

doi: 10.3969/j.issn.1002-0268.2015.11.014

# 大坡度高落差桥梁挠度监测方案试验研究

刘智<sup>1</sup>, 张宿峰<sup>2</sup>, 蔡曙日<sup>1</sup>, 刘京<sup>1</sup>

(1. 交通运输部公路科学研究院, 北京 100081; 2. 黑龙江省高速公路建设局, 黑龙江 哈尔滨 150040)

**摘要:** 为了研究大坡度桥梁特别是大坡度中小桥梁挠度观测难的问题, 对各种监测方法从测量精度、测量速度和测量范围等方面进行深入的分析与比较, 指出各种方法的应用范围和特点。通过应用静力水准仪测试黑龙江牡丹江三股线大桥挠度, 分析了静力水准仪的两种安装方法在测量过程中产生测量误差的原因, 并进行误差精度分析。数据分析表明在中小桥梁挠度监测中, 连通管液位式挠度测量法是目前常用方法中最适合的监测方法; 而在高坡度中小桥梁中外接支架测量法比转接点测量法不仅降低成本, 处理数据方便, 而且精确度很高, 可以在今后的检测工作中大规模推广使用。

**关键词:** 桥梁工程; 桥梁挠度; 静力水准仪; 测量误差; 大坡度

中图分类号: U446.2

文献标识码: A

文章编号: 1002-0268(2015)11-0088-06

## Experimental Study on Deflection Monitoring Scheme of Steep Gradient and High Drop Bridge

LIU Zhi<sup>1</sup>, ZHANG Su-feng<sup>2</sup>, CAI Shu-ri<sup>1</sup>, LIU Jing<sup>1</sup>

(1. Research Institute of Highway, Ministry of Transport, Beijing 100081, China;

2. Heilongjiang Expressway Construction Bureau, Harbin Heilongjiang 150040, China)

**Abstract:** In order to study the problem of difficulty in observing and measuring steep gradient bridges, especially middle-small-scale steep gradient bridges, various monitoring methods from the aspects of measurement accuracy, measurement speed and measurement range are deeply analyzed and compared, and the application scope and characteristics of various methods are also pointed out. Through the application of static force level gage in deflection testing on Heilongjiang Mudanjiang Sanguxian bridge, the causes of measurement error of static force level gage using 2 installation methods in the measuring process are analysed, and the error precision analysis is conducted. The data analysis shows that (1) in the monitoring of middle-small-scale bridge deflections, the connected pipe liquid level deflection measuring method is the most suitable one among present common methods; (2) compared to transferring point measuring method, external support measuring method applied in steep gradient middle-small-scale bridges can lower the cost, make data processing more convenient and achieve a higher accuracy, it can be widely used in the future measurement.

**Key words:** bridge engineering; bridge deflection; static force level gage; measuring error; steep gradient

## 0 引言

我国目前交通运输仍处在大建设大发展时期, 在保持交通运输基础设施建设适度规模和速度, 促进形成连通全国、普惠城乡的交通基础设施体系的

同时, 对于已建成庞大数量的桥梁结构来说, 适应新的桥梁发展需求和运输安全形势, 加强基础设施安全监控, 提升应急保障能力, 提高基础设施的现代化水平成为我国当前交通运输系统发展任务的重中之重。2011年7月, 中国的江苏、福建、浙江、北

收稿日期: 2014-05-20

基金项目: 黑龙江省交通运输厅科技计划项目 (GJJ2012-11)

作者简介: 刘智 (1985-), 男, 江苏泰兴人, 硕士. (75593340@qq.com)

