

•水利与土木工程•

DOI:10.15961/j.jsuese.202000141



本刊网刊

干湿循环下石灰粉煤灰改良膨胀土的双屈服面本构关系

邓云叶¹, 文畅平²

(1.邵阳学院 城乡建设学院, 湖南 邵阳 422004; 2.中南林业科技大学 土木工程学院, 湖南 长沙 410018)

摘 要:基于椭圆-抛物线弹塑性本构模型,研究了干湿循环条件下石灰粉煤灰改良膨胀土的双屈服面弹塑性应力-应变本构关系。首先,通过一系列三轴固结排水剪切试验,分别得到不同干湿循环次数下石灰粉煤灰改良膨胀土的偏应力 q 与轴向应变 ε_1 、剪应变 ε_s ,以及轴向应变 ε_1 与体应变 ε_v 的试验曲线;然后,根据三轴试验结果拟合本构模型中的各参数与干湿循环次数之间的关系表达式;最后,引入考虑干湿循环次数的因子,建立考虑干湿循环的双屈服面弹塑性本构模型。研究表明:1)干湿循环作用下,偏应力 q 与轴向应变 ε_1 关系表现为应变硬化,与体应变 ε_v 表现为应变剪缩; $q-\varepsilon_1$ 、 $q-\varepsilon_s$ 试验曲线都呈现出近似双曲线特征。2)干湿循环作用下,土体的偏应力 q 不断减小,体应变 ε_v 不断增大;干湿循环作用显著降低了石灰粉煤灰改良膨胀土体的抗剪切、抗压缩能力。3)体积屈服面、剪切屈服面在 $p-q$ 平面上分别为椭圆、抛物线。干湿循环作用下,体积屈服面不断向原点靠近,剪切屈服面不断向 p 轴靠近;前9次干湿循环作用的影响较为显著,之后屈服面的变化趋于稳定。4)通过引入考虑干湿循环次数的因子所建立的双屈服面本构模型,可定量反映干湿循环作用对石灰粉煤灰改良膨胀土应力-应变关系的影响,以及双屈服面演化过程。该双屈服面本构模型的应力-应变预测值与试验值吻合度较高。

关键词:石灰粉煤灰改良膨胀土;干湿循环;椭圆-抛物线本构模型;双屈服面应力-应变关系

中图分类号:TU411

文献标志码:A

文章编号:2096-3246(2021)02-0075-09

Constitutive Relation with Double Yield Surfaces of Expansive Soil Improved by Lime and Flyash Subjected to Wetting-drying Cycles

DENG Yunye¹, WEN Changping²

(1.School of Urban and Rural Construction, Shaoyang Univ., Shaoyang 422004, China;

2.School of Civil Eng., Central South Univ. of Forestry and Technol., Changsha 410018, China)

Abstract: The elasto-plastic stress-strain constitutive relation with double yield surfaces of expansive soil improved by lime and flyash was studied based on the ellipse-parabola constitutive model. Firstly, a series of the triaxial consolidated drained shear tests of the expansive soil improved by lime and flyash under wetting-drying cycles were conducted to obtain the test curves of deviatoric stress q and axial strain ε_1 , shear strain ε_s , and the test curves of bulk strain ε_v and axial strain ε_1 , respectively. Secondly, the expressions between the parameters of the ellipse-parabola constitutive model and wetting-drying cycles were fitted based on the triaxial test results. Finally, a modified ellipse-parabola constitutive model which can reflect the effect of wetting-drying cycles was proposed by introducing the factors of wetting-drying cycles. The study obtained conclusions as follows: 1) The stress-strain relationships between q and ε_1 were strain hardening, and the relationships between q and ε_v were shrinkage under wetting-drying cycles, and the test curves of $q-\varepsilon_1$, $q-\varepsilon_s$ were hyperbola, respectively. 2) The deviatoric stress q decreased and the bulk strain ε_v increased under the wetting-drying cycles. The effect under wetting-drying cycles reduced the resistance of shear and compression of expansive soil treated by lime and flyash significantly. 3) The bulk yield surface was ellipse shape and the shear yield surface was parabola shape in the $p-q$ stress plane. The bulk yield surface shrunk gradually to the origin of coordinates, and the shear yield surface degraded gradually to p coordinate in $p-q$ stress plane, respectively. The effects of the first 9 wetting-drying cycles on the double yield surfaces were more obvious, and then

收稿日期:2020-03-13

基金项目:国家国际科技合作专项(2014DFA53120);湖南省教育厅课题(20c1682)

作者简介:邓云叶(1975—),女,副教授。研究方向:国土空间规划与生态建筑。E-mail: 125586886@qq.com

网络出版时间:2021-02-26 16:46:00

网络出版地址:https://kns.cnki.net/kcms/detail/51.1773.TB.20210226.1239.005.html

the changes of double yield surfaces with wetting-drying cycles decreased gradually. 4) The constitutive model with double yield surfaces introduced the factors of wetting-drying cycles could quantitatively reflect the influences of wetting-drying cycles on the stress-strain relation of expansive soil improved by lime and flyash, and the evolutions of ellipse-parabola double yield surfaces. The proposed stress-strain constitutive equation could well predict the stress-strain relationship of expansive soil improved by lime and flyash under wetting-drying cycles.

Key words: expansive soil improved by lime and flyash; wetting-drying cycle; ellipse-parabola constitutive model; stress-strain relation with double yield surfaces

工程实践中,常采用水泥、石灰等无机钙基材料对膨胀土进行化学改良,或采用加筋^[1]、废弃轮胎橡胶颗粒^[2]等对膨胀土进行物理改良。粉煤灰与石灰、水泥同为无机钙基材料,也常用于膨胀土的改良^[3]。有研究表明^[4-10],利用粉煤灰与石灰或水泥对膨胀性黏土进行复合改良,效果往往比单一改良材料更好。Cheshomi等^[4]研究表明,石灰对含硫酸盐黏土的改良效果较差,掺加粉煤灰后则能够有效降低石灰改良硫酸盐黏土的膨胀率、膨胀压力和塑性指数。Zhou等^[5]通过试验研究发现,采用10%的粉煤灰与5%的石灰能显著改善膨胀土的胀缩特性和工程特性。Dahale等^[6]认为,石灰、粉煤灰对膨胀土的无侧限抗压强度、加州承载比等指标影响显著。Sharma等^[7]通过试验研究发现,粉煤灰与磨细高炉矿渣能有效改善膨胀土的胀缩特性和压缩特性。Falayi等^[8]研究发现,采用脱硅粉煤灰与石灰可以有效提高膨胀土的无侧限抗压强度值,并降低液限等。查甫生等^[9]认为粉煤灰及少量石灰可有效改善膨胀土的工程性质,降低膨胀土的胀缩性并提高其强度。惠会清等^[10]认为掺加6%的石灰和9%的粉煤灰,能有效提高膨胀土的无侧限抗压强度和降低自由膨胀率。

