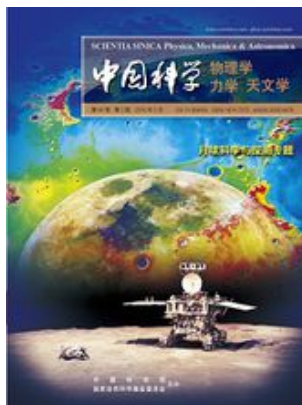




## 纳赫兹连续引力波点源探测与研究进展

### Progress in the detection and study of continuous nanohertz gravitational wave sources

|                                             |                                                                                                                                                                |
|---------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 期刊：                                         | 中国科学: 物理学 力学 天文学                                                                                                                                               |
| 稿件ID：                                       | SSPMA-2025-0241.R2                                                                                                                                             |
| 稿件栏目：                                       | 评述                                                                                                                                                             |
| 作者提交日期：                                     | 2025-07-07                                                                                                                                                     |
| 参与作者列表：                                     | 陈云峰, 陈智威                                                                                                                                                       |
| 关键词：                                        | 连续引力波点源, 超大质量双黑洞, 纳赫兹引力波, 脉冲星计时阵, 多信使天文学                                                                                                                       |
| 英文关键词：                                      | continuous gravitational wave, supermassive binary black hole, nanohertz gravitational wave, pulsar timing array, multi-messenger gravitational wave astronomy |
| 学科领域：                                       | 星系与宇宙学                                                                                                                                                         |
| 专题：                                         | 脉冲星测时阵探测纳赫兹引力波专题                                                                                                                                               |
| 注意：以下文件由作者提交以供同行评审, 但不能转换为PDF. 您必须在线查看这些文件. |                                                                                                                                                                |
| 纳赫兹连续引力波点源探测与研究进展.zip                       |                                                                                                                                                                |



# 纳赫兹连续引力波点源探测与研究进展

陈云峰<sup>1\*</sup>, 陈智威<sup>1</sup>

1. 中国科学院国家天文台, 北京, 100101

\* 联系人, E-mail: [chenyunfeng@nao.cas.cn](mailto:chenyunfeng@nao.cas.cn)

收稿日期: 2020-01-29; 接受日期: 2020-02-25;

国家重点研发计划 (编号: 2022YFC2205201) 资助项目

**摘要** 近年来, 脉冲星计时阵 (PTA) 在纳赫兹引力波背景探测方面取得重要进展. 在此背景下, 针对超大质量双黑洞 (SMBBH) 连续引力波点源的搜索已成为当前研究热点. 本文系统梳理了该领域的最新研究进展: 在理论研究层面, 已建立包含半经验模型、后处理模型和唯象模型在内的 SMBBH 演化与分布模型体系, 为观测研究提供了理论基础; 在观测技术方面, 点源信号搜索已被纳入 PTA 数据处理标准流程. 虽然目前尚未获得具有统计显著性的探测结果, 但在提高计时精度、优化噪声模型等方面已取得重要进展. 预计在未来几年内, 随着观测时间延长与数据质量提升, PTA 有望首次实现 SMBBH 连续引力波点源的显著性探测. 从长远发展来看, 通过整合 PTA 对连续引力波点源与随机引力波背景的联合分析、PTA 与空间引力波探测器 (LISA、太极、天琴) 的多波段协同观测、以及结合电磁波探测的多信使研究手段, 相关研究将在 SMBBH 的形成与演化机制、引力理论检验以及早期宇宙演化等领域推动研究范式的革新.

**关键词** 连续引力波点源, 超大质量双黑洞, 纳赫兹引力波, 脉冲星计时阵, 多信使天文学

PACS: 04.30.-w, 95.85.Sz, 97.60.Gb, 97.60.Lf, 98.70.Dk

## 1 引言

自 2015 年激光干涉引力波天文台 (LIGO) 首次直接探测到引力波以来<sup>[1]</sup>, 引力波天文学已成为人类探索宇宙的新窗口. 引力波是爱因斯坦广义相对论预言的时空扰动, 可由如双黑洞或双中子星并合等致密天体的剧烈相互作用产生, 是研究极端引力环境的重要工具. 另一方面, 脉冲星, 尤其是毫秒脉冲星, 因其极高的自转稳定性, 被视为天然的高精度时钟. 引力波引起的微小时空扰动能够引

起脉冲星脉冲到达时间的特征性变化. 脉冲星计时阵 (Pulsar Timing Arrays, PTAs) 通过长期监测一组分布在天球不同方向的毫秒脉冲星的脉冲到达时间, 可用于探测纳赫兹频段的引力波背景及其他类型的引力波信号<sup>[2]</sup>.

利用脉冲星计时阵探测纳赫兹引力波于 2023 年取得重大突破. 中国脉冲星计时阵 (CPTA)、北美引力波天文台 (NANOGrav)、欧洲脉冲星计时阵 (EPTA) 和澳大利亚帕克斯脉冲星计时阵 (PPTA) 四个国际团队通过长期独立观测, 首次共同发现了

**引用格式:** 陈云峰, 陈智威. 纳赫兹连续引力波点源探测与研究进展. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2020, 50: 013002, doi: ??

Yunfeng Chen, Zhiwei Chen. Progress in the detection and study of continuous nanohertz gravitational wave sources (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2020, 50: 013002, doi: ??

纳赫兹频段 ( $\sim 10^{-9} - 10^{-6}$  Hz) 随机引力波背景存在的显著性证据<sup>[3-6]</sup>. 这一突破性进展的关键在于所探测信号的空间关联函数与理论预言的 Hellings-Downs<sup>[7]</sup> 曲线高度吻合——这一特征被认为是随机引力波背景的“确凿证据”(smoking gun). 2024 年, 基于南非 MeerKAT 射电望远镜的 MPTA 团队通过独立数据进一步验证了这一发现<sup>[8]</sup>. 截止目前, 各团队探测结果的统计显著性介于  $2-4.6\sigma$  之间.

关于纳赫兹随机引力波背景信号的物理起源, 目前主流理论框架包含两类竞争性假说: 天体物理学起源认为信号主要来自于宇宙中大量超大质量双黑洞 (Supermassive Binary Black Holes, SMBBHs) 系统引力波辐射的非相干叠加<sup>[9]</sup>; 宇宙学起源则涉及暴胀、宇宙弦、一级相变等早期宇宙物理过程<sup>[10-16]</sup>. 当前观测数据显示, 信号能谱特征与 SMBBH 模型理论预言基本相符, 但仍存在振幅系统性偏高、能谱斜率偏离理论预期等问题亟待解释<sup>[17,18]</sup>. 若后续研究确认信号确实主要源于 SMBBH, 那么脉冲星计时阵的下一个重大成果将是对这些双黑洞引力波点源的直接探测.

天体物理学起源的引力波背景与引力波点源具有共同的来源, 而宇宙学起源的引力波背景则源于完全不同的物理过程. 因此, 点源探测能够帮助验证背景信号的产生机制, 为解析背景中不同物理成分的相对贡献提供关键线索<sup>[19]</sup>. 此外, 通过点源信号与背景信号的联合分析, 我们能够深入探究 SMBBH 系统的轨道动力学演化规律及其族群统计特性. 相较于仅能反映整体统计特征的背景信号, 点源探测具有双重优势: 一方面可以实现对单个 SMBBH 系统物理参数的精确测定, 另一方面又能通过大样本统计分析揭示族群的质量函数、轨道参数分布等关键特征. 这些观测数据将为理解 SMBBH 的形成与演化机制提供全新的观测约束. 未来, 纳赫兹引力波探测将与 LISA、太极 (Taiji) 和天琴 (TianQin) 等空间引力波探测器<sup>[20-22]</sup> 组成互补的多波段观测体系, 并与其它电磁观测手段相结合, 推动超大质量黑洞 (Supermassive Black Hole, SMBH) 天体物理进入多信使精确测量的新时代.

在现有 PTA 数据处理流程中, 连续引力波点

源搜索已成为标准化分析环节<sup>[23-29]</sup>. 需要强调的是, 虽然连续点源与随机背景信号同属纳赫兹频段, 但二者在物理特性和探测方法上存在本质差异: 随机背景表现为各项同性的随机噪声特征, 其探测主要依赖多颗脉冲星计时残差之间的 Hellings-Downs 空间相关性分析; 而点源信号则表现为具有显著周期性的准单色信号, 需要从复杂的背景噪声中提取微弱但相干的周期性成分, 这对数据质量和分析方法提出了更高要求. 目前国际各 PTA 团队虽已对现有数据进行了系统性筛查, 但受限于观测灵敏度和数据积累时长, 尚未获得具有统计显著性的点源探测证据.

尽管点源探测研究具有重要的科学价值, 但在探测技术及其科学应用方面仍面临诸多关键挑战. 在探测技术层面, 当前存在若干亟待解决的核心问题: 首先, 如何建立明确的点源探测判定标准, 包括信号显著性阈值和误报率控制等量化指标; 其次, 如何有效区分和抑制脉冲星计时噪声 (包括个体特殊噪声和共同红噪声) 对点源信号的干扰; 第三, 如何提高波源的空间定位精度至足以指导后续电磁观测的水平; 最后, 如何将引力波观测的先验信息与后续多波段电磁观测数据有机结合, 实现双黑洞波源参数的最优化反演. 在科学应用方面, 关键问题包括: 如何协同利用点源信号与背景信号来精确解析纳赫兹随机引力波背景中各物理成分的相对贡献; 如何通过这些信息揭示 SMBBH 族群的质量函数、轨道参数分布等关键统计学特征, 进而深入理解其形成与演化机制. 目前针对这些关键技术科学问题的系统性研究仍较少, 亟需开展更深入的理论探索和方法创新.

当前, 纳赫兹引力波研究正处于从背景信号探测向点源直接探测跨越的关键阶段, 这一突破性进展有望在未来数年内实现, 从而开启纳赫兹引力波天文学的新篇章. 在此关键节点, 本文系统梳理了纳赫兹连续引力波点源探测的研究进展, 重点涵盖 SMBBH 系统的轨道动力学演化与族群统计性质分布、纳赫兹连续引力波点源探测的关键技术与方法学进展、当前国际探测现状及未来发展前景、以及点源探测在结构演化和宇宙学等多学科中的应用价



值等核心内容. 通过整合该领域最新研究成果, 本文旨在为未来点源探测提供理论框架和技术路线参考, 并推动建立基于多信使天文学的纳赫兹引力波观测体系, 促进相关学科的交叉融合与协同发展.

## 2 超大质量双黑洞的形成、演化与分布

现代天文观测表明, 星系中心普遍存在质量处于  $10^6$ – $10^{10} M_{\odot}$  范围内的超大质量黑洞, 其质量与其宿主星系核球部分的速度弥散、光度或质量等参数呈现显著相关性<sup>[30–35]</sup>, 为宿主星系与中心黑洞的协同演化理论提供了重要依据. 另一方面, 根据标准宇宙学模型, 星系的形成与演化主要通过级联并合过程来实现, 即较小的星系通过不断并合逐渐形成更大质量的系统, 而在此过程中, 超大质量双黑洞的形成成为星系并合的自然结果<sup>[36,37]</sup>. 具体而言, 当两个星系并合时, 其各自携带的中心黑洞会经历复杂的动力学演化过程: 首先通过动力学摩擦损失轨道能量形成两体系统, 随后通过与周围恒星或气体的相互作用 (如三体散射) 进一步耗散能量与角动量, 在引力波辐射的主导下逐渐靠近, 最终发生并合. 这些不同演化阶段对应不同的物理机制与特征时标, 决定了超大质量双黑洞的宇宙学族群分布. 超大质量双黑洞系统是纳赫兹引力波探测 (如脉冲星计时阵) 和未来毫赫兹引力波探测 (如空间引力波探测器 LISA、太极与天琴<sup>[20–22]</sup>) 的重要目标.

