具有亚波长带隙的晶格共振声子晶体

陈时*, 刘航, 王成会, 郭忠雨

陕西师范大学物理学与信息技术学院, 陕西省超声学重点实验室, 西安 710119

*联系人, E-mail: chenshi@snnu.edu.cn

收稿日期: 2020-12-24; 接受日期: 2021-02-01; 网络出版日期: 2021-08-03

国家自然科学基金(编号: 11974232)资助项目

摘要 局域共振是已知的能形成声波亚波长带隙的机制, 然而运用这种机制很难形成以液体为基体的亚波长带隙声子晶体. 本文提出了一种新的形成亚波长带隙的机制, 即晶格共振机制, 它是一种非局域的共振机制, 对应的声子晶体称为晶格共振声子晶体, 研究发现这种声子晶体存在亚波长带隙. 通过引入局域度的概念, 本文解释了这两种机制的不同, 获得了形成亚波长带隙更加普遍的条件. 晶格共振机制使得以液体为基体的亚波长带隙声子晶体成为可能.

关键词 局域共振声子晶体, 晶格共振声子晶体, 亚波长带隙, 局域度

PACS: 43.20.+g, 63.20.Dj, 47.35.Rs

1 引言

亚波长带隙是声子晶体领域一个重要的课题, 它可以实现低频器件的小型化^[1-4]. 一个带隙是否是亚波长带隙, 可以用亚波长比(晶格常数与禁带中心频率对应的基体中波长的比值, 它越小, 越能用小的晶格常数来形成低频带隙)来衡量. Bragg带隙(非亚波长带隙)的亚波长比约为0.5, 而亚波长带隙的应该远小于0.5^[5,6].

声学领域的亚波长带隙首先是在局域共振声子晶体(Locally Resonant Phononic Crystals, LRPC)中实现. 2000年, Liu等人^[7]提出LRPC的概念, 他们把小尺寸的具有低频共振结构(Low-Frequency Resonant Structures, LFRS)的散射体(橡胶包裹的铅球)用一种独特的

方式连接起来, 即把它们周期性地植入到固体环氧树脂(Epoxy, 其纵向和剪切模量都远比橡胶的大)基体中, 形成的声子晶体具有亚波长带隙, 其亚波长比容易达到0.005. 当声波处于局域共振模式时, 低频波的声振动局域在散射体附近(这是局域共振声子晶体名字的由来), 固体基体只是提供散射体间微弱的相互作用; 局域共振带隙的起始频率几乎由单个散射体的共振决定. 因为能够用小尺寸的器件控制长波长声波, 在随后的20多年中LRPC一直吸引着研究者的广泛兴趣^[8-11].

由于并不刻意区分局域性和共振性这两个因素在形成亚波长带隙声子晶体(本文只关注体声子晶体, 它们能被当成一种材料, 而不仅仅是某个特殊的结构)中

引用格式: 陈时, 刘航, 王成会, 等. 具有亚波长带隙的晶格共振声子晶体. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2021, 51: 114312

Chen S, Liu H, Wang C H, et al. Lattice-resonant phononic crystals with subwavelength gaps (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2021, 51: 114312, doi: [10.1360/SSPMA-2020-0495](https://doi.org/10.1360/SSPMA-2020-0495)

的作用, 过去一直认为只有局域共振机制才可能形成亚波长带隙. 这种误解限制了亚波长带隙声子晶体的研究和运用. 例如, 很难用局域共振机制来构成实用的、以液体为基体的亚波长带隙声子晶体(根据我们的了解, 几乎没有文献阐述过这类声子晶体). 绝大多数研究者把亚波长带隙声子晶体(散射体一般是橡胶包裹的固体)的研究限制在硬固体基体中^[12-19], 原因是硬固体基体的剪切和纵向模量都远比橡胶的大, 能够把低频声波局域在散射体中. 也有少量文献^[20,21]把气体(空气)当成基体, 散射体是赫姆霍兹共振腔(Helmholtz Resonator, HR), 这种声子晶体依然是LRPC. 然而其亚波长比并不是足够小, 在文献^[20]中亚波长比约为0.37, 在文献^[21]中亚波长比约为0.23. 对低频带隙而言, 这些声子晶体的晶格常数依然是较大的, 并不是实用的亚波长带隙声子晶体. 对于亚波长带隙声子晶体, 由于上述的误解, 几乎没有文献把液体水当成基体. 原因有二: 其一是液体的剪切模量为0, 不能把散射体(橡胶包裹的固体)的低频振动局域在散射体附近. 其二是对于以水为介质的HR散射体, 要想形成带宽实用的低频带隙, 共振腔的尺寸要比以空气为介质时大得多(水中的声速约为空气中的4.4倍, HR的共振频率正比于声速. 同样的HR, 在水中的共振频率是在空气中的4.4倍), 完全不可能形成亚波长带隙. 也许可以认为很难运用局域共振机制来构成实用的、以液体为基体的亚波长带隙声子晶体.