干湿循环作用是膨胀土体产生胀缩的主要原因,胀缩循环作用会对膨胀土地基上的工程结构造成危害^[11]。干湿循环作用下,改良膨胀土体中的黏粒含量会显著增加,对其界限含水率和胀缩特性产生不利影响,从而影响膨胀土的改良效果和长期特性^[12]。因此,干湿循环条件下改良膨胀土的物理力学特性及工程特性等研究,得到了工程界和学术界的广泛关注。Guney等^[13]通过干湿循环试验发现,石灰对膨胀土的改良效果在第1次干湿循环后即遭破坏,随着干湿循环次数增加,石灰改良膨胀土的膨胀潜势逐渐增大。Yazdandoust等^[14]通过试验研究发现,干湿循环作用对聚合物改良膨胀土的膨胀势及膨胀压力产生显著影响。Estabragh等^[15]研究表明,干湿循环作用对粉煤灰改良膨胀土的影响大于水泥或石灰改良膨胀土。Stoltz等^[16]研究认为,随着干湿循环次数增加,土体的膨胀性逐渐增大,强度逐渐降低。Rashed等^[17]试验研究发现,改良膨胀土对干湿循环作用的承受能力大于未改良土。Tang等^[18]研究发现,改良土试样

轴向压力可减小轴向应变的变化幅度,弹性模量在前两次干湿循环后增加,随后减小。

目前,干湿循环作用下改良膨胀土的长期特性是一个主要研究内容^[19],但干湿循环作用下的应力-应变本构关系方面的研究成果较少。土的应力-应变关系是土力学中得到迅速发展的一個领域。对于土的应力-应变关系本构模型,归纳起来可分为两大类:一类是弹性模型,另一类是弹塑性模型。就研究方法而言,土的弹塑性本构模型可分为两类:一类是经验模型,这类模型基于试验直接确定屈服函数、加工硬化规律等;另一类是从能量的物理概念出发,推导出屈服函数、加工硬化规律等。由于在解决屈服条件、流动规律、硬化定律这三大问题上的理论和方法不同,也就形成了不同形式的弹塑性本构模型。

殷宗泽^[20]提出的椭圆-抛物线模型,其屈服面由椭圆的体积屈服面和抛物线的剪切屈服面组成,采用相关联流动法则,分别将塑性体应变、塑性剪应变作为硬化参量。该模型能较好地反映土体的剪胀性、剪缩性、应力路径和应力历史等的影响,在岩土工程中得到了广泛应用。Chen等^[21]基于椭圆-抛物线模型,提出冻融循环下考虑水分迁移的双屈服面弹塑性本构模型,所预测的土体偏应力-轴向应变曲线、体应变-轴向应变曲线与试验结果吻合较好。史江伟等^[22]基于椭圆-抛物线模型,研究了模型参数对土的应力-应变关系的影响。张向东等^[23]认为椭圆-抛物线模型能够很好地描述冻融循环下煤渣改良土的应力-应变关系特性,以及屈服面演化规律。胡田飞等^[24]基于椭圆-抛物线模型,建立考虑冻融循环作用的粉质黏土双屈服面本构模型。陈永青等^[25]基于椭圆-抛物线模型,建立考虑生物酶掺量影响的生物酶改良膨胀土的双屈服面本构模型。此外,还有学者应用椭圆-抛物线模型对土体流变特性开展研究^[26-28]。

作者在现有研究成果的基础上,采用石灰与粉煤灰对膨胀土进行复合改良,基于椭圆-抛物线双屈服面模型,研究干湿循环条件下石灰粉煤灰改良膨胀土的弹塑性本构关系。首先,通过三轴固结排水剪切试验,分析干湿循环作用对双屈服面本构模型参数的影响;其次,建立干湿循环次数与模型参数之间的关系表达式,并分析干湿循环作用对屈服面演化

的影响;最后,引入考虑干湿循环次数的因子,建立考虑干湿循环的双屈服面弹塑性本构模型,为干湿循环条件下石灰粉煤灰改良膨胀土的变形计算、数值分析提供参考。

1 椭圆-抛物线双屈服面模型

该模型在 $p-q$ 平面上的屈服轨迹如图1所示。图1中: f_1 为与土体压缩相联系的屈服轨迹,称为第一屈服面、体积屈服面或剪缩屈服面,在 $p-q$ 平面上为椭圆; f_2 为与塑性膨胀相联系的屈服轨迹,称为第二屈服面、剪切屈服面或剪胀屈服面,在 $p-q$ 平面上为抛物线。

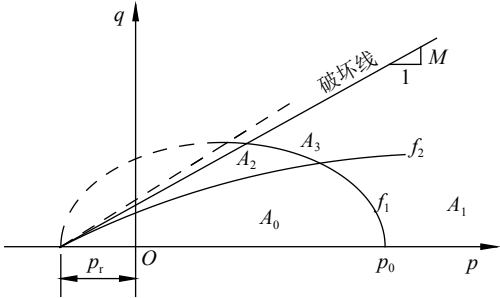


图 1 椭圆-抛物线双屈服面模型^[29]

Fig. 1 Ellipse-parabola model with double yield surfaces^[29]

针对椭圆、抛物线屈服面,分别采用塑性体积应变 ε_v^p 、塑性剪应变 ε_s^p 为硬化参数,相对应的屈服面方程分别为^[29]:

$$f_1 = p + \frac{q^2}{M_1^2(p + p_t)} - p_0 \tag{1}$$

$$f_2 = \frac{aq}{G} \sqrt{\frac{q}{M_2(p + p_t)}} - q - \varepsilon_s^p = 0 \tag{2}$$

式中: p 为平均正应力; q 为偏应力; p_t 为破坏线在 p 轴上的截距, $p_t = c \cot \varphi$; M_1 为反映椭圆形态的参数,与应力-应变曲线(破坏线)的性状有关,在数值上略大于剑桥模型中的参数 M ; p_0 为屈服轨迹与 p 轴交点的

横坐标,隐含了硬化函数; a 为反映土体剪胀性大小的参数,与应力水平为 0.75~0.95 区间的应力-应变曲线有关; M_2 为数值上略大于剑桥模型中的参数 M 的参数; G 为弹性剪切模量。

假定 $\varepsilon_v^p \approx \varepsilon_v$, 与压缩相联系的屈服准则的硬化规律可表示为:

$$p_0 = \frac{h\varepsilon_v^p}{1 - t\varepsilon_v^p} p_a \tag{3}$$

式中: h 、 t 为与土体剪缩有关的模型参数; p_a 为大气压,一般取值为 101.33 kPa。

令泊松比 $\mu = 0.3$, 并且假定回弹时的弹性模量 E 为初始切线模量 E_t 的 2 倍, 则有:

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)} = \frac{1}{1.3} K p_a \left(\frac{\sigma_3}{p_a} \right)^n \tag{4}$$

