致密油气介质中波的控制方程

高静怀^{1,2*}, Weimin HAN⁵, 何彦斌⁴, 赵海霞³, 李辉^{1,2}, 张懿洁^{1,2}, 徐宗本³

1. 西安交通大学电子与信息学部, 西安 710049;

2. 海洋石油勘探国家工程实验室, 西安 710049;

3. 西安交通大学数学与统计学院, 西安 710049;

4. 西安交通大学机械工程学院, 西安 710049;

5. Department of mathematics, University of Iowa, Iowa 52242, USA

* 通讯作者, E-mail: jhgao@mail.xjtu.edu.cn

收稿日期: 2020-01-11; 收修改稿日期: 2020-09-03; 接受日期: 2020-09-27; 网络版发表日期: 2020-12-16

国家自然科学基金项目(批准号: 41390450、41390454、91730306)、国家科技重大专项项目(编号: 2016ZX05024-001-007、2017ZX05069)及国家重点研发计划项目(编号: 2018YFC0603501)资助

摘要 致密油气介质是一种特殊的多孔介质, 在油气勘探开发中占有重要地位. 文章建立致密油气介质中波的控制方程, 该方程较一般多孔介质波方程, 形式大为简化, 可用于由地震数据进行物性参数反演. 文章首先简单介绍从孔隙尺度上流体的运动方程和固体骨架颗粒运动方程出发, 利用体平均定理推导出完备的Biot方程的思路与结果, 厘清了其中使用的假设条件. 其次以岩石物理测试结果为基础, 详细分析了致密油气介质中渗透率的时间变化率的性质, 进而利用Kozeny-Carman方程, 研究了孔隙度的时间变化率的性质, 提出了致密油气介质中孔隙度作为状态变量的一个合理假设. 在此基础上, 从完备的Biot方程出发, 推导出了致密油气介质中波的控制方程. 该方程与经典的“弥散黏滞方程”在形式上一致, 通过对比, 得到了弥散黏滞方程中的系数和有明确物理意义的介质物性参数间的解析关系式. 文中通过数值模拟验证了所建立的方程的正确性. 基于所建立的方程, 研究了单一致密夹层的地震波反射和透射特性. 数值模拟结果表明夹层的厚度和衰减特性对于地震波的反射和透射有显著影响, 这一认识对油气探测有重要意义.

关键词 致密油气, 波动方程, 孔隙度, 渗透率, 完备的Biot方程, 体平均定理

1 引言

致密油气是油气中的一种重要类型, 它包括致密砂岩油气、页岩油气、碳酸盐油气等, 在世界范围内分布很广. 这类油气储层的地质特征、岩石骨架及其包含的孔隙流体性质等与一般的双相介质相比, 有其特殊性(康玉柱, 2016; 王震亮, 2013). 这种由骨架和孔

隙中所含流体(液体或气体)组成的多相介质(下文也称多孔介质)的波动理论是石油及天然气探测等领域的理论基础. 建立多相介质中波动理论有多条途径(Pride等, 1992), 最常用的有两种: 其一是将连续介质力学概念与原理应用于可观测的宏观量, 从第一性原理推导出运动方程; 其二是从微观上流体与固体颗粒满足的方程出发, 利用体平均理论建立宏观运动方程.

中文引用格式: 高静怀, Han W, 何彦斌, 赵海霞, 李辉, 张懿洁, 徐宗本. 2021. 致密油气介质中波的控制方程. 中国科学: 地球科学, 51(3): 353–363, doi: 10.1360/N072020-0010

英文引用格式: Gao J, Han W, He Y, Zhao H, Li H, Zhang Y, Xu Z. 2021. Seismic wave equations in tight oil/gas sandstone media. Science China Earth Sciences, 64(3): 377–387, <http://doi.org/10.1007/s11430-020-9686-0>

Biot理论(也称Biot模型)采用的是第一条途径(Biot, 1956a, 1956b), 该理论是目前应用最广泛的孔隙介质波传播理论之一。Biot理论描述波在饱和孔隙介质中的传播(Biot, 1956a, 1956b)时忽略了微观效应, 假设连续介质力学能够用于可测的宏观量, 使用拉格朗日方程推导出了波传播的控制方程。由Biot理论预测的孔隙介质中存在三种波, 即: 快纵波、慢纵波和横波, 并得到了实验的证实, 从而证明了Biot理论的正确性。1962年, Biot将这一理论推广到非均匀、各向异性、黏弹性等介质, 至此, 黏弹性孔隙介质理论的雏形已被建立(Biot, 1962)。Biot(1973)进一步基于不可逆的热力学和黏弹性理论, 发展了非线性和半线性的孔隙介质理论。

研究发现, Biot理论不能解释在超声波频段波的衰减和频散, 为了解决这一问题, 人们提出了一种新的模型, 称为Biot+喷射流模型, 即BISQ模型(Johnston等, 1979; Sams等, 1997; Winkler, 1985)。人们还发现, 用Biot理论也不能圆满地解释地震波频段波的衰减特性, 为此Mavko等(1998)提出了补丁(Patchy)模型。

Parra(1997)将BISQ理论推广到各向异性介质, 分析了速度的频散和衰减特征。Diallo和Appel(2000)对BISQ模型进行了修正, 使得流体压力独立于喷射流长度。Diallo等(2003)使用了两套不同的岩石样本, 采用脉冲传输技术对超声纵波和横波的速度进行了测量, 将测量结果与BISQ模型及修正的BISQ模型进行了对比, 发现修正的BISQ模型计算的结果与测量结果吻合得更好。Cheng等(2002)将BISQ模型推广到黏弹性介质中。

