

广义相对论中引力传播速度的测量问题

刘琳霞^①, 邵成刚^{②*}

① 河南机电高等专科学校电子通信工程系, 新乡 453003;

② 华中科技大学物理学院引力实验中心, 武汉 430074

* 联系人, E-mail: cgshao@hust.edu.cn

2013-06-13 收稿, 2013-08-09 接受

国家自然科学基金(11275057)资助

摘要 牛顿万有引力定律认为引力场的传播不需要时间, 是瞬时相互作用, 而广义相对论认为瞬时相互作用是不存在的. 因此, 在观测和研究引力潮汐时, 牛顿万有引力定律是否需要修改是一个值得探讨的问题. 本文说明在现有的广义相对论框架下, 牛顿引力定律是完全适用的. 后牛顿近似计算的结果表明, 引力传播速度的可观测效应与物体运动速度的大小无关, 只依赖于物体运动的加速度. 一般来说, 这一可观测效应非常微弱, 目前的任何天文观测, 包括太阳潮汐观测均不能证实引力传播速度与光速相同.

关键词

广义相对论
引力速度
光速
洛伦兹不变性

众所周知, 牛顿万有引力公式不包含时间, 物体间的引力作用是瞬间超距作用, 牛顿本人也曾对这种超距作用感到困惑. 法国数学家、天文学家拉普拉斯曾对牛顿引力理论作了修改, 使引力作用以有限速度传播, 拉普拉斯在牛顿公式中引入了引力传播的速度 c_g ^[1]. 然而, 天文观测数据在很高的精度上与牛顿超距引力公式相吻合, 如果 c_g 有限, 其数值一定远大于光速 c . 1805 年, 拉普拉斯根据月球轨道的稳定性分析, 断定引力传播速度至少满足 $c_g > 7 \times 10^6 c$.

随着电磁理论的发展, 爱因斯坦放弃了牛顿的绝对时空观, 提出了狭义相对论, 认为光速是物体的极限速度. 牛顿引力的超距作用显然与狭义相对论相悖, 爱因斯坦基于广义协变原理修改了牛顿引力, 创立了广义相对论. 广义相对论将引力解释为时空弯曲, 时空曲率的扰动以光速传播, 即广义相对论认为引力传播速度等于光速 ($c_g = c$). 虽然目前关于引力波还未有直接的探测证据, 但广义相对论的许多其他效应在天文观测和引力实验中都得到了证实, 因此人们普遍相信引力传播的速度应该等于光速^[2]. 例如, 如果太阳突然爆炸, 则产生的引力的影响要

8 min 之后才能传到地球. 换句话说, 地球在太阳爆炸后的瞬间, 仍然做原来的轨道运动^[3].

牛顿引力理论认为引力场的传播不需要时间, 而广义相对论认为引力场的传播速度等于光速. 本文从历史的角度回顾了引力传播速度的问题, 并在广义相对论框架下对此进行了分析. 分析指出, 引力传播速度的可观测效应与物体运动速度的大小无关, 只依赖于物体运动的加速度. 一般来说, 这一效应非常微弱, 目前的任何天文观测均不能直接测量引力传播速度.

1 修正的牛顿引力公式

牛顿万有引力定律是 17 世纪自然科学最伟大的成果, 它把地面上物体运动和天体运动的规律统一起来, 对物理学的发展产生了深远的影响. 万有引力公式也能很好地解释月亮和太阳引起的潮汐现象. 但牛顿引力理论的一个重要特点就是超距作用. 这种超距作用即使在牛顿时代也是难以接受的. 然而天文观测在很高的精度上与牛顿超距公式相吻合.