式中: K 、 n 为无因次试验参数。

该模型将土体的塑性变形 $d\varepsilon^p$ 分解为与土体压缩相联系的塑性变形 $d\varepsilon^{p1}$ 与膨胀相联系的塑性变形 $d\varepsilon^{p2}$, 即:

$$d\varepsilon^p = d\varepsilon^{p1} + d\varepsilon^{p2} \tag{5}$$

由以上推导可知,该模型一共有 9 个参数: M_1 、 M_2 、 h 、 t 、 a 、 K 、 n 、 c 、 φ , 可根据常规三轴试验进行确定。其中:抗剪强度指标 c 、 φ 值采用常规三轴排水试验确定;参数 K 、 n 采用与 Duncan-Chang 模型相同的方法进行确定;其余 5 个参数 M_1 、 M_2 、 h 、 t 、 a 采用经验方法确定。

2 试验材料和方法

2.1 试验材料

试验材料包括膨胀土、石灰、粉煤灰等。

1) 膨胀土

试验所用膨胀土取自某高速公路路基沿线,取土深度 1.8 m 左右,其主要物理力学指标见表 1,为中膨胀土。

表 1 膨胀土试样参数

Tab. 1 Parameters of expansive soil sample

天然含水率/%	液限/%	塑限/%	塑性指数 I_p /%	最大干密度 $\rho_{max}/(g \cdot cm^{-3})$	最佳含水率 $w_{opt}/\%$	自由膨胀率/%	标准吸湿含水率/%
22.0	51.0	22.0	29.0	1.71	17.0	63.0	5.3

2) 石灰

试验用石灰来自该高速公路沿线附近某石灰厂,生石灰经消解后测定其化学成分:CaO 含量 71.0%,MgO 含量 7.1%,未消解残渣 2.6%,为 III 级钙质石灰。

3) 粉煤灰

试验用粉煤灰为外购 F 类低钙粉煤灰,其主要成分:SiO₂ 含量 48.35%、Al₂O₃ 含量 19.34%、CaO 含量 7.65%。

2.2 试验方案

1) 试验思路

通过设定土样试件的初始含水率、初始干密度、干湿循环次数,开展三轴固结排水剪切试验。

2) 试验材料用量

前期研究中,通过胀缩总率(50 kPa 有荷膨胀率)、CBR 试验,采用 3% 的石灰与 6% 的粉煤灰对膨胀土进行改良,其胀缩总率、CBR 值分别为 0.74%、4.20%,符

合《公路路基施工技术规范》(JTG F10—2006)中作为路基填料规定的要求。因此,试验中的石灰、粉煤灰掺加量分别为膨胀土干质量的3%、6%。

3) 土样试件初始状态

通过重型击实试验得到改良膨胀土的最佳含水率、最大干密度分别为18%、1.71 g/cm³,因此,三轴试验土样试件的初始含水率、初始干密度分别设为18%、1.54 g/cm³(即压实度为90%)。

三轴试验土样试件为圆柱形,其直径为39.1 mm,高度为80 mm。

4) 土样试件制作

首先,将膨胀土土样烘干碾散,过2 mm土工筛;然后,掺加规定量的石灰、粉煤灰,拌和均匀;最后,将配置好的土料分4层依次装入成型筒,各层接触面刨毛,分层静压成型。土样试件标准养护7 d。所有土试件采用真空饱和法进行饱和。

5) 干湿循环方法

首先,将土样试件抽气真空饱和24 h,再在常温常压蒸馏水中浸泡48 h;然后,当土样试件的饱和度达到85%以上时,将土样试件置于50 ℃恒温鼓风干燥箱中干燥24 h;最后,测定参考土样试件的含水率,如果平均含水率低于10%,即完成1次干湿循环。重复上述过程直至完成设定的干湿循环次数。

设干湿循环次数为 N ,试验干湿循环次数设定为:0、3、6、9、12次。

2.3 试验方法

试验采用GDS-Instruments三轴试验系统,依照《公路土工试验规程》(JTG E40—2007)开展三轴固结排水剪切试验。采用3组土样试件分别在100、200和300 kPa围压下进行固结,再进行剪切试验。每个围压下进行2次平行试验。

3 试验结果与分析

3.1 改良膨胀土的应力-应变特性

3.1.1 轴向应变 ε_1 、剪切应变 ε_s 与偏应力 q 关系特性

三轴试验得到的 $q-\varepsilon_1$ 、 $q-\varepsilon_s$ 曲线如图2、3所示,其中, $q-\varepsilon_s$ 曲线根据 $\varepsilon_s = \varepsilon_1 - \varepsilon_v/3$ 计算得到。

由图2、3可知:1)根据 $q-\varepsilon_1$ 试验曲线,膨胀土体轴向应变 ε_1 随偏应力 q ,即主应力差($\sigma_1 - \sigma_3$)的增大而非线性增大; $q-\varepsilon_1$ 试验曲线无明显峰值点,表现出应变硬化特性,呈现出近似双曲线关系。2)在干湿循环0~12次的条件下, $q-\varepsilon_1$ 试验结果均呈现出上述关系特征,并且偏应力 q 随干湿循环次数增加而减小,说明膨胀土体的抗剪切能力随干湿循环次数增加而降低。3)剪切应变 ε_s 与偏应力 q 关系特性类似于轴向应变 ε_1 与偏应力 q 关系特性。