下面对基于第二条途径研究孔隙介质中波传播的现状进行综述。De la Cruz和Spanos(1985)基于体平均理论, 提出了描述流体充填的孔隙介质中地震波频段波的控制方程, 论证了他们的方程与Biot方程形式上基本一致, 但他们推导波控制方程的方法可给出Biot方程中的系数与有明确物理意义的介质物性参数之间的联系。De la Cruz和Spanos(1989), 利用体积平均理论, 考虑了温度变化与力学运动之间的相互作用, 提出了流体充填的孔隙介质中波的控制方程。Pride等(1992)利用体积平均理论推导出各向同性双相介质(固相/流相)波的线性动力学运动方程和应力-应变关系, 并证明了所得到的宏观方程与Biot运动方程及应力-应变关系是一致的, 他们还利用作用在孔隙与流体边界(称为孔隙墙)上的牵引力给出了有效流体密度清晰

的定义。De la Cruz等(1993)基于体积平均理论研究了孔隙介质平衡态热力学, 他们所考虑的孔隙介质由相互连通的孔隙与填充在其中的化学上惰性的黏性流体构成, 通过对孔隙尺度的本构方程求体平均, 构造出了非均匀各向异性孔隙介质的宏观本构关系, 建立了该关系与1962年Biot的工作的联系(Sahay等, 2000)。他们还研究了地震波在非均匀各向异性介质中的传播, 提出了非均匀各向异性孔隙介质宏观运动方程及本构方程, 在最一般的情况下, 该方程有27个独立参数(Sahay, 2001)。Spanos等(2002)采用体平均理论, 考虑了扩散效应和惯性效应及它们间的耦合效应, 提出了波的控制方程, 他们称为完备的Biot方程。与Biot方程相比, 完备的Biot方程将孔隙度视为状态变量, 与空间、时间都有关, 且能更好地描述地震波频段波的衰减现象。Spanos(2009)利用体平均方法还深入研究了组合弹性介质中地震波的传播问题。

综上所述, 人们沿着不同的途径对孔隙介质中波的传播进行了深入的研究, 建立了多种形式的波控制方程。这些方程系数较多, 在实际应用中, 需要求解这些方程对应的反问题, 这是一个十分困难的问题。按Bourbié等(1987)的建议, 人们可以抓住物理问题的主要因素, 而忽略次要因素, 得到简化的方程, 利用该方程进行反演, 可能是一条可行的途径。受此观点的启发, 本文根据致密油气介质的主要特征忽略次要因素来建立波的控制方程。

2 多孔介质中完备的Biot理论

2.1 孔隙尺度流体及弹性固体颗粒的运动方程及体平均定理

2.1.1 孔隙尺度流体微观运动的方程

孔隙中流体应力满足如下关系(Landau和Lifshitz, 1987; 赵学端和廖其冀, 1983):

$$\sigma_{ij}^f = \mu_f \left(v_{i,j}^f + v_{j,i}^f - \frac{2}{3} v_{i,i}^f \delta_{ij} \right), \quad (1)$$

式中, σ_{ij}^f 为流体的应力张量, μ_f 为动力黏性系数,

$v_{i,j}^f = \frac{\partial v_i^f}{\partial x_j}$, v_i^f 为流体速度 v^f 的第 i 个分量, δ_{ij} 为Kronecker符号。

黏滞性流体中冲量流密度张量为(Landau和Lif-

shitz, 1959):

$$\Pi_{ij} = p^f \delta_{ij} + \rho_f v_i^f v_j^f - \sigma_{ij}^f, \quad (2)$$

式中, p^f 为流体压力, ρ_f 为流体密度.

根据 Euler 方程

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho_f v_i^f = -\frac{\partial \Pi_{ij}}{\partial x_j}, \quad (3)$$

将式(2)代入式(3), 得到流体的运动方程:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho_f v_i^f + \frac{\partial}{\partial x_j} (p^f \delta_{ij} + \rho_f v_i^f v_j^f - \sigma_{ij}^f) = 0. \quad (4)$$

2.1.2 弹性固体中粒子(质点)的运动方程

忽略体力和重力, 且忽略温度与力学过程的耦合, 弹性固体中粒子的运动方程为

$$\rho_s \frac{\partial}{\partial t} u_i^s = \frac{\partial \sigma_{ij}^s}{\partial x_j}, \quad (5)$$

式中, u_i^s 表示固体质点位移矢量 $\mathbf{u}^s$ 的第 i 个分量, ρ_s 为固体的密度, $\sigma^s = (\sigma_{ij}^s)$ 表示弹性固体的应力张量, 对于线弹性各向同性材料, 其表达式为(Mase和Mase, 2001):

$$\sigma_{ij}^s = K_s u_{ll}^s \delta_{ij} + 2\mu_s \left(u_{ij}^s - \frac{1}{3} \delta_{ij} u_{ll}^s \right), \quad (6)$$

其中, K_s 为固体的体积模量, μ_s 为固体的剪切模量. u_{ij}^s 定义为

$$u_{ij}^s = \frac{1}{2} (u_{i,j}^s + u_{j,i}^s). \quad (7)$$

2.1.3 流体-固体界面上的边界条件

假设在流体与固体接触面上二者无相对滑动(de la Cruz和Spanos, 1985), 则有

$$\mathbf{v}^f = \frac{\partial \mathbf{u}^s}{\partial t}. \quad (8)$$

假设在流体与固体接触面上法向应力连续, 可得

$$-p^f n_i + \sigma_{ij}^f n_j = \sigma_{ij}^s n_j, \quad (9)$$

式中 $\mathbf{n} = (n_i)$ 为界面的单位法向矢量. (8)和(9)式就是流体-固体界面上满足的边界条件.

