中国科学: 物理学 力学 天文学 2020 年 第 50 卷 第 2 期: 024606
SCIENTIA SINICA Physica, Mechanica & Astronomica physcn.scichina.com
《中国科学》杂志社 SCIENCE CHINA PRESS
论 文 冲击爆炸效应与工程防护专辑

钢筋混凝土靶侵彻过程中空腔膨胀响应分区研究

邓勇军[1,2], 陈小伟[3*], 姚勇[1,2]

1. 工程材料与结构冲击振动四川省重点实验室, 绵阳 621000;
2. 西南科技大学土木工程与建筑学院, 绵阳 621000;
3. 北京理工大学前沿交叉科学研究院, 北京 100081
*联系人, E-mail: chenxiaoweintu@bit.edu.cn

收稿日期: 2019-05-23; 接受日期: 2019-07-22; 网络出版日期: 2019-10-23
国家自然科学基金重大项目(编号: 11390361, 11390362)资助

摘要 本文以钢筋混凝土动态空腔膨胀理论模型为基础, 分析了体积配筋率及混凝土强度对各分区界面速度的影响; 提出了侵彻过程中不同速度下, 混凝土破裂区、粉碎区区域大小的计算方法, 并讨论了配筋率、混凝土强度对各区域大小的影响, 得到了侵彻过程中混凝损伤区域的变化规律. 利用LS-DYNA有限元软件对钢筋混凝土靶侵彻过程进行了数值模拟, 提出以混凝土极限压应变和极限拉应变两阈值为依据, 对混凝土靶空腔膨胀响应区域进行识别划分, 得到了侵彻过程中混凝土各响应区的区域大小; 分析了配筋率、网眼间距等参数对混凝土各响应区域大小的影响.

关键词 钢筋混凝土, 动态空腔膨胀理论, 分区方法, 约束效应, 配筋率

PACS: 46.70.De, 61.43.Gt, 61.43.Bn, 62.20.mm, 62.20.mt

1 引言

弹体侵彻钢筋混凝土靶一直是武器研制和工程防护部门密切关注的问题[1]. 目前, 在理论模型方面相对成熟的为基于球形和柱形动态空腔膨胀的刚性弹动力学模型, 该模型最早是由Bishop等人[2]提出并将其应用于弹头冲击金属板的问题研究, 随后Forrestal课题组[3–7]在这方面进行了大量工作, 并将其成功应用于混凝土、岩石和土壤介质的侵彻分析中. 根据空腔膨胀理论可知, 混凝土在侵彻过程中将会产生不同的响应区(图1). 这些响应区的大小对于侵彻问题的研究有着重要意义: 一方面, 各区域大小直接影响侵彻阻力的积分效应, 从而影响侵彻过程中弹体的侵彻阻力; 另一方面, 各区域大小能够反映弹体侵彻过程中混凝土靶的破坏程度, 从而判断混凝土的损伤状态.

对于钢筋混凝土而言, 钢筋在各个区域将会对混凝土起约束作用, 从而影响各区域的大小.

假设弹体从中心处穿过钢筋层网眼(图2), 受到弹体的挤压, 周边的钢筋和混凝土均会向外膨胀, 由于二者力学的性能差异, 导致弹体与钢筋网中间的混凝土受到环向约束作用, 从而间接提高了混凝土的强度.

Forrestal和Tzou[7]给出的动态空腔膨胀理论模型

引用格式: 邓勇军, 陈小伟, 姚勇. 钢筋混凝土靶侵彻过程中空腔膨胀响应分区研究 . 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2020, 50: 024606
Deng Y J, Chen X W, Yao Y. Study on the cavity expansion response of the concrete target under penetration (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2020, 50: 024606, doi: 10.1360/SSPMA-2019-0184

© 2019 《中国科学》杂志社

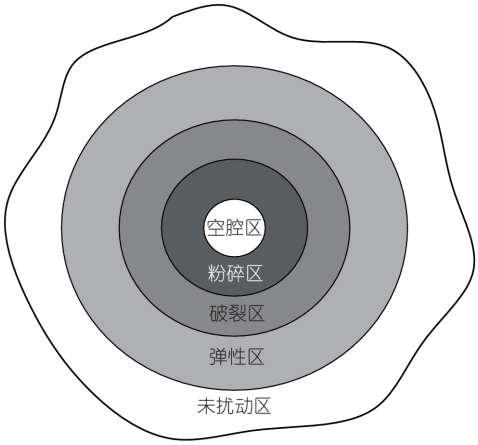

图 1 混凝土动态球形空腔膨胀响应区域

Figure 1 Response region of concrete.

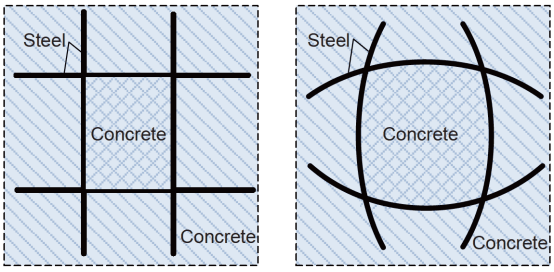

图 2 (网络版彩图)穿甲/侵彻过程中钢筋对混凝土的约束效应示意

Figure 2 (Color online) Schematic of the reinforcement constraint effect on concrete during penetration.

中侵彻过程为一个动态平衡过程，无法直接得到各区域半径值. Rosenberg和Dekel[8,9]针对金属材料，根据空腔径向压力与速度之间的关系，采用数值模拟的方法，通过在材料表面施加恒定的压力计算得到稳态的结果，然后将应力作为不同区域的判据得到各区域的大小. 随后王一楠[10]，李志康和黄风雷[11]针对混凝土材料的空腔膨胀过程进行了数值模拟，同样通过在材料表面施加恒定的压力来获得空腔表面径向压力与膨胀速度的关系，并将应力作为不同区域的判据得到各区域的大小.

以上方法是在膨胀速度恒定的条件下得出各区域的大小，而实际侵彻过程中弹体侵彻速度(与膨胀速度相关)是不断变化的，上述方法并不能得到某一位置在侵彻过程中的最终区域大小. 邓勇军等人[12,13]前期基于Forrestal和Tzou[7]的素混凝土动态空腔膨胀理论模型，建立了考虑钢筋约束作用的侵彻阻力分析模型. 本文在此基础上，讨论体积配筋率对空腔表面径向应力及各分区界面速度的影响，提出一种计算侵彻过程中各个区域大小的方法，并讨论配筋率、混凝土强度对各区域大小的影响，得到了侵彻过程中混凝土损伤区域的变化规律. 采用LS-DYNA有限元软件对刚性弹正侵彻钢筋混凝土靶进行数值模拟，探究侵彻过程中混凝土各响应区域大小的识别方法；并讨论钢筋配筋率、配筋间距等参数对约束效应的影响，以期为钢筋混凝土靶侵彻理论提供指导.

2 理论分析

空腔膨胀过程中，各界面速度直接影响混凝土的分区大小，附录A[12]给出了钢筋混凝土靶侵彻的弹性-破裂-粉碎区理论模型，该模型中通过引入体积配筋率概念考虑了钢筋围箍效应的贡献. 本文在此基础上讨论配筋率和混凝土强度对各界面速度的影响.

根据附录A可知: 理论模型中采用V描述空腔膨胀速度，c和c_1分别为粉碎-破裂区、破裂-弹性区的界面速度，c_d为弹性波扩展速度. 由于模型中无法直接得到各个界面速度的显示表达式，需根据式(a2)求得确定解: $\beta=c/c_p$; $\beta_1=c_1/c_p$; $c_p^2=K/\rho_0$, ρ_0为变形前材料密度; K为体积模量. 而β及β_1求解思路如下，以不可压缩模型为例.

首先选择一个β_1值，根据式(a14)求得β的两个根，根据实际情况选择其中满足理论模型的解(通常为正根). 然后根据式(a11)–(a13)相继求出系数A_1和B_1; 随后结合式(a8)和(a10)计算得到破裂区径向应力及速度的表达式，根据粉碎-破裂区边界连续条件并结合式(a4)，计算出一组空腔表面的径向应力与速度值，通过对β_1值的多次迭代计算，当空腔表面的速度边界条件满足时得到最终的计算结果. 这样采用逆向求解的方式，即可获取无量纲参数β_1和β，继而可以得到界面速度c及c_1.

2.1 界面速度的讨论

计算中弹体直径76.2 mm，弹头弧形半径114.3 mm，弹体质量5.9 kg. 混凝土采用Forrestal和Tzou[7]的参数K=6.7 GPa，Y=130 MPa(抗压强度)，弹性模量E=11.3 GPa (为方便与原文对比，此处混凝土弹性

模量沿用文献[7]的参数, 值得注意的是, 该值与普通混凝土的弹性模量相比偏小), μ=0.22, f=13 MPa(抗拉强度), λ=0.67, ρ_0=2260 kg/m^3, 又由于τ=[(3−λ)/3]Y, 则τ=100.97 MPa. 钢筋参数: 直径d=6 mm, 抗拉强度f_s=400 MPa, 弹性模量E_s=200 GPa, 密度ρ_s=7800 kg/m^3.

(1) 配筋率的影响分析

结合实际工程, 选择体积配筋率为0(混凝土), 0.6%, 3%, 6%的钢筋混凝土靶为分析对象, 对于x, y双向对称配筋情况, 横截面配筋率等于体积配筋率一半, 故此处选择的3种配筋率(0.6%, 3%, 6%)分别属于Sliter[14]及Chen和Li[15]文中按截面配筋率的分类: 低配筋率<0.3%, 中配筋率0.3%–1.5%以及高配筋率1.5%–3%. 计算不同情况下破裂-弹性区、粉碎-破裂区界面的速度值, 如图3所示. 其中c_1为破裂-弹性区界面速度, c为粉碎-破裂区界面速度值, 横坐标$V/(Y/\rho_0)^{1/2}$为无量纲化的空腔膨胀速度.

从图3得到, 材料不可压缩时, 随着配筋率的增大, 界面速度c_1降低, c小幅度增加; 可压缩时, 随着配筋率的增大, 界面速度c_1降低, c变化较小; 两种情况下, 当配筋率增加时, 界面速度c超过c_1时所需的空腔膨胀速度均有所降低. 其原因是钢筋的加入, 相当于对混凝土额外加了环向的压力场. 因此, 破裂-弹性边界, 原本能环向拉伸断裂的材料在额外环向压力场的束缚下不会断裂, 故边界会向内收缩, 即界面速度c_1降低. 而对于粉碎区, 由于环向压力场的加入, 径向应力会提高, 因此在粉碎-破裂区边界处, 原本没有被压碎的材料将会由于径向应力的增大而被压碎, 所以边界向外扩, 即界面速度c小幅增加.

(2) 混凝土强度影响分析

在其余参数不变的情况下, 仅改变混凝土强度值计算得到3种强度混凝土的界面速度变化关系, 为使分析更具概括性, 选择不可压缩素混凝土及可压缩体积配筋率为6%的钢筋混凝土两种条件下的计算结果进行分析, 如图4(a)和(b)所示.