为了定量描述引力传播可能的延迟效应, 拉普

引用格式: 刘琳霞, 邵成刚. 广义相对论中引力传播速度的测量问题. 科学通报, 2014, 59: 323-327

英文版见: Liu L X, Shao C G. On the measurement for the speed of gravity. Chin Sci Bull, 2014, 59, doi: 10.1007/s11434-013-0107-3

拉斯对牛顿理论作了修改, 考虑 A 物体与 B 物体之间的引力, 将 A 物体对 B 物体的牛顿引力公式修改为^[1]

$$\vec{F}_{AB}(t) = -\frac{Gm_A m_B}{|\vec{r}_*(s)|^3} \vec{r}_*(s), \quad s = t - \frac{r_*}{c_g}. \quad (1)$$

这里定义了引力的传播速度 c_g . \vec{r}_* 为从 A 在 s 时刻滞后位置(当 c_g 取光速时表示视线位置)到 B 的位置矢量. 上式可用于分析双星系统的稳定性. 如图 1, 设双星系统的星 A 和 B 绕着它们的质心作圆周运动, 当前的位置为 A 和 B, 滞后的位置为 A' 与 B'. 如果引力传播按式(1)存在延迟效应, 则 A 从它滞后的位置 A' 吸引 B, 同样 B 也从它滞后的位置 B' 吸引 A. 引力并未通过系统的质心, 两引力产生力偶, 趋向于增加系统的角动量, 破坏系统的稳定性^[4]. 随着时间的累积将引起运动周期的变化, 过小的 c_g 值将与天文观测不相符.

对于双星系统, 如太阳与地球组成的系统, 式(1)中延迟引力的横向分量会改变地球的轨道半径. 设太阳质量为 M , 地球的轨道半径在 t_0 时刻为 a_0 , 则微扰计算可给出 t 时刻的轨道半径满足

$$a^2 = a_0^2 + \frac{GM(t-t_0)}{c_g}, \quad (2)$$

拉普拉斯对地月系统的分析给出引力传播速度的下限为 $7 \times 10^6 c$. 现代的天文观测, 如脉冲双星 PSR1534+12 的分析给出的下限值为 $2 \times 10^{10} c$ ^[5].

以上基于修正的牛顿引力公式给出的引力传播速度下限的分析并非现代物理所阐述的引力速度. 式(1)实际上仅在牛顿引力公式上作了简单修改, 引入了 c_g . 牛顿理论满足 Galileo 不变性(或 Galileo 相对

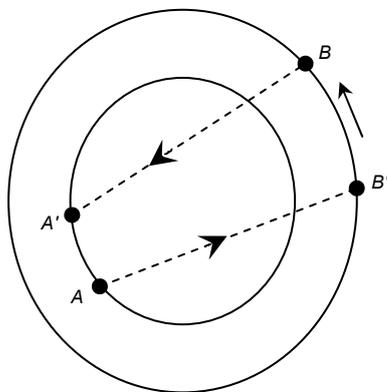


图 1 牛顿修正公式讨论引力速度示意图

性原理), Galileo 不变性是 Lorentz 不变性在低速情况下的近似. 而式(1)中 c_g 的引入破坏了 Galileo 不变性, 除非 $c_g \rightarrow \infty$.

牛顿引力表现为超距作用的另一个重要证据是日食期间月球的轨道观测数据^[5]. 月球绕地球转动, 太阳对月球的轨道产生扰动, 根据牛顿公式, 当太阳、月球、地球几何共线时引力扰动最大, 而日蚀全盛时刻比日、月、地成直线时刻提前约 40 s. 如图 2 所示, 当日食发生时, 月球挡住太阳光(视线位置方向), 由于光线从太阳到地球需 8 min, 太阳的真实位置与视线位置相差 $20''$, 而月球绕地球的轨道速度约为 1 km/s, 需花 40 s 才能走完 $20''$ 的弧段. 实验分别测量日食发生时的光学数据和日、月、地共线时的月球轨道扰动的引力数据, Flandern^[5]测得日食的光学极大值时刻与引力扰动的极大值时刻相差 40 ± 2 s, 这与牛顿超距引力相吻合. 根据实验误差, 按式(1)可推得 $c_g > 20 c$. 这一结果的精度虽不太高, 但足以说明牛顿引力超距作用的正确性.

