三种理论模型都能解释部分类星体光变现象, 其中吸积盘模型将类星体光变视为随机吸积事件, 可能大质量黑洞吸积盘的不稳定性导致了光变现象的产生^[23]. Mineshige等人^[24]利用元胞自动机模型(或称为沙堆模型)模拟出类星体的光变曲线, 通过改变扩散的质量与雪崩的质量之比来产生不同形状的光变曲线, 元胞自动机模型具有自组织临界性^[25], 在时间和空间上都应该存在相关性, 具有长程时空关联性. 处于自组织临界行为的系统, 在时间域上时间序列的功率谱密度和频率满足幂律关系, 在空间域上具有分形特性: 标度不变性和自相似性. 本文采用重标极差方法分析了SDSS stripe 82天区中

表 1 SDSS类星体的Hurst指数和功率谱指数

Table 1 Hurst exponent and power spectral exponent of SDSS quasars

H指数 /功率谱指数	i波段 样本数	i波段 百分数 (%)	r波段 样本数	r波段 百分数 (%)	g波段 样本数	g波段 百分数 (%)	z波段 样本数	z波段 百分数 (%)	u波段 样本数	u波段 百分数 (%)
0-0.3/1.0-1.6	64	0.99	26	0.40	27	0.42	387	6.08	144	2.37
0.3-0.4/1.6-1.8	381	5.90	182	2.78	98	1.52	1950	30.62	818	13.44
0.4-0.5/1.8-2.0	1777	27.53	955	14.61	586	9.11	2960	46.48	2114	34.73
0.5-0.6/2.0-2.2	2817	43.63	2489	38.06	2039	31.69	956	15.01	2125	13.91
0.6-0.7/2.2-2.4	1229	19.04	2248	34.38	2600	40.41	96	1.51	751	12.34
0.7-1.0/2.4-3.0	188	2.91	639	9.77	1084	16.85	19	0.30	135	2.21

9258个类星体光变的Hurst指数, 结果表明类星体光变是分形时间序列, 服从有偏的随机游走模型, 具有自组织临界系统相同的性质: 标度不变性和自相似性. 也和吸积盘模型将类星体光变视为随机过程基本一致. 类星体光变不是完全随机, 若是完全随机过程, 则光变是随机的且相互之间没有相关性, 这和自组织临界系统具有长程时空关联性相矛盾, 类星体光变可能是有偏的随机游走过程, 流量的变化类似于经典布朗运动.

在时间域上, 通常认为类星体光变的功率谱密度和频率满足幂律关系. 相对于功率谱估计法, 重标极差分析方法具有约束条件少, 计算Hurst指数精确度较高, 噪声对计算结果影响较小的优点, 但重标极差分析方法也存在一定的局限性, 由于Hurst指数值最大值为1, 对应的最大功率谱指数为3, 对于功率谱指数大于3的情况, 该方法失效. 不过本文的Hurst指数值大于0.9的仅2个样本, 因此该方法的局限性不影响本文的分析结果. 我们先求出Hurst指数值, 通过Hurst指数和功率谱指数转换关系, 成功获得了SDSS项目超过6000多个类星体在i, r, g, z和u波段的功率谱指数, 5个波段的功率谱指数超过82.73%在1.6-2.4这个范围内, 考虑到z波段和u波段星等误差偏大, 如果只考虑i, r, g波段, 它们的功率谱指数超过81.21%处于区间1.8-2.4. 我们的结果还是很支持大部分类星体光变是一个阻尼随机游走过程, 5个波段功率谱指数平均值基本上在2附近, 大部

分样本功率谱指数偏离2不多, 也存在着大于2.4, 但占的百分比很小, 和Caplar等人^[10]、Mushotzky等人^[11]的结果也是一致的, 至于Kepler部分天体的功率谱指数大于3, 说明该天体光变活动不是分形布朗运动. Harko和Mocanu^[26]的研究结果甚至给出的类星体谱指数从0.8到2, 因此, DRW模型并非完全能描述所有类星体光变现象.