从图4得到, 无论是材料不可压缩、可压缩, 或者是不同的配筋率情况下, 都具有以下规律: 混凝土抗压强度提高, 相应的抗拉强度f也提高, 则在破裂-弹性区边界处的材料环向拉伸破坏的力需要增大, 故边界会向内收缩, 反映在图上为同一膨胀速度下, 界面速度c_1随强度增加而降低; 同理, 粉碎-破裂区界面速度c也有类似的变化规律. 并且还可以发现, 当混凝土强度增加, 需要在相对较高的膨胀速度下, 破裂-弹性区界面速度才会超过粉碎-破裂区界面速度.

提高混凝土强度和提高配筋率表面上均是增大了约束, 但是二者在作用机理上存在区别: 混凝土强度是增强混凝土本身, 而配筋率相当于额外施加的环向压力场. 且两个边界处的混凝土破坏模式不同, 粉碎-破裂区边界是径向压碎(此时环向早已发生断裂), 破裂-弹性区边界是环向拉断, 因此会呈现出图3和4中界面速度的变化情况.

2.2 侵彻过程中各区域半径分析

弹体侵彻混凝土靶的过程中, 混凝土会形成不同的响应区域. 一方面, 根据空腔膨胀理论可知, 各区域

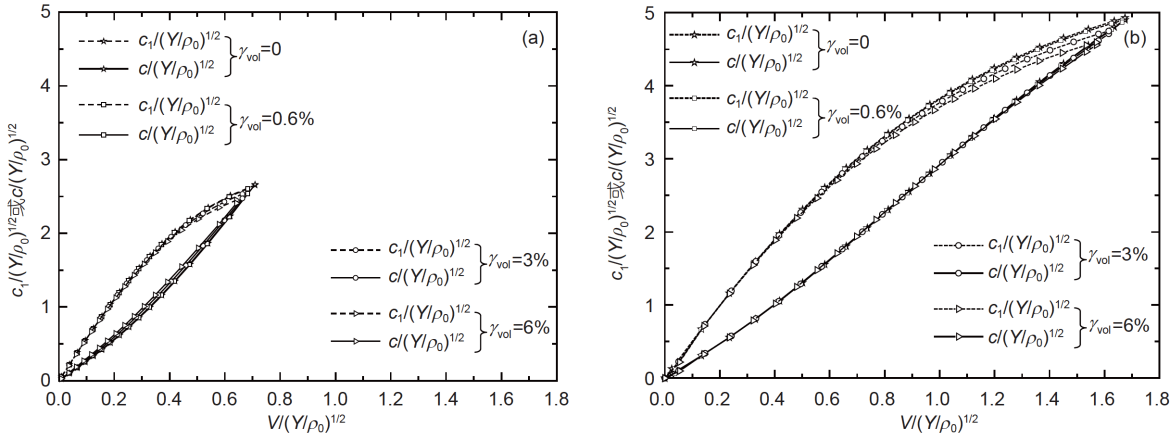

图 3 速度-空腔膨胀速度图. (a) 不可压缩界面; (b) 可压缩界面

Figure 3 Interface velocity versus cavity-expansion velocity. (a) Incompressible material; (b) compressible material.

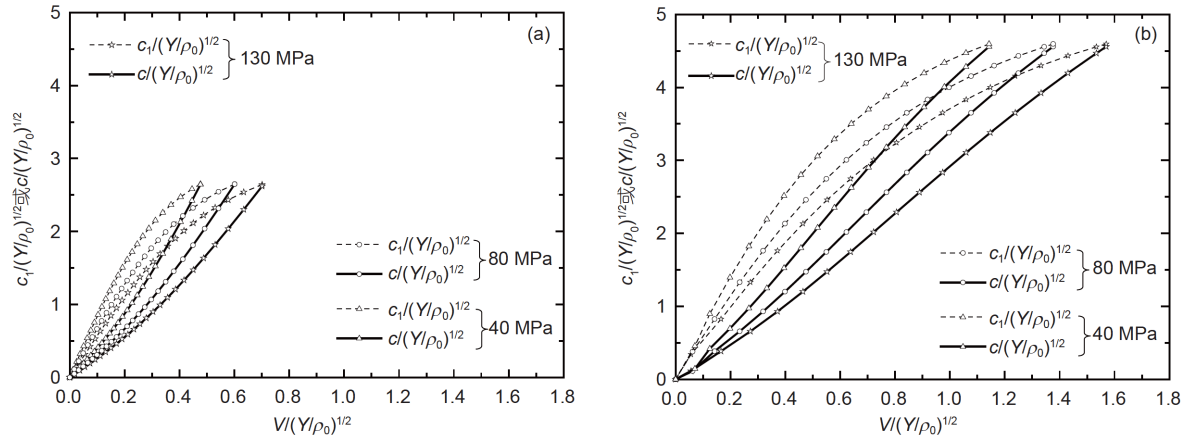

图 4 混凝土强度随界面速度的变化. (a) 不可压、配筋率0; (b) 可压缩、体积配筋率6%

Figure 4 Interface velocity versus concrete strength. (a) Incompressible and plain concrete; (b) compressible concrete with 6% reinforcement ratio.

的半径大小对于某一时刻侵彻阻力的计算有重要的作用; 另一方面, 各区域的半径大小也反映了弹体侵彻过程中某一位置混凝土靶的破坏程度, 故本节对侵彻过程中各区域半径大小进行计算分析.

(1) 分区计算方法

Forrestal和Tzou[7]给出的动态空腔膨胀理论模型中侵彻过程为一个动态平衡过程, 无法直接得到各区域半径值. Rosenberg和Dekel[8]针对金属材料根据空腔径向压力与速度之间的关系, 采用数值模拟的方法, 通过在材料表面施加恒定的压力计算得到稳态的结果, 然后将应力作为不同区域的判据得到各区域的大小. 该方法是在膨胀速度恒定的条件下得出各区域的大小, 而实际侵彻过程中弹体的侵彻速度(与膨胀速度相关)是不断变化的, 上述方法并不能得到某一位置在侵彻过程中的最终区域大小. 本文根据侵彻过程中各区域形成的机理, 将混凝土各分区形成过程简化为如图5所示; 并基于此提出求解侵彻过程中某一位置形成的各区域半径大小计算方法.

空腔膨胀过程中分区大小受界面速度的影响, 故假设某一位置各响应区的形成过程为: 当弹体以速度V_s向下运动时, 弹尖到达某一位置(即图5中弹头处于位置1, 即Loc-1)开始形成分区, 直到弹头完全离开该位置时(即弹体运动到图5的位置2, 即Loc-2时, 此处考虑了周围混凝土的运动)形成相对稳定的分区. 弹体向下运动的过程中, 周边的混凝土受到膨胀作用将会依次向外形成粉碎区、破裂区和弹性区, 且各分区界面速度分别为c, c_1及c_d.

那么求解各分区半径大小的思路可以简化为: 计算出弹体从位置1运动到位置2的时间t, 以及这个过程中速度V_s随时间的变化关系, 结合前述空腔膨胀理论模型, 得到c, c_1与速度V_s的关系式, 然后在整个运动过程中, 分别对各界面速度进行积分, 即可得到各响应区的半径大小值. 具体求解如下.

根据牛顿第二定律, 建立弹体运动模型, 求出弹体运动时间:

$$\begin{aligned} &F = m \cdot a = m \cdot \frac{\mathrm{d}V_s}{\mathrm{d}t}, \\ &\mathrm{d}u = V_s \cdot \mathrm{d}t - \frac{1}{2} a \cdot \mathrm{d}t^2, \end{aligned} \tag{1}$$

其中, u为弹头移动距离, m为弹体质量.

但由于c及c_1无法得到显示理论解, 只能通过第2节给出的数值迭代方法求得具体值. 为简化计算, 此处结合前面数值解结果, 通过拟合得到各界面速度与膨胀速度的关系. 以体积配筋率γ_{vol}=3%, 可压缩弹性-破裂-粉碎区的钢筋混凝土靶模型为例, 弹头尺寸如图6所示, 则

$$V = V_s \cdot \cos\varphi, \tag{2a}$$

$$\begin{aligned} c_1 = {} & 0.109 \cdot V^4 - 0.066 \cdot V^3 - 1.768 \cdot V^2 \\ & + 5.533 \cdot V - 0.038, \end{aligned} \tag{2b}$$

$$c = -0.547 \cdot V^3 + 1.423 \cdot V^2 + 2.034 \cdot V + 0.006. \tag{2c}$$

速度单位为m/s, 且其中φ随弹头与混凝土接触位

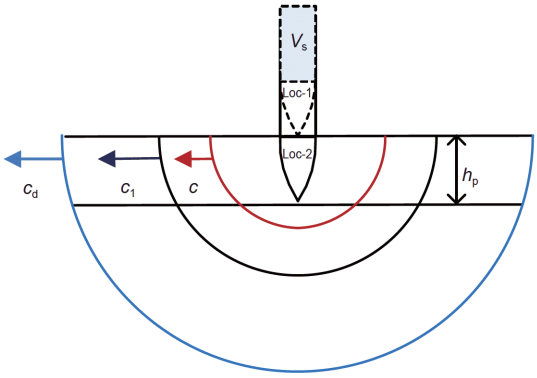

图 5 (网络版彩图)混凝土响应分区形成过程

Figure 5 (Color online) Formation process of concrete response regions.

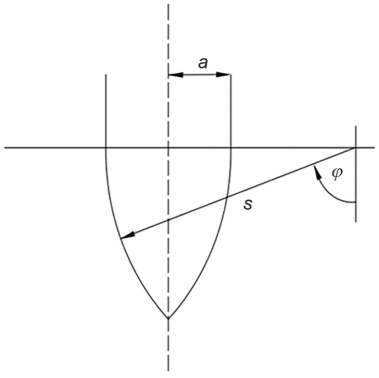

图 6 弹头参数

Figure 6 Parameters of projectile nose.

置变化而改变.

设空腔区、粉碎区及破裂区的半径分别为R_k, R_p及R_c, 其值可由下式求得:

$$R_k = \int_0^t V\,dt,\ R_p = \int_0^t c\,dt,\ R_c = \int_0^t c_1\,dt, \tag{3}$$

式中, t为图5中弹体从位置1运动到位置2的时间, 且考虑了周围混凝土的运动时间.

采用Matlab对不同条件下混凝土各分区大小进行计算, 图7为区域半径计算流程图.

数值计算简要过程如下: 首先输入相关的初始参数, 确定弹体侵彻到某一位置时, 弹头的位移$Z(j)$, 将此时弹头位置作为该处分区计算的初始位置, 并求解此时的侵彻速度. 当侵彻速度大于0, 且弹头位移小于弹头长度时, 根据空腔膨胀理论计算得到各分区界面速度, 并结合运动时间积分得到各分区的大小. 结合

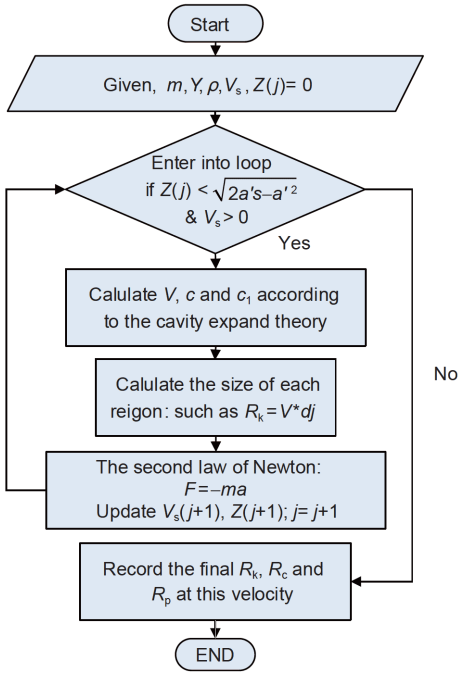

图 7 (网络版彩图)分区半径计算流程图

Figure 7 (Color online) Flowchart of numerical solution for region radius.