2 广义相对论中的引力传播速度

2.1 洛伦兹不变性与广义相对论

牛顿引力理论虽然满足 Galileo 不变性, 但随着电磁理论的发展和狭义相对论的建立, 人们确信所有基本物理定律应该具有洛伦兹不变性. 而描述牛顿引力的泊松方程没有洛伦兹不变性, 引力场以无限速度传播的结论显然与狭义相对论相悖. 因此牛

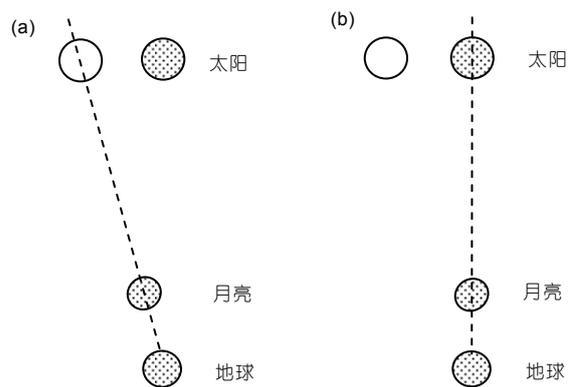


图 2 日食期间月亮轨道扰动观测与牛顿超距作用

(a) 日蚀全盛时, 地球、月亮与太阳的视线位置共线; (b) 日蚀全盛过后 40 s, 地球、月亮与太阳的真实位置共线, 空心圆圈为太阳滞后位置, 实心圆圈为真实位置

顿引力必须改造为具有洛伦兹不变性的形式. 在狭义相对论提出后, 考虑到万有引力定律与库仑定律的相似性, 一个自然的想法就是仿造电磁理论, 在狭义相对论框架内修改牛顿引力. 但这种修改并不成功. 爱因斯坦经过思考, 大胆地把引力认定为纯粹的时空几何效应, 创立了广义相对论.

爱因斯坦认为物质的分布导致时空弯曲, 而时空弯曲表现为引力, 引力场方程为^[2]

$$G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}, \quad (3)$$

场方程左边的 $G_{\mu\nu}$ 为爱因斯坦张量, 由时空几何的度规张量 $g_{\mu\nu}$ 确定, 右边 $T_{\mu\nu}$ 为物质的能量动量张量. 采用张量语言表述的场方程自然满足洛伦兹不变性. 爱因斯坦张量含有度规张量对时空坐标的一阶和二阶导数, $G_{\mu\nu}$ 包含有光速 c ^[6]

$$G_{\mu\nu}[c] \sim \left\{ \frac{A}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \frac{B_i}{c} \frac{\partial^2}{\partial t \partial x^i} + C_{ij} \frac{\partial^2}{\partial x^i \partial x^j} \right\} g_{\mu\nu} + \text{非线性项}, \quad (4)$$

这里 A, B_i 和 C_{ij} 为规范条件相关的常系数, 光速 c 也自然解释为引力传播的速度. 引力场与电磁场的相似之处使人们期望引力系统存在与电磁辐射类似的引力辐射. 事实上, 爱因斯坦场方程存在以光速传播的波动解, 即引力波, 引力波携带能量, 可以被实验观测. 虽然目前引力波还未有直接的探测证据, 但广义相对论的许多其他效应在天文观测和引力实验中都得到了证实, 因此人们相信引力波传播的速度应该等于光速.

在弱场近似下, 时空度规接近闵氏度规. 令时空度规 $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}$, 这里 $h_{\mu\nu}$ 可看作对闵氏度规的一种扰动, 则线性化的场方程简化为^[7]

$$\left(-\frac{\partial^2}{c^2 \partial t^2} + \nabla^2 \right) h_{\mu\nu} = -\frac{16\pi G}{c^4} S_{\mu\nu}, \quad (5)$$

其中, $S_{\mu\nu} \equiv \left(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2} \eta_{\mu\nu} T \right)$, 其解可写为推迟势的形式

$$h_{\mu\nu}(\bar{x}, t) = \frac{4G}{c^4} \int d^3 \bar{x}' \frac{S_{\mu\nu}(\bar{x}', t - |\bar{x} - \bar{x}'|/c)}{|\bar{x} - \bar{x}'|}, \quad (6)$$

\bar{x}' 为源质量位置坐标, \bar{x} 为场点坐标. 滞后时间 $s = t - |\bar{x} - \bar{x}'|/c$ 表明引力传播速度为光速.