上述物理图像整合了星系性质分布与并合率、中心超大质量黑洞与宿主星系之间的关联以及并合遗迹中超大质量双黑洞的动力学演化过程, 为构建超大质量双黑洞的动力学演化与族群分布模型奠定了基础. 这类模型对研究纳赫兹引力波有着重要的科学意义: 首先, 它能系统地预测该族群产生的各类引力波信号特征, 包括纳赫兹频段随机引力波背景的频谱特征与强度以及连续引力波点源的事件率与性质分布, 为观测策略制定提供理论依据; 其次, 该模型也为从脉冲星计时阵的实际探测结果中提取信息提供了理论框架, 通过分析引力波背景与点源信号, 可反演双黑洞动力学演化学、黑洞–星系相互作用机制等重要天体物理学信息, 同时有助于鉴别

探测信号的物理起源; 最后, 该模型实现了纳赫兹与毫赫兹引力波信号的关联研究, 并为结合电磁辐射开展多信使观测研究提供了理论基础.

现有研究已发展出多种方法来构建 SMBBH 的演化与分布模型. 根据建模方法的不同, 我们大致将这些研究划分为三类: (1) 基于星系并合到黑洞并合理论框架的半经验模型 (如<sup>[38,39]</sup>等); (2) 基于宇宙学流体动力学模拟的后处理模型 (如<sup>[40,41]</sup>等); (3) 致力于描述族群关键特征的唯象模型 (如<sup>[42–44]</sup>等). 这三类模型各有特点: 唯象模型通过少量参数刻画双黑洞族群的关键特征, 具有计算高效、参数空间探索灵活的优势, 但其较强的假设依赖性可能导致出现非物理解, 且参数约束往往难以转化为实际的物理限制; 后处理模型基于数值模拟的星系性质分布与并合率, 通过添加双黑洞演化与成长来模拟双黑洞族群分布, 虽然能更系统地反映天体物理过程, 但存在模型调整困难、计算资源消耗大的问题; 半经验模型则兼具两者的优势, 既能保持理论框架的灵活性, 又能以较低计算成本实现参数空间的系统探索, 同时避免了纯唯象模型的部分缺陷.

在下文中, 我们将对这三类模型进行简要讨论. 需要说明的是, 我们的目标是通过多角度分析来增进对 SMBBH 模型构建的综合理解 (这些方法本质上是互补而非互斥的), 而非对模型进行严格分类或者涵盖文献中出现的所有模型. 事实上, 现有的许多模型都是多种方法的混合. 此外, 某些模型难以归入上述分类体系, 例如基于宇宙学暗物质晕并合率的模型 (如<sup>[45,46]</sup>) 或基于近邻星系观测样本的模型 (如<sup>[47]</sup>).

### 2.1 半经验模型

半经验模型通过整合观测或数值模拟标定的天体物理信息, 可系统计算 SMBBH 的统计分布函数及并合率等关键物理量. 为具体阐明各天体物理因素对 SMBBH 族群的影响, 我们以<sup>[39]</sup>建立的模型为例对其理论框架进行解析. 该模型以以下四项天体物理信息作为输入: (1) 星系质量函数  $n_{\text{gal}}(M_{\text{gal}}, z)$ , 即  $n_{\text{gal}}(M_{\text{gal}}, z) dM_{\text{gal}}$  表征在红移  $z$  处

质量处于  $M_{\text{gal}} \rightarrow M_{\text{gal}} + dM_{\text{gal}}$  范围内的星系共动数密度; (2) 星系单位并合率  $\mathcal{R}_{\text{gal}}(q_{\text{gal}}, z|M_{\text{gal}})$ , 即  $\mathcal{R}_{\text{gal}}(q_{\text{gal}}, z|M_{\text{gal}})dq_{\text{gal}}dz$  表征红移  $z$  处总质量为  $M_{\text{gal}}$  的星系在  $t \rightarrow t+dt$  内且质量比处于  $q_{\text{gal}} \rightarrow q_{\text{gal}}+dq_{\text{gal}}$  范围内的平均并合次数, 其中  $t$  表示  $z$  对应的宇宙时间; (3) 黑洞-星系质量关系  $p_{\text{BH}}(M_{\text{BH}}|M_{\text{gal}}, z)$ , 即  $p_{\text{BH}}(M_{\text{BH}}|M_{\text{gal}}, z)dM_{\text{BH}}$  表征在红移  $z$  处质量为  $M_{\text{gal}}$  的星系中心包含质量处于  $M_{\text{BH}} \rightarrow M_{\text{BH}} + dM_{\text{BH}}$  范围的超大质量黑洞的概率; (4) 动力学演化时标  $\tau(a) \equiv |a/\dot{a}|$ , 刻画双黑洞间距  $a$  的演化速率.

基于上述输入, 模型最终输出两个核心物理量: (1) 双黑洞联合分布函数  $\Phi_{\text{BBH}}(M_{\text{BH}}, q_{\text{BH}}, a, z)$ , 完整描述双黑洞总质量  $M_{\text{BH}}$ 、质量比  $q_{\text{BH}}$ 、轨道间距  $a$  和红移  $z$  的四维统计分布, 即  $\Phi_{\text{BBH}}(M_{\text{BH}}, q_{\text{BH}}, a, z)dM_{\text{BH}}dq_{\text{BH}}da dz$  表示红移  $z$  处总质量处于  $M_{\text{BH}} \rightarrow M_{\text{BH}} + dM_{\text{BH}}$  质量比处于  $q_{\text{BH}} \rightarrow q_{\text{BH}} + dq_{\text{BH}}$  且轨道半长径处于  $a \rightarrow a + da$  范围内的双黑洞的共动数密度; (2) 双黑洞并合率  $R_{\text{BH}}(M_{\text{BH}}, q_{\text{BH}}, z)$  给出特定参数对应的双黑洞并合事件发生率, 即  $R_{\text{BH}}(M_{\text{BH}}, q_{\text{BH}}, z)dM_{\text{BH}}dq_{\text{BH}}dz$  表征发生于  $t \rightarrow t + dt$  的总质量处于  $M_{\text{BH}} \rightarrow M_{\text{BH}} + dM_{\text{BH}}$  且质量比处于  $q_{\text{BH}} \rightarrow q_{\text{BH}} + dq_{\text{BH}}$  范围内的双黑洞并合事件共动数密度. 其中联合分布函数可由下式给出:

$$\begin{aligned} \Phi_{\text{BBH}}(M_{\text{BH}}, q_{\text{BH}}, a, z) &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \iint dM_{\text{gal}} dq_{\text{gal}} n_{\text{gal}}(M_{\text{gal}}, z_i) \mathcal{R}_{\text{gal}}(q_{\text{gal}}, z_i | M_{\text{gal}}) \\ &\times p_{\text{BH}}(M_{\text{BH}}, q_{\text{BH}} | M_{\text{gal}}, q_{\text{gal}}, z_i) H(t - \tau_{a,i}) \\ &\times \left| \frac{da_i | M_{\text{gal}}, q_{\text{gal}}, M_{\text{BH}}, q_{\text{BH}}}{d\tau} \right|_{\tau=\tau_{a,i} | M_{\text{gal}}, q_{\text{gal}}, M_{\text{BH}}, q_{\text{BH}}}^{-1}, \end{aligned} \quad (1)$$

而并合率则由下式给出:

$$\begin{aligned} R_{\text{BH}}(M_{\text{BH}}, q_{\text{BH}}, z(t)) &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \iint dM_{\text{gal}} dq_{\text{gal}} n_{\text{gal}}(M_{\text{gal}}, z_i) \mathcal{R}_{\text{gal}}(q_{\text{gal}}, z_i | M_{\text{gal}}) \\ &\times p_{\text{BH}}(M_{\text{BH}}, q_{\text{BH}} | M_{\text{gal}}, q_{\text{gal}}, z_i) H(t - \tau_{a=0,i}), \end{aligned} \quad (2)$$

其中,  $H(t)$  为阶梯函数; 两个物理量 ( $\Phi_{\text{BBH}}$  和  $R_{\text{BH}}$ ) 都是针对大量 ( $N$  个) SMBBH 的演化轨迹进行平

均化处理获得的结果. 上述表达式清楚地显示了各项天体物理因素如何对最终的双黑洞系统或并合事件产生影响.

利用上述获得的超大质量双黑洞的分布函数或并合率, 我们可以通过下式估算该族群造成的纳赫兹随机引力波背景的特征应变幅度:

$$\begin{aligned} h_c^2(f) &\simeq \frac{4}{\pi} \frac{G}{c^2} f^{-2} \iiint dz dM_{\text{BH}} dq_{\text{BH}} \left| \frac{dt}{dz} \right| \\ &\times R_{\text{BH}}(M_{\text{BH}}, q_{\text{BH}}, z) \frac{1}{1+z} \left| \frac{dE}{d \ln f_r} \right|, \end{aligned} \quad (3)$$

其中  $G$  为引力常数,  $c$  为光速,  $|dE/d \ln f_r|$  代表引力波辐射能量的频谱分布. 上式实际上是通过理论积分获得该背景谱的期望值. 我们还可以根据双黑洞分布函数产生宇宙超大质量双黑洞样本的随机实现, 利用随机产生的双黑洞样本的每一个引力波源的信号叠加, 获取合成背景谱. 另外, 可以利用该样本来研究纳赫兹引力波点源的事件发生率以及波源各项性质的统计学分布, 从而研究该类波源的探测前景.

基于该模型, 文献[48]探索了纳赫兹连续引力波点源的探测前景, 文献[19]研究了利用背景与点源两类引力波信号探测结果联合限制纳赫兹随机引力波背景的物理起源.

## 2.2 后处理模型

后处理模型中比较具有代表性的是 Kelley 等人基于 Illustris [49] 宇宙学流体动力学模拟构建的模型 [40]. 该模型首先采用观测标定的经验公式将超大质量黑洞植入星系中心, 随后在星系并合过程中引入动力学演化算法, 系统描述 SMBBH 的形成与并合过程. 模型完整刻画了多尺度物理过程, 包括 kpc 尺度的动力学摩擦效应, pc 到亚 pc 尺度上 SMBBH 与周围恒星与气体的相互作用, 以及在更小尺度上引力波辐射导致的轨道衰减与最终并合. 利用该模型, Kelley 等人研究了天体物理起源的纳赫兹随机引力波背景的特征应变幅度, 以及连续引力波点源的探测前景等 [50, 51].

### 2.3 唯象模型

以 holodeck<sup>[44]</sup> 模型为例, 我们对 SMBBH 演化与分布的唯象模型进行简要说明. 该模型共包含 6 个关键参数, 可分为三组: 第一组参数 ( $\psi_0$  与  $m_{\psi,0}$ ) 用于描述遵循 Schechter 函数形式的星系质量函数, 其中,  $\psi_0$  是星系质量函数的归一化系数, 表征单位共同体积内星系数密度的整体幅度,  $m_{\psi,0}$  则是星系质量函数的特征质量, 即 Schechter 函数中的“拐点质量”; 第二组参数 ( $\mu$  与  $\epsilon_\mu$ ) 用于表征中心超大质量黑洞与宿主星系的质量关系, 其中  $\mu$  表示该关系的归一化系数,  $\epsilon_\mu$  则反映该关系的本征弥散; 第三组参数 ( $\tau_f$  与  $\nu_{\text{inner}}$ ) 用于刻画双黑洞在星系并合遗迹中的动力学演化时标曲线,  $\tau_f$  对应于双黑洞的总演化时标,  $\nu_{\text{inner}}$  则表示双黑洞在引力波辐射阶段的演化速率, 即函数  $|a/\dot{a}|(t)$  的斜率, 其中  $a$  代表双黑洞的轨道半长径. 值得注意的是, 与其类似的模型可以包含更多的自由参数 (如<sup>[43]</sup>提出的包含 19 个参数的模型), 然而 holodeck 模型通过保留对观测特征最具影响力的 6 个参数, 而固定其余参数为特定值, 实现了参数空间的极大简化. 基于该模型,<sup>[44]</sup>利用 NANOGrav15 年观测数据集对这些参数进行了约束, 并特别关注了低频区域出现的轻微偏折特征. 此外,<sup>[52]</sup>还结合深度学习方法, 建立了从模型的自由参数到引力波背景谱后验自由幂律谱的映射关系, 这为纳赫兹引力波背景谱探测的参数推断提供了有力工具.