牛顿第二定理, 计算得到速度及位移的变换, 然后更新瞬时速度, 返回循环体起始位置, 重复前面的步骤, 直到速度降至0或弹头完全穿过该位置, 退出该循环并记录各分区的半径R_k, R_p及R_c.

(2) 素混凝土

首先以素混凝土为例, 计算参数仍然沿用2.1节, 按照给出的方法计算得到某一位置各区域大小随侵彻速度的变化关系. 图8中横坐标为侵彻速度, 纵坐标为半径大小, 其含义为弹头到达靶中某一位置的速度为V_s时, 该位置破裂区、粉碎区大小随弹体运动的变化规律.

根据图8可知, 各区域半径随侵彻速度呈以下变化趋势.

空腔区: 为验证分区理论模型的正确性, 采用式(3)的积分方法对空腔区的半径值进行了计算, 即图8中的R_k. 从图中可以看出, 初始侵彻速度只要满足形成弹道的要求, 即可形成与弹体直径相当的空腔区, 图中0.0381 m等于弹体半径值. 根据已有的研究成果可知[16–18], 弹体侵彻过程中, 空腔区的直径大小基本与弹体直径大小一致, 故本文的分区理论模型能较好地描述侵彻过程中混凝土各个区域的大小.

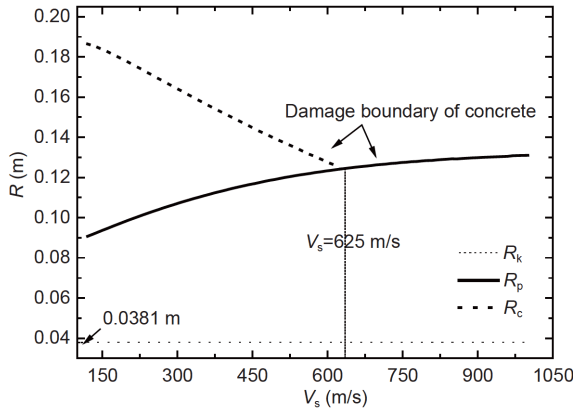

图 8 素混凝土各分区半径与侵彻速度的关系
Figure 8 Region radius of concrete versus penetration velocity.

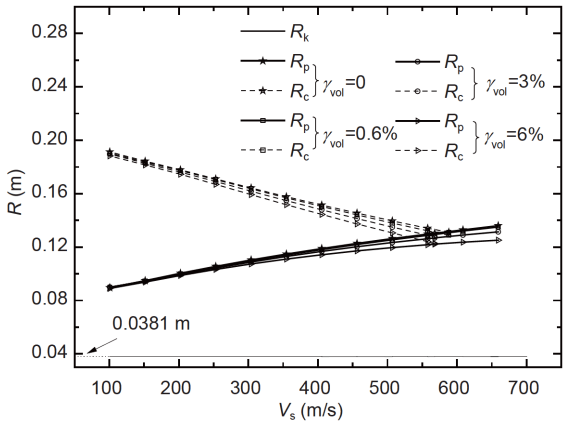

图 9 不同配筋率下各分区半径(强度Y=130 MPa)
Figure 9 Region radius with different reinforcement ratios (concrete strength Y=130 MPa).

破裂区: 计算所得的破裂区半径随侵彻速度增加呈降低的趋势; 其原因是随侵彻速度增大, 破裂-弹性区界面速度增加幅度减缓, 而弹头从弹尖位置运动到弹身的时间会随速度增加而急剧减少, 故界面移动的距离(即破裂区半径)相应降低.

粉碎区: 粉碎区半径表现出随侵彻速度的增加而增大的规律; 其原因是随侵彻速度增大, 虽然弹头从弹尖位置运动到弹身的时间会随速度增加而减少, 但粉碎-破裂区界面速度仍在快速增大, 故导致界面移动的距离(即粉碎区半径)继续增大, 当侵彻速度继续增加, 粉碎-破裂区界面速度增加幅度减缓, 并趋于定值[2].

从图中破裂区和粉碎区的变化趋势可以得到, 本次算例中, 当弹体侵彻速度为625 m/s时, 破裂区半径开始小于粉碎区大小, 表明超出该速度时, 破裂区将会消失. 根据图8, 可以描述出混凝土在侵彻过程中破坏(损伤)的范围: 侵彻速度较低时, 破裂区半径远远大于粉碎区半径, 此时损伤边界由破裂区边界控制(图中黑色虚线); 当侵彻速度增加至某一特定值时, 粉碎区半径大于破裂区半径, 破裂区消失, 混凝土损伤边界由粉碎区边界控制(图中黑色实线). 损伤的区域随侵彻速度的增加, 呈现出先减小、后稍有增大的规律.

(3) 参数讨论

采用Matlab对不同条件下混凝土各分区大小进行计算, 此处仍然选择体积配筋率0, 0.6%, 3%及6%作为配筋率变量; 强度变化选择40, 80及130 MPa, 计算得到图9和10结果. 图中0.0381 m为弹体半径值.

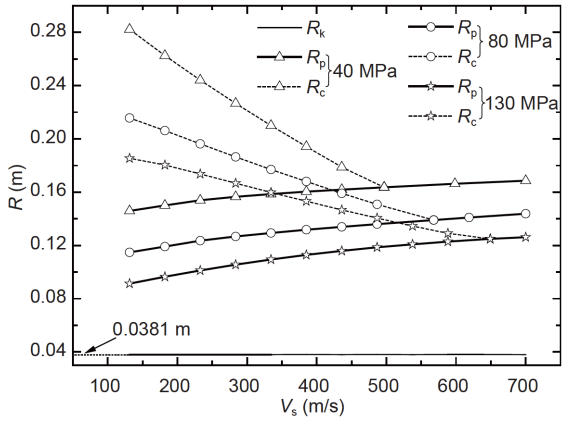

图 10 不同强度下各分区半径(配筋率=0)
Figure 10 Region radius with different concrete strengths (reinforcement ratio=0).

根据图9和10可知, 不同强度下、不同配筋率下, 各区域半径大小随速度改变呈以下变化趋势.

空腔区: 半径大小不随配筋率、侵彻速度及混凝土强度的影响, 100 m/s以上的速度即会形成与弹体直径相当的空腔区域.

破裂区: 无论是混凝土强度改变, 还是配筋率的变化, 破裂区半径均表现出随侵彻速度的增加而降低的规律. 在同一速度, 同一混凝土强度下, 破裂区半径随配筋率的增大有所降低. 如405 m/s的速度下, 体积配筋率从0增加至6%时, 混凝土破裂半径从0.157 m减少至0.143 m, 降低约9%, 说明钢筋对混凝土的环向约束作用减小了混凝土的开裂区域. 同样, 在同一速度, 相

同配筋率下，混凝土强度的增加会显著降低破裂区的半径，如图11所示，其中405 m/s速度下，强度从40 MPa增大至80 MPa时，混凝土破裂区半径从0.188 m减少至0.164 m, 降低约12.8%.

粉碎区: 无论是混凝土强度改变, 还是配筋率的变化，粉碎区半径均表现出随侵彻速度的增加而增大的规律; 在同一速度, 同一混凝土强度下, 粉碎区半径随配筋率的增大有所降低. 仍以405 m/s的速度为例，体积配筋率从0增加至6%时，混凝土粉碎区半径从0.121 m减少至0.109 m，降低约9.92%，说明钢筋对粉碎区同样也存在约束效应. 与破裂区不同的是，混凝土在粉碎区是径向压溃及环向拉断，在破裂区主要是环向拉断，故钢筋的作用效应在粉碎区表现得更为明显, 这从两个区域半径的减小比例可以看出. 同样, 混凝土强度的增加会显著降低粉碎区的半径，与破裂区一致. 其中405 m/s速度下，强度从40 MPa增大至80 MPa时，混凝土粉碎区半径从0.161 m减少至0.133 m, 降低约17.4%.

3 有限元模型分析

3.1 有限元模型

弹/靶参数参考Forrestal和Tzou[7]的试验. 弹体直径为D=76.2 mm，弹头弧形半径为S=114.3 mm，弹头形状为CHR=1.5. 混凝土靶尺寸选取2000 mm×2000 mm×1500 mm. 通过调整钢筋网眼间距、钢筋直径得到不同的配筋率. 如钢筋网眼的大小为100 mm×100 mm，层间距为100 mm，钢筋直径为14.3 mm，此时钢筋混凝土的体积配筋率为3%，钢筋的具体尺寸和布置如图12所示.

弹体和混凝土均采用8节点的实体单元(SOLID164), 钢筋采用梁单元(BEAM164). 混凝土单元尺寸为10 mm×10 mm, 钢筋单元长度为10 mm. 钢筋混凝土采用分离式建模方式，钢筋与混凝土之间的黏结滑移通过软件自带的接触方式进行控制，接触类型为面对面联结接触控制类型(*CONTACT_TIED_SURFACE_TO_SURFACE), 具体参数参考文献[19]. 在弹体和混凝土之间，定义侵蚀接触*CONTACT_ERODING_SURFACE_TO_SURFACE来考虑单元失效，当混凝土材料单元的变形满足失效准则时, 单元删除, 本文通过控制最大主应变来判断混凝土单元失效；钢材与混凝土之间的摩擦系数约选用0.01.

由于模型尺寸比较大, 计算机规模有限, 因此采取1/4模型进行计算，并在对称边界和无反射边界施加相应的边界约束, 有限元模型如图11所示.

3.2 材料模型

弹体材料为高强度钢，在侵彻过程中弹体几乎不存在质量侵蚀和变形，因此，采用MAT_RIGID模型, 钢筋采用理想弹塑性模型, 具体参数见表1[20]. 混凝土靶板选用K&C材料模型(*MAT_CONCRETE_DAMAGE_REL3). K&C模型是Malvar等人[21]提出的混凝土塑性损伤模型，该模型引入了3个失效面，即初始屈服面、极限强度面和残余强度面，并将体积变形和形状变形分开考虑，可以考虑强化效应、拉伸和压缩损伤效应、体积变形损伤效应、应变率效应，能比较真实地反映混凝土材料的力学特性. 根据文献[22,23]对混凝土K&C模型具体参数的定义和描述，对试验中混凝

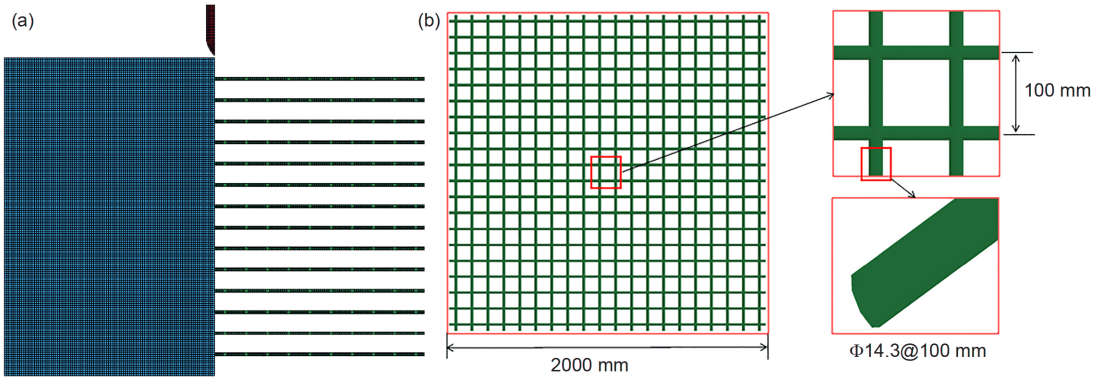

图 11 (网络版彩图)子弹、钢筋和混凝土靶板有限元模型. (a) 钢筋混凝土模型; (b) 钢筋网的参数

Figure 11 (Color online) Finite element model of projectile, steel, and concrete target. (a) Reinforced concrete model; (b) parameters of steel.