京等地接连发生桥梁坍塌、断裂事故, 并导致人员伤亡, 影响路网正常运行。

桥梁安全关系国计民生, 对于社会与经济发展意义重大, 确保桥梁在运行阶段的安全性, 避免因桥梁事故而造成一系列人身、财产和社会损失, 是全世界桥梁工程界都关注的一个严峻课题, 而针对桥梁可靠性的桥梁安全检测是保证桥梁安全的重要环节。挠度作为桥梁结构的一个重要参数<sup>[1]</sup>, 能够衡量桥梁结构形变是否超出安全范围, 是评价桥梁安全状况的重要依据<sup>[2]</sup>。桥梁挠度是桥梁结构运营状态的综合反映<sup>[3]</sup>, 是判定桥梁竖向整体刚度、桥梁承载能力和结构整体性的重要技术参数, 是荷载试验的重要指标<sup>[4]</sup>。桥梁挠度也是衡量桥梁结构形变是否超出安全范围, 评价桥梁安全状况的重要依据<sup>[5]</sup>。

本文首先比较百分表法、倾角仪测量挠度法、全站仪挠度测量法、GPS 挠度测量法和连通管液位式挠度测量法这些方法, 通过工程实例对黑龙江牡丹江三股线大桥挠度监测系统的安装, 找出适合于高落差桥梁的挠度监测方案。

## 1 传统的桥梁挠度测量方法

目前常用于桥梁挠度测试的方法有百分表法、倾角仪测量挠度法、全站仪挠度测量法、GPS 挠度测量法和连通管液位式挠度测量法等。

百分表法通过测量杆的微小移动, 经过齿轮放大从而通过刻度盘的指针得出测量的数据。该方法数据可靠, 不受环境影响, 目前通过与静态应变仪连接, 能实现计算机自动读数, 而且需要搭设工作支架, 所以该方法只能在少数净空较小的中小桥梁上应用<sup>[6]</sup>。

倾角仪测量挠度法利用结构有限元模型, 计算单位荷载在不同位置左右时的挠度曲线, 并以此挠度曲线作为基准位移模式的线性组合, 组合系数的确定采用对倾角测试数据进行最小二乘拟合的方法<sup>[7]</sup>。该方法不受环境的因素的影响, 测量精度较高, 不需要静止的参考点, 但是对各倾角仪之间的相位差、倾角仪零漂等的要求较高, 国内这样的仪器很少<sup>[8]</sup>。该方法适合大中型钢构结构桥梁的荷载试验等短期挠度监测。

全站仪挠度测量法<sup>[9]</sup>是利用全站仪内置的三角高程测量程序, 直接观察测站点和目标点之间的高差, 由于测站点保持不动, 加载前后的两次高差之差即为目标点的挠度变化量。全站仪法准备工作简单操作方便, 不受纵坡大小的影响, 量程大<sup>[10]</sup>。但是该方

法受自然条件的限制较大, 精度较低, 比较适合一些挠度变形量较大的大桥或者特殊大桥的挠度测量。

GPS 挠度测量法<sup>[11]</sup>将一台接收机(基准站)安在参考点(岸基)上固定不动, 另一台接收机(移动站)设在桥梁变形较大的点, 2 台接收机同步观测 4 颗或更多卫星, 以确定变形点相对岸基的位置。实时获取变形点相对参考点的位置, 可直接反映出被测点的空间位置变化, 从而得到桥梁结构的挠度值。GPS 测量法虽然能实现动态实时自动测量, 但是该系统价格昂贵, 测量精度低, 测点少, 受外界干扰大, 所以该方法只适合跨度桥梁短期检测时使用。

连通管液位式挠度测量法<sup>[12]</sup>利用连通管原理, 根据安装在桥梁各处连通管内液面高度的变化获得桥梁挠度的变化。当桥梁梁体发生变形时, 固定在梁体上的水管也将随之移动, 此时, 各竖直水管内的液面将与基准点处的液面保持在同一水平面, 但各测点处的竖直水管液面却发生了大小不等的相对移动, 测得的相对位移量即是该被测点的挠度值<sup>[13]</sup>。该方法精度较高, 读数可靠, 无累积误差, 并能快速通过计算机采集数据, 测量耗时少, 能测量桥梁整体响应, 有利于桥梁安全的总体评判。但连通管法测量挠度对技术要求较高, 需专业技术人员对连通管进行灌注、排气、试验测试工作, 且由于铺设的管路较长, 水的阻尼很大, 频响差, 无法实现桥梁动挠度的测量。该方法适合用于桥梁健康监测、安全运营监测等长期静态挠度监测系统。

