

计算鳍线特性阻抗的新公式

王秉中 林为干

(电子科技大学, 成都 610054)

关键词 毫米波、鳍线、特性阻抗

一、引言

鳍线主模的特性阻抗 Z_0 是毫米波集成电路设计的一个重要的参量, 可由下式求得^[1],

$$Z_0 = Z_{0\infty} / \sqrt{\epsilon_r - (\lambda_0/\lambda_\infty)^2}, \quad (1)$$

式中 λ_0 为自由空间波长, $\lambda_c = \lambda_c(\epsilon_r = 1)$ 为令鳍线中 $\epsilon_r = 1$ 所得如图 1(a) 的鳍加载空波导的截止波长; λ_c 为鳍线的截止波长, ϵ_r 为鳍线中介质基片的相对介电常数; $\epsilon_r \approx (\lambda_c/\lambda_\infty)$ 为等效介电常数; $Z_{0\infty}$ 为鳍加载空波导在频率 $f = \infty$ 时的特性阻抗。只要知道 $Z_{0\infty}$ 、 λ_c 、 λ_∞ , 就可由(1)式求得 Z_0 。其中 λ_c 、 λ_∞ 可由文献[1]中公式求得; $Z_{0\infty}$ 的计算则是本文将要讨论的内容。

在鳍线应用中采用较多的是按 V/I 定义的特性阻抗, 其中, V 是上下鳍之间的电压, I 为鳍片及矩形波导壁上的表面纵向电流。文献[2]曾用图 1(b) 所示的脊波导模型导出 $V-I$ 定义的 $Z_{0\infty V/I}$ 的近似公式。严格说来, 这种脊波导同实际的鳍加载空波导有差别。这里, 我们将直接从鳍加载空波导出发, 导出 $Z_{0\infty V/I}$ 的计算公式。

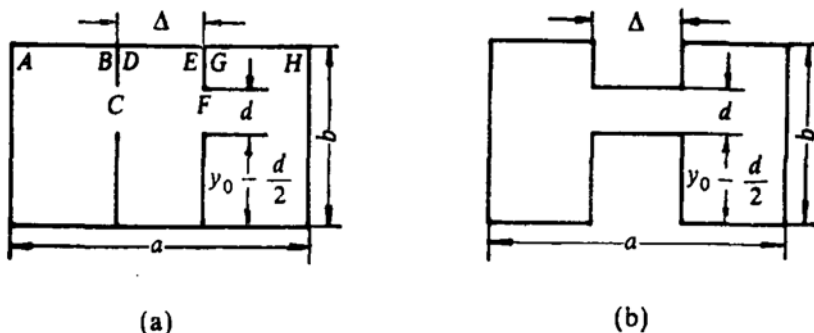


图 1

(a) 鳍加载空波导; (b) 脊波导

与文献[2]类似地处理, 将鳍加载波导表面纵向电流看作三部分之和: (1) $\overline{CDEF}$ 区的表面纵向电流 I_{s1} ; (2) $\overline{BC}$ 及 $\overline{GF}$ 区的表面纵向电流 I_{s2} ; (3) $\overline{AB}$ 及 $\overline{GH}$ 区的表面纵向电流 I_{s3} 。比较图 1(a) 与图 1(b) 可知, I_{s2} 、 I_{s3} 有如下与文献[1]相似的表达式:

$$I_{s2}|_{f \rightarrow \infty} = (V_0 \lambda_{c0} / \pi H_0 b) \cos(\pi \Delta / \lambda_{c0}) \bar{B}, \quad (2)$$

$$I_{s3}|_{f \rightarrow \infty} = (V_0 \lambda_{c0} / \pi H_0 b) \cos(\pi \Delta / \lambda_{c0}) \lg[\pi(a - \Delta) / 2\lambda_{c0}], \quad (3)$$

本文 1990 年 7 月 11 日收到。

其中 V_0 为上下鳍之间的电压, $H_0 = 120\pi$ 为自由空间波阻抗。为使 (2) 式在上下鳍不对称时也能使用(文献[2]中的 $\bar{B}$ 只能在上下鳍对称时使用), 我们采用如下表达式^[3]:

$$\bar{B} = \frac{2b}{\lambda_0} \left\{ -\ln s + \frac{1}{1 + Q_1 s^2} \left[2c^2 Q_1 + \frac{Q_2 [Q_1 s^2 (1 + 2c^2 - s^2) + 1 - s^2 - 2c^2]^2}{(1 + Q_1 s^2)(1 + Q_2 s^4) + 8Q_2 s^2 c^2} \right] \right\}, \quad (4)$$