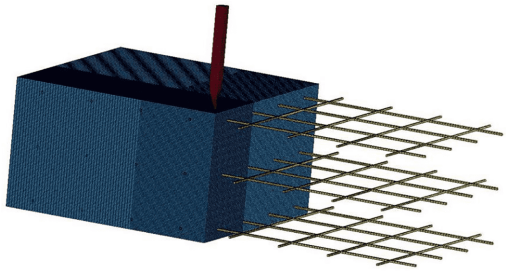

图 12 (网络版彩图)弹体和钢筋混凝土靶有限元模型
Figure 12 (Color online) The finite element model of projectile and reinforced concrete target.

表 1 弹体和钢筋的材料参数
Table 1 Parameters of projectile and steel

材料	密度 (kg m^{-3})	弹性模量 E (GPa)	泊松比	屈服强度 σ (MPa)	失效应变 ε
弹体	7910	210	0.3	0	0
钢筋	7850	200	0.29	400	0.5

土的参数进行了准确性标定, 详细参数见表2.

3.3 模型验证

Hanchak等人[24]对弹体侵彻钢筋混凝土靶进行了试验研究. 试验中钢筋混凝土靶板尺寸为610 mm×610 mm×178 mm, 配筋直径d为5.7 mm, 网眼间距为76.2 mm×76.2 mm, 第一层钢筋距离靶体表面12.7 mm, 其余各层层距离均为76.2 mm. 弹体直径D=25.4 mm, 弹头形状CRH=3, 有限元模型如图12所示, 模型参数与3.2节一致.

图13给出了数值模拟中靶板前后表面的破坏形态, 通过与文献[24]中试验结果对比分析可知, 模拟和试验靶板前后表面宏观破坏基本相同. 另外图14给出弹体以不同着靶速度侵彻混凝土靶时剩余速度, 图中V_s指的是弹体初始撞击速度; V_r是弹体剩余速度. 模拟结果和试验结果相比: 除着靶速度为381和434 m/s外, 其他剩余速度误差均在2%以内. 表明该有限元模型计算结果和试验结果吻合较好, 可有效模拟混凝土靶侵彻.

3.4 混凝土响应区划分方法

Forrestal和Tzou[7]给出混凝土在低速侵彻条件下将产生5个响应区: 空腔区、粉碎区、破裂区、弹性区及未扰动区. 其中粉碎区表现为混凝土各个方向(径向、环向)均发生破坏, 即环向拉伸断裂, 径向压缩坍

表 2 K&C模型中混凝土的材料参数[a)]
Table 2 Parameters of concrete material in K&C model[a)]

参数	数值
材料	混凝土
密度 (kg m^{-3})	2440
泊松比	0.2
Ft (MPa)	4
A_0 (MPa)	–48
RSIZE	3.94×10^2
UCF	145

a) 表中RSIZE, UCF为调整系数, 通过多次有限元数值算例调试得到, 主要指标是依据试验中弹体侵彻深度及开坑大小.

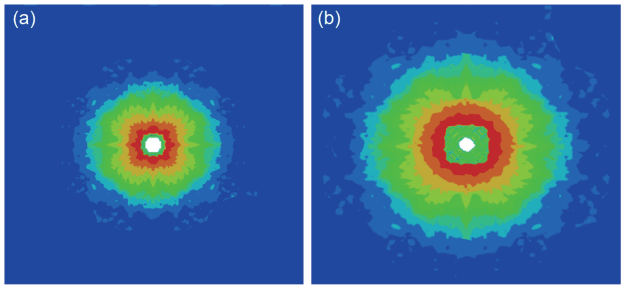

图 13 (网络版彩图)弹体侵彻混凝土靶板的数值模拟. (a) 前表面计算结果; (b) 后表面计算结果
Figure 13 (Color online) Simulation results of projectile penetration into concrete target. (a) Simulation result of front; (b) simulation result of rear.

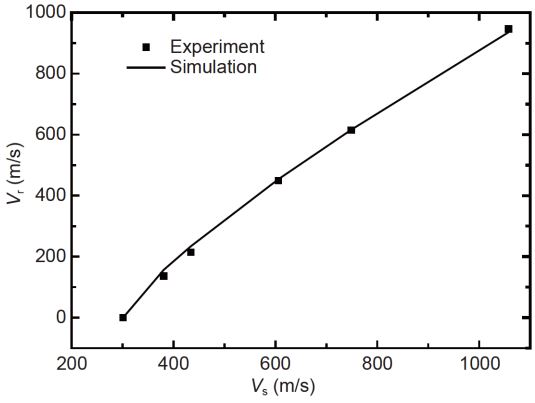

图 14 弹体侵彻剩余速度数值模拟和试验结果
Figure 14 Residual velocity of projectile penetration in finite-element simulation and experimental.

塌; 破裂区表现为混凝土环向应力达到其抗拉强度值, 发生环向拉伸破坏, 而径向一般情况未达到使混凝土发生破坏的应力值, 不形成径向坍塌. 本文根据前期的工作[25], 仍然采用径向压应变和环向拉应变作为响应区划分依据, 即混凝土达到其极限压应变或者极限拉应变时, 发生破坏, 从而对混凝土各响应区域进行划分.

侵彻计算中, 混凝土的极限压应变和极限拉应变分别为ε_r^c=−3.30×10^{-3}和ε_θ^c=2.00×10^{-3}, 应变以拉为正. 另外由文献[25]可以得到混凝土的响应分区过程(图15), 各区域范围的计算需在靶体中选取某些特定的截面位置. 如图15所示, 选取位置1, 2和3进行分析, 三个位置的高度差为弹头长度H.

以弹尖接触的位置(即空腔膨胀中心点)为原点, 建立坐标系OXY, 在800 m/s侵彻速度下, 沿径向r或x, y轴均可以取得距离中心不同位置处混凝土单元的径向坐标、径向应变值和环向应变值(图16), 从而得到混凝土的径向应变和环向应变随位置的变化曲线, 并且以ε_r^c和ε_θ^c作为阈值对混凝土响应区进行划分, 此处以Loc-2为例, 沿x轴选取不同位置处的径向与环向应变, 如图17所示.

根据图17可知, 横截面位置2处径向压应变和环向拉应变均随着半径的增大而减少, 对应的粉碎区和破裂区半径分别为114和161 mm; 且R=400 mm时, 两者应变值均为零, 说明400 mm以外没有受到应力波的影响; 并且破裂区半径是弹体直径76.2 mm的2倍左右, 该结论与何丽灵等人[26]的研究结果基本一致.

3.5 钢筋对混凝土的约束效应分析

3.5.1 混凝土区域变化

首先分析钢筋对空腔膨胀区域大小的影响, 本节对比相同情况下, 钢筋混凝土靶(以体积配筋率为3%为例)与素混凝土靶的响应区别. 对于钢筋混凝土靶, 采用3.4节的方法, 计算参数仍然沿用2.1节, 在800 m/s的侵彻速度下, 对钢筋层位置处的混凝土分区进行识别和划分.

图18给出了其中一个位置(Loc-1)的径向压应变和环向拉应变随弹头位置变化的关系, 根据得到的混凝土极限压应变和拉应变两个阈值对混凝土区域进行划分, 可以获得各区域的大小, 划分结果如图19所示. 其中白色部分为空腔区域(弹体直径大小), 黑色圆圈以内为混凝土粉碎区, 白色虚线区域为破裂区, 其他部

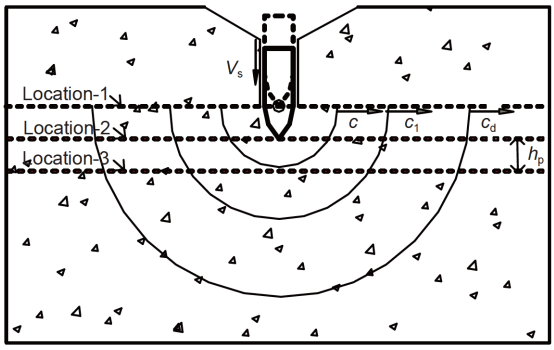

图 15 各响应分区形成过程
Figure 15 Formation process of each region.

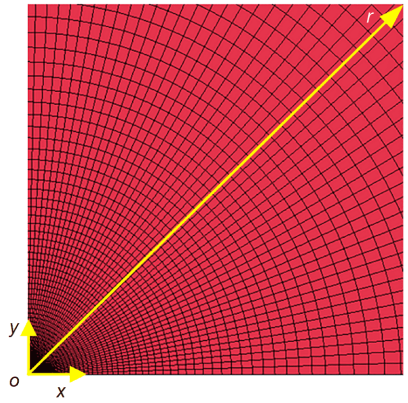

图 16 (网络版彩图)应变选取方法
Figure 16 (Color online) Method of strain selection.

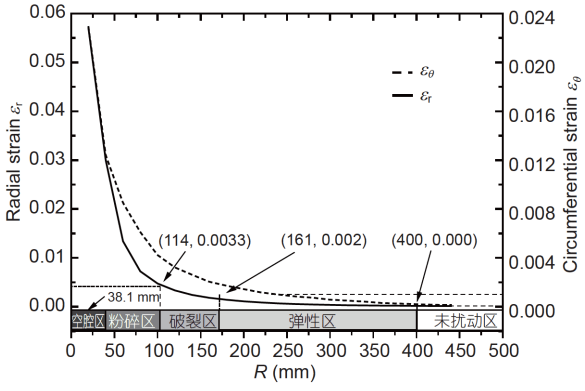

图 17 位置2处截面径向应变和环向应变随半径的变化曲线
Figure 17 Relationship of radial/circumferential strain with radius at Loc-2.