综上所述, 中小桥梁短期挠度监测中一般使用百分表法, 大型桥梁荷载试验等短期挠度监测中一般使用倾角仪测量挠度法、全站仪挠度测量法、GPS 挠度测量法。连通管液位式挠度测量法虽然有安装时间长难度高、铺设成本大等缺点, 但是一旦调试成功, 测量结果可靠性高, 受环境的影响因素小, 所以在桥梁健康监测等长期挠度监测系统中基本都采用连通管液位式挠度测量法。

当前桥梁健康监测系统大多安装在经济较为发达的沿海平原地区, 该地区的特点是桥梁两端的落差较小, 在安装挠度监测时只要保证连通管安装的统一高度就可以, 最多只需要一至两个转接点就可以完成整个系统。而当在山区桥梁挠度监测时, 桥梁落差较大, 没有办法保证连通管安装在同一海拔高度。如果采用传统安装方法就需要安装很多个转接点, 但是多个转接点会导致误差成倍增加, 而且给后期数据处理造成很大的困难。

### 2 大坡度高落差桥梁挠度监测方案选择

三股线高架桥是位于横道河镇附近的一座大型桥梁，该桥为上下两幅分离桥。以牡丹江至哈尔滨行车方向为上行桥，哈尔滨至牡丹江行车方向为下行桥，下行桥于2008年进行过加固，至今整体状况较好。本次加固维修针对上行桥。桥跨布置为(35 + 60 + 90 + 60 + 35) m 预应力混凝土连续刚构箱梁桥，桥梁全长287.54 m。箱梁采用单箱单室，主跨墩顶高度为5.0 m，跨中高度2.0 m，桥梁两端高度落差

达6.25 m。

根据有关检测资料，连续刚构箱梁桥最经常产生的病害是跨中下挠，特别容易发生在长跨跨中位置。而在试验荷载作用下，三股线大桥跨中截面挠度实测值将大于理论计算值，所以三股线大桥挠度测量系统需要测量挠度数据的位置重点在各跨跨中，在最长跨的两个桥墩点位置则是重要受力位置，另外在哈尔滨方向的桥端安装一个测点作为基准点。综上所述，本系统共安装8个静力水准仪，具体位置如图1所示。

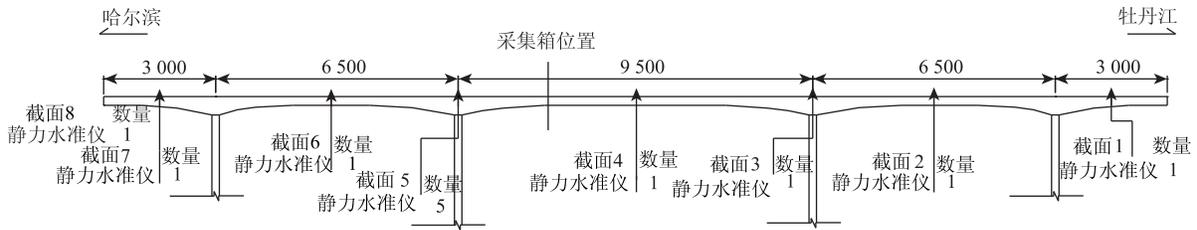


图1 静力水准仪测点布置示意图 (单位: cm)

Fig. 1 Schematic diagram of arrangement of static force level gage measuring points (unit: cm)