2.1.4 体平均与相平均定理

令 V 表示孔隙介质中多个子区域中的一个, 这些

子区域具有相同的形状、体积和方向, 中心位于介质中的点 $\bar{x}$ 处. 本文中把 V 取为球体(或长方体), 每一个 V 用其中心点 $\bar{x}$ 来标记, 即: $V = B(\bar{x}; r)$, 这里 r 表示区域 V 中心到边界的距离, $2r$ 称为特征尺度; 对于长方体 $V = B(\bar{x}; l_1, l_2, l_3)$, l_1, l_2 和 l_3 为长方体的三个边的长度, 特征长度为 $\max\{l_1, l_2, l_3\}$.

令 $G^f(\bar{x}')$ 表示与流体相关的物理量, 定义 $G^f(\bar{x}')$ 在流体分布区之外为零. 平均值分为体平均值(Bulk averages)及相平均值(Phase averages). $G^f(\bar{x}')$ 在任意区域 V 上的体平均定义为

$$\langle G^f \rangle = \frac{1}{V} \int_V G^f(\bar{x}') dV, \quad (10)$$

其中 $\langle G^f \rangle$ 可看做球 V 中心 $\bar{x}$ 的函数. 假设与固体质点的尺度相比, V 的特征尺度较大, 则该函数是一个连续函数. G^f 的相平均记为 $\overline{G^f}$, 其定义为

$$\overline{G^f} = \frac{1}{V_f} \int_V G^f(\bar{x}') dV, \quad (11)$$

式中 V_f 表示 V 中流体所占的体积. 根据孔隙度(记为 ϕ)的定义:

$$\phi = \frac{V_f}{V}. \quad (12)$$

一般来说, $\phi = \phi(\bar{x}, t)$. 由式(10)、(11)和(12)可得体平均与相平均之间有如下关系:

$$\langle G^f \rangle = \phi \overline{G^f}. \quad (13)$$

与固体相关的量, 体平均与相平均的定义是类似的.

体平均定理揭示了一个物理量的偏导数(时间或空间)的平均值与其平均值的偏导数之间的关系. 下面给出本文中用到的几个体平均定理.

(1) 物理量的平均值的时间偏导数与其时间偏导数的平均值之间的关系定理(Fan和Zhu, 2005; Fung, 1994; Whitaker, 1999):

$$\partial_t \langle G^f \rangle = \langle \partial_t G^f \rangle + \frac{1}{V} \int_{A_s} G^f \mathbf{v}^f \cdot \mathbf{n} dA, \quad (14)$$

式中 A_s 表示流体与固体的界面, $\mathbf{v}^f$ 表示流体与固体界面上流体的运动速度, $\mathbf{n}$ 表示流体相对于固体界面的外法线方向的单位矢量.

(2) 物理量对空间变量的偏导数的平均值与其平均值对同一空间变量的偏导数间的关系定理(Fan和Zhu, 2005):

$$\langle \partial_i G^f \rangle = \partial_i \langle G^f \rangle + \frac{1}{V} \int_{A_s} G^f n_i dA, \quad (15)$$

上式中 ∂_i 表示 $\frac{\partial}{\partial x_i}$, n_i 表示法向单位矢量的第 i 个分量。

在(15)式中令 $G^f=1$, 可得到如下重要的推论(Whitaker, 1999):

$$\partial_i \phi = -\frac{1}{V} \int_{A_s} n_i dA. \quad (16)$$

(3) 物理量散度的平均值与其平均值的散度之间的关系定理(Fan和Zhu, 2005; Whitaker, 1999):

$$\langle \nabla \cdot \bar{\psi} \rangle = \nabla \cdot \langle \bar{\psi} \rangle + \frac{1}{V} \int_{A_s} \psi_k n_k dA, \quad (17)$$

式中 $\bar{\psi}$ 为一个对空间变量可微的矢量函数, ψ_k 为矢量 $\bar{\psi}$ 的第 k 个分量。

2.2 孔隙介质中完备的Biot运动方程

后续方程的推导基于如下四条物理假设:

假设1: 流体与固体在远大于孔隙特征尺度而远小于地震波波长的空间区域上(即在用来求体平均的体积 V 上)是均匀的. 即对于单相的流体及单相的固体, 在用来求体平均的体积 V 上, 流体与固体的密度, 孔隙度等介质参数近似为常数。