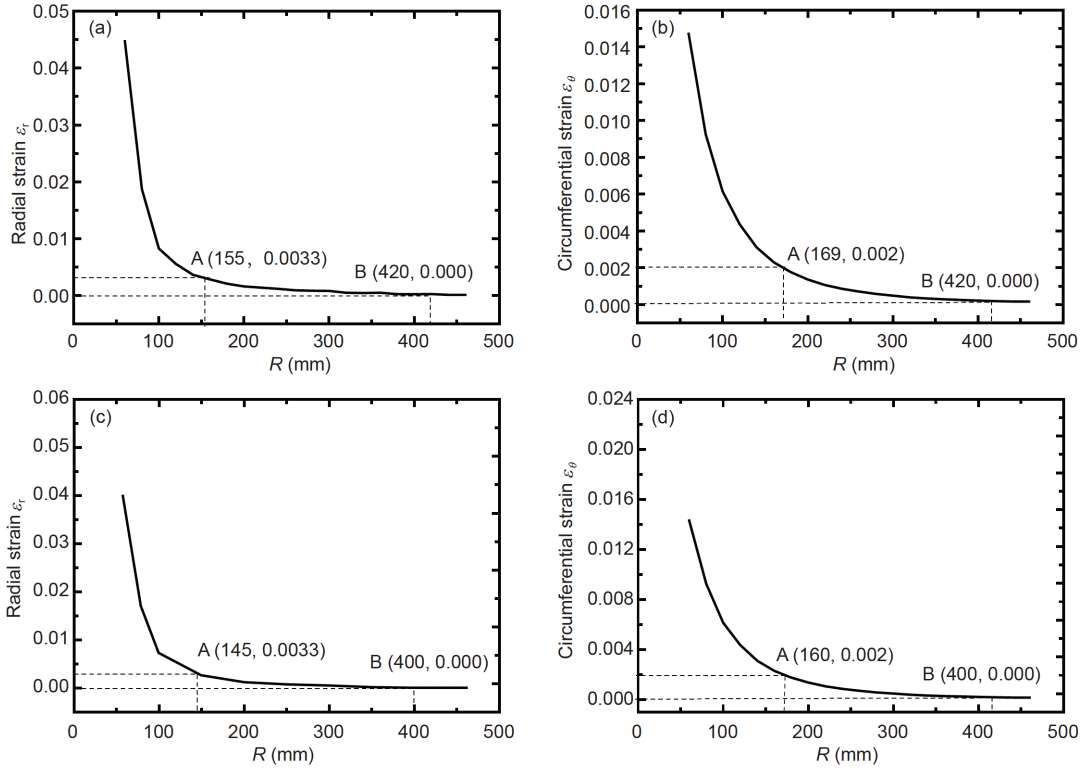

图 18 位置1处截面径向应变和环向应变随半径的变化曲线. (a) 素混凝土径向应变; (b) 素混凝土环向应变; (c) 钢筋混凝土(3%)径向应变; (d) 钢筋混凝土(3%)环向应变

Figure 18 Relationship of radial/circumferential strain with radius at Loc-1. (a) Radial strain of concrete; (b) circumferential strain of concrete; (c) radial strain of reinforced concrete (3%); (d) circumferential strain of reinforced concrete (3%).

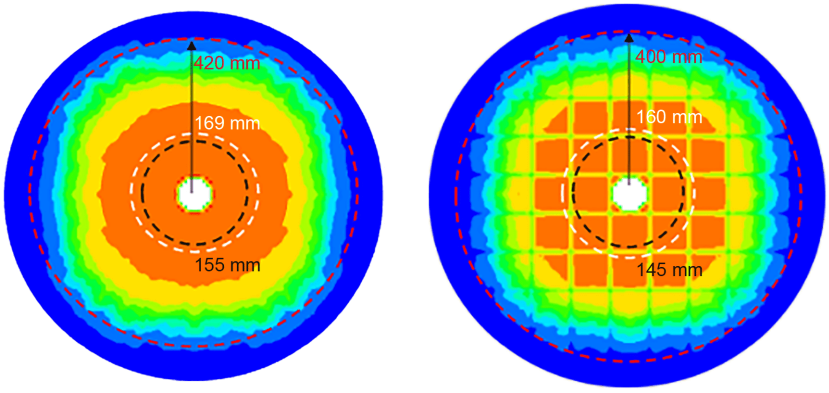

图 19 (网络版彩图)位置1处横剖切面分区大小. (a) 素混凝土; (b) 钢筋混凝土(3%)

Figure 19 (Color online) The region size at Loc-1. (a) Concrete; (b) reinforced concrete (3%).

分依次为弹性区和未扰动区.

根据图18和19可知, 体积配筋率为3%钢筋混凝土靶与素混凝土靶相比, 有如下区别.

(1) 素混凝土靶响应区域比较规则, 应变等值线近似一个圆形. 而对于钢筋混凝土靶, 由于钢筋的加入, 使得云图各等值线呈现不规则趋势, 并且在钢筋的周围, 可以明显地看到混凝土与钢筋的相互作用, 混凝土靶中心云图的等值边界红色区域近似一个矩形.

(2) 空腔区均为弹体, 直径大小38.1 mm, 说明钢筋的加入对空腔区基本上没有影响; 钢筋混凝土靶粉碎

区、破裂区和弹性区均小于素混凝土靶，各响应区域大小差值分别为10，9和20 mm，其对应的百分点分别为6.4%, 5.3%和4.8%. 由数据可以得出, 钢筋的加入确实对混凝土靶各响应区域产生了影响，说明钢筋对混凝土存在约束效应.

为了研究钢筋对混凝土靶在整个侵彻过程中的影响, 图20给出了t=0.4, 1.0和2.0 ms时弹体侵彻钢筋混凝土靶、素混凝土靶纵剖面等效应变图，并结合前文对响应区的划分方法，给出了不同时刻混凝土靶粉碎区和破裂区的大小. 其中图20(a)为素混凝土靶，图20(b)为钢筋混凝土靶, 黑色虚线区域为粉碎区, 白色虚线区域为破裂区, 蓝色部分为未扰动区. 由图20可知, 在钢筋层处混凝土出现了不规则损伤现象，分析认为侵彻过程中钢筋影响了应力波的传播路径，且导致了波的反射和叠加现象，从而在钢筋层周围形成不均匀的损伤区域.

侵彻过程中，钢筋混凝土靶和素混凝土靶粉碎区的大小均随着侵彻深度的增加而减小，整体形貌类似于“V”字，但是相比素混凝土靶，钢筋混凝土靶粉碎区域较小. 相反, 破裂区的大小随着侵彻深度的增加反而有所增大, 整体形貌类似于“上小下大”的花瓶状, 且钢筋混凝土靶整体响应区域小于素混凝土. 在某一特定的侵彻深度(或侵彻速度), 粉碎-破裂区边界和破裂-弹性区边界出现了重合(即破裂区消失)，其中钢筋混凝土靶中破裂区消失时所需的侵彻速度相对于素混凝土更小. 随着侵彻深度的增加(侵彻速度减小), 破裂-弹性区边界与粉碎-破裂区边界的差值呈增大趋势，而钢筋混凝土靶中, 由于钢筋的约束作用, 二者差距较素混凝土小.

3.5.2 钢筋的受力分析

为了获得弹体侵彻过程中钢筋的受力变形状态, 本文选取位置1处钢筋层进行分析. 由于混凝土模型较大, 且侵彻过程中只有中心区域混凝土受到影响, 因此选取靶中心区域(1000 mm×1000 mm)进行分析，钢筋的受力变形情况如图21所示.

由图21可知，在侵彻过程中混凝土靶核心区域钢筋受到空腔膨胀的作用发生了变形并产生相应的应力，对其进行局部放大(右图)，可以看出，网眼周边钢筋均出现了向外膨胀的现象.

为了更清楚地了解处于各个区域钢筋的受力状态, 以着靶点为坐标原点, 建立oxy坐标, 选取其中一根钢筋(如图21右图)，沿x轴方向各位置选取钢筋单元的等效Mises应力，可以得到钢筋应力随位置的变化关系，并对其进行无量纲化处理，如图22所示. 图中σ为钢筋的Mises应力，σ_s为钢筋的屈服强度，D为弹体直径, 图中A和B两点之间为破裂区范围.

由图19(b)的结果可知，粉碎区、破裂区和弹性区大小分别为145 mm (1.9D)，160 mm (2.1D)和400 mm (5.3D)，结合图22可以发现，粉碎区内所有钢筋均达到屈服, 破裂区内的钢筋处于弹性范围内, 且应力随距离增加呈现近似线性关系变化, 对其进行数值拟合, 如图中虚线所示, 拟合方程即为y=1.520−0.298x.

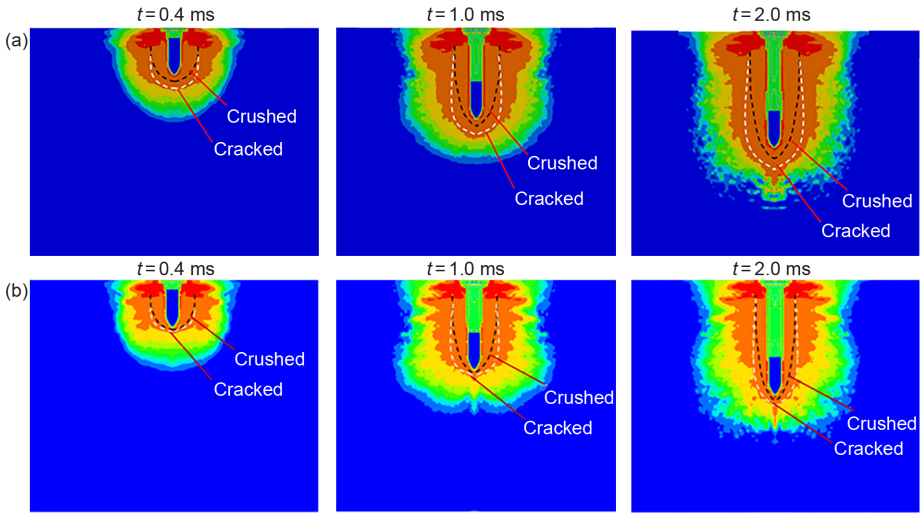

图 20 (网络版彩图)靶纵剖切面图以及分区情况. (a) 素混凝土; (b) 钢筋混凝土(3%)

Figure 20 (Color online) The region size at longitudinal section in the target. (a) Concrete; (b) reinforced concrete (3%).

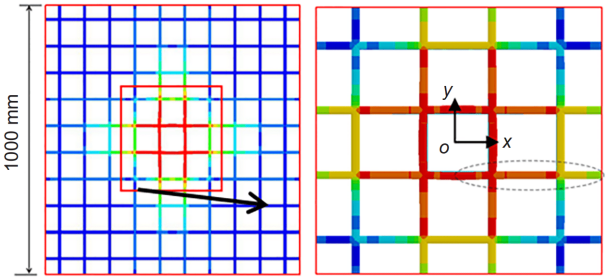

图 21 (网络版彩图)钢筋的Mises等效应力云图

Figure 21 (Color online) The Mises equivalent stress of steel.

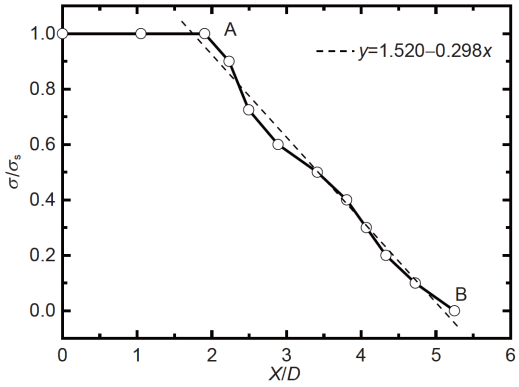

图 22 钢筋的Mises应力分布曲线

Figure 22 The Mises stress distribution curve of steel.