## 3 点源探测的数据处理与信号分析

当前 PTA 数据处理与信号分析已基本形成标准化流程, 其中连续引力波点源搜索已成为该流程的关键组成部分. 尽管点源探测数据处理本身内容丰富且自成体系, 完全可以作为独立课题进行系统综述, 但为了保持内容的完整性, 本文仍将简要介绍点源信号搜索的基本原理与主要流程. 在介绍过程中, 我们将着重阐述数据处理的理论框架, 包括核心的信号模型与似然函数等, 而对噪声模型和统计方法等技术细节则不做深入展开. 更详尽的技术说明可参考文献<sup>[23–29]</sup>等.

对于给定脉冲星, 其计时残差  $\delta t$  可表示为:

$$\delta t = M\epsilon + n_{\text{white}} + n_{\text{red}} + s, \quad (4)$$

其中设计矩阵  $M$  将脉冲星计时模型参数空间线性映射到计时残差空间. 该计时模型包含多个参数, 如脉冲星自转周期及其一阶导数, 天体测量参数 (如天球坐标、自行和视差等), 传播效应参数如色散测量等. 在实际数据处理中, 对单颗脉冲星进行计时建模并求解相应参数是后续引力波探测的关键预处理步骤. 上式中  $\epsilon$  表示计时参数估计值与真实值之间的偏差, 这些偏差会通过设计矩阵  $M$  传递到计时残差中 (详见<sup>3.3</sup>节). 式中  $n_{\text{white}}$  与  $n_{\text{red}}$  分别表征该脉冲星的白噪声与红噪声成分 (详见<sup>3.2</sup>节), 而  $s$  则表示引力波信号在计时残差中产生的特征响应 (详见<sup>3.1</sup>节).

### 3.1 点源信号模型

考虑一个位于赤道坐标 (赤纬  $\delta$ , 赤经  $\alpha$ ) 处的引力波源. 为方便描述, 可将天空位置转换为极角  $\theta = \pi/2 - \delta$  和方位角  $\phi = \alpha$ . 该波源发射的引力波可表示为两种极化的叠加:

$$h_{ab}(t, \hat{\Omega}) = e_{ab}^+( \hat{\Omega} ) h_+(t, \hat{\Omega}) + e_{ab}^\times( \hat{\Omega} ) h_\times(t, \hat{\Omega}), \quad (5)$$

其中,  $\hat{\Omega}$  是从引力波源指向太阳系质心 (SSB) 的单位矢量,  $h_{+ \times}$  为极化振幅,  $e_{ab}^{+ \times}$  为极化张量. 极化张量在 SSB 坐标系中可表示为<sup>[53]</sup>:

$$\begin{aligned} e_{ab}^+( \hat{\Omega} ) &= \hat{m}_a \hat{m}_b - \hat{n}_a \hat{n}_b, \\ e_{ab}^\times( \hat{\Omega} ) &= \hat{m}_a \hat{n}_b + \hat{n}_a \hat{m}_b, \end{aligned} \quad (6)$$

其中:

$$\begin{aligned} \hat{\Omega} &= -(\sin \theta \cos \phi) \hat{x} - (\sin \theta \sin \phi) \hat{y} - (\cos \theta) \hat{z}, \\ \hat{m} &= -(\sin \phi) \hat{x} + (\cos \phi) \hat{y}, \\ \hat{n} &= -(\cos \theta \cos \phi) \hat{x} - (\cos \theta \sin \phi) \hat{y} + (\sin \theta) \hat{z}. \end{aligned} \quad (7)$$

引力波对脉冲星计时残差的贡献可表示为:

$$s(t, \hat{\Omega}) = F^+( \hat{\Omega} ) \Delta s_+(t) + F^\times( \hat{\Omega} ) \Delta s_\times(t), \quad (8)$$

其中, 天线方向图函数  $F^+$  和  $F^\times$  描述了脉冲星对引力波的响应<sup>[54–56]</sup>, 由下式给出:

$$\begin{aligned} F^+( \hat{\Omega} ) &= \frac{1}{2} \frac{(\hat{m} \cdot \hat{p})^2 - (\hat{n} \cdot \hat{p})^2}{1 + \hat{\Omega} \cdot \hat{p}}, \\ F^\times( \hat{\Omega} ) &= \frac{(\hat{m} \cdot \hat{p})(\hat{n} \cdot \hat{p})}{1 + \hat{\Omega} \cdot \hat{p}}, \end{aligned} \quad (9)$$



其中,  $\hat{p}$  是从地球指向脉冲星的单位矢量,  $\Delta s_{+x}$  是信号对地球处与脉冲星处造成的影响 (即所谓的“地球项”与“脉冲星项”) 之差:

$$\Delta s_{+x}(t) = s_{+x}(t_p) - s_{+x}(t), \quad (10)$$

其中,  $t$  与  $t_p$  分别是引力波通过 SSB 与脉冲星的时间. 定义脉冲星到 SSB 的距离为  $L_p$ , 则根据几何关系可知  $t$  与  $t_p$  之间满足:

$$t_p = t - L_p(1 + \hat{\Omega} \cdot \hat{p}). \quad (11)$$

考虑处于圆形轨道的两体系统, 在零阶后牛顿近似 (0-PN) 下,  $s_{+x}$  的可表达为 [53, 57]:

$$s_{+}(t) = \frac{\mathcal{M}^{5/3}}{d_L \omega(t)^{1/3}} [-\sin 2\Phi(t)(1 + \cos^2 \iota) \cos 2\psi - 2 \cos 2\Phi(t) \cos \iota \sin 2\psi], \quad (12)$$

$$s_{\times}(t) = \frac{\mathcal{M}^{5/3}}{d_L \omega(t)^{1/3}} [-\sin 2\Phi(t)(1 + \cos^2 \iota) \sin 2\psi + 2 \cos 2\Phi(t) \cos \iota \cos 2\psi], \quad (13)$$

其中,  $\iota$  是双黑洞的轨道倾角,  $\psi$  是其引力波的极化角,  $d_L$  是双黑洞引力波源的光度距离,  $\mathcal{M} \equiv (M_1 M_2)^{3/5} / (M_1 + M_2)^{-1/5}$  是双黑洞的啁啾质量, 其中  $M_1$  和  $M_2$  代表两个黑洞的质量,  $\Phi(t)$  与  $\omega(t)$  分别代表轨道相位与频率, 在给定初始时刻  $t_0$  对应的初始相位  $\Phi_0$  和频率  $\omega_0$  时可由下式给出:

$$\begin{aligned} \Phi(t) &= \Phi_0 + \frac{1}{32} \mathcal{M}^{-5/3} [\omega_0^{-5/3} - \omega(t)^{-5/3}], \\ \omega(t) &= \omega_0 \left( 1 - \frac{256}{5} \mathcal{M}^{5/3} \omega_0^{8/3} t \right)^{-3/8}, \end{aligned} \quad (14)$$

需要注意的是, 变量  $\mathcal{M}$  和  $\omega$  是考虑了红移效应的观测量, 与静止坐标系中相应变量之间的关系为  $\mathcal{M}_r = (1+z)^{-1} \mathcal{M}$  以及  $\omega_r = (1+z)\omega$ . 根据灵敏度估计, 目前 PTA 仅对红移接近于 0 的本地宇宙中的引力波点源信号敏感.

根据以上有关信号的表达式可知: 对于超大质量双黑洞引力波点源, 其地球项可由 8 个参数描述, 包括  $\{\theta, \phi, \iota, \psi, \Phi_0, f_{\text{gw}}, \mathcal{M}, h_0\}$ , 其中  $h_0 = 2\mathcal{M}^{5/3}(\pi f_{\text{gw}})^{2/3}/d_L$ . 此外, 每个脉冲星会引入额外的 2 个参数, 即相位  $\Phi_p$  与脉冲星和地球的距离  $L_p$ .

### 3.2 噪声建模

在 PTA 点源探测数据处理中, 噪声的主要来源包括: 单颗脉冲星的白噪声和红噪声, 以及影响整个脉冲星阵列的共同过程噪声 (式 4 中未包含此项). 其中共同过程噪声又可细分为非关联的共同红噪声 (CURN) 和具有空间相关性的背景噪声. 当前数据处理框架对共同过程噪声的建模仍存在挑战: 一方面, 具有空间相关性的背景噪声的精确建模及其对探测结果的影响仍需深入研究; 另一方面, 即便是非关联的 CURN 噪声也需要开发高效的算法来优化计算流程 [25, 26, 28]. 直到近年来相关信号的初步发现, 这类共同过程噪声的建模研究才逐步被纳入到 PTA 的数据处理框架中.

对于单颗脉冲星的白噪声建模, 通常引入三个关键参数: EFAC 作为乘性因子用于校准脉冲到达时间 (TOA) 的测量误差; EQUAD 作为加性参数引入独立于 TOA 误差的白噪声分量; ECORR 则用于刻画同一观测历元内各 TOA 之间的完全相关噪声 [23, 25, 58, 59]. 红噪声通常采用幂律谱模型, 通过振幅和谱指数两个参数描述. 以上 5 个核心参数共同定义了单颗脉冲星的噪声协方差矩阵  $C$  (见式 15).

### 3.3 似然函数

根据单颗脉冲星计时残差的组成 (见式 4), 可建立如下似然函数:

$$p(\delta t | \theta, \lambda) = \frac{\exp \left[ -\frac{1}{2} (\delta t - s)^T G (G^T C G)^{-1} G^T (\delta t - s) \right]}{\sqrt{(2\pi)^{(N_{\text{TOA}}-m)} \det(G^T C G)}} \quad (15)$$

式中各参数定义如下:  $\delta t$  为脉冲星计时残差向量;  $\theta$  与  $\lambda$  分别表示噪声参数与信号参数;  $C$  为噪声协方差矩阵;  $s$  表示点源信号;  $G$  是维度为  $N_{\text{TOA}} \times (N_{\text{TOA}} - m)$  的投影矩阵, 其中  $N_{\text{TOA}}$  为计时残差数量,  $m$  为噪声参数个数. 该投影矩阵  $G$  的设计目的是对计时模型参数偏差  $\epsilon$  (见式 4) 进行边缘化处理, 通过  $G^T$  将计时残差  $\delta t$  投影到设计矩阵  $M$  的零空间, 即满足  $G^T M \delta t = 0$  的约束条件 [60].