假设2: 流相和固相是各向同性的, 不考虑热力学效应。

假设3: 在压力波到达之前, 流相及固相均处于力学平衡状态。

假设4: 在地震波到达之前, 在几倍于 V 的尺度上, 孔隙度的梯度近似为零。

这种均匀性与宏观各向同性(假设2)结合, 意味着在任意平均体积的横截面内流体面积与总面积的比等于孔隙度(Pride等, 1992). 在这些假设下, 对3.1节中的微观尺度的流体运动方程(4)、固体颗粒运动方程(5)及边界条件(8)和(9)式, 应用体平均定理(式(1)~(3)), 可推导出流体和固体宏观上的运动方程(De la Cruz和Spanos, 1985; Spanos, 2001):

$$\frac{\rho_s - \rho_s^0}{\rho_s^0} - \frac{\phi - \phi_0}{1 - \phi_0} + \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}}^s = 0, \quad (18)$$

$$\frac{1}{\rho_f^0} \frac{\partial \rho_f}{\partial t} + \frac{1}{\phi_0} \frac{\partial \phi}{\partial t} + \nabla \cdot \bar{\mathbf{v}}^f = 0, \quad (19)$$

$$\frac{1}{K_s} p^s = -\nabla \cdot \bar{\mathbf{u}}^s + \frac{\phi - \phi_0}{1 - \phi_0}, \quad (20)$$

$$\frac{1}{K_f} p^f = -\nabla \cdot \bar{\mathbf{u}}^f - \frac{1}{\phi_0} \frac{\partial \phi}{\partial t}, \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \rho_s \frac{\partial^2}{\partial t^2} \bar{\mathbf{u}}^s &= K_s \nabla (\nabla \cdot \bar{\mathbf{u}}^s) - \frac{K_s}{1 - \phi_0} \nabla \phi \\ &\quad + \frac{\mu_f}{\kappa} \frac{\phi_0^2}{1 - \phi_0} (\bar{\mathbf{v}}^f - \bar{\mathbf{v}}^s) - \frac{\rho_{12}}{1 - \phi_0} \frac{\partial}{\partial t} (\bar{\mathbf{v}}^f - \bar{\mathbf{v}}^s) \\ &\quad + \frac{\mu_M}{1 - \phi_0} \left[\nabla^2 \bar{\mathbf{u}}^s + \frac{1}{3} \nabla (\nabla \cdot \bar{\mathbf{u}}^s) \right], \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \rho_f \frac{\partial^2}{\partial t^2} \bar{\mathbf{u}}^f &= -\nabla p^f \\ &\quad + \left[\mu_f \nabla^2 \bar{\mathbf{u}}^f + \left(\zeta_f + \frac{1}{3} \mu_f \right) \nabla (\nabla \cdot \bar{\mathbf{u}}^f) \right] + \frac{\zeta_f}{\phi_0} \nabla \frac{\partial \phi}{\partial t} \\ &\quad + \frac{1 - \phi_0}{\phi_0} \mu_f \left[\frac{\mu_M}{\mu_s (1 - \phi_0)} - 1 \right] \left[\nabla^2 \frac{\partial \bar{\mathbf{u}}^s}{\partial t} + \frac{1}{3} \nabla \left(\nabla \cdot \frac{\partial \bar{\mathbf{u}}^s}{\partial t} \right) \right] \\ &\quad - \frac{\mu_f \phi_0}{\kappa} (\bar{\mathbf{v}}^f - \bar{\mathbf{v}}^s) + \frac{\rho_{12}}{\phi_0} \frac{\partial}{\partial t} (\bar{\mathbf{v}}^f - \bar{\mathbf{v}}^s). \end{aligned} \quad (23)$$

此外, Spanos(2001)还引入了孔隙度扩散方程为

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \delta_s \nabla \cdot \bar{\mathbf{v}}^s - \delta_f \nabla \cdot \bar{\mathbf{v}}^f. \quad (24)$$

上述公式中: ρ_s^0 和 ρ_f^0 分别表示波的扰动到达前固相和流相初始时刻的密度; ϕ 为介质的孔隙度, ϕ_0 为波的扰动到达前介质的孔隙度; $\bar{\mathbf{u}}^s$ 和 $\bar{\mathbf{u}}^f$ 分别表示固相质点和流相质点的位移在体积 V 上的平均值为固相质点位移矢量, $\bar{\mathbf{v}}^s$ 和 $\bar{\mathbf{v}}^f$ 分别表示固相质点和流相质点的速度矢量在体积 V 上的平均值; p^s 和 p^f 分别固相和流相内部由于形变产生的压力; K_s 为固体的体积模量, K_f 为流体的体积模量, μ_f 为流体的剪切黏度, ζ_f 为流体的体变黏度, μ_s 为固体的剪切模量, κ 为介质的渗透率; ρ_{12} 为流-固耦合密度; δ_s 和 δ_f 为多孔介质中固体和流体的柔度(Quiroga-Goode等, 2005). 物理量中上标或下标为“s”、“f”分别表示“固体”与“流体”, 所有变量上边的“-”表示该物理量对体积 V 的平均值。

3 致密油气介质中孔隙度和渗透率的时变特性

致密储层的地质特征、岩石骨架及其包含的孔隙

流体等与一般的双相介质相比, 有其特殊性, 其特殊性主要表现在三个方面. 首先, 致密储层的孔隙度较小, 一般而言, 该值小于 0.15 (王大兴, 2016); 其次, 致密储层表现出低渗透特性, 渗透率一般在小于毫达西的量级上 (王震亮, 2013); 最后, 致密储层中骨架的体积模量比孔隙内流体体积模量高出 2 个数量级 (Schon, 2011). 这些特殊性为致密油气介质中波控制方程的构建提供了可能. 在本节中, 我们将对渗透率和孔隙度的时间变化率进行研究.