静力水准仪测量挠度的原理是根据安装在桥梁各处静力水准仪内液面高度的变化获得桥梁挠度的变化。当桥梁梁体发生变形时，固定在梁体上的水管也将随之移动，此时，各竖直水管内的液面将与基准点处的液面保持在同一水平面，但各测点处的竖直水管液面却发生了大小不等的相对移动，测得的相对位移量即是该被测点的挠度值。静力水准仪原理如图2所示。

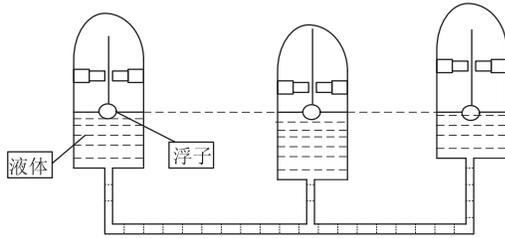


图2 静力水准仪原理图

Fig. 2 Principle of static force level gage

桥梁两端的高度差达6 m多，根据以往经验通过增加转接点的方式来测量挠度数据，且需要每个点都要增设转接点，这样不但使得传感器的安装个数翻倍而且施工难度加大，同时增加了施工成本。根据现场实际情况，采用在箱梁腹板和底板立钢支架的方式安装，利用不同位置调节支架的高度的方式使得连通管传感器安装在同一海拔高度。静力水准仪安装位置如图3所示。



(a) 箱梁内部 (b) 防撞墙



(c) 外接支架

图3 静力水准仪安装位置

Fig. 3 Installation position of static force level gage

### 3 两种监测方案误差分析

由于本桥的坡度太大，如果使用转接点测量法时，除标准点之外的每一点都需要安装转接点。如图4所示，A点和C点无法在同一水平面上安装传感器，即在B点安装两个传感器作为转接点，传感器B1和A在同一海拔高度，B2和C在同一海拔高度，只要测量出高度差H即可得出A、B、C的线性度变化。转接点测量法产生的误差主要是在转接点

位置两个传感器高度差测量上(如图 3 中的高度  $H$  的测量)由于安装位置在桥梁内部,所以只能采用卷尺和高精度激光测距仪进行测量,这会不可避免地造成了测量误差。

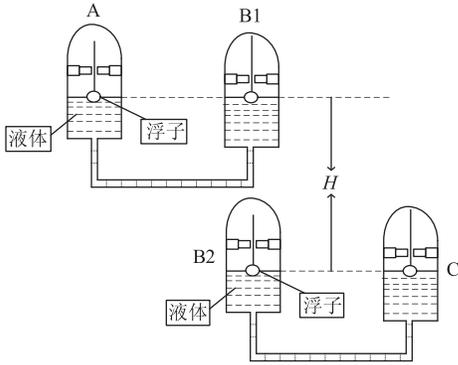


图 4 静力水准仪转接点安装法示意图

Fig. 4 Schematic diagram of transferring point installation method for static force level gage

本次高度差测量一共进行了 4 次,如表 1 所示。

表 1 各点高度差测量数据(单位: m)

Tab. 1 Measured data of height differences at different measuring points (unit: m)

| 截面  | $H_1$ | $H_2$ | $H_3$   | $H_4$   | $H_5$ | $H_6$   | $H_7$ |
|-----|-------|-------|---------|---------|-------|---------|-------|
| 1   | 1.05  | 0.66  | 1.05    | 0.93    | 0.67  | 1.04    | 0.40  |
| 2   | 1.04  | 0.66  | 0.99    | 0.99    | 0.66  | 1.09    | 0.43  |
| 3   | 1.05  | 0.65  | 1.03    | 0.94    | 0.65  | 1.03    | 0.39  |
| 4   | 1.06  | 0.65  | 1.02    | 0.97    | 0.66  | 1.07    | 0.42  |
| 平均值 | 1.05  | 0.655 | 1.022 5 | 0.957 5 | 0.66  | 1.057 5 | 0.41  |