本文研究了具有LFRS(橡胶包裹的固体)的散射体之间的另外两种连接方式: (1) 与橡胶相比, 基体的纵向模量很大, 但剪切模量很小的情况, 如液体基体; (2) 与橡胶相比, 基体的纵向和剪切模量均不是很大的情况, 如气体基体. 研究发现, 在第一种情况下, 系统存在亚波长带隙. 但是它并不是由局域共振引起的, 因为声振动并不局域在散射体附近; 也不是由Bragg散射和局域共振的相互作用引起的, 因为这种相互作用不能形成亚波长比很小的带隙(或者说不能形成亚波长带隙)^[22]. 这种亚波长带隙是由整个晶格的联合共振引起的, 振动并不局域在LFRS附近. 这种带隙可以称为晶格共振亚波长带隙, 有别于局域共振亚波长带隙; 这种声子晶体或许可以称为晶格共振声子晶体(Lattice Resonant Phononic Crystals, LATRPC). 研究还发现, 在第二种情况下, 系统并不存在亚波长带隙. 这意味着LFRS并不是形成亚波长带隙的充分条件, 也意味着

LATRPC并不是LRPC的简单延伸.

把具有低频共振结构(散射体)且存在亚波长带隙的声子晶体统称为共振型声子晶体, 以区别于Bragg散射型声子晶体. 前者存在亚波长带隙, 后者却不存在亚波长带隙. LRPC和LATRPC是共振型声子晶体两种不同的类型. 前者的亚波长带隙为人熟知, 后者却没有被系统地研究过. 本文研究了LATRPC亚波长带隙的特点和形成机制.

我们引入一个新的概念, 即声波的局域度, 来系统地研究LATRPC和LRPC的区别, 可获得形成声波亚波长带隙更为普遍的条件, 发现并系统地解释了LATRPC中一些反常的波动现象. 此外, LATRPC以流体为基体, 它们与流体基体的阻抗是极其匹配的, 在水声学中具有潜在的应用价值.

2 研究的系统和理论基础

图1(a)显示了一个2维的LATRPC中的单个散射体, 其中A层是铅(Pb), B层是橡胶(Rubber), C层是聚乙烯(Polyethylene, PE). 晶格对称性选择为方形对称性, 其不可约布里渊区域(Irreducible Brillouin Region, IBR)是图1(b)中的阴影部分. 其中 a 是晶格常数, k_x 和 k_y 是波矢量 $\mathbf{k}$ 的分量. 1, 2和3 (0)点分别对应着 Γ , X和M点. 为了计算声子晶体的带结构, 只需要让波矢量在IBR的外边界线上取值即可, 这些波矢量可以用一个参数 n ($n \in [0, 3]$)来确定.

此文只考虑 xy 平面的面内声波(In-Plane Waves), 声振动在 xy 平面内. 振动速度 $\mathbf{v}$ 的分量 v_x 和 v_y 满足如下的方程:

图1 (网络版彩图) 单个散射体(a)和方形晶格的IBR (b)

Figure 1 (Color online) Single scatterer (a) and the IBR of square lattices (b) for LATRPCs.

$$\rho \frac{\partial^2 v_x}{\partial t^2} = \kappa \frac{\partial^2 v_x}{\partial x \partial x} + \mu \frac{\partial^2 v_x}{\partial y \partial y} + (\kappa - \mu) \frac{\partial^2 v_y}{\partial x \partial y}, \quad (1)$$

$$\rho \frac{\partial^2 v_y}{\partial t^2} = \mu \frac{\partial^2 v_y}{\partial x \partial x} + \kappa \frac{\partial^2 v_y}{\partial y \partial y} + (\kappa - \mu) \frac{\partial^2 v_x}{\partial x \partial y}, \quad (2)$$

其中 ρ 是质量密度, μ 和 κ 分别是剪切模量(Shear Modulus)和纵向模量(Longitudinal Modulus). 对于流体, $\mu=0$. 对于时谐波, 振动速度具有如下形式:

$$\mathbf{v}(x, y, z) = [v_x(x, y), v_y(x, y)]^T \exp(-i2\pi ft), \quad (3)$$

其中 f 是频率. Floquet周期性边界条件是

$$\begin{aligned} & \mathbf{v}(x + m_x a, y + m_y a, t) \\ &= \mathbf{v}(x, y, t) \exp(ik_x m_x a) \exp(ik_y m_y a), \end{aligned} \quad (4)$$

其中 m_x 和 m_y 是任意的整数. 不同介质界面处的内部边界条件是速度和法向应力连续.