地震波引起的压力梯度, 使流相与固相之间会发生相对运动. 假设在地震波频段地震波引起的压力变化导致微观孔隙中流体的运动满足圆管中的 Poiseuille 流, Kozeny-Carman 方程 (Carman, 1961; Mavko 等, 1998) 给出了渗透率和孔隙度的定量关系, 具体表达式为

$$\kappa(x, t) = \frac{B\phi^3(x, t)d^2}{(1-\phi(x, t))^2}, \quad (25)$$

其中 $\kappa(x, t)$ 表示渗透率, $\phi(x, t)$ 为孔隙度, 它们是随时间和空间变化的函数, 系数 B 与流管的曲折度有关, d 为组成致密岩石的固相颗粒的直径.

对 (25) 式求时间偏导 (详见网络版附录: <http://earthcn.scichina.com>), 我们可以得到孔隙度时间变化率和渗透率时间变化率之间的关系, 即

$$\frac{1}{\phi(x, t)} \frac{\partial \phi(x, t)}{\partial t} = \frac{1-\phi(x, t)}{3-\phi(x, t)} \frac{1}{\kappa(x, t)} \frac{\partial \kappa(x, t)}{\partial t}. \quad (26)$$

对致密油气介质, $\phi(x, t) \in (0, 0.15]$, 则

$$\frac{1}{\phi(x, t)} \left| \frac{\partial \phi(x, t)}{\partial t} \right| < \frac{1}{3} \frac{1}{\kappa(x, t)} \left| \frac{\partial \kappa(x, t)}{\partial t} \right|, \quad (27)$$

不等式左边代表孔隙度的相对时间变化率, 右边则描述渗透率的相对时间变化率, 推导过程参见附录. 在物理层面, 上式可以理解为: 孔隙度的相对时间变化率与渗透率的相对时间变化率在同一量级上.

渗透率的时间变化率的研究有着重要的理论意义和实用价值, 特别是裂隙类岩石在外界激励下渗透率的变化得到了广泛的关注, 针对多孔介质渗透率变化的稳态研究由来已久, 国内外学者对各类岩石标本进行了测量. 近年来, 对于渗透率在激励作用下动态变化的研究越来越得到重视 (杨胜来等, 2008; 郑黎明等, 2019; Zheng 和 Liu, 2019). 杨胜来等 (2008) 研究了致密储层岩芯渗透率随时间的相对变化率, 其测量结果表明

$$\left| \frac{1}{\kappa(x, t)} \frac{\partial \kappa(x, t)}{\partial t} \right| < 10^{-12}, \quad (28)$$

上式中渗透率对时间的相对变化率的单位为 Hz. 将 (28) 式代入 (27) 式, 得孔隙度的绝对时间变化率满足

$$\left| \frac{\partial \phi(x, t)}{\partial t} \right| < 10^{-13}. \quad (29)$$

在本节, 我们基于杨胜来等 (2008) 对渗透率随时间的相对变化率的测量结果, 并假设孔隙中流体的流动满足 Poiseuille 流, 研究了致密储层孔隙度随时间的变化速率, 结果表明, 致密油气储层中, 孔隙度的时间变化率小于 10^{-13} . 地震波引起的介质质点振动的振幅是 10^{-6} 量级 (陈颢等, 2009), 所产生的压力差远小于兆帕, 由这个压力差引起的渗透率和孔隙度的时间变化率不会大于上述结果. 假设地震波引起的孔隙度的变化 $\Delta\phi$ 是时间的连续函数, 地震波在致密油气介质中传播时, 所引起的孔隙度的时间变化率可以忽略, 我们可合理地引入一个假设 5: 孔隙度不依赖于时间. 因此, 我们可以推断: 孔隙度对时间的二阶偏导数等于零.

4 致密油气介质中波控制方程

对方程 (22) 和 (23) 两端求散度, 再将公式 (18)~(21) 及公式 (24) 代入其中, 可得孔隙度与压力的耦合方程为

$$\begin{aligned} & \frac{\rho_{\phi f}}{\phi_0} \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + 2a_{\phi f} \frac{\partial \phi}{\partial t} - 2b_{\phi f} \nabla^2 \frac{\partial \phi}{\partial t} \right) \\ &= -\frac{\rho_{pf}}{K_f} \left(\frac{\partial^2 p^f}{\partial t^2} + 2a_{pf} \frac{\partial p^f}{\partial t} - 2b_{pf} \nabla^2 \frac{\partial p^f}{\partial t} \right. \\ & \quad \left. - v_{pf}^2 \nabla^2 p^f \right), \end{aligned} \quad (30)$$

上式中:

$$a_{\phi f} = \frac{1}{2} \frac{\mu_f \phi_0 (\alpha_1 + 1)}{\kappa \rho_{\phi f}}, \quad (31)$$

$$b_{\phi f} = \frac{2}{3} \frac{\mu_f - \alpha_1 \sigma_M / \phi_0}{\rho_{\phi f}}, \quad (32)$$

$$\rho_{\phi f} = \rho_f - \rho_{l2} (\alpha_1 + 1), \quad (33)$$

$$a_{pf} = \frac{1}{2} \frac{\mu_f \phi_0 (\alpha_2 - 1)}{\kappa \rho_{pf}}, \quad (34)$$

$$b_{pf} = \frac{1}{2\rho_{pf}} \left[\zeta_f + \frac{4}{3} \left(\mu_f - \frac{\sigma_M}{\phi_0} \alpha_2 \right) \right], \quad (35)$$

$$v_{pf}^2 = \frac{K_f}{\rho_{pf}}, \quad (36)$$

此外, $\rho_{pf} = \rho_f - \frac{\rho_{12}}{\phi_0}(\alpha_2 - 1)$, $\alpha_1 = \frac{\phi_0 - \delta_f}{\delta_s}$, $\alpha_2 = \frac{\delta_f}{\delta_s}$, $\sigma_M = (1 - \phi_0)\mu_f \left[\frac{\mu_M}{(1 - \phi_0)\mu_s} - 1 \right]$, $\mu_M = (1 - \phi_0)\mu_s(1 + c)$, c 为常数.