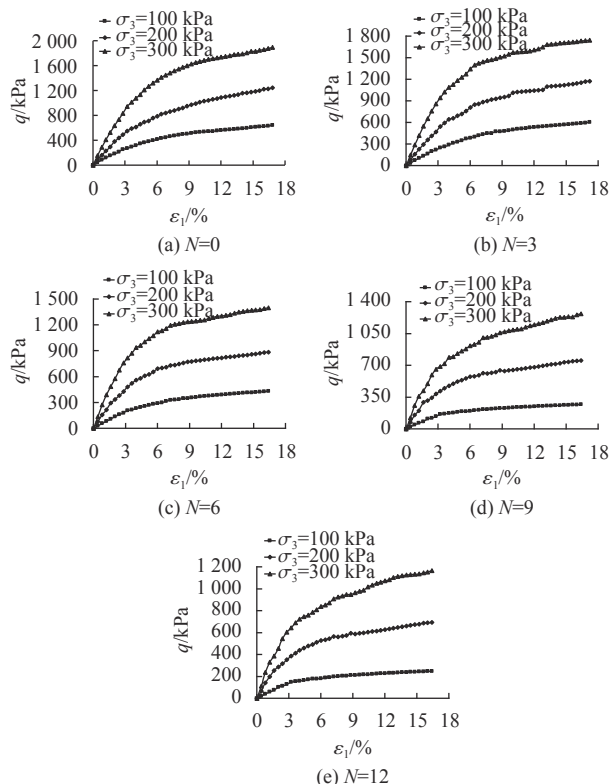


图2 不同干湿循环次数下的 $q-\varepsilon_1$ 试验曲线

Fig. 2 $q-\varepsilon_1$ test curves under different wetting-drying cycles

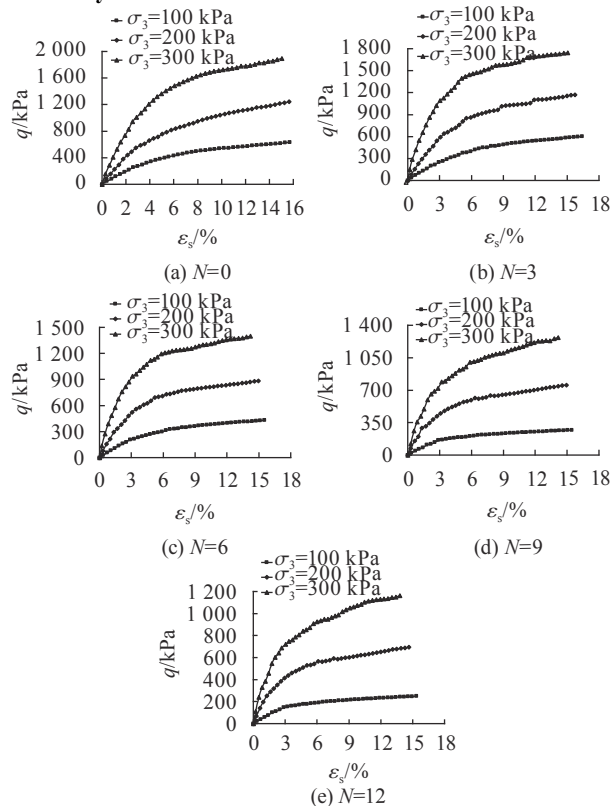


图3 不同干湿循环次数下的 $q-\varepsilon_s$ 试验曲线

Fig. 3 $q-\varepsilon_s$ test curves under different wetting-drying cycles

3.1.2 体积应变 ε_v 与偏应力 q 关系特性

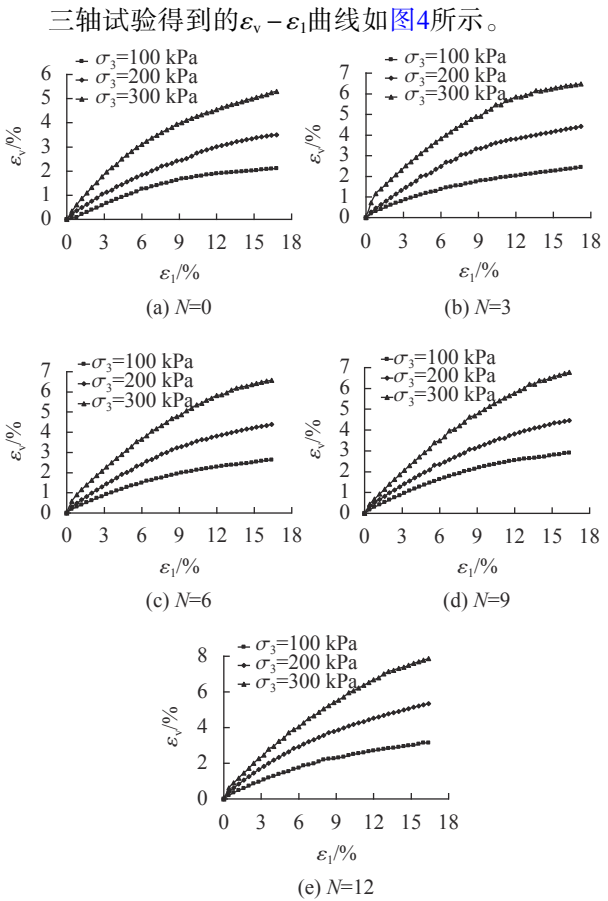


图 4 不同干湿循环次数下 $\varepsilon_v - \varepsilon_1$ 试验曲线

Fig. 4 $\varepsilon_v - \varepsilon_1$ curves under different wetting-drying cycles

结合 $q - \varepsilon_1$ 试验曲线, 由图4可知 ε_v 与 q 的关系特性: 1) 膨胀土体的体积应变 ε_v 随偏应力 q 的增大而非线性增大, 表现出应变剪缩特性, 并且体积应变 ε_v 与偏应力 q 试验曲线呈现出近似双曲线特征; 2) 在一定

的围压 σ_3 下, 体积应变 ε_v 随干湿循环次数增加而减小, 说明膨胀土体的抗压缩能力随干湿循环次数增加而降低; 3) 在干湿循环0~12次的条件下, 体积应变 ε_v 与偏应力 q 试验结果均呈现出上述关系特征, 体积应变 ε_v 与轴向应变 ε_1 试验曲线同样呈现出近似双曲线特征。

3.2 干湿循环对本构模型参数的影响

根据上述分析可得模型参数拟合结果见表2。根据表2的拟合结果, 干湿循环次数 N 对各参数的影响可分别表示为:

$$c = -2.54N + 116.93 \tag{6}$$
$$\varphi = -0.66N + 29.18 \tag{7}$$
$$K = 1.198\ 6e^{-0.040\ 8N} \tag{8}$$
$$n = 1.448\ 3e^{-0.006\ 9N} \tag{9}$$
$$p_r = 1.010\ 4e^{-0.025\ 1N} \quad p_{r0} = \alpha_1 p_{r0} \tag{10}$$
$$M_1 = 0.991\ 8e^{-0.027\ 1N} \quad M_{10} = \alpha_2 M_{10} \tag{11}$$
$$h = 1.030\ 4e^{-0.085\ 5N} \quad h_0 = \alpha_3 h_0 \tag{12}$$
$$t = 1.015\ 2e^{-0.019\ 2N} \quad t_0 = \alpha_4 t_0 \tag{13}$$
$$a = 1.000\ 3e^{-0.005\ 8N} \quad a_0 = \beta_1 a_0 \tag{14}$$
$$M_2 = 0.992\ 3e^{-0.028\ 5N} \quad M_{20} = \beta_2 M_{20} \tag{15}$$

式(6)~(15)中: p_{r0} 、 M_{10} 、 h_0 、 t_0 、 a_0 、 M_{20} 分别为干湿循环次数 $N=0$ 时的 p_r 、 M_1 、 h 、 t 、 a 、 M_2 ; $\alpha_1 \sim \alpha_4$ 、 β_1 、 β_2 定义为考虑干湿循环次数的因子, $\alpha_1 = 1.010\ 4e^{-0.025\ 1N}$ 、 $\alpha_2 = 0.991\ 8e^{-0.027\ 1N}$ 、 $\alpha_3 = 1.030\ 4e^{-0.085\ 5N}$ 、 $\alpha_4 = 1.015\ 2e^{-0.019\ 2N}$ 、 $\beta_1 = 1.000\ 3e^{-0.005\ 8N}$ 、 $\beta_2 = 0.992\ 3e^{-0.028\ 5N}$ 。