注:  $H_1$  为截面 1 与截面 2 的高度差;  $H_2$  为截面 2 与截面 3 的高度差;  $H_3$  为截面 3 与截面 4 的高度差;  $H_4$  为截面 4 与截面 5 的高度差;  $H_5$  为截面 5 与截面 6 的高度差;  $H_6$  为截面 6 与截面 7 的高度差;  $H_7$  为截面 7 与截面 8 的高度差。

根据表 1 中高度差数据求出 A 类不确定度  $u_A$

$$u_A = t \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} =$$

表 3 2012 年 7 月至 2013 年 6 月牡丹江的月平均气温

Tab. 3 Monthly average temperature of Mudanjiang in period of 2012-07—2013-06

| 时间                        | 2012 年 |      |     |      |      |       | 2013  |     |     |     |      |     |
|---------------------------|--------|------|-----|------|------|-------|-------|-----|-----|-----|------|-----|
|                           | 7 月    | 8 月  | 9 月 | 10 月 | 11 月 | 12 月  | 1 月   | 2 月 | 3 月 | 4 月 | 5 月  | 6 月 |
| 月平均气温/ $^{\circ}\text{C}$ | 22.5   | 21.5 | 16  | 6.5  | -4   | -17.5 | -17.5 | -15 | -5  | 4.5 | 16.5 | 22  |

安装传感器的时间在 2012 年 7 月,所以把该月 22.5  $^{\circ}\text{C}$  作为起始温度,即在此温度条件下测量的数据为准确的。表 4 为各安装点的立柱高度。

根据热膨胀系数可算出高度变化:

$$\Delta h = l \Delta t \delta, \quad (2)$$

式中,  $l$  为初始长度;  $\Delta t$  为温度变化;  $\delta$  为材料的热

$$\frac{t}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \frac{t}{\sqrt{n}} S_x, \quad (1)$$

式中,  $t/\sqrt{n}$  是与测量次数  $n$ 、置信概率  $P$  有关的量相关的,当  $n=4$ ,  $P=0.95$  时,从相关数据表中可以查出  $t/\sqrt{n}=1.59$ ,代入式(1)可得各点高度差测量的不确定度。算术平均值出现在区间  $[\bar{x} - 2S_x, \bar{x} + 2S_x]$  内的概率为 0.95。

外接支架测量法产生的误差主要是由于支架材料的热胀冷缩而使得不同高度的支架膨胀或者收缩的高度不同,从而产生挠度测量的误差。假设参考点的支架高度为  $H_0$ ,第  $n$  测量点支架高度为  $H_n$ ,当温度升高或降低时,参考点和测量点支架的高度差变化值  $\Delta H_0$  与  $\Delta H_n$  不相同,而该差值不能在数据处理中消除,即为本系统的误差。由热胀冷缩的原理可知,参考点和测量点支架的高度差  $(H_n - H_0)$  在不同温度下的变化值  $\Delta(H_n - H_0)$  即为第  $n$  测量点在该温度情况下的测量误差,该误差在不同月份的值是各不相同的。如表 2 所示,置信概率为 0.95 时,各点的偏差在 34 ~ 50 mm 之间。

表 2 各点高度差测量的不确定度

Tab. 2 Uncertainty of measuring height differences at different measuring points

| 高度差                  | $H_1$ | $H_2$ | $H_3$ | $H_4$ | $H_5$ | $H_6$ | $H_7$ |
|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 标准偏差 $S_x/\text{mm}$ | 25    | 17    | 25    | 28    | 24    | 28    | 18    |
| $2S_x/\text{mm}$     | 50    | 34    | 50    | 56    | 48    | 56    | 36    |
| 不确定度                 | 0.04  | 0.028 | 0.04  | 0.044 | 0.038 | 0.044 | 0.029 |

本系统的外接支架全部用 304 不锈钢加工而成,而 304 不锈钢的热膨胀系数为  $17.3 \times 10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ 。表 3 列出从 2012 年 7 月至 2013 年 6 月牡丹江的月平均气温。