对于给定的传播方向和频率, 通过求解方程(1), (2)和边界条件就可以计算出波矢量 $\mathbf{k}$. 如果 $\mathbf{k}$ 是一个实矢量, 那么该频率的波处于通带; 如果 $\mathbf{k}$ 是一个复矢量, 那么该频率的波处于禁带. 由此可以确定声子晶体的带结构(Band Structures).

3 晶格共振声子晶体亚波长带隙的特点和形成机制

LATRPC的带结构显示在图2(a)中. 从图中可见, 在[281.8, 425.6]频率(本文中频率的单位为Hz, 为了书写简洁而省略)范围内, 存在一个亚波长的方向带隙(SG1, 在 x 方向传播), 其相对带宽(绝对带宽除以禁带的中心频率)约为0.41, 亚波长比约为0.01. 在文献[20]和[21]中, 基于HR的声子晶体的亚波长比分别约为0.37和0.23, 它们分别是LATRPC的37和23倍, 这说明LATRPC是一种更有效的形成声波亚波长带隙的方法. 为了以后的对比, 具有相同散射体和晶格常数的LRPC的带结构显示在图2(b)中. 从图中可见, 在[200.6, 342.8]频率范围内, 存在一个全方向的亚波长带隙(SG1), 其相对带宽约为0.52, 亚波长比约为0.005. 在图2所给参数的情况下, LATRPC的相对带宽和亚波长比略逊于LRPC, 但是它们大致处在相同的量级.

为了调查LATRPC和LRPC的区别, 现引入一些概念: $LV = \log_{10}(v_{\text{rms}})$, 其中 v_{rms} 是振动速度的均方根. $LV(s)$

图2 (网络版彩图) LATRPC和LRPC的带结构. LATRPC和LRPC都是方形晶格, 其散射体和晶格常数是一样的, LATRPC以水为基体, LRPC以固体环氧树脂为基体. $r_1=10$, $r_2=14$, $r_3=18$, $a=46$ (本文中长度的单位为mm, 为了书写简洁而省略). SG1标出它们第1个亚波长带隙. (a) LATRPC, (b) LRPC

Figure 2 (Color online) Band structures for the LATRPC and LRPC with square lattices. For the LATRPC and LRPC, scatters and lattice constants are same. Only hosts are different, the host is water for the LATRPC, the host is epoxy (solid) for the LRPC. Here, $r_1=10$, $r_2=14$, $r_3=18$, and $a=46$ (the unit of length is mm in this paper, it is omitted in the text for concision). First subwavelength gaps are indicated by SG1. (a) The LATRPC, (b) the LRPC.

和 $LV(b)$ 分别表示在散射体中和对应元胞边界上一点的 LV 值. 模式的局域度(Degree of Localization, DL)定义为: $DL = \max(LV(s)) - \max(LV(b))$. 它意味着 $\max(v_{\text{rms}}(s))/\max(v_{\text{rms}}(b)) = 10^{DL}$, 其中 $v_{\text{rms}}(s)$ 和 $v_{\text{rms}}(b)$ 分别表示在散射体中和对应元胞边界上一点的 v_{rms} . 模式的局域度越大, 声振动越局域在散射体中. 换言之, 模式的局域度越大, 散射体间的相互作用越弱.