通过引入考虑干湿循环次数的因子, 使得干湿循环次数 N 与各参数的相关关系表达式得到简化。

表 2 模型参数拟合结果

$N/\text{次}$	模型参数								
	c/kPa	$\varphi/(^\circ)$	K	n	M_1	h	t	a	M_2
0	116.34	29.52	1.225 2	1.452 4	1.207 7	235.520 2	2.721 6	0.269 0	1.297 0
3	110.56	27.01	1.049 3	1.432 5	1.099 1	198.255 3	2.643 2	0.264 0	1.177 0
6	101.81	24.85	0.913 1	1.364 2	1.008 6	142.597 0	2.508 8	0.261 0	1.075 0
9	92.38	23.15	0.828 9	1.355 8	0.938 8	111.832 9	2.284 8	0.255 0	0.995 0
12	87.32	21.54	0.747 3	1.345 8	0.870 6	86.978 5	2.194 6	0.251 0	0.920 0

3.3 屈服面演化规律

1) 干湿循环对体积屈服面的影响

根据图4中 $\varepsilon_v - \varepsilon_1$ 试验结果, 可得到石灰粉煤灰改良膨胀土的体积屈服面。图5为塑性体应变 $\varepsilon_v^p = 1.0\%$ 时的石灰粉煤灰改良膨胀土的体积屈服面演化规律。

体积屈服面在 $p - q$ 平面上为近似椭圆, 随着干湿循环次数增加, 体积屈服面不断向原点靠近, 表明

膨胀土所能承受应力的能力下降, 土体的力学性能不断弱化。当干湿循环次数超过9次以后, 体积屈服面向原点靠近的速率减缓, 干湿循环对体积屈服面的影响趋于稳定。

2) 干湿循环对剪切屈服面的影响

根据图3的试验结果, 可得到石灰粉煤灰改良膨胀土的剪切屈服面。图6为塑性剪应变 $\varepsilon_s^p = 1.0\%$ 时, 石灰粉煤灰改良膨胀土的剪切屈服面演化规律。

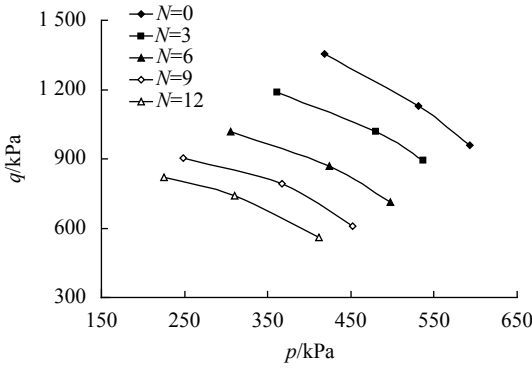


图 5 不同干湿循环次数下体积屈服面演化

Fig. 5 Chang of volume collapse yield surfaces under different wetting-drying cycles

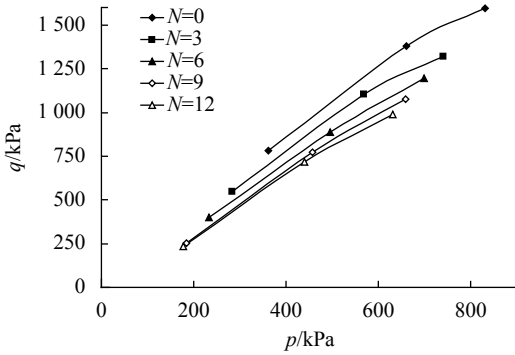


图 6 不同干湿循环次数下剪切屈服面演化

Fig. 6 Chang of shear yield surfaces under different wetting-drying cycles

由图6可知, 剪切屈服面在 $p-q$ 平面上为近似抛物线。随着干湿循环次数增加, 剪切屈服面不断向 p 轴靠近, 表明膨胀土体发生结构损伤, 进而出现了剪切屈服面不断下降, 土体力学性能不断弱化。当干湿循环次数超过9次以后, 剪切屈服面下降的速率减缓, 干湿循环对剪切屈服面的影响趋于稳定。

4 改良膨胀土的本构方程

根据式(5), 石灰粉煤灰改良膨胀土双屈服面本构模型中的总应变 $d\epsilon$ 可表示为:

$$d\epsilon = d\epsilon^e + d\epsilon^p = d\epsilon^e + d\epsilon^{p1} + d\epsilon^{p2} \quad (16)$$

式中, $d\epsilon^e$ 为弹性应变增量。

4.1 双屈服面本构方程

1) 弹性应变

对于常规三轴压缩条件, 弹性轴向应变增量 $d\epsilon_1^e$ 、弹性体积应变增量 $d\epsilon_v^e$ 分别表示为^[29]:

$$\begin{cases} d\epsilon_1^e = \frac{1}{E} dq = \frac{1}{2G(1+\mu)} dq, \\ d\epsilon_v^e = \frac{1}{K} dp = \frac{1-2\mu}{2G(1+\mu)} dq \end{cases} \quad (17)$$

2) 塑性应变 $d\epsilon^{p1}$

根据式(10)~(13), 将式(1)、(3)分别改写为:

$$\begin{cases} f_1 = p + \frac{q^2}{\alpha_2^2 M_{10}^2 (p + \alpha_1 p_{r0})}, \\ H_1(\epsilon_v^{p1}) = \frac{\alpha_3 h_0 \epsilon_v^{p1}}{1 - \alpha_4 t_0 \epsilon_v^{p1}} p_a \end{cases} \quad (18)$$

式中, H_1 为硬化参数。

对式(18)进行微分, 即: $\frac{\partial f_1}{\partial p} dp + \frac{\partial f_1}{\partial q} dq =$

$\frac{\partial H_1(\epsilon_v^{p1})}{\partial \epsilon_v^{p1}} d\epsilon_v^{p1}$, 于是可得到:

$$d\epsilon_v^{p1} = \frac{\alpha_3 h_0 p_a}{\left[\alpha_3 h_0 p_a + \alpha_4 t_0 \left(p + \frac{q^2}{A_1} \right) \right]^2} \cdot \left[\left(1 - \frac{q^2}{B_1} \right) dp + \frac{2q}{A_1} dq \right] \quad (19)$$

式中, ϵ_v^{p1} 、 $d\epsilon_v^{p1}$ 分别为与压缩相联系的塑性体应变、塑性体应变增量, $A_1 = \alpha_2^2 M_{10}^2 (p + \alpha_1 p_{r0})$, $B_1 = \alpha_2^2 M_{10}^2 (p + \alpha_1 p_{r0})^2$ 。

采用相关关联流动法则, 即: $d\epsilon_v^{p1} = d\lambda_1 \frac{\partial f_1}{\partial p}$ 、 $d\epsilon_s^{p1} = d\lambda_1 \frac{\partial f_1}{\partial q}$, 可得: $\frac{d\epsilon_v^{p1}}{d\epsilon_s^{p1}} = \frac{B_1 - q^2}{2q(p + \alpha_1 p_{r0})}$ 。于是得到:

$$d\epsilon_s^{p1} = \frac{2q(p + \alpha_1 p_{r0})}{B_1 - q^2} d\epsilon_v^{p1} \quad (20)$$