对于致密油气介质, $\frac{\rho_{\phi f}}{\phi_0}$ 和 $2a_{\phi f} \frac{\rho_{\phi f}}{\phi_0}$ 均远大于 10^{-13} . 此外, 由2.2节的假设1和假设4及第3节的假设5得 $\nabla^2 \frac{\partial \phi}{\partial t} \approx 0$, 由第3节引入的假设5得 $\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \approx 0$. 将这些结果代入(30)式中得

$$\frac{\partial^2 p^f}{\partial t^2} + 2a_{pf} \frac{\partial p^f}{\partial t} - 2b_{pf} \nabla^2 \frac{\partial p^f}{\partial t} - v_{pf}^2 \nabla^2 p^f = 0. \quad (37)$$

众所周知, 经典的弥散黏滞方程(Korneev等, 2004; Zhao等, 2014a, 2014b)形式为

$$\frac{\partial^2 p^f}{\partial t^2} + \gamma \frac{\partial p^f}{\partial t} - \eta \nabla^2 \frac{\partial p^f}{\partial t} - v^2 \nabla^2 p^f = 0, \quad (38)$$

式中, γ 和 η 分别为弥散和黏滞衰减系数, v 为非频散介质中波的传播速度. 通过对比可以发现(37)式和经典的弥散黏滞方程(38)式在形式上完全一致. 我们可得出结论: 对于致密油气介质, 波的控制方程在形式上与弥散黏滞方程是一致的, 但方程的系数可以由介质的物性参数来确定. 需要指出的是, 弥散黏滞方程在地震勘探中有着广泛的应用, 其可以有效解释地震波段的低频伴影等现象(Goloshubin和Korneev, 2000; He等, 2008). 本文的贡献之一是我们找到了致密油气介质弥散黏滞波动方程(38)式中难以测量的参数 γ 、 η 与其他可观测量之间的关系: $\gamma = 2a_{pf}$, $\eta = 2b_{pf}$ 及 $v^2 = v_{pf}^2$. 本节中我们从物理原理及致密油气介质中物理参数的取值范围出发, 论证了: 对于致密油气介质, (30)式可简化为(37)式. 下面, 我们将通过数值模拟的方法来对比(30)和(37)式结果, 来验证方程简化的正确性. 值得一提的是, (37)或(38)式对应的初始值-边值的适定性问题在Han等(2020)中得到了证明.

5 致密油气介质中波控制方程数值解的比较与应用

我们采用基于有限元方法的软件COMSOL Multi-

physics来研究波在致密储层中的传播. 我们先求解式(30)和(37)的数值解. 进一步, 我们利用式(37)研究薄致密储层的地震波反射和透射特征. 在所有的数值模拟中, 震源是主频为20Hz的Ricker子波, 其延时为0.05s, 压力源的振幅为 10^5 N. 为了模拟无界空间, 并防止模型边界的人工反射, 我们采用完全匹配层来截断物理区域(He等, 2019, 2020), 完全匹配层包含10层网格. 在模型离散过程中, 对整个模型, 包括完全匹配层区域, 我们采用正方形网格, 并保证一个波长内最少包含10个网格, 在数值模拟中采用二阶拉格朗日形函数来对每个节点上的函数进行插值. 对于时间离散, 我们采用隐式的广义 α 方法, 该方法是软件内缺省的波动方程求解器, 其可以有效避免数值模拟的稳定性问题, 时间采样步长满足 $CFL < 0.4$ 以保证数值模拟的精度.

5.1 验证模型

我们考虑由完全匹配层包围的 $x_1 \times x_2 = [-500\text{m}, 500\text{m}] \times [-500\text{m}, 500\text{m}]$ 的致密油气介质, 具体的材料参数为: $a_{pf} = 5\text{Hz}$, $b_{pf} = 0.028\text{m}^2 \text{s}^{-1}$, $v_{pf} = 2000\text{m s}^{-1}$, $\mu_f = 2.2 \times 10^{-4}\text{Poise}$, $\kappa = 0.001\text{D}$. 数值模拟中, 震源放置于模型中心, 检波器与震源的相对距离为550m. 分别对式(30)和式(37)进行求解, 我们在图1中给出了两种情况下的结果, 其对应的结果差异很小, 因此发现孔隙度时间变化率的贡献对结果的影响很小, 这进而验证了我们对模型进行简化的正确性.

5.2 单一均匀夹层模型波场模拟

在本小节, 我们考虑内嵌于背景介质中的水平均匀薄致密储层对地震波的作用, 其模型设置如图2所示, 背景介质和5.1节中具有相同的材料参数, 但针对夹层, 我们通过改变 a_{pf} 的取值以调节夹层的衰减特性, 致密夹层厚度为 h . 震源距离致密储层上表面的垂向距离为 $l_f = 300\text{m}$, 震源参数与5.1节相同, 我们在距离储层上表面为1200m, 和距离储层下表面为800m的位置放置两列检波器, 用来接收反射波和透射波的信号.