W2, W3, S3和S5模式的 LV 值用颜色和等值线显示在图3中. 对于W2模式, $DL=-0.4$; 对于W3模式, $DL=0.3$; 对于S3模式, $DL=3.9$; 对于S5模式, $DL=4.7$. 容易得到如下的结论: (1) 在LRPC中, S3和S5模式的声振动完全局域在散射体中. 散射体中最大的 v_{rms} 是对应元胞边界处的 $10^{3.9}$ 倍(约7943倍)以上, 这说明模式对应的共振是局域共振(所谓局域共振是指振动局域在散射体中或者附近). (2) 在LATRPC中, W2和W3模式的声振动并不局域在散射体中. 对于W2模式, 散射体中最大的 v_{rms} 比对应元胞边界处的小; 对于W3模式, 散射体中最大的 v_{rms} 是对应元胞边界处的 $10^{0.3}$ 倍(约2倍). 说明这些模式对应的共振是晶格共振(所谓晶格共振是指所有散射体构成的整个晶格的共振, 此时不存在单个散射体的共振. 在小尺寸的情况下, LFRS只是使得

图 3 (网络版彩图)不同模式的LV分布. 颜色越黑, LV越小. 此处 $n=2$. (a) 图2(a)中的W2模式; (b) 图2(a)中的W3模式; (c) 图2(b)中的S3模式; (d) 图2(b)中的S5模式

Figure 3 (Color online) The distribution of LV for different modes. When the color is darker, LV is smaller. In all the subgraphs $n=2$. (a) The mode W2 in Figure 2(a); (b) the mode W3 in Figure 2(a); (c) the mode S3 in Figure 2(b); (d) the mode S5 in Figure 2(b).

低频的晶格共振成为可能), 而不是传统的局域共振, 显然也不是Bragg散射(在图2(a)所给参数的情况下, LATRPC的第一个Bragg带隙的中心频率约为16304, 它约为亚波长带隙SG1(图2(a))的中心频率(354)的46倍, 因此这些模式不是由Bragg散射引起的). 从这些事实可以得出如下的结论: 散射体中包含LFRS是形成亚波长带隙的必要条件(以后会说明它不是形成亚波长带隙的充分条件), 但是共振的局域性却不是形成亚波长带隙的必要条件.

图4显示了图2中各模式的局域度. 可以得出如下结论: (1) 当 $n>1.15$ ($k_x>0.15\pi/a$, 此时 $k_x=(n-1)\pi/a$), LRPC各模式的局域度都大于1. 在这种情况下, 各模式的声振动均局域在散射体中. 模式的共振频率可以近似地由单个散射体决定, 基体只是提供各散射体间微弱的相互作用. 结果亚波长带隙的起始频率几乎不依赖晶格常数, 它们对应于带结构中亚波长带隙底部附近近似水平的曲线(图2(b)). (2) 当 $n\rightarrow 1$ ($k_x\rightarrow 0$), S2和S3模式的局域度趋于0; S4和S5模式的局域度趋于0.205. 在这种情况下, 散射体间的相互作用比较强, LRPC亚波长带隙的截止频率依赖于晶格常数. (3) 对于LATRPC, k_x 取任意值时, W2和W3模式的局域度都小于0.3. 这些模式的声振动并不局域在散射体中,

图 4 (网络版彩图)图2中的LATRPC和LRPC的各种模式的局域度

Figure 4 (Color online) DL of modes in the LATRPC and LRPC in Figure 2.

LATRPC的亚波长带隙由晶格共振引起, 且依赖于晶格常数. (4) W1模式的局域度是极端大的, 此时散射体间的相互作用极端小, 这是一个局域共振模式, 由于局域度极端大(远大于图2(b) LRPC S2-S5模式的局域度. 类似于图2(b)中的S1模式), 它对应的传输谱的带宽是极端小的, 因此这个模式也许并没有实用价值.

晶格常数对亚波长带隙的起始和截止频率的影响显示在图5中. 从图中可见, LRPC亚波长带隙的起始频率几乎不受晶格常数的影响, 其原因是在波矢量比较大的情况下, 对S2和S3模式(图2(b), 图4)而言, 散射体间相互作用很弱, 这是LRPC一个重要的特点^[7,12]. 而其截止频率随晶格常数的增加而减小, 这是因为在波矢量趋于0的情况下, 对S4和S5模式(图2(b), 图4)而言, 散射体间相互作用变得比较强, 因此晶格常数会影响截止频率. LATRPC亚波长带隙的起始频率依赖于晶格常数, 随晶格常数的减小而减小, 其原因是在任意波矢量的情况下, 对W2模式(图2(a), 图4)而言, 散射体间相互作用较强, 这和LRPC完全不同. LATRPC亚波长带隙的截止频率随晶格常数的增加而减小.

此外, 从图5还可以看出, 当 $a=37$ 时, 对亚波长带隙而言, LATRPC的相对带宽约为0.66, 亚波长比约为0.0083; LRPC的相对带宽约为0.71, 亚波长比约为0.0076. 这意味着在某些参数的情况下, LATRPC和LRPC亚波长带隙的性能是接近的.