式中, $d\epsilon_s^{p1}$ 为与压缩相联系的塑性剪应变增量。

3) 塑性应变 $d\epsilon^{p2}$

根据式(10)、(14)、(15), 将式(2)改写为:

$$f_2 = \frac{\beta_1 a_0}{G} \sqrt{\frac{q}{\beta_2 M_{20} (p + \alpha_1 p_{r0}) - q}}, \text{ 硬化参数为 } H_1(\epsilon_s^{p2}).$$

对 f_2 进行微分, 即: $\frac{\partial f_2}{\partial p} dp + \frac{\partial f_2}{\partial q} dq = \frac{\partial H_2(\epsilon_s^{p2})}{\partial \epsilon_s^{p2}} d\epsilon_s^{p2}$, 于是得到:

$$d\epsilon_s^{p2} = \frac{\beta_1 a_0}{G} \sqrt{\frac{q}{\beta_2 M_{20} (p + \alpha_1 p_{r0}) - q}} dq + \frac{\beta_1 a_0 \beta_2 M_{20}}{2G} \frac{\sqrt{q}(p + \alpha_1 p_{r0}) dq + q^{1.5} dp}{[\beta_2 M_{20} (p + \alpha_1 p_{r0}) - q]^{1.5}} \quad (21)$$

采用相关关联流动法则, 于是得到:

$$d\epsilon_v^{p2} = \frac{-\beta_2 M_{20} q}{3\beta_2 M_{20} (p + \alpha_1 p_{r0}) - 2q} d\epsilon_s^{p2} \quad (22)$$

式中: ϵ_s^{p2} 、 $d\epsilon_s^{p2}$ 、 $d\epsilon_v^{p2}$ 分别为与膨胀相联系的塑性剪应变、塑性剪应变增量、塑性体应变增量。

4) 本构方程

在三轴压缩条件下, 根据 $d\epsilon_1^p = d\epsilon_s^p + \frac{1}{3} d\epsilon_v^p$ 可得到:

$d\epsilon_1^p = (d\epsilon_s^{p1} + d\epsilon_s^{p2}) + \frac{1}{3} (d\epsilon_v^{p1} + d\epsilon_v^{p2})$ 。再根据式(16), 可得到轴向应变增量 $d\epsilon_1$ 的表达式为:

$$d\epsilon_1 = d\epsilon_1^e + (d\epsilon_s^{p1} + d\epsilon_s^{p2}) + \frac{1}{3} (d\epsilon_v^{p1} + d\epsilon_v^{p2}) \quad (23)$$

三轴压缩条件下的体积应变 $d\epsilon_v$ 的表达式为:

$$d\varepsilon_v = d\varepsilon_v^e + (d\varepsilon_v^{p1} + d\varepsilon_v^{p2}) \tag{24}$$

式(23)、(24)中, $d\varepsilon_1^e$ 、 $d\varepsilon_v^e$ 见式(17), $d\varepsilon_s^{p1}$ 、 $d\varepsilon_s^{p2}$ 分别见式(20)、(21), $d\varepsilon_v^{p1}$ 、 $d\varepsilon_v^{p2}$ 分别见式(19)、(22)。

式(23)、(24)即为干湿循环条件下石灰粉煤灰改良膨胀土的双屈服面本构方程。

表 3 双屈服模型计算参数

Tab. 3 Parameters of constitutive model with double yield surfaces

<i>N</i> /次	模型参数							
	<i>K</i>	<i>n</i>	α_1	α_2	β_1	β_2	α_3	α_4
0	1.198 6	1.448 3	1.010 4	0.991 8	1.000 3	0.992 3	1.030 4	1.015 2
3	1.060 5	1.418 6	0.937 1	0.914 4	0.983 0	0.911 0	0.797 3	0.958 4
6	0.938 3	1.389 6	0.869 1	0.843 0	0.966 1	0.836 3	0.616 9	0.904 7
9	0.830 2	1.361 1	0.806 1	0.777 1	0.949 4	0.767 8	0.477 3	0.854 1
12	0.734 6	1.333 2	0.747 6	0.716 5	0.933 0	0.704 9	0.369 3	0.806 3

2) $q-\varepsilon_1$ 预测曲线

根据式(23)分别计算 $\sigma_3 = 100、200、300$ kPa对应于轴向应变 ε_1 的偏应力 q 值,从而得到 $q-\varepsilon_1$ 预测曲线。模型预测曲线与试验曲线见图7。

由图7可知: 1) 围压 $\sigma_3 = 100$ kPa时的模型预测曲线与试验曲线较为吻合。2) 未经过干湿循环土样的预测曲线与试验曲线较为吻合。3) 干湿循环次数

4.2 模型预测

由于剪应变 ε_s 是根据轴向应变 ε_1 和体积应变 ε_v 计算得到的,因此只对 $q-\varepsilon_1$ 、 $\varepsilon_v-\varepsilon_1$ 曲线进行预测与验证。

1) 模型计算参数

式(23)、(24)中相关模型参数计算结果见表3。

为3、6、9次的土样的预测曲线与试验曲线误差较小;干湿循环次数达到12次时,预测曲线与试验曲线误差较大。

3) $\varepsilon_v-\varepsilon_1$ 预测曲线

利用式(24)分别计算 $\sigma_3 = 100、200、300$ kPa对应于 $q-\varepsilon_1$ 试验曲线中偏应力 q 的体应变 ε_v 值,从而得到 $\varepsilon_v-\varepsilon_1$ 预测曲线。模型预测曲线与试验曲线见图8。

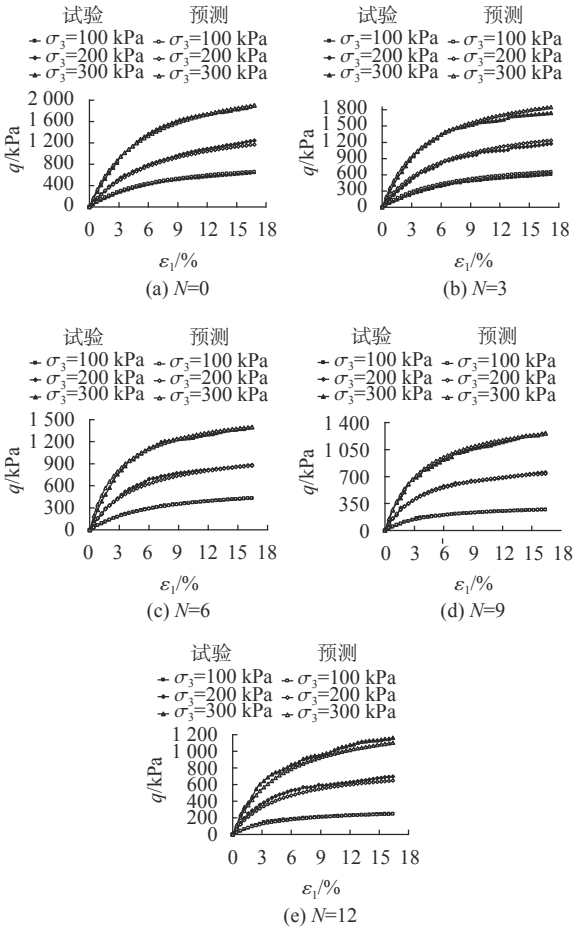


图 7 不同干湿循环次数下 $q-\varepsilon_1$ 预测曲线与试验曲线
Fig. 7 Predicted curves and test curves of $q-\varepsilon_1$ under different wetting-drying cycles