为了详细分析致密储层引起的波反射和透射特征, 我们考虑两种情形. 在第一种情形中, 致密储层厚度 h 相同, 而黏滞项系数 a_{pf} 不同, 进而来分析储层的衰减特性对地震波传播的影响; 而在第二种情形中, 我们保持致密储层内的黏滞项系数 a_{pf} 不变, 并通过改变参

图1 致密气介质地震波响应

Case 1为采用公式(30)计算的结果, Case 2为采用公式(37)计算的结果

数 h 来分析致密储层厚度的变化对于波动响应的影响. 在数值模拟过程中, 我们在(300m, 200m)和(300m, -200m)处放置检波器来记录反射波和透射波的信号, 其结果如图3所示. 在图3(a)中, 我们可以观察到直达波, 其并不受夹层特性的影响, 大约在0.36 s, 检波器记录到了夹层引起的反射波, 且 a_{pf} 取值越大, 夹层引起的地震波反射信号的幅值越大. 需要指出的是, 模拟过程中背景介质黏滞系数始终保持不变, 即 $a_{pf}=10$. 当夹层的 a_{pf} 值增大时, 其衰减也随着增加, 进而引起夹层和背景介质之间的阻抗差异增大, 从而导致更强的反射信号. 另外, 通过观察图3(b)中的透射波信号, 我们发现 a_{pf} 取值越小, 透射波的幅值越大. 需要强调的是, 为了便于分析和比较, 我们对图3中的结果进行了归一化处理.

下面我们探讨夹层厚度对地震波反射和透射的影响. 在数值模拟过程中, 我们保持夹层的黏滞系数

图2 单一致密储层夹层数值模拟模型设置

$a_{pf}=40$ 保持不变, 且保持背景介质的材料参数不变, 分别研究夹层厚度为 $h=10$ 、20、30 和40m时地震波的响应, 数值模拟结果如图4所示. 通过对比可以发现: 随着夹层厚度的增加, 反射波幅值也有增大的趋势. 此外, 夹层厚度对于反射波的相位影响也很明显, 这是夹层(薄层)的衰减特性和调谐效应共同作用的效果. 然而夹层厚度仅影响透射波的幅值, 而不会对其相位产生显著影响, 薄层对应的透射波幅值更大.

反射波信号随着偏移距离变化的规律是地震勘探研究的重点内容, 为此, 我们对这一问题进行研究. 在数值模拟中, 背景介质不变, 夹层的厚度为60m, 储层的黏滞项系数 $a_{pf}=60\text{Hz}$. 我们给出图2中两列检波器所记录信号的合成地震记录, 结果如图5所示. 由于直达

图3 a_{pf} 对单一夹层地震记录的影响

(a) 直达波和反射波信号; (b) 透射波信号

图4 夹层厚度 h 对地震信号的影响

(a) 直达波和反射波地震信号; (b) 透射波地震信号

波信号幅值太大, 所以其并未在合成地震记录中给出。由于模型中仅存在单一薄夹层, 所以反射信号和透射信号均只出现一列波。我们发现地震反射波和透射波的幅值均随着偏移距的增加而减小, 即反射波和透射波在 0° 入射的情况下幅值最大。需要注意的是, 在该模型中, 反射主要是由于夹层的衰减导致的, 我们可以发现, 当偏移距较小时, 反射波信号幅值随偏移距变化较小; 而当偏移距较大时, 透射信号随偏移距变化很明显。

5.3 非均匀夹层模型波场模拟

在5.2节中, 我们基于单一夹层模型分析了不同方程黏滞项系数、夹层厚度、偏移距下地震波反射和透射信号的变化规律, 在本节我们考虑非均匀性夹层, 进而来观察地震波信号能否反映储层的横向非均匀性。

模型设置如图6所示。在背景介质中包含三个厚度同为 $h=60\text{m}$ 的致密储层, 分别用A、B和C表示, 其中夹层B的水平长度为 $l_2=1300\text{m}$, 背景介质和各储层的材料参数见表1(Zhao等, 2014a)。震源位于夹层B正上方570m处, 两列检波器1和2分别距离夹层上下表面的距离为1200和600m。数值模拟的其他设置与5.2节相同。

图7给出了数值模拟的波场快照。图7a所示为0.7s时刻压力波到达夹层B之后产生的反射波和透射波, 该情形与5.2节相似, 随着时间增加到1s时, 结果如图7b所示, 我们可以看到在非均匀层A和B及B和C的界面上也产生了反射波。图7c所示为1.21s时刻的情形, 我们看到由于夹层A的层厚大于波长, 其出现了多次散射波, 并随着时间逐渐传播到空间远场, 如图7d所示。这些散射波(包括多次散射波)为储层的横向非均匀性探测提供了可能。

图5 检波器1和2(见图2)对应的地震合成记录

(a) 反射地震波信号; (b) 透射地震波信号

图 6 横向非均匀致密夹层数值模拟模型设置

在图8中, 我们给出了两列检波器对应的地震合成记录. 在图8a中, 当偏移距为0时, 地震波反射信号的幅值最强, 并随着偏移距的增加而逐渐减小. 此外, 随着偏移距增加(从-1400到1400m), 地震波信号的波长也发生了变化. 另一个现象是在夹层A对应的位置, 除了第一列强反射波, 还隐约能观察到第二列反射波, 而夹