2.2 引力传播速度的可观测效应

广义相对论认为引力传播速度等于光速, 目前

并未有任何实验直接证实这一结论. 若要在实验上直接测量引力传播速度 c_g , 首先在广义相对论中必须明确地引入或定义参数 c_g , 以区分 c_g 相关的引力效应和光速 c 相关的电磁学效应. 如果在广义相对论中引入另一个参数 c_g , 当 $c_g \neq c$ 时必然破坏洛伦兹不变性^[3,8]. 虽然一个破坏洛伦兹不变性的理论也许并不可取, 但在实验上引力现象与电磁现象还是可区分的, 因此在广义相对论中我们可以分别讨论与参数 c_g 相关的引力效应和与光速 c 相关的电磁效应. 广义相对论将引力解释为时空弯曲, 设时空曲率的扰动以速度 c_g 传播, 即将场方程几何部分(4)中的 c 改为 c_g ^[6]. 在线性近似下, 场方程的解(6)式变为

$$h_{\mu\nu}(\bar{x}, t) = \frac{4G}{c^4} \int d^3 \bar{x}' \frac{S_{\mu\nu}(\bar{x}', t - |\bar{x} - \bar{x}'|/c_g)}{|\bar{x} - \bar{x}'|}. \quad (7)$$

下面分析一个物体的运动所引起的引力场的传播问题. 设观测点的位置矢量为 \bar{x} , 源物体的运动速度为 \bar{v} , 从源物体到观测点的位置矢量为 $\bar{r}(t) = \bar{x} - \bar{x}'(t)$. 由于线性近似下爱因斯坦场方程与麦克斯韦电磁场方程的相似性, 可定义观测点的标势与矢势, 积分求解方程(6)得^[9,10]

$$\begin{aligned} \phi(\bar{x}, t) &\equiv -\frac{1}{2} c^2 h_{00} \approx -\frac{GM}{r_R \left(1 - \frac{\bar{v} \cdot \bar{e}_R}{c_g} \right)} \left(1 + \frac{3v^2}{2c^2} \right), \\ \bar{A}(\bar{x}, t) &\equiv c h_{0i} \approx -\frac{4\bar{v}}{c^2} \frac{GM}{r_R \left(1 - \frac{\bar{v} \cdot \bar{e}_R}{c_g} \right)}, \end{aligned} \quad (8)$$

等号右边所有量取的时间为 s , $\bar{r}_R = \bar{x} - \bar{x}'(s)$ 为滞后位置到观测点的矢量, \bar{e}_R 为其单位方向矢量. 设运动物体的加速度为 \bar{a} , 滞后位置与当前位置存在近似关系

$$r(t) \approx r_R(s) \left(1 - \frac{\bar{v} \cdot \bar{e}_R}{c_g} - \frac{\bar{a} \cdot \bar{r}_R}{2c_g^2} \right), \quad (9)$$

观测点的引力加速度为

$$\begin{aligned} \bar{g} &= -\nabla \phi - \frac{\partial}{\partial t} \bar{A} \\ &\approx -\frac{GM}{r_R^2 \left(1 - \frac{\bar{v} \cdot \bar{e}_R}{c_g} \right)^3} \times \left[\bar{e}_R - \frac{\bar{v}}{c_g} + \frac{\bar{v}(\bar{v} \cdot \bar{e}_R) - v^2 \bar{e}_R}{c_g^2} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\bar{a} \cdot \bar{r}_R}{c_g^2} \bar{e}_R + \frac{3v^2 \bar{e}_R}{2c^2} - \frac{4\bar{v}(\bar{v} \cdot \bar{e}_R)}{cc_g} - \frac{4\bar{a} \bar{r}_R}{cc_g} \right], \end{aligned} \quad (10)$$

利用(9)式的泰勒展开, 则有

$$\bar{e}_R - \frac{\bar{v}_R}{c_g} \approx \frac{\bar{r}(t)}{r} \left(1 - \frac{\bar{v} \cdot \bar{e}_R}{c_g} \right) \left(1 - \frac{\bar{a} \cdot \bar{r}_R}{2c_g^2} + \frac{v^2}{2c_g^2} - \frac{(\bar{v} \cdot \bar{e}_R)^2}{2c_g^2} \right) + \frac{\bar{a}r_R}{2c_g^2}, \quad (11)$$