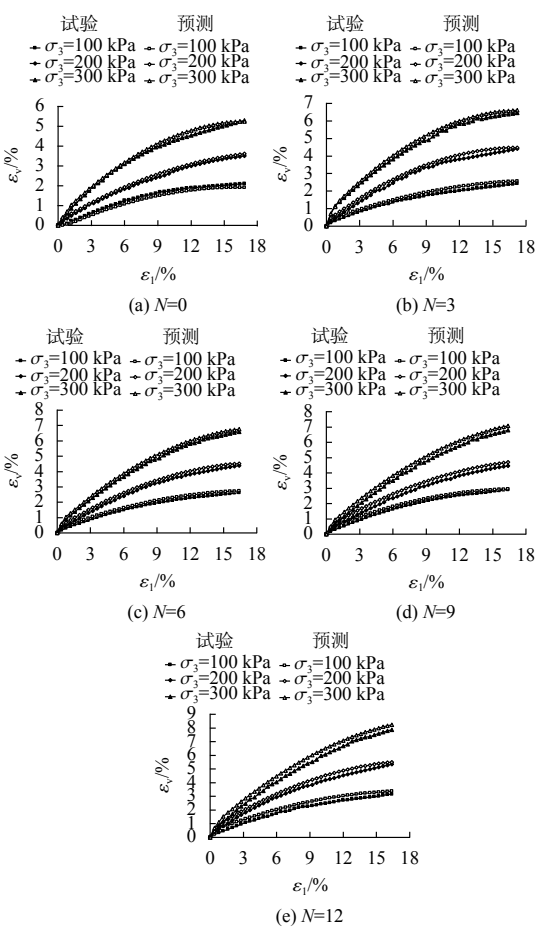


图 8 不同干湿循环次数下 $\varepsilon_v-\varepsilon_1$ 预测曲线与试验曲线
Fig. 8 Predicted curves and test curves of $\varepsilon_v-\varepsilon_1$ under different wetting-drying cycles

由图8可知: 1) 围压 $\sigma_3 = 100$ kPa时的模型预测曲线与试验曲线较为吻合, 但 $N=12$ 时的误差较大; 2) 未经过干湿循环土样的预测曲线与试验曲线较为吻合; 3) 随着干湿循环次数增加, 预测曲线与试验曲线误差增大。

5 结 论

基于椭圆-抛物线双屈服面模型, 通过一系列常规三轴固结排水剪切试验, 研究了干湿循环条件下石灰粉煤灰改良膨胀土的弹塑性应力-应变关系, 以及屈服面演化特性, 主要结论如下:

1) 干湿循环作用下, 石灰粉煤灰改良膨胀土的偏应力与轴向应变 $q-\varepsilon_1$ 关系表现为应变硬化, 体应变 ε_v 表现为应变剪缩。三轴试验所得到的 $q-\varepsilon_1$ 、 $\varepsilon_1-\varepsilon_v$ 、 $q-\varepsilon_s$ 等关系曲线都呈现出近似双曲线特征。

2) 偏应力 q 随干湿循环次数增加而不断减小; 在一定的围压 σ_3 下, 体积应变 ε_v 随干湿循环次数增加而增大。干湿循环作用显著降低石灰粉煤灰改良膨胀土体的抗剪切、抗压缩能力。

3) 随着干湿循环次数增加, 体积屈服面不断向原点靠近, 剪切屈服面不断向 p 轴靠近。当干湿循环次数超过9次以后, 体积屈服面向原点靠近的速率、剪切屈服面下降的速率减缓, 屈服面的变化趋于稳定。

4) 通过引入考虑干湿循环次数的因子, 建立了本构模型中相关参数与干湿循环作用次数之间的表达式, 从而可以定量反映干湿循环作用对石灰粉煤灰改良膨胀土体的弹塑性应力-应变关系的影响, 以及双屈服面的演化过程。

5) 未经过干湿循环土样的 $q-\varepsilon_1$ 、 $\varepsilon_v-\varepsilon_1$ 双屈服面本构模型预测曲线与试验曲线吻合度较高, 土样经过3至9次干湿循环后的预测曲线与试验曲线有一定的误差, 而经过12次干湿循环后的预测曲线与试验曲线误差较大。

参考文献:

- [1] Wang Mingyuan, Yu Yanhua, Li Qiren. Consolidation and drain shear test for expansive soils reinforced with geogrids[J]. *Journal of Sichuan University(Engineering Science Edition)*, 2010, 42(2): 64–68. [汪明元, 于嫣华, 李齐仁. 土工格栅加筋膨胀土的固结排水剪特性[J]. *四川大学学报(工程科学版)*, 2010, 42(2): 64–68.]
- [2] Zou Weilie, Xie Peng, Ma Qitian, et al. Experiment on characteristics of expansive soil modified with waste tire rubber particles[J]. *Journal of Sichuan University(Engineering Science Edition)*, 2011, 43(3): 44–48. [邹维列, 谢鹏, 马其天, 等. 废弃轮胎橡胶颗粒改性膨胀土的试验研究[J]. *四川大学学报(工程科学版)*, 2011, 43(3): 44–48.]