若不考虑噪声的空间相关性（即忽略地球钟误差、太阳系星历表误差以及随机引力波背景导致的共同红噪声），并固定噪声参数为单颗脉冲星计时模型的最优噪声参数，则一组脉冲星计时残差的联合似然函数可表示为：

$$p(\delta t|\lambda) = \prod_{a=1}^{N_p} p(\delta t_a|\lambda_a) \quad (16)$$

其中  $N_p$  表示脉冲星数量； $\delta t_a$  与  $\lambda_a$  分别代表第  $a$  颗脉冲星的计时残差以及信号参数。此时，同时包含点源信号与噪声的模型与只包含噪声的模型之间的对数似然比由下式给出 [23]：

$$\ln \Lambda = \sum_a^{N_p} \left[ (\delta t_a | s(\lambda_a)) - \frac{1}{2} (s(\lambda_a) | s(\lambda_a)) \right] \quad (17)$$

其中内积符号  $(x|y)$  定义为：

$$(x|y) = x^T G (G^T C G)^{-1} G^T y. \quad (18)$$

依据上述定义，在固定噪声参数情况下，探测信噪比可由下式给出：

$$\rho = \sqrt{2 \langle \ln \Lambda \rangle} = \left[ \sum_{a=1}^{N_p} (s(\lambda_a) | s(\lambda_a)) \right]^{1/2}, \quad (19)$$

其中尖括号  $\langle \rangle$  表示多次噪声模型随机实现的期望。

### 3.4 统计学方法

基于前文构建的似然函数，研究者可采用频率学派或贝叶斯统计方法对实际脉冲星计时数据集进行信号搜寻与参数估计。频率学派方法通过构建适当的检验统计量（如  $\mathcal{F}_p$  和  $\mathcal{F}_e$  统计量 [23,27]）并计算其在零假设（无信号）下的分布，进而根据观测统计量实际值计算误报概率（False Alarm Probability, FAP），当 FAP 低于预设显著性水平时即可拒绝零假设并宣称探测到显著信号；而贝叶斯方法则通过贝叶斯定理将先验信息与似然函数相结合，获得参数或模型的后验概率分布，通过计算包含信号模型与纯噪声模型之间的贝叶斯因子来评估信号存在的证据强度，对于显著信号可进行精确的参数估计，对非显著信号则可计算参数的置信上限。这两种方

法各具优势：频率学派方法以其计算效率高和判断标准明确见长，特别适合快速筛查潜在信号；而贝叶斯方法则能更自然地纳入先验信息，提供更丰富的参数空间信息，在处理复杂噪声模型和多维参数空间问题时表现出色。在实际的 PTA 数据分析中，研究团队通常会根据具体问题的需求，灵活结合这两种方法的优势，以获得更可靠的分析结果。

## 4 点源探测现状

国际主要脉冲星计时阵目前尚未获得具有统计显著性的点源探测证据，尽管已发现了一些潜在候选信号 [23-29]。近十年来，该领域在探测灵敏度提升、数据分析方法改进等方面取得了系统性进展。本节将梳理纳赫兹频段点源探测现状与发展动态。

以 NANOGrav 为例，该团队基于其 5 年、9 年、11 年、12.5 年和 15 年观测数据 [23-26]，不断推进纳赫兹引力波点源搜索的研究前沿。尽管目前尚未探测到具有统计显著性的纳赫兹连续引力波点源信号，但得益于总观测时长的逐步延长和分析方法的持续优化，该团队已在多个方面取得重要进展：

- **点源应变上限的持续优化：** NANOGrav 团队通过不同时间跨度的观测数据，逐步优化了对连续引力波点源应变上限的约束。5 年数据在最敏感的 10 nHz 处给出了天空平均 95% 上限  $h_0 < 3.0 \times 10^{-14}$ ，可排除 425 Mpc 范围内啁啾质量  $M \geq 10^{10} M_\odot$  的双黑洞系统；11 年数据在 8 nHz 处的约束显著提升至  $h_0 < 7.3 \times 10^{-15}$ ，探测范围扩展至 5.5 Gpc 内  $M \geq 10^{10} M_\odot$  或 120 Mpc 内  $M \geq 10^9 M_\odot$  的双黑洞系统；12.5 年和 15 年数据分别在 7.65 nHz 和 6 nHz 处测得  $h_0 < 6.82 \times 10^{-15}$  和  $h_0 < 8 \times 10^{-15}$ ，提升幅度相对有限，甚至出现轻微退化。分析表明，12.5 年数据的限制可能受到共同非关联红噪声 CURN 的影响，而 15 年数据则可能受到随机引力波背景信号的干扰。值得注意的是，在相对高频区域，探测灵敏度仍保持稳步提升。图 1 显示了 NANOGrav 对点源应变幅度 95% 上限（天空平均）随时间的演化。

- **可疑信号的发现与系统验证：** NANOGrav 团队在早期 5 年数据中未发现任何可疑信号；而随着观测数据的积累，在 11 年数据中首次于 109 nHz 处



识别出一个可疑候选信号, 该团队同时研究了 9 年数据并在 15 nHz 处也发现类似可疑信号, 但这两个信号的贝叶斯因子均未达到统计显著性阈值 (如  $3\sigma$ ). 通过新引入的“dropout”技术, 团队确认这些信号源自单颗脉冲星而非真实引力波信号; 在 12.5 年数据中未发现可疑点源信号, 可能与 CURN 信号的干扰有关; 而最新的 15 年数据则在 4 nHz 和 170 nHz 处分别检测到两个候选信号, 经多角度验证 (包括空间相关性分析、宿主星系搜寻等) 确认其统计显著性不足. 这些系统性的验证工作为未来连续引力波点源发现标准提供了重要参考.

• **数据处理技术的创新发展:** NANOGrav 团队在数据处理技术方面取得了一系列重要进展. 从 11 年数据开始引入的“dropout”技术能够有效识别并剔除单颗脉冲星产生的虚假信号; 在对 12.5 年数据的分析中, 团队针对 CURN 信号的干扰优化了贝叶斯分析框架, 显著提升了低频引力波信号的检测可靠性, 同时开发的新型脉冲星距离先验模型提高了脉冲星项的建模精度; 对 15 年数据的分析则采用了 QuickCW 软件等新工具, 不仅提升了计算效率与建模精度, 还通过重新加权技术将 Hellings-Downs 空间相关性纳入分析体系, 系统研究了空间相关性对信号检测的影响. 这些技术进步为未来纳赫兹连续引力波点源的可信探测奠定了坚实基础.

除 NANOGrav 外, 欧洲脉冲星计时阵 (EPTA) 团队在其第一次数据发布 (DR1) 和第二次数据发布 (DR2) 中均对连续引力波点源进行了系统性搜索 [27,28]. DR1 分析未发现具有统计显著性的引力波点源信号, 研究团队在 5–7 nHz 频段获得了天空平均 95% 置信水平的应变振幅上限, 其数值范围为  $6 \times 10^{-15}$  至  $1.5 \times 10^{-14}$  (具体值取决于分析方法). 这些观测约束排除了 1 Gpc 距离内  $M \geq 10^{10} M_{\odot}$  或 25 Mpc 距离内  $M \geq 10^9 M_{\odot}$  的超大质量双黑洞系统的存在可能. 在 DR2 分析中, EPTA 团队在 4–5 nHz 频率区间发现了一个较为显著的连续引力波候选信号. 贝叶斯分析显示, 该信号的贝叶斯因子达到 4–12 (取决于噪声模型), 对应于约 2.5– $3\sigma$  的统计显著性. 然而, 进一步研究表明该信号特征与随机引力波背景存在混淆可能, 特别是在考虑

Hellings-Downs 空间关联性时, 纯引力波背景模型与包含点源的混合模型具有相当的证据. 因此, 基于现有数据尚无法确定该信号的物理起源. 这一发现凸显了纳赫兹连续引力波点源探测面临的核心挑战: 如何有效区分真实点源信号与随机引力波背景的干扰.

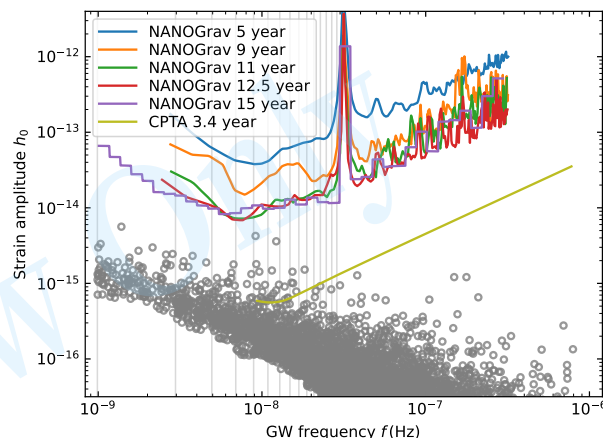


图 1 NANOGrav 对连续引力波点源应变幅度 95% 置信水平上限 (天空平均) 随时间的演化、模拟 CPTA 的点源探测灵敏度曲线, 以及随机实现的点源在应变幅度-频率空间的分布. 模拟 CPTA 采用以下参数配置: 脉冲星数量  $N_p = 50$ , 计时精度  $\sigma_t = 100$  ns, 总观测时长  $T_{\text{obs}} = 3.4$  yr 以及观测频次  $1/\Delta t = 25 \text{ yr}^{-1}$ , 探测信噪比阈值设定为  $\rho_{\text{th}} = 3$ . 图中点源数据基于观测标定的 SMBBH 族群模型生成, 该模型假设近期探测到的随机引力波背景完全来自于 SMBBH 族群. 图中展示了该族群 10 次随机实现中辐射最强的点源.

Figure 1 The NANOGrav's sky-averaged 95% upper limits on the strain amplitude of continuous gravitational wave point sources as a function of time, the sensitivity curve of the mock CPTA, and the distribution of randomly realized point sources in strain amplitude-frequency space. The mock CPTA configuration adopts the following parameters: number of pulsars  $N_p = 50$ , timing precision  $\sigma_t = 100$  ns, total observation duration  $T_{\text{obs}} = 3.4$  yr, and cadence  $1/\Delta t = 25 \text{ yr}^{-1}$ . The detection threshold is set to a signal-to-noise ratio of  $\rho_{\text{th}} = 3$ . The point sources are drawn from an observationally calibrated population model of SMBBHs, under the assumption that the recently detected stochastic gravitational wave background arises entirely from the SMBBH population. The figure highlights the brightest point sources from 10 random realizations of this population.

澳大利亚帕克斯脉冲星计时阵 (PPTA) 团队在其首次数据发布 (DR1) 中开展了连续引力波点

源的搜寻工作, 但未发现具有统计显著性的候选信号. 该团队在 10 nHz 频率处, 测定了天空平均的应变振幅上限  $h_0 < 1.7 \times 10^{-14}$ . 值得注意的是, 观测灵敏度表现出显著的天区依赖性, 最优与最差天区间的灵敏度差异高达 4 倍. 在最敏感天区, 该数据集在 10-100 nHz 频率范围内排除了距离 100 Mpc 以内  $M \geq 10^9 M_\odot$  的超大质量双黑洞系统产生可探测引力波信号的可能性.

作为纳赫兹引力波探测领域的新兴力量, 中国脉冲星计时阵 (CPTA) 近期通过对毫秒脉冲星 PSR J1713+5307 进行高精度密集计时观测, 首次在  $\mu\text{Hz}$  频段给出了连续引力波信号的应变振幅上限. 在 1  $\mu\text{Hz}$  处, 其 95% 置信水平的应变振幅上限为  $1.26 \times 10^{-12}$ , 为甚低频引力波提供了新的观测约束 [61].

综上所述, 当前主要脉冲星计时阵观测尚未获得纳赫兹连续引力波点源的显著性探测证据, 这一结果与现有理论模型的预期基本吻合 [19, 47, 48]. 然而, 该领域在多个方面仍取得了实质性进展: 对点源的应变上限约束持续优化; 新出现的问题促使探测标准不断完善; 数据分析技术日趋成熟. 近期纳赫兹随机引力波背景的发现显著提升了点源探测领域的研究热度. 目前, 国际脉冲星计时阵 (IPTA) 正在整合分析来自 NANOGrav、EPTA/InPTA 和 PPTA 的联合数据集, 预计将进一步提升探测灵敏度. 与此同时, 在背景探测中表现突出的 CPTA 与 MPTA 也在快速积累观测数据, 其数据质量呈现出可能超越先行研究团队的发展态势 [19].