我们计算出来的类星体光变数据的Hurst指数值分布在0.5左右, 说明光变曲线能用有偏的随机游走模型拟合, 星等的变化类似于分形布朗运动, 星等之间并不是独立的, 它们之间存在相关性, 现在的观测值会影响将来的观测值. 由于这种相关性, 由周期成分、趋势成分和随机成分中一种或多种叠加而成的类星体光变系统通过自组织过程自发地向临界状态演化. 分形布朗运动提出的主要目的是更好地描述 $1/f$ 过程^[27], 类星体的 $1/f$ 涨落可能是由吸积盘径移主导吸积流的不稳定性导致, 当盘物质积累到某一临界程度, 系统会长时间处于这种临界状态, 一旦局部微小的扰动可能通过类似“多米诺效应”一样被倍增, 快速吸积得到迅速增强, 雪崩流被触发, 不稳定性被激发从局部扩散到整个系统, 这样小幅度的扰动, 可以让盘的光度大幅度变化到足以让我们观测到光变现象. “雪崩”在时间域和空间域上服从幂律分布, 因此, 类星体光变的功率谱密度和频率成幂律关系.

致谢 感谢SDSS项目提供的类星体测光数据.

参考文献

- Huang K L. Quasars and Active Galactic Nucleus (in Chinese). Beijing: Science Press, 2005 [黄克谅. 类星体与活动星系核. 北京: 科学出版社,

2005]