为了揭示局域共振和晶格共振产生的根源, 图6显

图 5 (网络版彩图) 晶格常数对 LATRPC 和 LRPC 的第 1 个亚波长带隙的起始和截至频率的影响. 两种声子晶体散射体的参数和图 2 中的一样. LATRPC 以水为基体, LRPC 以环氧树脂为基体

Figure 5 (Color online) The influence of lattice constants on starting and cut-off frequencies of SGs of LATRPCs and LRPCs. Here, parameters of scatters are unchanged and the same with those in Figure 2. The host is water for LATRPCs, and the host is epoxy (solid) for LRPCs.

示了 LATRPC 和 LRPC 散射体中相对位移的分布. 从这些图中可以得出如下的结论:

(1) 对于 W2 和 S3 模式, 核心层 A 都是作为一个整体而振动. 这意味着 LATRPC 和 LRPC 的亚波长带隙都是由 LFRS 的低频共振引起的, 它可以引起局域共振, 也可以引起晶格共振. 此处的 LFRS 由 A (Pb) 和 B (Rubber) 层构成.

(2) 对于 S3 模式, 声振动局域在 LFRS 中, C 层几乎没有振动. 解释如下: 在 LRPC 中, 基体和 C 层的剪切和纵向模量都远比 B (Rubber) 层中的大, 在基体和 C 层中不可能存在较大的低频的剪切和体积形变, 声振动只能局域在 LFRS 中. 散射体间的相互作用比较微弱, 亚波长带隙的起始频率可以由单个 LFRS 和零边界条件 (B 层外边界处的位移为 0) 近似决定.

(3) 对于 W2 模式, C 层的声振动比较剧烈, 声振动并不局域在 LFRS 中. LATRPC 中的这种现象可以作如下理解: 虽然水的纵向模量远比 B 层的大, 但是其剪切模量等于 0 (比 B 层的小). 水基体中很难存在较大的体积形变, 却容易存在较大的剪切形变 (这个较大的剪切形变可以从图 6(a) 看出来). 低频波的声振动不可能局域在 LFRS 中, 散射体间的相互作用比较强.

基体中的体积形变 (Volume Deformation, VD) 可以定性地用散射体的相对体积变化来反映, 即单个散射

图 6 (网络版彩图) 不同模式散射体中相对位移的分布. 此处 $n=1.5$. (a) 图 2(a) 中 LATRPC 的 W2 模式, 为了能看清楚, A 层的相对位移放大了 5 倍. (b) 图 2(b) 中 LRPC 的 S3 模式

Figure 6 (Color online) The distribution of relative displacements in scatterers for modes in Figure 2. Here, $n=1.5$. (a) The mode W2 of LATRPC in Figure 2(a), the relative displacements in the layer A are magnified 5 times for easy-to-see. (b) The mode S3 of LRPC in Figure 2(b).

体体积变化的最大绝对值比上其静态体积. 对于二维

的散射体, VD 可以定义为: $VD = \left| \frac{\iint_S \mathbf{u} \cdot \mathbf{ds}}{V_0} \right|$, 其中

$\mathbf{u}$ 和 $\mathbf{ds}$ 分别是散射体表面的位移和面元矢量, 曲面 S 是单位长度散射体的侧面, V_0 是无波动时单位长度散射体的体积. 图 7 显示了图 2(a) 中 LATRPC 各个模式的 VD 值. 对于频率低于 800 的所有模式, VD 的最大值是 2.6×10^{-8} . 作为对比, 考虑图 2(b) 中的 LRPC, $n=2$ 时 S3 模式的 VD 是 3.6×10^{-3} . 这说明在低频情况下 LATRPC 的基体水中很难存在大的体积形变, 且 VD 比 LRPC 中的小. 这种现象也许可以粗略地理解为压缩卸与剪切, 即如果一个系统的体积形变 (压缩形变) 越不容易发生,

图 7 (网络版彩图) 图 2(a) 中 LATRPC 的不同模式的 VD

Figure 7 (Color online) VD of different modes in LATRPC in Figure 2(a).

且剪切形变越容易发生, 那么系统的体积形变会变得越小.