## 5 点源探测前景研究

长期以来, 纳赫兹引力波探测领域经常被探讨的一个科学问题是: 在该频段, 随机引力波背景与连续引力波点源两类信号究竟谁会率先被探测到? 随着近期随机背景信号重要证据的发现, 这一问题似乎已获得初步解答. 然而, 仍有与之相关的若干前沿问题亟待回答, 比如: PTA 何时能够实现连续引力波点源探测的突破? 现有 PTA 合作组 (如 NANOGrav, EPTA, PPTA, CPTA, MPTA 等) 中哪一方将率先作出发现? 首批被探测到的超

大质量双黑洞系统将具有怎样的天体物理学性质? 目前已有诸多文献工作对这些问题进行了广泛探讨 [19, 47, 48, 62]. 理论上, 回答这些问题的关键在于对 SMBBH 族群的宇宙学性质分布以及 PTA 探测能力进行精确建模. 基于自主开发的超大质量双黑洞动力学演化与族群分布模型 [39], 结合由灵敏度曲线的各 PTA 探测能力 [63, 64], Chen 等人 [19, 48] 对上述问题进行了深入的分析与探讨. 我们在此简述之.

根据第2节的讨论可知, 当前我们对 SMBBH 族群统计性质的了解并非源于对该族群的直接观测, 而是基于对其宿主星系的性质分布与并合过程的观测结果以及中心黑洞-宿主星系经验关系作出的间接推断. 在这些相关的天体物理要素中, 超大质量黑洞-宿主星系关系 (特别是该关系随宇宙红移的演化) 是导致双黑洞分布理论不确定性的最主要来源 [39]. 当然其它天体物理要素 (如星系并合率、黑洞吸积历史等) 的变化也会对双黑洞的统计分布产生一定程度的影响. 综合考虑, 该研究重点考察黑洞-星系关系在其合理参数空间内的变化对连续引力波点源探测前景的影响. 为此, 该研究设置了两种典型情形: 在乐观情况下, 假设黑洞-星系关系具有较高的归一化系数或较强的正向红移演化, 此时 SMBBH 族群能够主导近期探测到的随机引力波背景信号; 而在保守情况下, 采用基于本地动力学测量得到的黑洞-星系关系, 并忽略其红移演化, 在此情况下 SMBBH 族群仅能部分解释观测到的背景信号.

虽然当前 PTA 尚未直接探测到连续引力波点源, 但人们常需估计特定 PTA 对点源的探测灵敏度曲线或天图, 从而近似刻画其对点源的探测能力 [63, 64]. 这些估计通常不直接使用实际观测数据, 而是采用具有统计意义的平均技术参数, 主要包括: 毫秒脉冲星数量 ( $N_p$ ), 计时精度 ( $\sigma_t$ ), 总观测时长 ( $T_{\text{obs}}$ ) 以及采样频次 ( $1/\Delta t$ ). 这些参数共同决定了 PTA 对点源的探测能力. 根据参数特征, 该研究将现有 PTA 划分为两类: 一类是以 EPTA, NANOGrav 和 PPTA 为代表的已平稳运行十余年的 PTA, 其优势在于积累了长达十余年甚至更久的连续观测数据, 具有显著的时间基线优势 (即更大



的  $T_{\text{obs}}$ ); 另一类是以 CPTA 与 MPTA 为代表的新兴 PTA, 它们在计时精度方面更具优势 (即更小的  $\sigma_t$ ). PTA 对连续引力波点源的探测能力及其随时间演化特征对不同优势参数具有不同的依赖性. 因此, 该研究分别考虑了这两类 PTA 对连续引力波点源的探测前景.

基于以上设定, 上述研究获得的一些主要结果可概述如下:

- 不同类型的 PTA 对于背景信号和点源信号的响应存在显著差异, 这导致它们在两类信号探测突破时间上表现出不同的特性. 根据已知的探测事实, 当前背景信号的探测进展领先于点源信号. 这种领先程度与 PTA 的系统特性密切相关: 对于时间基线占优的 PTA, 点源探测相较于背景探测有较大的时间滞后; 而对于计时精度占优的 PTA, 两类信号的探测突破时间相近. 具体而言, 在该研究考虑的涵盖乐观情况与保守情况的 SMBBH 模型中, 点源探测对于时间基线占优型 PTA 都还有相当长一段时间才具备足够的探测概率; 而对于计时精度占优型 PTA, 不同的 SMBBH 模型预言的背景探测与点源探测突破时间都较为接近.

- 目前以 EPTA 为代表的时间基线占优型 PTA 对连续引力波点源的探测概率仍然较低. 基于上述研究的分析, 在乐观情况下, 当前 EPTA 对点源的探测概率约为 2%–6%; 若 EPTA 的灵敏度提升至当前水平的 8 倍, 其对点源的探测概率将显著提升, 当灵敏度提升 16 倍时, 其对 300 Mpc 距离内星系中心超大质量双黑洞的探测概率同样可达到 99% 以上. 然而, 在保守情况下, EPTA 的探测前景将明显受限. 具体而言, 即使灵敏度提升 16 倍, 其对点源的探测概率仍将低于 80%. 这一结果也凸显了黑洞-星系关系的不确定性对引力波探测预期的重要影响.

- 与时间基线占优的 PTA 相比, 计时精度占优的 PTA 在点源探测方面具有明显的优势 (见图 1). 以上述研究构建的模拟 CPTA ( $N_p = 50$ ,  $\sigma_t = 100 \text{ ns}$ ,  $T_{\text{obs}}$  可变,  $1/\Delta t = 25 \text{ yr}^{-1}$ ) 为例: 在乐观情况 (定义同上) 下, 其在目前 3.4 年计时数据集中包含可探测点源的概率达到 64%–85%, 当计时

数据增加到 5 年, 探测概率提升至 99% 以上, 可探测点源数量的期望值达到 5–10; 而在保守情况 (定义同上) 下, 目前 3.4 年计时数据集中包含可探测点源的概率为 5.0%–8.5%, 当计时数据增加到 10 年, 探测概率可提升至 99% 以上, 可探测源数量的期望值达到 6–10.

- 该研究还发现, 当 PTA 成功实现连续引力波点源探测的突破后, 点源观测样本将会迅速积累, 从而为 SMBBH 的统计性质研究提供丰富数据. 该研究系统考察了首批可探测 SMBBH 的关键物理参数分布, 包括总质量、质量比、红移和引力波频率等, 并深入分析了这些分布特征如何随 SMBBH 的分布模型以及不同 PTA 探测能力的变化而变化.

需要说明的是, 上述结果建立在理论模型和近似方法基础之上, 计算结果与实际观测之间可能存在一定的偏差. 然而这些结果能够反映点源探测的总体发展趋势, 相应的结论也获得了其它一些研究的支持. 例如, Mingarelli 等人<sup>[47]</sup> 利用星系巡天数据并结合宇宙学模拟给出的星系并合率以及当前 PTA 的探测能力, 构建了本地宇宙引力波信号的统计模型. 通过蒙特卡洛模拟, 该研究估计在 225 Mpc 距离内平均存在  $91 \pm 7$  个正在 PTA 频段辐射连续引力波 SMBBH. 考虑到当前 PTA 的探测能力, 连续引力波点源的概率只有约 1%–2% (采用虚警概率  $1 \times 10^{-4}$ – $3 \times 10^{-3}$ ). 这些探测概率估值与上述结果基本吻合.

## 6 科学应用与前沿拓展

### 6.1 利用点源与背景信号探测结果联合限制纳赫兹引力波背景的物理起源

近期在纳赫兹频段发现的随机引力波背景信号引发了一个重大科学问题: 该信号究竟源自天体物理学过程 (即超大质量双黑洞并合)、宇宙早期演化过程, 还是二者的共同贡献? 较为直观的鉴别方法是分析背景谱的频谱特征——包括幅度、斜率、转折或截断等, 因为这些特征与物理起源机制存在明确的对应关系. 然而, 当前 PTA 的探测灵敏度仅在极窄的频带内达到有效观测水平<sup>[65]</sup>, 这一技术限制



使得在未来较长时期内, 基于频谱特征的物理起源鉴别研究将面临严重的观测限制.

文献[19]提出了一种联合分析方法, 即利用连续引力波点源与随机引力波背景信号的探测结果联合限制纳赫兹引力波背景的物理起源. 该方法的理论基础在于: 天体物理学起源的背景信号与点源信号具有共同的来源 (即 SMBBH), 这使得二者存在本质的物理关联, 即 SMBBH 族群对背景信号的贡献程度与 SMBBH 点源的可探测性存在明确的对应关系. 因此, 在充分理解 PTA 对这两类信号的探测能力的基础上, 我们可以通过点源的实际探测结果来推断超大质量双黑洞对背景信号的贡献比例.

上述方法的具体实现步骤如下: (1) 假设近期探测到的背景信号部分 (或全部) 来源于 SMBBH 的贡献, 定义贡献比为  $\mathcal{H}_{\text{BBH}} \equiv A_{\text{yr,BBH}}/A_{\text{yr}}$ , 其中  $A_{\text{yr}}$  与  $A_{\text{yr,BBH}}$  分别表示频率  $1 \text{ yr}^{-1}$  处探测到的背景特征应变幅度以及 SMBBH 所贡献的背景特征应变幅度. 基于该假设, 我们可以利用探测到的背景信号来约束双黑洞的演化与分布模型. 本研究重点关注超大质量黑洞-宿主星系关系的红移演化, 因为该关系的红移演化是该模型不确定性的主要来源; (2) 利用经过约束的双黑洞演化与分布模型, 生成 SMBBH 的宇宙学随机实现样本. 在此基础上, 研究模拟 CPTA 对该样本的探测概率随总观测时长  $T_{\text{obs}}$  的变化关系, 并据此确定  $\mathcal{H}_{\text{BBH}}$  的 95% 置信上限; (3) 重复以上两个步骤, 考虑双黑洞对背景信号的不同贡献水平, 最终获得 95% 置信上限随  $T_{\text{obs}}$  的变化关系, 其中  $T_{\text{obs}}$  表示模拟 CPTA 未能实现点源探测突破的总观测时长. 在该过程中, 还需要知道 PTA 对两类引力波信号的实际探测能力. 我们采用了一个模拟 CPTA 的配置, 参数如下: 脉冲星数  $N_p = 50$ , 计时精度  $\sigma_t = 100 \text{ ns}$ , 总观测时长可调整, 观测频次  $1/\Delta t = 25 \text{ yr}^{-1}$ . 在研究中我们采用灵敏度曲线以及探测信噪比的方式来描述该 PTA 对点源信号与背景信号的探测能力.

实际计算结果如图2所示. 该图表明, 未来几年内 CPTA 对连续引力波点源的探测结果将对 SMBBH 为背景信号的贡献比例  $\mathcal{H}_{\text{BBH}}$  作出严格的观测约束. 比如若在总观测时长达到  $T_{\text{obs}} \sim 6-8$  年

内未能探测到显著的点源信号, 则双黑洞对背景信号的贡献将被限制 50% 以下; 若总观测时长延长至  $T_{\text{obs}} \sim 8-10$  年仍无点源探测突破, 该贡献上限将进一步将至 30%. 在这些情况下, 有必要认真考虑早期宇宙过程对当前探测到的引力波背景信号的可能贡献.