膨胀系数。

表 4 各安装点立柱的高度

Tab. 4 Height of each pillar at different measuring points

| 安装点  | 截面 1 | 截面 2 | 截面 3 | 截面 4 | 截面 5 | 截面 6 | 截面 7 | 截面 8 |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
|      | (箱内) | (箱内) |      |      |      |      |      |      |
| 高度/m | 0    | 1    | 0    | 1    | 2    | 2.6  | 3.7  | 4.1  |

截面8为基准点,所以各截面传感器支架与截面8支架的高度差变化即是测量误差。表5为传感器支架与截面8支架的初始高度差。

表5 各点与截面8的初始高度差

Tab.5 Initial height differences between each measuring point and section 8

| 安装点   | 截面1<br>(箱内) | 截面2<br>(箱内) | 截面3  | 截面4  | 截面5  | 截面6  | 截面7  | 截面8 |
|-------|-------------|-------------|------|------|------|------|------|-----|
| 高度差/m | -4.1        | -3.1        | -4.1 | -3.1 | -2.1 | -1.5 | -0.4 | 0   |

表6为各点相对于基准点各月的高度差变化。

表6 各测量点的支座相对于基准支座在各月随温度的变化其高度差变化情况(单位: mm)

Tab.6 Height differences of each measuring point bearing relative to reference bearing varying with temperature in different months (unit: mm)

| 时间       | 截面1<br>(箱内) | 截面2<br>(箱内) | 截面3   | 截面4   | 截面5   | 截面6   | 截面7   | 截面8 |
|----------|-------------|-------------|-------|-------|-------|-------|-------|-----|
| 2012年7月  | 0           | 0           | 0     | 0     | 0     | 0     | 0     | 0   |
| 2012年8月  | 0.071       | 0.054       | 0.071 | 0.054 | 0.036 | 0.026 | 0.007 | 0   |
| 2012年9月  | 0.461       | 0.349       | 0.461 | 0.349 | 0.236 | 0.169 | 0.045 | 0   |
| 2012年10月 | 1.135       | 0.858       | 1.135 | 0.858 | 0.581 | 0.415 | 0.111 | 0   |
| 2012年11月 | 1.880       | 1.421       | 1.880 | 1.421 | 0.963 | 0.688 | 0.183 | 0   |
| 2012年12月 | 2.837       | 2.145       | 2.837 | 2.145 | 1.453 | 1.038 | 0.277 | 0   |
| 2013年1月  | 2.837       | 2.145       | 2.837 | 2.145 | 1.453 | 1.038 | 0.277 | 0   |
| 2013年2月  | 2.660       | 2.011       | 2.660 | 2.011 | 1.362 | 0.973 | 0.260 | 0   |
| 2013年3月  | 1.951       | 1.475       | 1.951 | 1.475 | 0.999 | 0.714 | 0.190 | 0   |
| 2013年4月  | 1.277       | 0.965       | 1.277 | 0.965 | 0.654 | 0.467 | 0.125 | 0   |
| 2013年5月  | 0.426       | 0.322       | 0.426 | 0.322 | 0.218 | 0.156 | 0.042 | 0   |
| 2013年6月  | 0.035       | 0.027       | 0.035 | 0.027 | 0.018 | 0.013 | 0.003 | 0   |

由表6可知各点在全年的测量误差在0~2.837 mm之间,比转接点安装测量法的34~50 mm置信区间精确度高了一个数量级。

#### 4 结论

针对目前大坡度高落差的桥面挠度、残余应变

和中小型桥梁的横向分布系数测量方法的不足,对桥梁挠度静力水准仪在黑龙江牡丹江三股线大桥挠度监测系统的安装进行测试。桥梁挠度静力水准仪在三股线大桥检测工作中充分体现了其测试速度快、布置简便、精度高等优点,采用外接支架测量法不仅比转接点测量法少用了不少静力水准仪传感器,而且精度远远高于转接点测量法。因此,在大坡度高落差桥梁挠度测量时,可尽量使用外接支架测量法,这样不仅降低成本、处理数据方便,而且精确度很高,可以在今后的检测工作中大规模推广使用。