通过大量的数值计算发现, 当基体的剪切和纵向模量都比较小时, 就算散射体中包含了LFRS, 声子晶体中也不存在亚波长带隙. 例如, 把图2中的A/B/C散射体(或者去掉C层的A/B散射体)周期性地植入到空气(或者另一种软固体)中, 形成的声子晶体就不存在亚波长带隙. 至此可以定性地得出更加普遍的形成声波亚波长带隙(LFRS由橡胶包裹的固体构成)的条件: (1) 当基体的剪切和纵向模量都很大时(与B层相比), 基于局域共振的亚波长带隙可以存在; (2) 当基体的纵向模量很大, 但剪切模量很小时(与B层相比, 比如大多数液体), 基于晶格共振的亚波长带隙可以存在; (3) 当基体的剪切和纵向模量均不是很大时(与B层相比, 基体为固体或者液体), 不存在亚波长带隙. 总之, 存在LFRS是存在亚波长带隙的必要条件, 而非充分条件; 局域性并不是存在亚波长带隙的必要条件.

LRPC和LATRPC是共振型声子晶体的两种不同的类型. 在机制方面, 这两者的区别在于: LRPC的低频共振模式是“全局域”的, 即剪切和体积形变均被限制, 局域在散射体附近; LATRPC的低频共振模式是“半局域”的, 即在剪切和体积形变中, 只有一种被限制了, 局域在散射体附近, 另外一种却扩展到整个晶格中. 对于“全不局域”的情况, 即剪切和体积形变均不被局域, 就算系统存在低频共振结构也不可能形成亚波长比很小的亚波长带隙.

图8(a)显示了有限周期系统中声波的传输谱, 其周期单元来自于图2(a)中的LATRPC. T1, T4, T8和T12曲线分别对应包含1, 4, 8和12个周期的系统. 完美LATRPC的第一个亚波长带隙的频率范围是[281.8, 425.6]. 从图中可见, 具有较小传输系数的频率范围随着周期数的增加而增大. 当周期数等于12时, 在整个亚波长带隙范围内传输系数都很小, 小于0.07. 对于LATRPC, 散射体间的相互作用较强, 散射体的数量极大地影响了模式的频率, 因此出现了这种反常的现象(它并不出现在LRPC中). 在LRPC中, 亚波长带隙的带宽并不随周期数的变化而变化, 周期数的增加只是降低带隙内声波的传输系数(请参考文献[12]中的Figure 9). 此外, 通带内声波的传输系数是很大的, 可以趋于1, 这说明LATRPC与液体的阻抗是极其匹配的, 它们在水声学领域有潜在的应用价值.

图 8 (网络版彩图)有限周期系统中声波的传输谱和亚波长带隙内声波的局域度. 其中周期结构和图2(a)中的LATRPC相同. (a) 不同周期数有限系统的传输谱; (b) 对于周期数为8的有限系统, 第4个周期内声波的局域度

Figure 8 (Color online) Transmission spectrums and DL of waves in the SG for the LATRPC (in Figure 2(a)). (a) Transmission spectrums for finite period systems with different period numbers; (b) DL of the 4th scatter in the 8-period system.

图8(b)显示了在亚波长带隙内声波的局域度. 在带隙内声波的局域度处于 $[-0.35, 0.25]$, 可以认为处在W2和W3模式的局域度之间. 这说明亚波长带隙内的声波也不局域在散射体附近.

图9(a)显示了一个具有A/B散射体的LATRPC的带

图 9 (网络版彩图)具有A/B散射体的LATRPC的带结构和模式的局域度. 此处 $r_1=10$, $r_2=12$, $a=25$. (a) 带结构, (b) 子图(a)中的M1和M2模式的局域度

Figure 9 (Color online) The band structure and DL of waves of the LATRPC with A/B scatters. Here, $r_1=10$, $r_2=12$, $a=25$. (a) The band structure; (b) DL of modes M1 and M2 in the subgraph (a).

结构. 其基体是水, A/B 散射体由 A (Pb) 和 B (Rubber) 层构成. 这里存在一个全方向的亚波长带隙(图9(a)中的 SGAP1), 其频率范围是[356.2, 459.2], 相对带宽约为0.25, 亚波长比约为0.007. 图9(b)显示了M1和M2模式的局域度, 它们都小于-0.25, 这些模式都是非局域的.