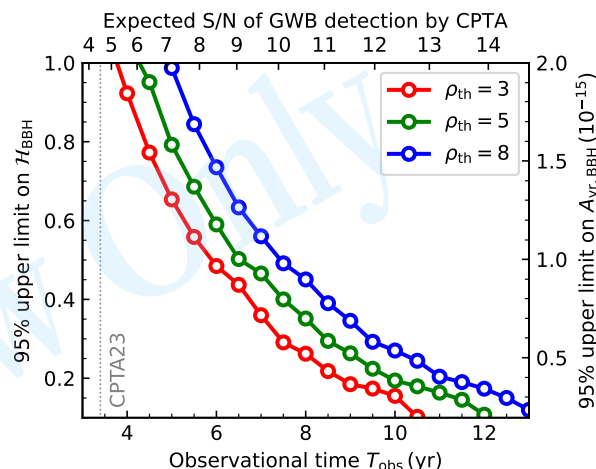


图2 超大质量双黑洞对近期探测到的纳赫兹随机引力波背景信号的贡献  $\mathcal{H}_{\text{BBH}}$  的 95% 上限值随着模拟 CPTA 未能实现点源探测突破的总观测时长  $T_{\text{obs}}$  的变化趋势图. 图中不同颜色的曲线分别对应不同的点源探测信噪比阈值, 取值如图例所示. 上轴显示了与  $T_{\text{obs}}$  相应的模拟 CPTA 对背景信号的探测信噪比  $S/N$ , 右轴显示了与  $\mathcal{H}_{\text{BBH}}$  相应的由双黑洞造成的背景特征应变幅度  $A_{\text{yr,BBH}}$ . 图片取自[19].

Figure 2 95% upper limits on the contribution of SMBBHs to the recently detected GWB  $\mathcal{H}_{\text{BBH}}$  as a function of the PTA observational time  $T_{\text{obs}}$ . Curves with different colors correspond to different choices of the threshold for a detection of CGW signal. The top axis shows the corresponding detection  $S/N$  to the GWB by the mock CPTA, while the right axis shows the characteristic strain amplitude of the GWB caused by SMBBHs  $A_{\text{yr,BBH}}$ , reproduced from [19].

需要特别指出的是, 该研究本质上是对天体物理学起源的纳赫兹背景信号与点源信号进行的一致性检验, 即若这两类信号来自于同一族群, 且最终都能被 PTA 探测到, 则在准确掌握 PTA 对两类信号探测能力的前提下, 它们的观测表现应当具有内在一致性. 这种一致性检验在将来的探测研究中是非常必要的. 虽然当前分析基于若干必要假设和近似, 但我们的计算结果为开展此类一致性检验提供

了定量研究范例.

## 6.2 多波段联合探测研究

SMBBH 作为星系并合过程的自然产物, 其演化过程跨越了从 kpc 到 mpc 的广阔空间尺度, 并在统计学意义上产生了覆盖纳赫兹到毫赫兹频段的多波段引力波辐射, 这使得 SMBBH 成为连接 PTA 和空间引力波探测器 (LISA、太极、天琴 [20–22]) 观测窗口的理想天体物理目标源. 不同频段的引力波探测为研究 SMBBH 族群提供了独特而互补的视角: PTA 对纳赫兹引力波的探测特别敏感于总质量处于  $10^7$ – $10^{10} M_{\odot}$  范围内的双黑洞系统, 能够探测轨道周期处于 1–10 年量级的引力波源, 这对理解近邻宇宙中星系并合率和双黑洞形成效率具有关键意义; 相比之下, 空间引力波探测器主要探测总质量处于  $10^4$ – $10^7 M_{\odot}$  范围内的双黑洞系统, 能够精确测量其轨道演化参数, 如频率变化率、质量和自旋等, 并可以探测到红移  $z > 10$  的早期宇宙中的双黑洞系统, 从而为研究种子黑洞的形成机制及其后续演化提供独特观测窗口.

这种多波段联合探测研究具有重要的科学价值, 主要体现在以下三个方面: 首先, 通过对比 PTA 对近邻宇宙 ( $z \lesssim 2$ ) 和空间引力波探测器对高红移 ( $z \gtrsim 2$ ) 的 SMBBH 族群的观测结果, 可以精确校准从中等质量到超大质量双黑洞在宇宙学跨度上的并合率; 其次, 整合不同波段 SMBBH 观测数据, 有助于理论天体物理学家系统重建超大质量黑洞从种子形成到后续质量增长和自旋演化的完整历史; 最后, 结合宿主星系的观测数据, 能够深入探究气体吸积与黑洞并合在演化过程中的相对贡献, 从而揭示中等/超大质量黑洞与其宿主星系之间的协同演化关系.

## 6.3 超大质量双黑洞的多信使天文观测与研究

在星系并合过程中, 特别是在富气体环境下, SMBBH 的形成往往伴随着剧烈的气体吸积过程 [66, 67]. SMBBH 与周围气体的复杂相互作用不仅会显著影响双黑洞的轨道动力学演化 [68, 69], 还会在吸积过程中产生多波段特征电磁辐射 [70–72]. 对

这些引力波候选体的电磁对应体的研究, 不仅为 SMBBH 的证认提供了关键手段, 还能有效约束双黑洞系统的基本物理参数. 尤为重要的是, 对 SMBBH 系统引力波辐射与电磁波辐射的联合探测 (即“多信使天文观测”), 将为我们理解这类极端天体的物理性质、形成机制和演化历史开辟独特的研究路径, 具有重要的天体物理学和宇宙学意义.

由于 SMBBH 的直接电磁观测面临巨大挑战, 当前研究主要依赖于对其特征电磁辐射的间接探测. 在现有理论框架下, 气体在双黑洞引力势场中会形成的环绕双黑洞的吸积盘结构 [68, 73]. 受双黑洞的轨道运动的影响, 吸积盘中心区域会形成一个低密度的空腔, 周围气体通过空腔边缘向内输运, 并在每个黑洞周围形成局域的迷你吸积盘 [74–76]. 由于次级黑洞通常更靠近空腔边缘, 其气体吸积率往往显著高于主黑洞. 根据现有理论研究, SMBBH 系统可能产生以下特征电磁辐射:

- **吸积率调制光变:** 由双黑洞轨道运动影响气体吸积率而产生的准周期性光变 [74, 75]. 其光变周期可能与轨道周期存在整数倍关系, 具体依赖于双黑洞质量比 [75–78] 和轨道偏心率 [79], 目前尚未形成统一结论.

- **相对论多普勒光变:** 当双黑洞轨道速度接近相对论速度时, 由多普勒增强效应导致的光变特征 [72, 77, 80, 81]. 其光变曲线呈现准正弦波形, 但需注意本征光变可能引入额外的观测不确定性 [82].

- **轨道调制宽发射线:** 由双黑洞轨道运动引起的宽发射线周期性多普勒频移 [83]. 该特征要求系统中至少存在一个活动黑洞, 且两个黑洞的宽线区需保持分离或部分重叠状态 [84, 85]. 通过双黑洞和宽线区云团的动力学分析, 发现无论双黑洞轨道平面和宽线区中平面是否共面, 都可以通过监测宽发射线轮廓演化甄别中心黑洞的光变主导机制 [86, 87]. 在双黑洞的多普勒效应主导光变的情况下, 双黑洞辐射的连续谱和宽发射线光变幅度成协 [81].

- **复合宽铁  $K\alpha$  发射线:** 在 SMBBH 系统中, 观测到的复合宽铁  $K\alpha$  发射线由两个黑洞各自吸积盘辐射的相对论展宽的铁  $K\alpha$  发射线叠加而成. 该谱线的轮廓和演化特性受双黑洞吸积率差异、系统观



测倾角、轨道平面与黑洞自旋等因素影响, 对应的发射线族群可作为搜寻和证认 SMBBH 系统的判据 [88–92].

• **连续谱空腔特征:** 由环双黑洞吸积盘中心空腔区域造成的紫外/光学连续谱凹陷特征 [93–97]. 该特征可能被星际尘埃红化效应掩盖, 且近期研究表明空腔内可能存在残留气体 [76, 98, 99], 从而减弱连续谱凹陷的显著性.

• **微引力透镜效应:** 透镜类星体的微引力透镜效应产生的带有周期性的光变曲线可用于搜寻证认 SMBBH 系统 [100].

需要强调的是, 现有理论模型通常基于高度理想化的假设 (如共面圆轨道、轴对称吸积盘、标准宽线区结构等), 而实际天体物理环境可能展现出更为复杂的动力学行为.

尽管目前已发现数百例 SMBBH 候选体 [101–105], 但尚未有任何一例被确凿认证为 SMBBH 系统, 其主要原因在于现有电磁观测特征存在多种解释可能性, 难以给出确定性结论. 在多信使天文观测时代, 这一局面有望得到根本性改变. 连续引力波点源的探测将为候选事件提供关键的先验约束, 包括一定的空间定位和基本参数限制. 基于这些引力波先验信息开展电磁波段的针对性搜索, 将显著提升候选事件的认证置信度. 更为重要的是, 引力波与电磁波联合观测所获得的参数信息将远超任何单一探测手段的精度. 具体而言: (1) 电磁观测可提供亚角秒级的空间定位精度; (2) 在精确定位基础上, 引力波信号的极化模式和参数将得到更准确的测定; (3) 对极少数具有可测频率演化的高频波源, 通过测量频率的一阶导可以打破质量–光度距离简并, 有望获得光度距离测量, 而电磁观测能够提供波源的红移信息. 这些观测进步将带来多方面的突破: 首先, 通过单个波源极化模式检验可验证广义相对论理论; 其次, 精确的光度距离–红移测量将为宇宙学研究提供新探针; 最后, 一批经过认证的 SMBBH 样本将极大推动宇宙双黑洞族群统计研究. 这一多信使研究范式将在引力物理、宇宙学和天体物理等多个领域产生深远影响.

## 7 结论

近年来, 脉冲星计时阵在纳赫兹引力波探测领域取得重大突破. 以 NANOGrav、EPTA/InPTA、PPTA、CPTA 和 MPTA 为代表的国际 PTA 工作组已在约  $2-4\sigma$  置信水平上发现了纳赫兹随机引力波背景存在的显著证据 [3–6, 8]. 关于该背景信号的物理起源, 目前存在两种主流解释: 天体物理学起源认为信号源于超大质量双黑洞族群引力波辐射的非相干叠加; 宇宙学起源则认为信号可能产生于早期宇宙的暴胀、一阶相变、宇宙弦等物理过程. 若信号确由 SMBBH 主导, 理论上 PTA 应能进一步探测到来自单个双黑洞的连续引力波点源信号, 但目前的系统性搜索尚未发现具有统计显著性的点源证据. 在理论研究方面, 针对 SMBBH 起源已发展出三类主要模型: (1) 基于理论框架和经验公式的半经验模型; (2) 依托宇宙学流体动力学模拟的后处理模型; (3) 参数化描述关键特征的唯象模型. 同时, 各类宇宙学起源模型也为解释观测信号提供了多样化的理论框架.

尽管纳赫兹引力波研究在理论建模和探测技术等方面取得了显著进展, 但仍面临若干严峻挑战: 首先, 当前观测尚无法明确区分随机背景的天体物理学或宇宙学起源, 解决这一争议需要更精确的频谱测量和点源–背景关联性研究, 这依赖于 PTA 观测时间的持续积累和计时精度的提升; 其次, 在连续引力波点源探测方面, 灵敏度限制、空间定位不足导致的宿主星系认证困难, 以及脉冲星本征特殊噪声和共同红噪声等复杂噪声干扰, 共同构成了主要技术挑战; 此外, 多信使联合探测仍受限于电磁对应体辐射特征的理论模糊性, 以及引力波和电磁波观测在时域覆盖和空间分辨率等方面的匹配性挑战, 这些问题的解决需要发展更完善的多信使协同观测与分析框架.