代入(10)式, 观测点的引力加速度在后牛顿近似下为

$$\bar{g} = -\frac{GM\bar{r}(t)}{r^3} \left[1 - \frac{\bar{a} \cdot \bar{r}_R}{2c_g^2} + O\left(\frac{v^2}{c^2}\right) \right] - \frac{GM}{r^3} \frac{\bar{a}r_R^2}{2c_g^2} \left(1 + \frac{8c_g}{c} \right). \quad (12)$$

上式为后牛顿近似处理后的牛顿引力超距公式, 式中的 r 表示 t 时刻的位置, \bar{r}_R 表示滞后时间 s 的位置. 而在式(10)右边所有变量中的时间均取滞后时间 s , 由于速度依赖项的存在, 使得矢量 $\bar{e}_R - \bar{v}/c_g$ 的方向指向滞后方向 \bar{e}_R 的线性外推, 当忽略加速度效应时, 矢量 $\bar{e}_R - \bar{v}/c_g$ 代表物体当前的位置方向矢量^[11,12], 这正是牛顿引力的超距作用在广义相对论框架下的物理解释. 式(1)对牛顿引力的延迟修正是错误的, 其方向指向滞后位置 \bar{e}_R , 漏掉了运动物体的速度依赖项 \bar{v}/c_g . 讨论引力传播速度问题应在广义相对论框架下进行. 从(12)式可以看出, 引力传播速度的可观测效应与物体运动速度的大小无关, 只依赖于物体运动的加速度.

3 引力传播速度实验探测中的问题

牛顿的万有引力定律是一种超距作用, 引力可以在瞬间传播至任意远处. 爱因斯坦的广义相对论认为引力传播速度等于光速, 以上的分析表明这两者并无矛盾, 牛顿引力仅是广义相对论在弱场低速、 $(v/c)^2$ 精度下的近似结果. 一直以来, 人们期待着通过实验或观测获得引力场传播的速度^[13,14], 但直接或间接地使用式(1)作为理论分析的依据, 往往是这类实验导致错误结论的主要原因.

如果要从实验上直接测量引力的传播速度, 首先, 不能研究静态引力场, 静态引力场不含时, 没有时间传播的问题; 其次, 必须研究一个运动的物体, 由于物体的运动导致它周围引力场的变化, 这种变化以速度 c_g 向外传播. 最后, 这个物体不能做匀速运动, 必须有足够大的加速度. 因为从后牛顿近似式(12)来看, 公式不显含 \bar{v}/c_g , c_g 的可观测效应与物体的运动速度大小无关, 只与加速度有关. 一些学者试图分析匀速运动物体的引力场, 从中推测引力场的

传播速度 c_g , 这明显违背了洛伦兹不变性, 典型的实验有固体潮汐实验^[13].

最近, Tang 等人^[13]发表了由固体潮数据证实引力以光速传播的论文, 期望测量太阳相对于地球的运动造成的太阳潮汐力延迟效应, 但作者没有认识到牛顿引力超距作用与广义相对论之间的关系, 文中基于牛顿引力延迟公式的理论分析是错误的. 讨论引力传播速度问题应在广义相对论框架下进行, 而文献[13]采用修正的牛顿引力延迟公式(1)计算太阳对地球的引潮力, 其采用的太阳引潮力公式为

$$\bar{S}(O, t) = -\frac{GM_s}{r_*^3(t_*)} \bar{r}_*(t_*) + \frac{GM_s}{R_*^3(t_*)} \bar{R}_*(t_*), \quad t_* = t - \frac{r_*}{c_g}, \quad (13)$$

M_s 为太阳质量, \bar{r} 和 \bar{R} 分别为太阳中心到潮汐观测点和到地球中心的位置矢量. 下标有“*”的所有位置都是滞后位置, t_* 是太阳到达滞后位置的时刻. 作者声称按(13)式取 $c_g=c$ 计算的理论与实际观测的太阳潮汐曲线吻合, 而取 $c_g=\infty$ 计算的理论与实际观测曲线完全不吻合, 以此宣称在 5% 精度上证实了引力传播速度等于光速. 这是错误的, 目前全世界的潮汐观测数据均与牛顿的超距引力公式相吻合, (潮汐数据在目前的测量精度下, 还不能分辨后牛顿近似中的广义相对论效应). 然后, 须要特别指出的是作者在数据处理分析中忽略了时间轴的标定问题, 没有独立检验测量曲线的时间轴与理论计算曲线的时间轴是否一致, 从而导致了错误的结论.