3.6 配筋情况对分区的影响分析

3.6.1 工况说明

本节主要讨论体积配筋率及配筋形式(主要针对配筋间距的变化)对各响应区域的影响, 为了使弹体与钢筋不发生直接撞击, 计算中钢筋网眼大小最小为80 mm×80 mm, 且不改变钢筋网的层数. 相应的计算参数仍然沿用2.1节, 配筋形式参数如表3所示.

3.6.2 配筋率的影响

钢筋的配筋率对于各区域的大小有着直接的影响, 图23给出了不同侵彻速度下体积配筋率对空腔膨胀响应区影响的关系曲线, 其中混凝土分区大小和侵彻速度V, 分别采用R/D和$V/(Y/\rho_c)^{1/2}$进行无量纲化.

根据图23显示, 不同配筋率下, 各区域半径大小随速度改变呈以下趋势.

(1) 空腔区: 弹体直径相当, 且不受速度和配筋率的影响.

(2) 破裂区: 同一侵彻速度下, 破裂区随着配筋率的增大而减小. 如侵彻速度为516 m/s时, 体积配筋率从0增加至6%, 混凝土破裂半径从181 mm减少至172 mm, 降低约5.0%, 说明钢筋对混凝土的环向约束作用减小了混凝土的开裂区域.

(3) 粉碎区: 同一侵彻速度下, 粉碎区半径随配筋率的增大也有所降低. 如侵彻速度为516 m/s左右, 体

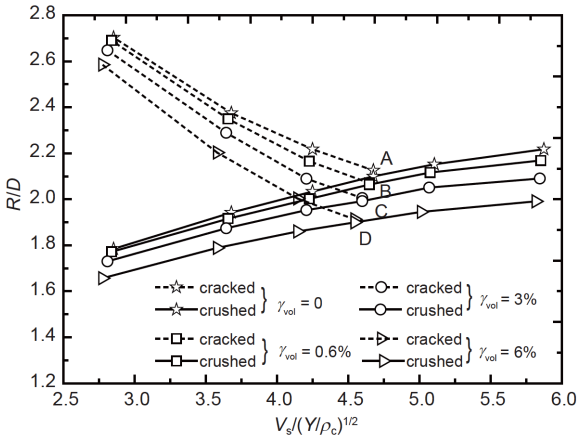

图 23 粉碎区和破裂区半径与侵彻速度的关系

Figure 23 The relationship of crushed/cracked region radius with penetration velocity.

表 3 钢筋的工况参数

Table 3 Case of steel distribution

名称	配筋率 (%)	网眼大小 (mm)	直径 (mm)	钢筋层数
1	0	–	–	–
2	0.6	100×100	6.4	14
3	3.0	100×100	14.3	14
4	6.0	100×100	20.2	14
5	3.0	80×80	12.8	14
6	3.0	120×120	15.5	14

积配筋率从0增加至6%时, 混凝土粉碎区半径从148 mm减少至134 mm, 降低约9.5%, 说明钢筋对粉碎区同样也存在约束效应, 且钢筋的效应在粉碎区表现得更为明显.

从图中可以看出, 当速度超过某一特定值时, 破裂区均会出现消失的情况. 当速度较低时, 混凝土的损伤边界由破裂区控制, 超过临界速度, 混凝土的损伤边界由粉碎区边界控制. 图示表明, 钢筋对破裂区消失的临界速度值也存在一定的影响, 对于素混凝土靶, 弹尖侵彻速度为660 m/s左右时, 破裂区半径开始小于粉碎区大小, 表明该速度及以上破裂区将会消失. 随着配筋率的增大, 破裂区消失时所需要的速度越小, 如体积配筋率6%, 侵彻速度634 m/s时破裂区即会消失.

弹体侵彻混凝土靶的过程中, 各区域的半径大小与边界的膨胀速度有直接的关系. 根据上节界面速度的计算方法, 给出了不同体积配筋率下粉碎区和破裂区边界速度与弹体侵彻速度的无量纲关系曲线, 如图24所示, 其中A, B, C和D分别为体积配筋率为0, 0.6%, 3%和6%时破裂区边界膨胀速度与粉碎区边界膨胀速度的交点. 由图可以看出, 一方面, 随着配筋率的增加, 破裂区和粉碎区边界膨胀速度都有所减小, 并且交点所对应的侵彻速度也越来越小, 说明在配筋率较高时, 粉碎区边界膨胀速度很快追赶上破裂区边界膨胀速度; 另一方面, 钢筋对混凝土产生的约束作用, 减缓了各边界的膨胀速度, 从而降低了混凝土损伤区域.

另外, 图4(b)及图24分别从理论分析和数值计算角度给出了不同配筋率条件下界面速度与空腔膨胀速度、侵彻速度的变化关系. 且侵彻速度V_s与空腔膨胀速度V存在以下关系: $V=V_s\cos\varphi$, 其中φ为弹体弧形头部曲率中心的连线与Z轴的夹角(图6). 对比分析可知: 首先, 数值模拟与理论分析结果整体趋势基本一致. 破裂-弹性区界面速度随膨胀速度、侵彻速度的增加逐渐减小, 理论与数值模拟中均呈上凸形式; 粉碎-破裂区界面速度随膨胀速度、侵彻速度的增加逐渐增大, 理论分析中曲线呈下凹, 而数值模拟中基本呈线性增长, 这与数值模拟中表征速度值的单元选择有关. 其次, 理论与模拟中均存在当速度增加到某一值时, 粉碎-破裂区界面速度超过破裂-弹性区界面速度; 且数值模拟中由于采用的是侵彻速度, 故其交界点速度相对于空腔膨胀速度大. 理论分析中未继续计算粉碎-破裂区界面速度超过破裂-弹性区界面速度之后的结果, 而数值模拟结果表明当破裂-弹性区消失后, 粉碎-破裂区界面速度会继续随速度增加而增大, 并逐渐趋于平缓, 与素混凝土结果一致.

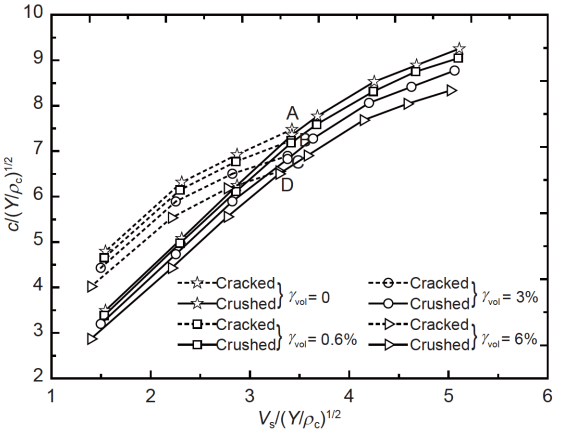

图 24 粉碎区和破裂区界面速度与侵彻速度的关系

Figure 24 The relationship of crushed/cracked interface velocity with penetration velocity.

3.6.3 配筋形式的影响

体积配筋率从宏观上反映钢筋的含量, 而配筋形式则从局部反映了钢筋的分布情况. 为研究钢筋间距对空腔膨胀过程中各分区大小的影响, 图25和26给出了3%体积配筋率, 不同配筋间距下侵彻速度对空腔膨胀响应区、界面速度影响的无量纲关系曲线.

同一体积配筋率下, 钢筋间距对于各区域的半径大小, 以及界面速度都有一定的影响. 钢筋间距减小, 破裂区和粉碎区的半径均降低, 破裂区消失时的速度

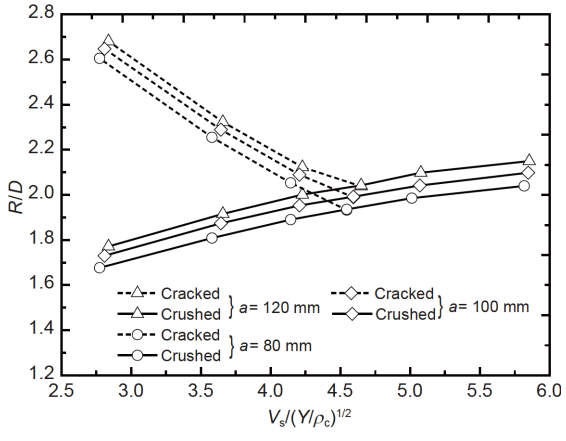

图 25 不同配筋形式下粉碎区和破裂区半径与侵彻速度的关系

Figure 25 The relationship of crushed/cracked region radius with penetration velocity for different steel spacings.

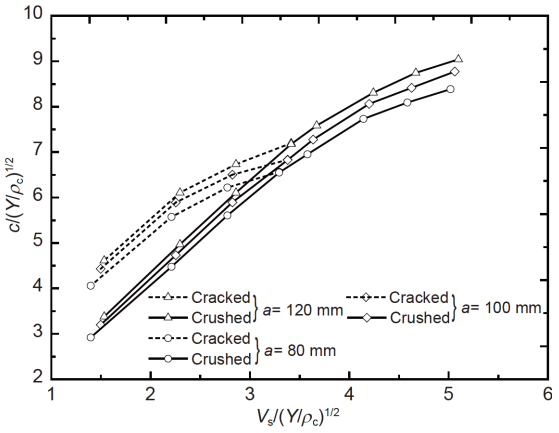

图 26 不同配筋形式下粉碎区和破裂区界面速度与侵彻速度的关系

Figure 26 The relationship of crushed/cracked interface velocity with penetration velocity for different steel spacings.

越小. 说明其他条件相同的情况下, 处于弹体周围, 尤其是破裂区以内的钢筋量越多, 其约束效应越明显.

故实际工程中在相同配筋率下, 采用相对较细的钢筋, 间距较小的配筋形式对混凝土的约束效果好, 但也需注意钢筋直径过度小, 可能会导致约束效应严重降低, 这需要在后续的工作进行进一步的讨论. 从不同钢筋间距下, 粉碎-破裂区和破裂-弹性区界面速度随侵彻速度的变化趋势可以发现: 随着钢筋间距的增加, 粉碎-破裂区和破裂-弹性区界面速度都增大, 破裂区消失所需要的侵彻速度也逐渐增大, 说明配筋间距对于各界面的形成及传播有一定的影响.

4 结论

本文基于钢筋混凝土靶侵彻的空腔膨胀理论, 结合有限元数值分析, 对刚性弹侵彻过程中靶的空腔膨胀分区进行了详细的讨论. 分析结果得到如下结论.

(1) 各分区界面速度随配筋率、强度的增加均会降低, 但二者机理不同; 随配筋率的增加, 破裂区消失所需的临界速度降低; 而随混凝土强度增加, 破裂区消失所需的临界速度增大.

(2) 随着弹体侵彻速度的增加, 粉碎区半径增加, 而破裂区半径却减少. 当速度达到某一特定值时, 破裂区半径开始小于粉碎区半径. 说明侵彻速度较高时, 破裂区将会消失, 损伤边界将由粉碎区边界控制.