展望未来, 纳赫兹引力波研究领域将在未来数年至数十年内迎来系列重大突破. 短期内, 随着国际主要 PTA 合作组持续积累观测数据并通过 IPTA 等国际合作平台实现数据共享与联合分析, 探测灵敏度将显著提升, 有望在未来数年内实现连续引力波点源的突破性探测, 从而为 SMBBH 的研



究开辟新窗口; 同时, 随机引力波背景中不同起源的相对贡献也有望随着信号显著性的提升而得到更精确的约束. 中长期来看, PTA 与空间引力波探测器 (LISA、太极、天琴<sup>[20–22]</sup>) 将构建覆盖纳赫兹至毫赫兹频段的多波段观测体系, 结合多信使天文观

测手段, 通过对不同红移、质量范围和演化阶段双黑洞引力波源的全波段探测, 将在超大质量双黑洞形成演化、极端引力场检验、宇宙膨胀历史研究等前沿领域产生深远影响, 推动引力物理、宇宙学和天体物理学的交叉融合发展.

**致谢** 感谢谭媛和牛硕在内容核验与文字勘误方面的帮助.

## 参考文献

- 1 Abbott B P, Abbott R, Abbott T D, et al. Observation of gravitational waves from a binary black hole merger. *Phys Rev L*, 2016, 116: 061102.
- 2 Foster R S, Backer D C. Constructing a pulsar timing array. *Astrophys J*, 1990, 361: 300.
- 3 Xu H, Chen S Y, Guo Y J, et al. Searching for the nano-hertz stochastic gravitational wave background with the Chinese Pulsar Timing Array data release I. *Res Astron Astrophys*, 2023, 23: 075024.
- 4 Agazie G, Anumalapudi A, Archibald A M, et al. The NANOGrav 15 yr data set: Evidence for a gravitational-wave background. *Astrophys J*, 2023, 951: L8.
- 5 EPTA Collaboration, InPTA Collaboration, Antoniadis J, et al. The second data release from the European Pulsar Timing Array. III. Search for gravitational wave signals. *Astron Astrophys*, 2023, 678: A50.
- 6 Reardon D J, Zic A, Shannon R M, et al. Search for an isotropic gravitational-wave background with the Parkes Pulsar Timing Array. *Astrophys J*, 2023, 951: L6.
- 7 Hellings R W, Downs G S. Upper limits on the isotropic gravitational radiation background from pulsar timing analysis.. *Astrophys J*, 1983, 265: L39–L42.
- 8 Miles M T, Shannon R M, Reardon D J, et al. The MeerKAT Pulsar Timing Array: The first search for gravitational waves with the MeerKAT radio telescope. *Mon Not R Astron Soc*, 2025, 536: 1489–1500.
- 9 Phinney E S. A practical theorem on gravitational wave backgrounds. *ArXiv Astrophysics e-prints*, 2001: arXiv:astro-ph/0108028.
- 10 Afzal A, Agazie G, Anumalapudi A, et al. The NANOGrav 15 yr data set: Search for signals from new physics. *Astrophys J*, 2023, 951: L11.
- 11 Vagnozzi S. Inflationary interpretation of the stochastic gravitational wave background signal detected by pulsar timing array experiments. *J High Energy Astrophys*, 2023, 39: 81–98.
- 12 Cai Y F, He X C, Ma X H, et al. Limits on scalar-induced gravitational waves from the stochastic background by pulsar timing array observations. *Sci Bull*, 2023, 68(23): 2929–2935.
- 13 EPTA Collaboration, InPTA Collaboration, Antoniadis J, et al. The second data release from the European Pulsar Timing Array. IV. Implications for massive black holes, dark matter, and the early iniverse. *Astron Astrophys*, 2024, 685: A94.
- 14 Ellis J, Fairbairn M, Franciolini G, et al. What is the source of the PTA GW signal?. *Phys Rev D*, 2024, 109: 023522.
- 15 Bian L G, Ge S L, Shu J, et al. Gravitational wave sources for pulsar timing arrays. *Phys Rev D*, 2024, 109: L101301.
- 16 Figueroa D G, Pieroni M, Ricciardone A, et al. Cosmological background interpretation of pulsar timing array data. *Phys Rev L*, 2024, 132(17): 171002.
- 17 Sato-Polito G, Zaldarriaga M. Distribution of the gravitational-wave background from supermassive black holes. *Phys Rev D*, 2025, 111: 023043.
- 18 Valtolina S, Shaifullah G, Samajdar A, et al. Testing strengths, limitations, and biases of current pulsar timing arrays' detection analyses on realistic data. *Astron Astrophys*, 2024, 683: A201.
- 19 Chen Y F, Yu Q J, Lu Y J. Constraining the origin of the nanohertz gravitational-wave background by pulsar timing array observations of both the background and individual supermassive binary black holes. *Astrophys J*, 2024, 974: 261.
- 20 Amaro-Seoane P, Audley H, Babak S, et al. *Laser Interferometer Space Antenna*, 2017.
- 21 Ruan W H, Guo Z K, Cai R G, et al. Taiji program: gravitational-wave sources. *arXiv e-prints*, 2018, 1807: arXiv:1807.09495.

- 22 Luo J, Chen L S, Duan H Z, et al. TianQin: A space-borne gravitational wave detector. *Class Quantum Grav*, 2016, 33: 035010.
- 23 Arzoumanian Z, Brazier A, Burke-Spolaor S, et al. Gravitational waves from individual supermassive black hole binaries in circular orbits: Limits from the North American Nanohertz Observatory for gravitational waves. *Astrophys J*, 2014, 794: 141.
- 24 Aggarwal K, Arzoumanian Z, Baker P T, et al. The NANOGrav 11 yr data set: Limits on gravitational waves from individual supermassive black hole binaries. *Astrophys J*, 2019, 880: 116.
- 25 Arzoumanian Z, Baker P T, Blecha L, et al. The NANOGrav 12.5 yr data set: Bayesian limits on gravitational waves from individual supermassive black hole binaries. *Astrophys J*, 2023, 951: L28.
- 26 Agazie G, Anumalapudi A, Archibald A M, et al. The NANOGrav 15 yr data set: Bayesian limits on gravitational waves from individual supermassive black hole binaries. *Astrophys J*, 2023, 951: L50.
- 27 Babak S, Petiteau A, Sesana A, et al. European Pulsar Timing Array limits on continuous gravitational waves from individual supermassive black hole binaries. *Mon Not R Astron Soc*, 2016, 455: 1665–1679.
- 28 Collaboration E, Collaboration I, Antoniadis J, et al. The second data release from the European Pulsar Timing Array. V. Search for continuous gravitational wave signals. *Astron Astrophys*, 2024, 690: A118.
- 29 Zhu X J, Hobbs G, Wen L Q, et al. An all-sky search for continuous gravitational waves in the Parkes Pulsar Timing Array data set. *Mon Not R Astron Soc*, 2014, 444: 3709–3720.
- 30 Ferrarese L, Merritt D. A fundamental relation between supermassive black holes and their host galaxies. *Astrophys J Lett*, 2000, 539: L9–L12.
- 31 Gebhardt K, Bender R, Bower G, et al. A relationship between nuclear black hole mass and galaxy velocity dispersion. *Astrophys J*, 2000, 539: L13–L16.
- 32 Tremaine S, Gebhardt K, Bender R, et al. The slope of the black hole mass versus velocity dispersion correlation. *Astrophys J*, 2002, 574: 740–753.
- 33 Kormendy J, Ho L C. Coevolution (or not) of supermassive black holes and host galaxies. *Annu Rev Astron Astrophys*, 2013, 51: 511–653.
- 34 McConnell N J, Ma C J. Revisiting the scaling relations of black hole masses and host galaxy properties. *Astrophys J*, 2013, 764: 184.
- 35 Graham A W. Galaxy bulges and their massive black holes: A review, 2016, 418: 263.
- 36 Begelman M C, Blandford R D, Rees M J. Massive black hole binaries in active galactic nuclei. *Nature*, 1980, 287: 307–309.
- 37 Yu Q J. Evolution of massive binary black holes. *Mon Not R Astron Soc*, 2002, 331: 935–958.
- 38 Sesana A. Systematic investigation of the expected gravitational wave signal from supermassive black hole binaries in the pulsar timing band. *Mon Not R Astron Soc*, 2013, 433: L1–L5.
- 39 Chen Y F, Yu Q J, Lu Y J. Dynamical evolution of cosmic supermassive binary black holes and their gravitational-wave radiation. *Astrophys J*, 2020, 897: 86.
- 40 Kelley L Z, Blecha L, Hernquist L. Massive black hole binary mergers in dynamical galactic environments. *Mon Not R Astron Soc*, 2017, 464: 3131–3157.
- 41 Katz M L, Kelley L Z, Dosopoulou F, et al. Probing massive black hole binary populations with LISA. *Mon Not R Astron Soc*, 2020, 491: 2301–2317.
- 42 Middleton H, Del Pozzo W, Farr W M, et al. Astrophysical constraints on massive black hole binary evolution from pulsar timing arrays. *Mon Not R Astron Soc*, 2016, 455: L72–L76.
- 43 Chen S Y, Sesana A, Conelice C J. Constraining astrophysical observables of galaxy and supermassive black hole binary mergers using pulsar timing arrays. *Mon Not R Astron Soc*, 2019, 488: 401–418.
- 44 Agazie G, Anumalapudi A, Archibald A M, et al. The NANOGrav 15 yr data set: Constraints on supermassive black hole binaries from the gravitational-wave background. *Astrophys J*, 2023, 952: L37.
- 45 Wyithe J S B, Loeb A. Low-frequency gravitational waves from massive black hole binaries: Predictions for LISA and pulsar timing arrays. *Astrophys J*, 2003, 590: 691–706.
- 46 Fang Y, Yang H. Probing the delay time of supermassive black hole binary mergers with gravitational waves. *Mon Not R Astron Soc*, 2023, 523: 5120–5133.
- 47 Mingarelli C M F, Lazio T J W, Sesana A, et al. The local nanohertz gravitational-wave landscape from supermassive black