其中

$$s = \sin(\pi d/2b) \sin(\pi y_0/b), \quad (5)$$

$$c = \cos(\pi d/2b) \cos(\pi y_0/b), \quad (6)$$

$$Q_n = 1/\sqrt{1 - (2b/n\lambda_0)^2} - 1. \quad (7)$$

图 1(a) 和 (b) 的区别仅在于鳍内区(脊区)的 I_{z1} 的表达式有所不同, 下面我们就来导出图 1(a) 的 I_{z1} 表达式。

二、 $I_{z1}|_{t \rightarrow \infty}$ 的表达式

将鳍内区分隔出来如图 2(a) 所示。通常, $\Delta \ll \lambda_0$, 故可设该区内电压分布为

$$V = V_0 \cos(2\pi x/\lambda_0) \approx V_0, \quad (8)$$

即上下鳍间电压近似看作处处均为 V_0 , 现考察其内表面纵向电流 I_{z1} 。设该结构内部单位长度电容为 C_i , 将其等效为一宽为 w 、纵向单位长度带电荷为 Q 的均匀场平板电容器, 则有

$$(\epsilon_0 E)w = Q = C_i V_0, \quad (9)$$

$$E = C_i V_0 / (\epsilon_0 w). \quad (10)$$

因此, 表面纵向电流

$$I_{z1}|_{t \rightarrow \infty} = wE/H_0 = C_i V_0 / (\epsilon_0 H_0), \quad (11)$$

于是, 求 I_{z1} 的问题转化为 C_i 的求解。根据鳍线主模场型, 上下鳍间对称平面上的 $\overline{MN}$ 段可看作电壁, 因此, 用等宽导电平板条带代替 $\overline{MN}$ 段, 可将 C_i 分解成上下两个电容器 C_{ib} 、 C_{ie} 的串联, C_{ib} 、 C_{ie} 分别如图 2(b)、(c) 所示, 于是

$$C_i = C_{ib} C_{ie} / (C_{ib} + C_{ie}). \quad (12)$$

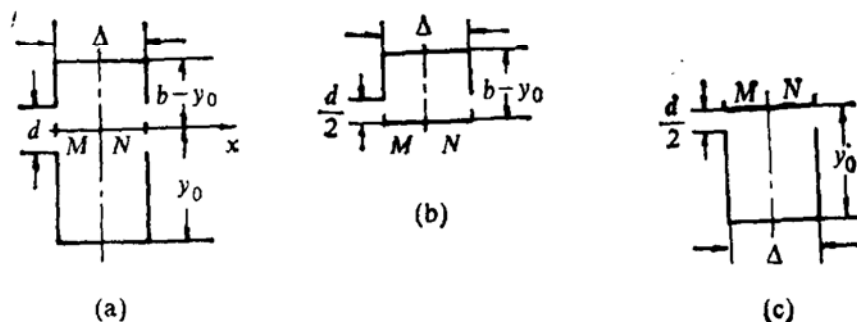


图 2 CDEF 区电容器结构

在计算 C_{ib} 时, 利用雅可比椭圆函数的保角变换性质^[4], 通过如图 3 所示的三次保角变换, 我们将原电容器保角变换为均匀场平板电容器, 于是, 可导出电容 C_{ib} 的计算公式为

$$C_{ib} = 2\epsilon_0 K(k_{b2}) / K'(k_{b2}), \quad (13)$$

其中 $K(x)$ 为第一类全椭圆积分, $K'(x) = K(\sqrt{1-x^2})$. 通常鳍线中 $b - y_0 \gg \Delta$, 这时 (13) 式中全椭圆积分的模值 k_{b2} 可由下列公式方便地求出

$$\begin{cases} k_{b2} = k_{b1} m_b, \\ k_{b1} \approx 4\sqrt{q_b}, \\ q_b = \exp[-2\pi(b - y_0)/\Delta], \\ m_b \approx \text{ch}[\pi(2b - 2y_0 - d)/(2\Delta)]. \end{cases} \quad (14)$$