#### 参考文献:

#### References:

- [1] 谢峻,曾丁,郑晓华. 基于收缩徐变自辨识的大跨径桥梁长期挠度预测[J]. 公路交通科技, 2013, 30(8): 88-91.  
XIE Jun, ZENG Ding, ZHENG Xiao-hua. Long-term Deflection Prediction of Long-span Beam Bridge Based on Shrinkage Creep Self-identification [J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2013, 30(8): 88-91.
- [2] 叶贵如,周玉龙. 倾角仪在大跨度桥梁挠度检测中的应用[J]. 公路交通科技, 2009, 26(11): 103-107.  
YE Gui-ru, ZHOU Yu-long. Application of Inclinometer in Deflection Test for Long-span Bridges [J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2009, 26(11): 103-107.
- [3] 钱寅泉,张学亮,袁桂芳. 中小跨径桥梁挠度测试方法比较[J]. 中外公路, 2012, 32(2): 89-92.  
QIAN Yin-quan, ZHANG Xue-liang, YUAN Gui-fang. Comparison of Small and Medium Span Bridge Deflection Measurement Methods [J]. Journal of China & Foreign Highway, 2012, 32(2): 89-92.
- [4] 王中文,朱宏平,钟建锋,等. 大跨度悬索桥猫道抗风设计与施工[J]. 桥梁建设, 2009, 26(2): 65-68.  
WANG Zhong-wen, ZHU Hong-ping, ZHONG Jian-feng, et al. Wind-Resistance Design and Construction of Catwalk for Long Span Suspension Bridge [J]. Bridge Construction, 2009, 26(2): 65-68.
- [5] VURPILOT S, INAUDI D, SCANO A. Mathematical Model for the Determination of the Vertical Displacement from Internal Horizontal Measurements of a Bridge [C] // 1996 Symposium on Smart Structures and Materials International Society for Optics and Photonics. San Diego, CA: SPIE, 1996: 46-53.

- [6] 曹建秋, 高雷雨, 宋军, 等. 高落差、长跨径桥梁挠度检测实验研究与探讨 [J]. 科学与工程与技术, 2009, 9 (7): 1974 - 1978.  
CAO Jian-qi, GAO Lei-yu, SONG Jun, et al. Exploration and Experimental Study on Deflection Detection of High Fall, Large-span Bridges [J]. Science Technology and Engineering, 2009, 9 (7): 1974 - 1978.
- [7] 李勇, 闫维明, 陈彦江. 基于倾角测试的桥梁变形实时监测研究 [J]. 振动与冲击, 2013, 32 (5): 65 - 69.  
LI Yong, YAN Wei-ming, CHEN Yan-jiang. Bridge Deflection Real-time Monitoring based on Inclined Angle Measurement [J]. Journal of Vibration and Shock, 2013, 32 (5): 65 - 69.
- [8] 王安元, 陈县伟, 张强. 桥梁荷载试验挠度测量方法的运用 [J]. 工程与实验, 2012, 50 (1): 31 - 33, 39.  
WANG An-yuan, CHEN Xian-wei, ZHANG Qiang. Application of Deflection Measurement Methods to Bridge Loading Test [J]. Engineering & Test, 2012, 50 (1): 31 - 33, 39.
- [9] 李永强. 桥梁荷载试验中挠度测量方法现状与展望 [J]. 天津市市政工程, 2011, 87 (1): 10 - 11.  
LI Yong-qiang. Present Situation and Prospect of Deflection Measurement Method in Bridge Loading Test [J]. Tianjin Municipal Engineering, 2011, 87 (1): 10 - 11.
- [10] 曹诗荣. 大型桥梁挠度变形监测方法的分析 [J]. 地理空间信息, 2010, 8 (2): 137 - 139.  
CAO Shi-rong. Methods for Measuring Bridge Deflections [J]. Geospatial Information, 2010, 8 (2): 137 - 139.
- [11] 余加勇, 朱建军, 邹峥嵘, 等. 大跨径桥梁挠度测量新方法研究 [J]. 湖南大学学报: 自然科学版, 2007, 34 (10): 31 - 34.  
YU Jia-yong, ZHU Jian-jun, ZOU Zheng-rong, et al. Research on the New Deflection Measurement Method for Large Span Bridges [J]. Journal of Hunan University: Natural Science Edition, 2007, 34 (10): 31 - 34.
- [12] 曾威, 于德介, 胡柏学, 等. 基于连通管原理的桥梁挠度自动监测系统 [J]. 湖南大学学报: 自然科学版, 2007, 34 (7): 44 - 47.  
ZENG Wei, YU De-jie, HU Bai-xue, et al. An Auto-Monitoring System Based on the Communicating Pipe Principle of Bridge Deflection [J]. Journal of Hunan University: Natural Science Edition, 2007, 34 (7): 44 - 47.
- [13] 朱世峰, 周志祥, 吴海军. 半封闭连通管式差压传感器在桥梁挠度测量中的应用 [J]. 传感器与微系统, 2014, 33 (1): 150 - 153.  
ZHU Shi-feng, ZHOU Zhi-xiang, WU Hai-jun. Application of Semi-Closed Connected Pipe Differential Pressure Sensor in Bridge Deflection Measurement [J]. Transducer and Microsystem Technologies, 2014, 33 (1): 150 - 153.