(3) 钢筋的存在减小了各响应区域大小, 说明钢筋对周围的混凝土起到了约束作用; 另外从钢筋的应力分布看出, 粉碎区的钢筋屈服, 破裂区的钢筋处于弹性状态, 且与距离呈近似线性关系.

(4) 相同配筋率下, 破裂区和粉碎区的半径, 界面速度均随钢筋间距增大而增大. 故实际配筋采用相对较细的钢筋, 小间距的配筋形式对于混凝土的约束效果好.

参考文献

1 Chen X W, Li X L, Huang F L, et al. Normal perforation of reinforced concrete target by rigid projectile. Int J Impact Eng, 2008, 35: 1119–1129

2 Bishop R F, Hill R, Mott N F. The theory of indentation and hardness tests. Proc Phys Soc, 1945, 57: 147–159

3 Forrestal M J, Cargile J D, Tzou R D Y. Penetration of concrete targets. Technical Report, Sandia National Laboratory, SAND-92-2513C, 1993

4 Forrestal M J, Altman B S, Cargile J D, et al. An empirical equation for penetration depth of ogive-nose projectiles into concrete targets. Int J Impact Eng, 1994, 15: 395–405

5 Forrestal M J. Penetration into dry porous rock. Int J Solids Struct, 1986, 22: 1485–1500

6 Forrestal M J, Luk V K. Penetration into soil targets. Int J Impact Eng, 1992, 12: 427–444

7 Forrestal M J, Tzou D Y. A spherical cavity-expansion penetration model for concrete targets. Int J Solids Struct, 1997, 34: 4127–4146

8 Rosenberg Z, Dekel E. A numerical study of the cavity expansion process and its application to long-rod penetration mechanics. Int J Impact Eng, 2008, 35: 147–154

9 Rosenberg Z, Dekel E. Analytical solution of the spherical cavity expansion process. Int J Impact Eng, 2009, 36: 193–198

10 Wang Y N. The Mechanism of High-Speed Kinetic Energy Projectile Penetration into Concrete (in Chinese). Dissertation for Doctoral Degree. Beijing: Beijing Institute Technology, 2010 [王一楠. 动能弹高速侵彻混凝土机理研究. 博士学位论文. 北京: 北京理工大学, 2010]

11 Li Z K, Huang F L. A dynamic spherical cavity-expansion theory for concrete materials (in Chinese). Expl Shock Waves, 2009, 29: 95–101 [李志康, 黄风雷. 混凝土材料的动态空腔膨胀理论. 爆炸与冲击, 2009, 29: 95–101]

12 Deng Y J, Chen X W, Song W J, et al. Dynamic cavity-expansion penetration model of elastic-cracked-crushed response for reinforced concrete

targets (in Chinese). In: Fang Q, ed. Advances in Effect of Explosion/Shock and Protective Engineering—Celebrating Academician Qian QiHu's 80th Birthday. Beijing: Science Press, 2017. 3–12 [邓勇军, 陈小伟, 宋文杰, 等. 钢筋混凝土靶侵彻的弹性-破裂-粉碎区动态空腔膨胀理论模型. 见: 方秦. 冲击爆炸效应与防护工程研究新进展——庆贺钱七虎院士八十寿辰. 北京: 科学出版社, 2017. 3–12]

13 Deng Y J, Song W J, Chen X W, et al. A dynamic cavity-expansion penetration model of compressible elastic-plastic response for reinforced concrete targets (in Chinese). Expl Shock Waves, 2018, 38: 1023–1029 [邓勇军, 宋文杰, 陈小伟, 等. 钢筋混凝土靶侵彻的可压缩弹-塑性动态空腔膨胀阻力模型. 爆炸与冲击, 2018, 38: 1023–1029]

14 Sliter G E. Assessment of empirical concrete impact formulas. ASCE J Struct Div, 1980, 106: 1023–1045

15 Chen X W, Li Q M. Deep penetration of a non-deformable projectile with different geometrical characteristics. Int J Impact Eng, 2002, 27: 619–637

16 Goldsmith W. Non-ideal projectile impact on targets. Int J Impact Eng, 1999, 22: 95–395

17 Li Q M, Reid S R, Wen H M, et al. Local impact effects of hard missiles on concrete targets. Int J Impact Eng, 2005, 32: 224–284

18 Chen X W. Advances in the penetration/perforation of rigid projectiles (in Chinese). Adv Mech, 2009, 39: 316–351 [陈小伟. 穿甲/侵彻问题的若干工程研究进展. 力学进展, 2009, 39: 316–351]

19 Wu H J. Experiment Research of Dynamic Rupture & Numerical Simulation of Reinforced Concrete Perforation (in Chinese). Dissertation for Doctoral Degree. Beijing: Beijing Institute Technology, 2003 [武海军. 弹体贯穿钢筋混凝土动态破坏实验研究及数值模拟. 博士学位论文. 北京: 北京理工大学, 2003]

20 Deng Y J, Chen X W, Yao Y, et al. Analysis on the ballistic trajectory of normal penetration of a rigid projectile into concrete targets based on meso-scopic model (in Chinese). Expl Shock Waves, 2017, 37: 377–386 [邓勇军, 陈小伟, 姚勇, 等. 基于细观混凝土模型的刚性弹体正侵彻弹道偏转分析. 爆炸与冲击, 2017, 37: 377–386]

21 Malvar L J, Crawford J E, Wesevich J W, et al. A plasticity concrete material model for DYNA3D. Int J Impact Eng, 1997, 19: 847–873

22 Zhu B L, Dong Z X. Nonlinear Analysis of Reinforced-Concrete (in Chinese). Shanghai: Tongji University Press, 1985. 1–26 [朱伯龙, 董振祥. 钢筋混凝土非线性分析. 上海: 同济大学出版社, 1985. 1–26]

23 Lü X L, Jin G F, Wu X H. Nonlinear FEM Theory and Application of Reinforced-concrete (in Chinese). Shanghai: Tongji University Press, 1997. 7–34 [吕西林, 金国方, 吴晓涵. 钢筋混凝土非线性有限元理论与应用. 上海: 同济大学出版社, 1997. 7–34]

24 Hanchak S J, Forrestal M J, Young E R, et al. Perforation of concrete slabs with 48 MPa (7 ksi) and 140 MPa (20 ksi) unconfined compressive strengths. Int J Impact Eng, 1992, 12: 1–7

25 Niu Z K, Chen X W, Deng Y J, et al. Numerical simulation study on the cavity expansion response of the concrete target under penetration (in Chinese). Expl Shock Waves, 2019, 39: 50–58 [牛振坤, 陈小伟, 邓勇军, 等. 混凝土靶侵彻过程中空腔膨胀响应分区的数值模拟研究. 爆炸与冲击, 2019, 39: 50–58]

26 He L L, Chen X W, Xu W F, et al. Analysis of mechanism of pre-buried accelerometer method for DOP measurement (in Chinese). Protect Eng, 2016, 4: 10–17 [何丽灵, 陈小伟, 徐伟芳, 等. 加速度计预埋法测量弹体侵深的机理分析. 防护工程, 2016, 4: 10–17]

附录

A1 不可压缩钢筋混凝土靶理论模型(弹性-破裂-粉碎区)

钢筋混凝土靶受到弹体侵彻时[12], 混凝土会形成如图a1所示的分区情况, 其中, r为径向欧拉坐标, t为时间, V为空腔膨胀速度, c和c_1分别为粉碎-破裂区、破裂-弹性区的界面速度, c_d为弹性波扩展速度. 假设粉碎区(Plastic)的环向钢筋受拉达到屈服; 破裂区(Cracked)内的环向钢筋应力沿径向(r)线性分布, 且粉碎-破裂区边界(ξ=1)环向钢筋应力为钢筋受拉屈服强度, 破裂区-弹性区边界($\xi=\beta_1/\beta$)钢筋与混凝土之间无滑移, 二者应变协调.

考虑混凝土材料可压缩性时, 其粉碎区采用线性压力-体应变关系和Mohr-Coulomb屈服准则描述, 弹性区由杨氏模量E和泊松比v确定:

$$p = K(1-\rho_0/\rho) = K\eta, \tag{a1a}$$

$$p = (\sigma_r+\sigma_\theta+\sigma_\phi)/3; \sigma_\theta = \sigma_\phi, \tag{a1b}$$

$$\sigma_r-\sigma_\theta = \lambda p+\tau,\ \ \tau = [(3-\lambda)/3]Y, \tag{a1c}$$

其中, p为静水压力, ρ_0和ρ分别为变形前后的材料密度; η为体积应变; K为体积模量, 且有E=3K(1−2μ); σ_r, σ_θ

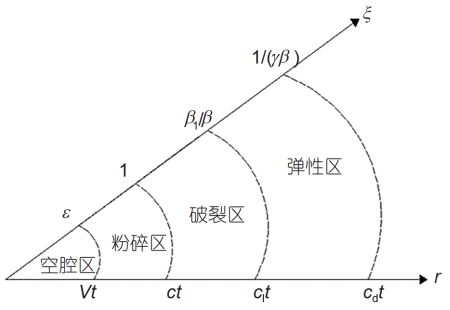

图 a1 弹性-破裂-粉碎区模型

Figure a1 Response regions of elastic-cracked-crushed problem.

(σ_ϕ)分别为径向、环向柯西应力(压为正); λ和τ分别为压力硬化系数和内聚力; Y为单轴抗压强度.

引入无量纲参数:

$$\begin{aligned} &S=\sigma_r/\tau,\ U=v/c,\\ &\varepsilon=V/c,\ \beta=c/c_{\mathrm{p}},\\ &\beta_1=c_1/c_{\mathrm{p}},\ \beta\varepsilon=V/c_{\mathrm{p}},\\ &c_{\mathrm{p}}{}^2=K/\rho_0. \end{aligned} \tag{a2}$$

并引入相似变换:

$$\xi=r/ct, \tag{a3}$$

其中, v为粒子速度(径向为正), V为空腔膨胀速度.

(1) 粉碎区

根据前面的工作[12], 可以得到粉碎区空腔表面的无量纲径向应力表达式为

$$\begin{aligned} S=&-\frac{1}{\lambda}-\frac{2\rho_{\mathrm{sc}}c^2\varepsilon^3}{\tau(\alpha\lambda-1)}\frac{1}{\xi}+\frac{2\rho_{\mathrm{sc}}c^2\varepsilon^6}{\tau(\alpha\lambda-4)}\frac{1}{\xi^4}\\ &+\frac{2\alpha^2\lambda^2+8-10\alpha\lambda}{\alpha\lambda(\alpha\lambda-1)(\alpha\lambda-4)\tau}\bar{\sigma}_{\theta s}^{\,p}+C_0\cdot\xi^{-\alpha\lambda}. \end{aligned} \tag{a4}$$

粉碎-破裂区边界处有:

$$S(\xi=1)=Y/\tau. \tag{a5}$$

在空腔表面$\xi=\varepsilon$, 径向应力表达式为

$$\begin{aligned} S(\varepsilon)=&\left[\frac{3+2\lambda}{\lambda(3-\lambda)}\right]\varepsilon^{-\alpha\lambda}-\frac{1}{\lambda}\\ &+\frac{\rho_{\mathrm{sc}}V^2}{\tau}\left[\frac{6}{(1-\alpha\lambda)(4-\alpha\lambda)}-\frac{2}{(1-\alpha\lambda)}\varepsilon^{1-\alpha\lambda}\right.\\ &\left.+\frac{2\varepsilon^{4-\alpha\lambda}}{(4-\alpha\lambda)}\right]\\ &+\frac{2\alpha^2\lambda^2+8-10\alpha\lambda}{\alpha\lambda(\alpha\lambda-1)(\alpha\lambda-4)\tau}(1-\varepsilon^{-\alpha\lambda})\bar{\sigma}_{\theta s}^{\,p}. \end{aligned} \tag{a6}$$

(2) 破裂区

破裂区控制方程, 其中破裂区混凝土环向应力σ_θ=0, 但此处钢筋的环向应力不为0, 故:

$$\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}\xi}+\frac{2U}{\xi}=0, \tag{a7a}$$

$$\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}\xi}+\frac{2S}{\xi}-\frac{2}{\xi\tau}\bar{\sigma}_{\theta s}^{\,c}(\xi)=\frac{\rho_{\mathrm{sc}}c^2}{\tau}\cdot\xi\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}\xi}, \tag{a7b}$$

式中, $\bar{\sigma}_{\theta s}^{\,c}(\xi)$为破裂区钢筋带来的等效环向应力.