- 2 D’Orazio D J, Haiman Z, Schiminovich D. Relativistic boost as the cause of periodicity in a massive black-hole binary candidate. *Nature*, 2015, 525: 351–353, arXiv: [1509.04301](#)
- 3 Fan J H, Liu Y, Yuan Y H, et al. Radio variability properties for radio sources. *Astron Astrophys*, 2007, 462: 547–552
- 4 Tang J. Cross-wavelet analysis of the radio flux of BL Lac object OJ 287 (in Chinese). *Sci Sin-Phys Mech Astron*, 2014, 44: 865–871 [唐洁. BL Lac天体OJ 287射电流量的交叉小波分析. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2014, 44: 865–871]
- 5 Tang J. Variability periodicity and chaotic property of quasars based on ensemble empirical mode decomposition (in Chinese). *Acta Phys Sin*, 2014, 68: 149801 [唐洁. 基于集合经验模态分解的类星体光变周期及其混沌特性分析. 物理学报, 2014, 68: 149801]
- 6 Kelly B C, Bechtold J, Siemiginowska A. Are the variations in quasar optical flux driven by thermal fluctuations? *Astrophys J*, 2009, 698: 895–910, arXiv: [0903.5315](#)
- 7 MacLeod C L, Ivezić Ž, Kochanek C S, et al. Modeling the time variability of SDSS stripe 82 quasars as a damped random walk. *Astrophys J*, 2010, 721: 1014–1033, arXiv: [1004.0276](#)
- 8 Suberlak K L, Ivezić Ž, MacLeod C. Improving damped random walk parameters for SDSS stripe 82 quasars with Pan-STARRS1. *Astrophys J*, 2021, 907: 96–123, arXiv: [2012.12907](#)
- 9 Guo H, Wang J, Cai Z, et al. How far is quasar UV/optical variability from a damped random walk at low frequency? *Astrophys J*, 2017, 847: 132, arXiv: [1709.05271](#)
- 10 Caplar N, Lilly S J, Trakhtenbrot B. Optical variability of AGNs in the PTF/iPTF survey. *Astrophys J*, 2017, 834: 111–130, arXiv: [1611.03082](#)
- 11 Mushotzky R F, Edelson R, Baumgartner W, et al. *Kepler* observations of rapid optical variability in active galactic nuclei. *Astrophys J Lett*, 2011, 743: L12, arXiv: [1111.0672](#)
- 12 Shen Y, Burke C J. A sample bias in quasar variability studies. *Astrophys J Lett*, 2021, 918: L19, arXiv: [2108.05391](#)
- 13 Mineev M, Ivanov V D, Trifonov T, et al. Periodic variability of the $z = 2.0$ quasar QSO B1312+7837. *Mon Not R Astron Soc*, 2021, 508: 2937–2943, arXiv: [2109.13817](#)
- 14 Goyal A. Optical variability power spectrum analysis of blazar sources on intranight timescales. *Astrophys J*, 2021, 909: 39–53, arXiv: [2101.00502](#)
- 15 Osborne M F M. Brownian motion in the stock market. *Oper Res*, 1959, 7: 145–173
- 16 Peters E E. Chaos and Order in the Capital Markets—A New View of Cycles, Prices and Market Volatility. New York: John Wiley and Sons, 1991
- 17 Hurst H E, Black R P, Simaika Y M. Long-Term Storage: An Experimental Study. London: Constable, 1965
- 18 Flandrin P. On the spectrum of fractional brownian motions. *IEEE Trans Inform Theor*, 1989, 35: 197–199
- 19 Paxson V. Fast, approximate synthesis of fractional Gaussian noise for generating self-similar network traffic. *SIGCOMM Comput Commun Rev*, 1997, 27: 5–18
- 20 Czerny B, Siemiginowska A, Janiuk A, et al. The nature of the intranight variability of radio-quiet quasars. *Mon Not R Astron Soc*, 2008, 386: 1557–1567, arXiv: [0802.4396](#)
- 21 Torricelli-Ciamponi G, Foellmi C, Courvoisier T J L, et al. Can star collisions explain the AGN variability? *Astron Astrophys*, 2000, 358: 57–64
- 22 Hawkins M R S. Gravitational microlensing, quasar variability and missing matter. *Nature*, 1993, 366: 242–245
- 23 Zhang J, Zhang S N, Liang E W. Blazar anti-sequence of spectral variation within individual blazars: Cases for Mrk 501 and 3C 279. *Astrophys J*, 2013, 767: 8–15, arXiv: [1302.3804](#)
- 24 Mineshige S, Takeuchi M, Nishimori H. Is a black hole accretion disk in a self-organized critical state? *Astrophys J*, 1994, 435: L125
- 25 Bak P, Tang C, Wiesenfeld K. Self-organized criticality. *Phys Rev A*, 1988, 38: 364–374
- 26 Harko T, Mocanu G R. Stochastic oscillations of general relativistic discs. *Mon Not R Astron Soc*, 2012, 421: 3102–3110, arXiv: [1201.2218](#)
- 27 Paxson V, Floyd S. Wide area traffic: The failure of poisson modeling. *IEEE ACM Trans Netw*, 1995, 3: 226–244

The optical variability analysis of quasars based on fractal Brownian motion in Sloan digital sky survey

TANG Jie*

School of Physics and Telecommunication Engineering, Shaanxi University of Technology, Hanzhong 723001, China

The optical variability analysis of quasars based on fractal Brownian motion in the Sloan Digital Sky Survey (SDSS). The violent activities of the high energy variability can be observed in multiple wavelength bands of quasars, and studying quasar variability can contribute to a deeper understanding of the physical mechanism of the emission from the central region. Many studies have shown that the great majority of quasar variability is considered to originate in the accretion disk's thermal emission, but some people do not agree with this view. The Hurst exponent of SDSS quasar variability is calculated using the rescaled range analysis method to investigate the fractal properties of variability in quasars from the SDSS stripe 82. The Hurst exponent results of variability show that the quasar variability is self-similar and long-range correlated. The variability obeys the biased random walk model, and its variation is similar to fractal Brownian motion. The power spectral exponent obtained from the Hurst exponent conversion shows that most of the variabilities can be approximately fitted by the damped random walk model, but a small number of samples have large deviations.

variability, fractal Brownian motion, random walk, self-similarity, long-range correlation

PACS: 98.54.-h, 95.80.+p, 05.45.Tp

doi: [10.1360/SSPMA-2022-0101](https://doi.org/10.1360/SSPMA-2022-0101)