(上接第 87 页)

- ZHAO Yu, ZHANG Feng, ZHOU Yong-jun, et al. Static Model Test of Multi-Span Cable-Stayed and Self-anchored Suspension Composite Bridge [J]. Journal of Chang'an University: Natural Science Edition, 2012, 32 (5): 45 - 51.
- [11] 高小妮, 贺拴海, 赵煜, 等. 三塔斜拉 - 自锚式悬索组合体系桥成桥阶段活载模型试验研究, 武汉理工大学学报, 2012, 34 (1): 84 - 89.  
GAO Xiao-ni, HE Shuan-hai, ZHAO Yu, et al. Model Test on Cable-stayed and Self-anchored Suspension Combination Bridge with Three Towers Under Live Loading in Finished Stage [J]. Journal of Wuhan University of Technology, 2012, 34 (1): 84 - 89.
- [12] 赵煜, 汤金涛, 周勇军, 等. 三塔斜拉 - 自锚式悬索组合结构计算方法及参数分析 [J]. 西安科技大学学报, 2011, 31 (5): 573 - 579.  
ZHAO Yu, TANG Jin-tao, ZHOU Yong-jun, et al. Calculation Method and Parameter Analysis of Self-anchored Suspension and Cable-Stayed Composite Structure with Three Towers [J]. Journal of Xi'an University of Science and Technology, 2011, 31 (5): 573 - 579.
- [13] 高小妮. 多塔斜拉 - 自锚式悬索组合体系桥梁结构理论分析与模型试验研究 [D]. 西安: 长安大学, 2012.  
GAO Xiao-ni. Theoretical Analysis and Model Test Study on Cable-stayed and Self-anchored Suspension Combination Bridge with Multi-tower [D]. Xi'an: Chang'an University, 2012.
- [14] KAROUMI R. Some Modeling Aspects in the Nonlinear Finite Element Analysis of Cable Supported Bridges [J]. Computers & Structures, 1999, 71 (4): 397 - 412.
- [15] 梁鹏, 秦建国, 袁卫军. 超大跨度斜拉桥活载几何非线性分析 [J]. 公路交通科技, 2006, 23 (4): 60 - 62.  
LIANG Peng, QIN Jian-guo, YUAN Wei-jun. Geometrical Nonlinear Analysis under Live Load for Super Long Span Cable-stayed Bridges [J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2006, 23 (4): 60 - 62.