- hole binaries. arXiv:1708.03491 [astro-ph], 2017.
- 48 Chen Y F, Yu Q J, Lu Y J. Pulsar timing array detections of supermassive binary black holes: Implications from the detected common process signal and beyond. *Astrophys J*, 2023, 955: 132.
- 49 Vogelsberger M, Genel S, Springel V, et al. Introducing the Illustris project: Simulating the coevolution of dark and visible matter in the Universe. *Mon Not R Astron Soc*, 2014, 444: 1518–1547.
- 50 Kelley L Z, Blecha L, Hernquist L, et al. The gravitational wave background from massive black hole binaries in Illustris: Spectral features and time to detection with pulsar timing arrays. *Mon Not R Astron Soc*, 2017, 471: 4508–4526.
- 51 Kelley L Z, Blecha L, Hernquist L, et al. Single sources in the low-frequency gravitational wave sky: Properties and time to detection by pulsar timing arrays. *Mon Not R Astron Soc*, 2018, 477: 964–976.
- 52 Laal N, Taylor S R, Kelley L Z, et al. Deep neural emulation of the supermassive black hole binary population. *Astrophys J*, 2025, 982: 55.
- 53 Wahlquist H. The doppler response to gravitational waves from a binary star source.. *Gen Relativ Gravit*, 1987, 19: 1101–1113.
- 54 Sesana A, Vecchio A. Measuring the parameters of massive black hole binary systems with pulsar timing array observations of gravitational waves. *Phys Rev D*, 2010, 81: 104008.
- 55 Ellis J A, Siemens X, Creighton J D E. Optimal strategies for continuous gravitational wave detection in pulsar timing arrays. *Astrophys J*, 2012, 756: 175.
- 56 Taylor S R, Simon J, Sampson L. Constraints on the dynamical environments of supermassive black-hole binaries using pulsar-timing arrays. arXiv:1612.02817 [astro-ph], 2016.
- 57 Corbin V, Cornish N J. Pulsar timing array observations of massive black hole binaries, 2010.
- 58 Ellis J A, Siemens X, van Haasteren R. An efficient approximation to the likelihood for gravitational wave stochastic background detection using pulsar timing data. *Astrophys J*, 2013, 769: 63.
- 59 Lam M T, Cordes J M, Chatterjee S, et al. The NANOGrav nine-year data set: Excess noise in millisecond pulsar arrival times. *Astrophys J*, 2017, 834: 35.
- 60 van Haasteren R, Levin Y. Understanding and analysing time-correlated stochastic signals in pulsar timing. *Mon Not R Astron Soc*, 2013, 428: 1147–1159.
- 61 Caballero R N, Xu H, Lee K J, et al. Chinese Pulsar Timing Array upper limits on microhertz gravitational waves from supermassive black-hole binaries using PSR J1713+0747 FAST data. *Res Astron Astrophys*, 2025, 25: 035022.
- 62 Rosado P A, Sesana A, Gair J. Expected properties of the first gravitational wave signal detected with pulsar timing arrays. *Mon Not R Astron Soc*, 2015, 451: 2417–2433.
- 63 Moore C J, Taylor S R, Gair J R. Estimating the sensitivity of pulsar timing arrays. *Class Quantum Grav*, 2015, 32: 055004.
- 64 Guo X, Lu Y J, Yu Q J. On detecting nearby nanohertz gravitational wave sources via pulsar timing arrays. *Astrophys J*, 2022, 939: 55.
- 65 Agazie G, Antoniadis J, Anumalapudi A, et al. Comparing recent pulsar timing array results on the nanohertz stochastic gravitational-wave background. *Astrophys J*, 2024, 966: 105.
- 66 Barnes J E, Hernquist L. Dynamics of interacting galaxies.. *Annual Rev. Astron. Astrophys.*, Vol. 30, p. 705-742 (1992), 1992, 30: 705.
- 67 Springel V, Di Matteo T, Hernquist L. Black holes in galaxy mergers: The formation of red elliptical galaxies. *Astrophys J*, 2005, 620: L79–L82.
- 68 Armitage P J, Natarajan P. Accretion during the merger of supermassive black holes. *Astrophys J*, 2002, 567: L9–L12.
- 69 Haiman Z, Kocsis B, Menou K. The population of viscosity- and gravitational wave-driven supermassive black hole binaries among luminous active galactic nuclei. *Astrophys J*, 2009, 700: 1952–1969.
- 70 Tanaka T, Menou K, Haiman ZOLTÁN. Electromagnetic counterparts of supermassive black hole binaries resolved by pulsar timing arrays. *Mon Not R Astron Soc*, 2012, 420: 705–719.
- 71 Bogdanović T, Miller M C, Blecha L. Electromagnetic counterparts to massive black-hole mergers. *Living Rev Relativ*, 2022, 25: 3.
- 72 Charisi M, Taylor S R, Runnoe J, et al. Multimessenger time-domain signatures of supermassive black hole binaries. *Mon Not R Astron Soc*, 2022, 510: 5929–5944.
- 73 Artymowicz P, Lubow S H. Mass flow through gaps in circumbinary disks. *Astrophys J*, 1996, 467: L77.



- 74 MacFadyen A I, Milosavljević M. An eccentric circumbinary accretion disk and the detection of binary massive black holes. *Astrophys J*, 2008, 672: 83–93.
- 75 D’Orazio D J, Haiman Z, MacFadyen A. Accretion into the central cavity of a circumbinary disc. *Mon Not R Astron Soc*, 2013, 436: 2997–3020.
- 76 Farris B D, Duffell P, MacFadyen A I, et al. Binary black hole accretion from a circumbinary disk: Gas dynamics inside the central cavity. *Astrophys J*, 2014, 783: 134.
- 77 D’Orazio D J, Haiman Z, Schiminovich D. Relativistic boost as the cause of periodicity in a massive black-hole binary candidate. *Nature*, 2015, 525: 351–353.
- 78 Noble S C, Krolik J H, Campanelli M, et al. Mass-ratio and magnetic flux dependence of modulated accretion from circumbinary disks. *Astrophys J*, 2021, 922: 175.
- 79 Miranda R, Muñoz D J, Lai D. Viscous hydrodynamics simulations of circumbinary accretion discs: Variability, quasi-steady state and angular momentum transfer. *Mon Not R Astron Soc*, 2017, 466: 1170–1191.
- 80 Tang Y K, Haiman Z, MacFadyen A. The late inspiral of supermassive black hole binaries with circumbinary gas discs in the LISA band. *Mon Not R Astron Soc*, 2018, 476: 2249–2257.
- 81 Ge J Q, Lu Y J, Yan C S, et al. Variations of light curves and broad emission lines for periodic QSOs from co-rotating supermassive binary black holes in elliptical orbits. *Astron Astrophys*, 2024, 687: A57.
- 82 Hu B X, D’Orazio D J, Haiman Z, et al. Spikey: Self-lensing flares from eccentric SMBH binaries. *Mon Not R Astron Soc*, 2020, 495: 4061–4070.
- 83 Gaskell C M. Evidence for binary orbital motion of a quasar broad-line region. *Astrophys J*, 1996, 464: L107.
- 84 Roedig C, Krolik J H, Miller M C. Observational signatures of binary supermassive black holes. *Astrophys J*, 2014, 785: 115.
- 85 Runnoe J C, Eracleous M, Mathes G, et al. A large systematic search for close supermassive binary and rapidly recoiling black holes. II. Continued spectroscopic monitoring and optical flux variability. *Astrophys J Suppl Ser*, 2015, 221: 7.
- 86 Ji X, Lu Y J, Ge J Q, et al. Variation of broad emission lines from QSOs with optical/UV periodicity to test the interpretation of supermassive binary black holes. *Astrophys J*, 2021.
- 87 Ji X, Ge J Q, Lu Y J, et al. Variations of broad emission lines from periodicity QSOs under the interpretation of supermassive binary black holes with misaligned circumbinary broad line regions. *Res Astron Astrophys*, 2021, 21: 219.
- 88 Yu Q J, Lu Y J. Fe K $\alpha$  line: A tool to probe massive binary black holes in active galactic nuclei?. *Astron Astrophys*, 2001, 377: 17–22.
- 89 Torres D F, Romero G E, Barcons X, et al. Testing the binary black hole paradigm through the Fe K $\alpha$  line profile: Application to 3C 273. *Astrophys J*, 2003, 596: L31–L34.
- 90 Jovanović P, Borka Jovanović V, Borka D, et al. Composite profile of the Fe K $\alpha$  spectral line emitted from a binary system of supermassive black holes. *Adv Space Res*, 2014, 54: 1448–1457.
- 91 Jovanović P, Simić S, Borka J V, et al. The comparison of an optical and X-ray counterpart of subparsec supermassive binary black holes. *Adv Space Res*, 2025, 75: 1441–1458.
- 92 Yi S X, Zhao W, Xu R X, et al. Prospects for time-domain and multi-messenger science with eXTP, 2025.
- 93 Gültekin K, Miller J M. Observable consequences of merger-driven gaps and holes in black hole accretion disks. *Astrophys J*, 2012, 761: 90.
- 94 Sesana A, Roedig C, Reynolds M T, et al. Multimessenger astronomy with pulsar timing and X-ray observations of massive black hole binaries. *Mon Not R Astron Soc*, 2012, 420: 860–877.
- 95 Tanaka T L, Haiman Z. Electromagnetic signatures of supermassive black hole binaries resolved by PTAs. *Class Quantum Grav*, 2013, 30: 224012.
- 96 Roedig C, Sesana A. Migration of massive black hole binaries in self-gravitating discs: Retrograde versus prograde. *Mon Not R Astron Soc*, 2014, 439: 3476–3489.
- 97 Yan C S, Lu Y J, Dai X Y, et al. A probable milli-parsec supermassive binary black hole in the nearest quasar Mrk 231. *Astrophys J*, 2015, 809: 117.
- 98 Shi J M, Krolik J H. How bright are the gaps in circumbinary disk systems?. *Astrophys J*, 2016, 832: 22.
- 99 Bowen D B, Mewes V, Noble S C, et al. Quasi-periodicity of supermassive binary black hole accretion approaching merger. *Astrophys J*, 2019, 879: 76.

- 100 Yan C S, Lu Y J, Yu Q J, et al. Microlensing of sub-parsec massive binary black holes in lensed QSOs: Light curves and size-wavelength relation. *Astrophys J*, 2014, 784: 100.
- 101 Tsalmantza P, Decarli R, Dotti M, et al. A systematic search for massive black hole binaries in the Sloan Digital Sky Survey spectroscopic sample. *Astrophys J*, 2011, 738: 20.
- 102 Eracleous M, Boroson T A, Halpern J P, et al. A large systematic search for close supermassive binary and rapidly recoiling black holes. *Astrophys J Suppl Ser*, 2012, 201: 23.
- 103 Liu X, Shen Y, Bian F Y, et al. Constraining sub-parsec binary supermassive black holes in quasars with multi-epoch spectroscopy. II. The population with kinematically offset broad balmer emission lines. *Astrophys J*, 2014, 789: 140.
- 104 Graham M J, Djorgovski S G, Stern D, et al. A systematic search for close supermassive black hole binaries in the Catalina Real-time Transient Survey. *Mon Not R Astron Soc*, 2015, 453: 1562–1576.
- 105 Charisi M, Bartos I, Haiman Z, et al. A population of short-period variable quasars from PTF as supermassive black hole binary candidates. *Mon Not R Astron Soc*, 2016, 463: 2145–2171.

## Progress in the detection and study of continuous nanohertz gravitational wave sources

Yunfeng Chen<sup>1\*</sup> & Zhiwei Chen<sup>1</sup>

1. National Astronomy Observatories, Chinese Academy of Science, Beijing, 100101

In recent years, pulsar timing array (PTA) experiments have made substantial progress in probing the nanohertz gravitational wave background, propelling the search for continuous gravitational waves (CGWs) from supermassive binary black holes (SMBBHs) to the forefront of astrophysical research. This review systematically synthesizes key advancements in the field. On the theoretical front, a comprehensive framework has emerged for modeling SMBBH dynamical evolution and population distributions, incorporating semi-empirical models, post-processing techniques, and phenomenological approaches that provide robust foundations for observational studies. Observationally, CGW searches have become an integral component of standard PTA data analysis pipelines, with continual improvements in timing precision and noise characterization. Nonetheless, statistically significant CGW detections have yet to be realized. With increasing observational time spans and improving data quality, PTAs are poised to achieve the first robust detection of CGWs from SMBBHs in the near future. Sustained progress in this field will be driven by integrated efforts, including joint analyses of continuous and stochastic signals, coordinated multi-band observations with future space-based detectors (such as LISA, Taiji, and TianQin), and multi-messenger approaches that incorporate electromagnetic counterparts. Collectively, these developments promise to revolutionize our understanding of SMBBH formation and evolution, enable novel tests of gravitational physics, and offer new insights into early-universe cosmology.

continuous gravitational wave, supermassive binary black hole, nanohertz gravitational wave, pulsar timing array, multi-messenger gravitational wave astronomy

PACS: 04.30.-w, 95.85.Sz, 97.60.Gb, 97.60.Lf, 98.70.Dk

doi: ??