文献[13]测量的是太阳、月亮和地球在几何共线期间的潮汐数据, 从实验原理上看, 这种潮汐观测与 Flandern 在日食期间的月球轨道扰动观测(如图 2 所示)完全类似^[5]. 前者测量的是太阳引力的潮汐效应, 后者测量的是太阳引力的轨道扰动效应. 不同之处在于时间轴的标定处理上, 原则上, 任何检验引力传播速度是否等于光速的实验均需要两种数据来源, 一是 c_g 相关的引力效应数据, 二是光速 c 相关的电磁效应数据. Flandern 的实验(如图 2 所示)正是对比了日食的光学极大值出现时刻与引力扰动的极大值出现时刻的差别, 来验证牛顿超距公式的证据性. 而潮汐实验仅观测了潮汐数据, 潮汐理论曲线须根据光学观测的太阳和月亮视位置的相关推算获得, 因而存在时间轴的标定问题, 须要独立检验理论曲线的时间轴是否正确.

4 结论与讨论

牛顿的万有引力定律认为引力场的传播不需要时间, 然而根据狭义相对论, 引力场的传播速度不能超过光速, 广义相对论将引力解释为时空弯曲. 根据相对论, 一个运动物体产生的引力势以推迟势的形式向外传播, 但由于速度依赖项的存在正好抵消了这种延迟, 使得广义相对论的后牛顿近似仍主要表现为牛顿超距引力公式. 从本质上讲牛顿引力的超

距作用, 源于牛顿引力的 Galileo 不变性, 而 Galileo 不变性正是洛伦兹不变性的低速近似. 一个匀速运动的物体在其自身的运动参考系下其引力场是静态的, 不存在引力速度的传播问题. 我们的分析指出引力传播速度的可观测效应与物体运动速度的大小无关, 只依赖于物体运动的加速度. 一般来说, 物体做加速运动导致的 c_g 可观测效应非常微弱, 目前的任何天文观测, 包括太阳潮汐观测均不能证实引力传播速度与光速相同.

参考文献

- 1 Laplace P S. *Mecanique Celeste*. New York: Chelsea Publication, 1966
- 2 Hartle J B. *Gravity: An Introduction to Einstein's General Relativity*. San Francisco: Addison Wesley Press, 2003
- 3 Samuel S. On the speed of gravity and the Jupiter/Quasar measurement. *Int J Mod Phys D*, 2004, 13: 1753–1770
- 4 Eddington A E. *Space, Time and Gravity*. Cambridge: Cambridge University Press, 1987
- 5 Flandern T V. The speed of gravity—what the experiments say. *Phys Lett A*, 1998, 250: 1–11
- 6 Kopeikin S M. The speed of gravity in general relativity and theoretical interpretation of the Jovian deflection experiment. *Class Quantum Grav*, 2004, 21: 3251–3286
- 7 Misner C W, Thorne K S, Wheeler J A. *Gravitation*. San Francisco: W.H. Freeman, 1973
- 8 Samuel S. On the speed of gravity and the v/c corrections to the Shapiro delay. *Phys Rev Lett*, 2003, 90: 231101
- 9 Landau L D, Lifshitz E M. *The Classical Theory of Fields*. Oxford: Pergamon Press, 1971
- 10 Kopeikin S M, Fomalont E B. Aberration and the fundamental speed of gravity in the Jovian deflection experiment. *Found Phys*, 2006, 36: 1244–1285
- 11 Marsh G E, Nissim-Sabat C. Comment on “The speed of gravity”. *Phys Lett A*, 1999, 262: 257–260
- 12 Scarlip S. Aberration and the speed of gravity. *Phys Lett A*, 2000, 267: 81–87
- 13 Tang K Y, Hua C C, Wen W, et al. Observational evidences for the speed of the gravity based on the Earth tide. *Chin Sci Bull*, 2013, 58: 474–477
- 14 Fomalont E B, Kopeikin S M. The measurement of light deflection from Jupiter experimental results. *Astrophys J*, 2003, 598: 704–711