本文中材料参数^[7,23]如下: 对于铅, $\rho=11.6 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, $\lambda=4.23 \times 10^{10} \text{ Pa}$, $\mu=1.49 \times 10^{10} \text{ Pa}$; 对于橡胶, $\rho=1.3 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, $\lambda=6 \times 10^5 \text{ Pa}$, $\mu=4 \times 10^4 \text{ Pa}$; 对于PE, $\rho=0.9 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, $\lambda=2.88 \times 10^9 \text{ Pa}$, $\mu=2.6 \times 10^8 \text{ Pa}$; 对于环氧树脂, $\rho=1.18 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, $\lambda=4.43 \times 10^9 \text{ Pa}$, $\mu=1.59 \times 10^9 \text{ Pa}$; 对于水, $\rho=1 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, $\lambda=2.25 \times 10^9 \text{ Pa}$, $\mu=0 \text{ Pa}$. 此处 $\kappa=\lambda+2\mu$.

4 结论

本文的主要结论可以概括如下: (1) 提出了一个新的形成声波亚波长带隙的机制, 即晶格共振机制. 它不同于传统的局域共振机制, 而是一个非局域的共振机

制. 共振模式的声振动并不局域在散射体附近, 而是扩展到整个晶格中. 研究发现在基于这种新机制的晶格共振声子晶体中存在亚波长带隙. 晶格共振机制使得以液体为基体的亚波长带隙声子晶体成为可能, 而局域共振机制却很难达到. (2) 对于包含低频共振结构(由橡胶包裹的固体构成)的体声子晶体, 获得了更加普遍的形成亚波长带隙的条件: 当基体的剪切和纵向模量都很大时(如大多数固体), 基于局域共振的亚波长带隙可以存在; 当基体的纵向和剪切模量只有一个很大时(如大多数液体), 基于晶格共振的亚波长带隙可以存在; 当基体的纵向和剪切模量均比较小时(如一般的气体), 不存在实用的亚波长带隙. (3) 通过引入声波局域度的概念, 发现和解释了晶格共振声子晶体的一些反常的波动现象, 包括反常的透射谱、亚波长带隙起始频率对晶格常数的依赖性和模式的非局域性等. (4) 本文建议的晶格共振声子晶体和液体基体是阻抗匹配的, 使得它们在水声学领域具有潜在的实用价值. 这些结论增加了对亚波长带隙声子晶体的认知并扩展了它们的适用范围.

参考文献

- 1 Taleb F, Darbari S. Tunable locally resonant surface-acoustic-waveguiding behavior by acoustoelectric interaction in ZnO-based phononic crystal. *Phys Rev Appl*, 2019, 11: 024030
- 2 Kushwaha M S, Halevi P, Dobrzynski L, et al. Acoustic band structure of periodic elastic composites. *Phys Rev Lett*, 1993, 71: 2022–2025
- 3 Li F L, Wang Y S, Zhang C Z. Boundary element method for calculation of elastic wave transmission in two-dimensional phononic crystals. *Sci China-Phys Mech Astron*, 2016, 59: 664602
- 4 Chen Z W, Yao Y W, Wu F G, et al. The Schoch effect mechanism analysis and its regulation of two dimensional three components phononic crystal (in Chinese). *Sci Sin-Phys Mech Astron*, 2017, 47: 064301 [陈宗旺, 姚源卫, 吴福根, 等. 二维三组元声子晶体Schoch效应及其调控. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2017, 47: 064301]
- 5 Wang T T, Wang Y F, Wang Y S, et al. Evanescent-wave tuning of a locally resonant sonic crystal. *Appl Phys Lett*, 2018, 113: 231901
- 6 Oudich M, Li Y, Assouar B M, et al. A sonic band gap based on the locally resonant phononic plates with stubs. *New J Phys*, 2010, 12: 083049
- 7 Liu Z, Zhang X, Mao Y, et al. Locally resonant sonic materials. *Science*, 2000, 289: 1734–1736
- 8 Wang G, Wen X, Wen J, et al. Two-dimensional locally resonant phononic crystals with binary structures. *Phys Rev Lett*, 2004, 93: 154302
- 9 Goffaux C, Sánchez-Dehesa J, Yeyati A L, et al. Evidence of Fano-like interference phenomena in locally resonant materials. *Phys Rev Lett*, 2002, 88: 225502
- 10 Wang P, Casadei F, Shan S, et al. Harnessing buckling to design tunable locally resonant acoustic metamaterials. *Phys Rev Lett*, 2014, 113: 014301
- 11 Fokin V, Ambati M, Sun C, et al. Method for retrieving effective properties of locally resonant acoustic metamaterials. *Phys Rev B*, 2007, 76: 144302
- 12 Wang G, Yu D, Wen J, et al. One-dimensional phononic crystals with locally resonant structures. *Phys Lett A*, 2004, 327: 512–521
- 13 Xia Y, Erturk A, Ruzzene M. Topological edge states in quasiperiodic locally resonant metastructures. *Phys Rev Appl*, 2020, 13: 014023
- 14 Guo T, Yang X W, Geng Q, et al. Anisotropic phononic crystal structure with low-frequency bandgap and heat flux manipulation. *Sci China-Phys*