求解式(a7a)可以得到破裂区粒子速度:

$$U=\frac{A_1}{\xi^2}, \tag{a8}$$

其中, A_1为积分常数.

将式(a8)U的解代入动量方程(a7b):

$$\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}\xi}+\frac{2S}{\xi}=-\frac{2A_1\rho_{\mathrm{sc}}c^2}{\tau}\cdot\frac{1}{\xi^2}+\frac{2I_1}{\tau}+\frac{2H_1}{\xi\tau}. \tag{a9}$$

求解:

$$S=\frac{B_1}{\xi^2}-\frac{2A_1\beta^2}{\xi}+\frac{H_1}{\tau}+\frac{2I_1}{3\tau}\xi, \tag{a10}$$

其中, B_1为积分常数.

根据破裂-弹性区及粉碎-破裂区的应力边界条件: $S(\xi=\beta_1/\beta)=S_3$, $S(\xi=1)=Y/\tau$, 求解得到A_1, B_1的表达式:

$$A_1=\frac{S_3-\frac{H_1}{\tau}-\frac{2I_1}{3\tau}\frac{\beta_1}{\beta}-\left(\frac{Y}{\tau}-\frac{H_1}{\tau}-\frac{2I_1}{3\tau}\right)\left(\frac{\beta}{\beta_1}\right)^2}{2\frac{\beta^3}{\beta_1}\left(\frac{\beta}{\beta_1}-1\right)}, \tag{a11a}$$

$$\begin{aligned} B_1=&\frac{Y}{\tau}+2\frac{S_3-\frac{H_1}{\tau}-\frac{2I_1}{3\tau}\frac{\beta_1}{\beta}-\left(\frac{Y}{\tau}-\frac{H_1}{\tau}-\frac{2I_1}{3\tau}\right)\left(\frac{\beta}{\beta_1}\right)^2}{2\frac{\beta^3}{\beta_1}\left(\frac{\beta}{\beta_1}-1\right)}\beta^2\\ &-\frac{2I_1}{3\tau}-\frac{H_1}{\tau}. \end{aligned} \tag{a11b}$$

通过破裂-弹性边界处的速度连续条件可知:

$$\beta=\left(\frac{3F\beta_1{}^3}{2E/3\tau-6\beta_1{}^2}\cdot\frac{1}{A_1}\right)^{1/3}. \tag{a12}$$

将A_1(式(a11a))代入式(a12), 得到一个仅含β和β_1的等式:

$$\frac{3F\beta_1^3}{2E/3\tau-6\beta_1^2}=\frac{1}{12}\cdot\frac{\beta^2\left(M_1\gamma_{\mathrm{vol}}-6Y-2f_{\mathrm{s}}\gamma_{\mathrm{vol}}\right)+\beta\beta_1\left(M_1\gamma_{\mathrm{vol}}+\gamma_{\mathrm{vol}}f_{\mathrm{s}}\right)+\beta_1^2\left(f_{\mathrm{s}}\gamma_{\mathrm{vol}}-2M_1\gamma_{\mathrm{vol}}+6S_3\tau\right)}{(\beta-\beta_1)\cdot\tau}. \tag{a13}$$

化简可以得到关于β的二次函数表达式:

$$C_1\beta^2+C_2\beta+C_3=0. \tag{a14}$$

由于β_1和β相互耦合, 无法直接得到显式解. 采用以下逆向求解的方式来获取确定解: 先选择一个β_1值, 由式(a14)即可求得β的两个根, 根据实际情况选择其中满足理论模型的解(通常为正根). 然后代入式(a4)求出各个系数, 并计算出一组空腔表面的径向应力与速度值, 通过对β_1值的多次迭代计算, 当空腔表面的速度边界条件, 即$U(\xi=\varepsilon)=\varepsilon$满足时得到最终的计算结果.

A2 可压缩钢筋混凝土靶侵彻的理论模型(弹性-破裂-粉碎区)

(1) 粉碎区控制方程[12]:

$$\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}\xi}=\frac{\dfrac{2U}{\xi}+\dfrac{\tau\alpha^2}{2K\xi}\left(\dfrac{\xi-U}{1-\eta}\right)\left(\lambda S+1-\dfrac{2\bar{\sigma}_{\theta\mathrm{s}}^{p}}{\tau\alpha}\right)}{\dfrac{\alpha\beta^2}{2}\left(\dfrac{\xi-U}{1-\eta}\right)^2-1}, \tag{a15a}$$

$$\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}\xi}=\frac{\dfrac{\alpha}{\xi}+\dfrac{\alpha\lambda S}{\xi}-\dfrac{2}{\xi\tau}\bar{\sigma}_{\theta\mathrm{s}}^{p}+\dfrac{2\beta^2KU}{\tau\xi}\left(\dfrac{\xi-U}{1-\eta}\right)}{\dfrac{\alpha\beta^2}{2}\left(\dfrac{\xi-U}{1-\eta}\right)^2-1}, \tag{a15b}$$

式中, $\bar{\sigma}_{\theta\mathrm{s}}^{p}=\dfrac{\gamma_{\mathrm{vol}}}{2}(-f_{\mathrm{s}})$, γ_{vol}为钢筋的体积配筋率, f_{s}为钢筋受拉屈服强度, 涉及的材料密度为钢筋混凝土密度.

(2) 忽略破裂区控制方程中的输运项, 考虑环向钢筋的应力, 得到

$$\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}\xi}+\frac{2U}{\xi}=\frac{\tau}{3K}\cdot\xi\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}\xi}, \tag{a16a}$$

$$\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}\xi}+\frac{2S}{\xi}-\frac{2}{\xi\tau}\bar{\sigma}^{\mathrm{c}}{}_{\theta\mathrm{s}}(\xi)=\frac{\beta^2K}{\tau}\cdot\xi\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}\xi}, \tag{a16b}$$

$$\bar{\sigma}^{\mathrm{c}}{}_{\theta\mathrm{s}}(\xi)=I\xi+H, \tag{a16c}$$

式中, $H_2=-\dfrac{\gamma_{\mathrm{vol}}}{2}\left(f_{\mathrm{s}}-\dfrac{f_{\mathrm{s}}+\sigma_{\mathrm{s}}^{\mathrm{e\text{-}c}}}{1-\beta_1/\beta}\right)$, $I_2=-\dfrac{\gamma_{\mathrm{vol}}}{2}\left(\dfrac{f_{\mathrm{s}}+\sigma_{\mathrm{s}}^{\mathrm{e\text{-}c}}}{1-\beta_1/\beta}\right)$.

求解式(a16), 可以得到:

$$S(\xi)=\frac{C}{\beta\xi}+D\left[1+\frac{3}{(\beta\xi)^2}\right]+G(\xi), \tag{a17a}$$

$$U(\xi)=\frac{-\tau}{2K\beta}\left[\frac{C}{3}+\frac{C}{(\beta\xi)^2}+\frac{4D}{\beta\xi}\right]-Q(\xi), \tag{a17b}$$

式中,

$$G(\xi)=\frac{6I\cdot\ln(3-\beta^2\xi^2)\beta\xi+2I\cdot(\beta^2\xi^2+3)\sqrt{3}\operatorname{arctanh}\left(\frac{1}{3}\beta\xi\sqrt{3}\right)+6\beta\cdot\left(I\xi-\frac{1}{2}H\right)}{\beta^3\xi^2\tau},$$

$$Q(\xi)=\frac{1}{K\beta^4\xi^2}\left[I\ln(3-\beta^2\xi^2)\xi^2\beta^2+4I\beta\xi\sqrt{3}\operatorname{arctanh}\left(\frac{1}{3}\beta\xi\sqrt{3}\right)-I\beta^2\xi^2-2H\xi\beta^2-3I\ln(3-\beta^2\xi^2)+6I\ln\left(1-\frac{1}{3}\beta^2\xi^2\right)+3I\right],$$

C, D为积分常数.

然后根据Forrestal和Tzou[7]的求解方法, 通过弹性-破裂区边界($\xi=\beta_1/\beta$)条件, 可以计算出常数C, D, 继而可以得到β, U_2和S_2的解. 求得β, U_2和S_2后, 根据式(a15)数值积分可以得到粉碎区内的粒子速度和径向应力, 当速度边界$U(\xi=\varepsilon)=\varepsilon$满足时, 求出空腔表面处的无量纲径向应力和粒子速度ε, 并得到空腔膨胀速度$V=\beta\varepsilon c_{\mathrm{p}}$. 至此, 我们逆向求得空腔膨胀速度、界面速度和径向应力的关系. 随后采用Matlab程序编程, 即可得到所对应的无量纲径向应力S与V的关系.

Study on the cavity expansion response of the concrete target under penetration

DENG YongJun[1,2], CHEN XiaoWei[3*] & YAO Yong[1,2]

[1] *Shock and Vibration of Engineering Materials and Structures Key Laboratory of Sichuan Province, Mianyang 621000, China;*
[2] *School of Civil Engineering and Architecture, Southwest University of Science and Technology, Mianyang 621000, China;*
[3] *Advanced Research Institute for Multidisciplinary Science, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China*

Based on the theoretical model of dynamic cavity-expansion of reinforced concrete, the effect of volume reinforcement ratio and concrete strength on interfacial velocity of each region was analyzed. The method for calculating the size of cracked region and crushed region under different velocities was proposed, and the influences of the reinforcement ratio and the concrete strength on the size of each region were discussed. Further the variation law of damage region was obtained. In addition, with the LS-DYNA, the threshold values of concrete, ultimate compressive strain and ultimate tensile strain, were used to identify and divide the expansion response region of concrete target cavity. And the sizes of concrete response region are obtained. Moreover, the influence of reinforcement ratio, mesh spacing and other parameters on the size of each response region was analyzed.

reinforced concrete, dynamic cavity-expansion theory, division methods, constrained effect, reinforcement ratio

PACS: 46.70.De, 61.43.Gt, 61.43.Bn, 62.20.mm, 62.20.mt

doi: 10.1360/SSPMA-2019-0184