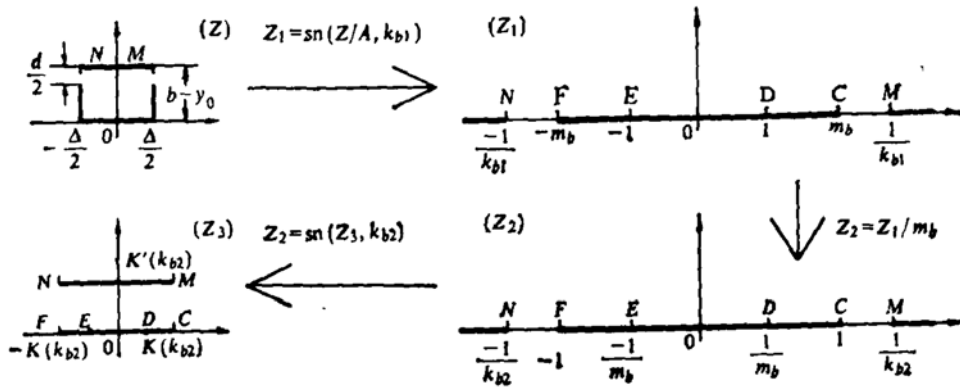


图3 保角变换求 C_{ib} 的示意图

类似地推导, 对电容 C_{ie} , 可给出其计算公式如下:

$$C_{ie} = 2\epsilon_0 K(k_{e2})/K'(k_{e2}), \quad (15)$$

通常 $y_0 \gg \Delta$, 这时上式中全椭圆积分的模值 k_{e2} 可由下列公式方便地求出

$$\begin{cases} k_{e2} = k_{e1} m_e, \\ k_{e1} \approx 4\sqrt{q_e}, \\ q_e = \exp[-2\pi y_0/\Delta], \\ m_e \approx \text{ch}[\pi(2y_0 - d)/(2\Delta)]. \end{cases} \quad (16)$$

实用中的鳍线大多能满足条件 $y_0 \gg \Delta$ 和 $b - y_0 \gg \Delta$. 即使不满足, 仍能准确地由 (13)、(15) 式求得 C_{ib} 和 C_{ie} , 只是相应的模值 k_{b2} 、 k_{e2} 的计算公式变得复杂起来. 鉴于这种情况一般不出现, 这里就不列出这些复杂的公式了.

求出 C_{ib} 、 C_{ie} 后, 就可以由 (12) 式求出 C_i , 进而代入 (11) 式求得 $I_{s1}|_{f \rightarrow \infty}$.

三、 $Z_{0\infty V1}$ 及结论

根据上面给出的表面纵向电流表达式, 可导出按 $V-I$ 定义的 $Z_{0\infty}$ 为

$$\begin{aligned} Z_{0\infty V1} &= V_0/(I_{s1} + I_{s2} + I_{s3})|_{f \rightarrow \infty} \\ &= 120\pi / \frac{C_i}{\epsilon_0} + \frac{\lambda_{e0}}{\pi b} \left\{ \bar{B} + \text{tg} \left[\frac{\pi(a - \Delta)}{2\lambda_{e0}} \right] \right\} \cos\left(\frac{\pi\Delta}{\lambda_{e0}}\right), \end{aligned} \quad (17)$$

将上式代入 (1) 式即可求得鳍线特性阻抗 Z_{0V1} .

(17) 式与文献 [1] 中公式的区别在于分母的 C_i/ϵ_0 项. 在文献 [2] 中, Sharma 是用脊波导脊间电容来近似代替实际的鳍加载波导的 C_i , 显然, 本文的公式较之文献 [2] 中的公式更接近实际情况, 这是其一; 其二, 本文公式是在上下鳍不对称的一般情况下导出的, 其适用范

围更广,而文献[2]中的公式只能用于上下鳍对称的情形,我们实际计算了大量例子,计算结果与严格数值解及测量值吻合很好。限于篇幅,这里就不列举数据结果了。

参 考 文 献

- [1] 王秉中等,电子学报, **13**(1985), 1:9.
- [2] Sharma, A. K. et al., *IEEE Trans. on MTT*, **31** (1983), 350.
- [3] Lewin, L., *Advanced Theory of Waveguides*, Liffé & Sons Ltd., London, 1951.
- [4] 林为干,微波理论与技术,科学出版社, 1979.