- [Mech Astron](#), 2020, 63: 224711
- 15 Ning S, Yang F, Luo C, et al. Low-frequency tunable locally resonant band gaps in acoustic metamaterials through large deformation. [Extreme Mech Lett](#), 2020, 35: 100623
 - 16 Li S, Dou Y, Chen T, et al. Designing a broad locally-resonant bandgap in a phononic crystals. [Phys Lett A](#), 2019, 383: 1371–1377
 - 17 Feng D, Jiang W, Xu D, et al. Micro-silicon phononic crystal with locally resonant theory. [Appl Phys Lett](#), 2017, 110: 171902
 - 18 Jiang W, Feng D, Xu D, et al. Experimental investigation of energy localization in line-defect resonator based on silicon locally resonant phononic crystal. [Appl Phys Lett](#), 2016, 109: 161102
 - 19 Khelif A, Achouli Y, Benchabane S, et al. Locally resonant surface acoustic wave band gaps in a two-dimensional phononic crystal of pillars on a surface. [Phys Rev B](#), 2010, 81: 214303
 - 20 Liu M, Hou Z L, Fu X J. Local resonant acoustic band gaps in two-dimensional square-arranged Helmholtz resonators array (in Chinese). *Acta Phys Sin*, 2012, 10: 104302 [刘敏, 侯志林, 傅秀军. 二维正方排列圆柱状亥姆赫兹共振腔阵列局域共振声带隙的研究. *物理学报*, 2012, 10: 104302]
 - 21 Elford D P, Chalmers L, Kusmartsev F V, et al. Matryoshka locally resonant sonic crystal. [J Acoust Soc Am](#), 2011, 130: 2746–2755, arXiv: [1102.0399](#)
 - 22 Yu D, Wen J, Zhao H, et al. Vibration reduction by using the idea of phononic crystals in a pipe-conveying fluid. [J Sound Vib](#), 2008, 318: 193–205
 - 23 Auld B A. *Acoustic Fields and Waves in Solids (vol 1)*. 2nd ed. Malabar: Krieger Publishing Company, 1990. 352–365

Lattice-resonant phononic crystals with subwavelength gaps

CHEN Shi^{*}, LIU Hang, WANG ChengHui & GUO ZhongYu

Shaanxi Key Laboratory of Ultrasound, School of Physics & Information Technology, Shaanxi Normal University, Xi'an 710119, China

The local resonance mechanism is a renowned methodology for obtaining subwavelength gaps with respect to acoustic waves. In locally resonant phononic crystals, low-frequency acoustic waves are localized around scatters, and the hosts only provide weak interaction between scatters. However, it is difficult to obtain phononic crystals with subwavelength gaps using liquid hosts via the local resonance mechanism. In this paper, a new mechanism, i.e., the lattice resonance mechanism, is proposed for the formation of subwavelength gaps with respect to acoustic waves. The lattice resonance mechanism is a nonlocal resonance mechanism. The type of phononic crystal obtained based on this novel mechanism is called a lattice-resonant phononic crystal. Research results indicate the presence of omnidirectional and directional subwavelength gaps in lattice-resonant phononic crystals. However, the low-frequency waves in these phononic crystals are extended to whole lattices and not localized around scatters. The lattice resonance mechanism enables the formation of subwavelength gaps in phononic crystals with liquid hosts. By introducing the concept of degree of localization, more general conditions are obtained for the formation of subwavelength gaps in the case of acoustic waves. Further, the abnormal properties of the lattice-resonant phononic crystals are discovered and explained systematically. In addition, the acoustic impedances of the liquid hosts and lattice-resonant phononic crystals are considerably similar. This new type of phononic crystal can be used to control the low-frequency acoustic waves in hydroacoustic fields, where the locally resonant phononic crystals do not fit.

locally resonant phononic crystals, lattice-resonant phononic crystal, subwavelength gaps, degree of localization of waves

PACS: 43.20.+g, 63.20.Dj, 47.35.Rs

doi: [10.1360/SSPMA-2020-0495](https://doi.org/10.1360/SSPMA-2020-0495)