- [3] Ikeagwuani C C, Nwonu D C. Emerging trends in expansive soil stabilisation: A review[J]. *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*, 2019, 11(2): 423–440.
- [4] Cheshomi A, Eshaghi A, Hassanpour J. Effect of lime and fly ash on swelling percentage and Atterberg limits of sulfate-bearing clay[J]. *Applied Clay Science*, 2017, 135: 190–198.
- [5] Zhou S Q, Zhou D W, Zhang Y F, et al. Study on physical-mechanical properties and microstructure of expansive soil stabilized with fly ash and lime[J]. *Advances in Civil Engineering*, 2019(1): 1–15.
- [6] Dahale P P, Nagarnaik P B, Gajbhiye A Y. Engineering behavior of remolded expansive soil with lime and flyash[J]. *Materials Today: Proceedings*, 2017, 4(9): 10581–10585.
- [7] Sharma A K, Sivapullaiah P V. Swelling behaviour of expansive soil treated with fly ash-GGBS based binder[J]. *Geomechanics and Geoengineering*, 2017, 12(3): 191–200.
- [8] Falayi T, Okonta F N, Ntuli F. The geotechnical and microstructural properties of desilicated fly ash lime stabilised expansive soil[J]. *Materials and Structures*, 2016, 49: 4881–4891.
- [9] Zha Fusheng, Liu Songyu, Du Yanjun. Experiment on improvement of expansive clays with lime-fly ash[J]. *Journal of Southeast University(Natural Science Edition)*, 2007, 37(2): 339–344. [查甫生, 刘松玉, 杜延军. 石灰-粉煤灰改良膨胀土试验[J]. *东南大学学报(自然科学版)*, 2007, 37(2): 339–344.]
- [10] Hui Huiqing, Hu Tongkang, Wang Xindong. Improved mechanism of expansive soils by lime and fly-ash[J]. *Journal of Chang'an University(Natural Science Edition)*, 2006, 26(2): 34–37. [惠会清, 胡同康, 王新东. 石灰-粉煤灰改良膨胀土性质机理[J]. *长安大学学报(自然科学版)*, 2006, 26(2): 34–37.]
- [11] Selvakumar S, Soundara B. Swelling behaviour of expansive soils with recycled geofoam granules[J]. *Geotextiles and Geomembranes*, 2019, 47(1): 1–11.
- [12] Rao S M, Reddy B V V, Muttharam M. The impact of cyclic wetting and drying on the swelling behaviour of stabilized expansive soils[J]. *Engineering Geology*, 2001, 60(1/2/3/4): 223–233.
- [13] Guney Y, Sari D, Cetin M, et al. Impact of cyclic wetting-drying on swelling behavior of lime-stabilized soil[J]. *Building and Environment*, 2007, 42: 681–688.
- [14] Yazdandoust F, Yasrobi S S. Effect of cyclic wetting and drying on swelling behavior of polymer-stabilized expansive clays[J]. *Applied Clay Science*, 2010, 50(4): 461–468.
- [15] Estabragh A R, Pereshkafti M R S, Parsaei B, et al. Stabilised expansive soil behaviour during wetting and drying[J]. *International Journal of Pavement Engineering*, 2013, 14(4): 418–427.
- [16] Stoltz G, Cuisinier O, Masrouri F. Weathering of a lime-

- treated clayey soil by drying and wetting cycles[J].[Engineering Geology](#),2014,181:281–289.
- [17] Rashed K H,Mohammad P K.Effect of wetting and drying cycles on expansive soils using cement kiln dust[J].*Journal of University of Garmian*,2019,6(2):435–443.
- [18] Tang C X,Lu Z,Yao H L.Effect of axial pressure on lime-treated expansive soil subjected to wetting and drying cycles[J].[Advances in Civil Engineering](#),2019(7):1–8.
- [19] Li Xinming,Kong Lingwei,Guo Aiguo,et al.Experimental research on shear strength of expansive soil under wetting-drying cycles based on wrapping method[J].[Rock and Soil Mechanics](#),2014,35(3):675–682.[李新明,孔令伟,郭爱国,等.基于工程包边法的膨胀土抗剪强度干湿循环效应试验研究[J].*岩土力学*,2014,35(3):675–682.]
- [20] Yin Zongze.A stress-strain model of soil with double yield surfaces[J].[Chinese Journal of Geotechnical Engineering](#),1988,10(4):64–71.[殷宗泽.一个土体的双屈服面应力-应变模型[J].*岩土工程学报*,1988,10(4):64–71.]
- [21] Chen H G,Zhu Z D,Wang Z.Constitutive model with double yield surfaces of freeze-thaw soil considering moisture migration[J].[Bulletin of Engineering Geology and the Environment](#),2020,79(5):1–13.
- [22] Shi Jiangwei,Zhu Jungao,Zhang Dan,et al.Analysis of parameter sensitivity of ellipse-parabola double yield surface model[J].[Rock and Soil Mechanics](#),2011,32(1):70–76.[史江伟,朱俊高,张丹,等.椭圆-抛物线双屈服面模型参数灵敏度分析[J].*岩土力学*,2011,32(1):70–76.]
- [23] Zhang Xiangdong,Ren Kun.Strength and yield characteristics of cinder improved soil under freeze-thaw cycles[J].[Journal of China Coal Society](#),2018,43(12):3371–3378.[张向东,任昆.冻融循环下煤渣改良土的强度及屈服特性[J].*煤炭学报*,2018,43(12):3371–3378.]
- [24] Hu Tianfei,Liu Jiankun,Wang Tianliang,et al.Effect of freeze-thaw cycles on deformation characteristics of a silty clay and its constitutive model with double yield surfaces[J].[Rock and Soil Mechanics](#),2019,40(3):987–997.[胡田飞,刘建坤,王天亮,等.粉质黏土变形特性的冻融循环效应及其双屈服面本构模型[J].*岩土力学*,2019,40(3):987–997.]
- [25] Chen Yongqing,Wen Changping,Fang Xuanqiang.Modified Yin's double-yield-surface model for bioenzyme-treated expansive soil[J].[Rock and Soil Mechanics](#),2019,40(9):3515–3523.[陈永青,文畅平,方炫强.生物酶改良膨胀土的修正殷宗泽模型[J].*岩土力学*,2019,40(9):3515–3523.]
- [26] Zhang Junhui,Miao Linchang.Tests on rheological behavior of Lianyungang marine soft clay and two-yield-surface rheological model[J].[Rock and Soil Mechanics](#),2005,26(1):145–149.[张军辉,缪林昌.连云港海相软土流变特性试验及双屈服面流变模型[J].*岩土力学*,2005,26(1):145–149.]
- [27] Chen Xiaobin,Zhang Jiasheng,An Guanfeng.Test study of red stone granular soil's rheological property in road embankment engineering[J].[Journal of Central South University\(Science and Technology\)](#),2007,38(1):154–159.[陈晓斌,张家生,安关峰.路用红砂岩粗粒土的流变特性试验研究[J].*中南大学学报(自然科学版)*,2007,38(1):154–159.]
- [28] Wang Haijun,Yin Zongze.Creep tests of rockfill and double-yield surface creep model[J].[Chinese Journal of Geotechnical Engineering](#),2008,30(7):959–963.[王海俊,殷宗泽.堆石流变试验及双屈服面流变模型的研究[J].*岩土工程学报*,2008,30(7):959–963.]
- [29] 陈晓平,杨光华,杨雪强.土的本构关系[M].北京:中国水利水电出版社,2011.

(编辑 李轶楠)

引用格式: Deng Yunye,Wen Changping.Constitutive relation with double yield surfaces of expansive soil improved by lime and flyash subjected to wetting-drying cycles[J].*Advanced Engineering Sciences*,2021,53(2):75–83.[邓云叶,文畅平.干湿循环下石灰粉煤灰改良膨胀土的双屈服面本构关系[J].*工程科学与技术*,2021,53(2):75–83.]