表 1 横向非均匀致密夹层模型材料参数(Zhao等, 2014a)

介质	速度 (m s^{-1})	密度 (kg m^{-3})	黏滞系数 (Hz)	弥散系数 ($\text{m}^2 \text{s}^{-1}$)
背景介质	1190	1800	10	0.056
夹层A	630	140	15	0.008
夹层B	1015	800	90	0.2
夹层C	1470	2100	56	0.056

层C对应位置处由于二次反射信号幅值太小, 所以很难直接观察到. 在图8b中, 我们不仅能观察到第一列透射波, 也能清晰观察到A和C对应位置的二次反射波, 通过仔细对比二次反射波的偏移距, 我们即可对A、B和C的界面进行定位. 多次散射波因幅值太小, 不足以在地震记录中直接观察到. 该模型表明地震信号包含了储层的横向非均匀信息, 为横向非均匀储层的探测提供了可能.

6 结论与展望

本文从完备的Biot方程出发, 以实验观测数据为基础, 引入了合理的假设(正文中的假设5), 从而推导出了致密油气中流体中纵波的控制方程. 所得到的方

图 7 横向非均匀致密夹层波场快照

(a) 0.7s时刻; (b) 1.0s时刻; (c) 1.21s时刻; (d) 1.4s时刻

图8 横向非均匀致密夹层模型地震合成记录

(a) 反射信号记录; (b) 透射信号记录

程在形式上与经典的“弥散黏滞方程”一致, 给出了弥散黏滞方程系数与可测量的储层物性参数之间的关系. 所得到的方程系数较少, 这为从地震数据中直接反演孔隙度、渗透率等参数奠定了基础. 本文通过数值方法验证了对于致密油气介质, 简化前后方程对应的波场是一致的. 并初步应用所提出的方程, 研究了致密储层夹层对于地震波的反射和透射特性, 数值结果表明致密夹层的衰减特性对于地震波的反射和透射影响显著, 此外, 地震波信号也包含了地下储层介质的横向非均质信息.

今后可以通过实际应用来检验所构造的方程, 并检验该方程针对于正、反问题的精度. 对于不满足正文假设(5)的介质, 应从岩石物理测试结果求孔隙度和渗透率随空间和时间变化的函数, 得到相应的方程, 也可考虑采用机器学习等方法, 获得流体压力和孔隙度变化之间的关系, 这对于完善孔隙介质波动理论至关重要. 本文假设介质是各向同性的, 在下一步研究过程中, 可以考虑将方程进一步推广到各向异性介质情形. 另外, 本文研究过程中忽略了地下温度的变化, 进一步研究可以考虑建立耦合的热-弹情形下致密油气介质波动方程, 地下流体的体积模量和黏滞特性对于温度变化比较敏感, 这方面的研究对于深部油气勘探尤为重要.

参考文献

陈颢, 黄庭芳, 刘恩儒. 2009. 岩石物理学. 合肥: 中国科学技术大学

出版社

康玉柱. 2016. 中国致密岩油气资源潜力及勘探方向. 天然气工业, 36: 10–18

王大兴. 2016. 致密砂岩气储层的岩石物理模型研究. 地球物理学报, 12: 211–230

王震亮. 2013. 致密岩油的研究进展、存在问题和发展趋势. 石油实验地质, 6: 7–15

杨胜来, 刘伟, 冯积累, 汪如军, 涂中, 张有彩, 唐治平, 杭达震. 2008. 加压时间对储层岩心渗透率的影响. 中国石油大学学报, 32: 0064–0068

赵学端, 廖其奠. 1983. 粘性流体力学. 北京: 机械工业出版社

郑黎明, 张洋洋, 李子丰, 马平华, 阳鑫军. 2019. 低频波动下考虑孔隙度与压力不同程度变化的岩土固结渗流分析. 岩土力学, 40: 1158–1196

Biot M A. 1956a. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. I. Low-frequency range. *J Acoust Soc Am*, 28: 168–178

Biot M A. 1956b. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. II. Higher frequency range. *J Acoust Soc Am*, 28: 179–191

Biot M A. 1962. Generalized theory of acoustic propagation in porous dissipative media. *J Acoust Soc Am*, 34: 1254–1264

Biot M A. 1973. Nonlinear and semilinear rheology of porous solids. *J Geophys Res*, 78: 4924–4937

Bourbié T, Coussy O, Zinszner B. 1987. Acoustics of Porous Media. Houston: Gulf Publishing Co.

Carman P C. 1961. Lécoulement des Gaze Travers les Milieux Poreux, Bibliothèque des Sciences et Techniques Nucleaires. Paris: Presses Universitaires de France

Cheng Y F, Yang D H, Yang H Z. 2002. Biot/squirt model in

- viscoelastic porous media. *Chin Phys Lett*, 19: 445–448
- Cruz V D L, Sahay P N, Spanos T J T. 1993. Thermodynamics of porous media. *Proc R Soc Lond A*, 443: 247–255
- De la Cruz V, Spanos T J T. 1985. Seismic wave propagation in a porous medium. *Geophysics*, 50: 1556–1565
- De la Cruz V, Spanos T J T. 1989. Seismic boundary conditions for porous media. *J Geophys Res*, 94: 3025–3029
- Diallo M S, Appel E. 2000. Acoustic wave propagation in saturated porous media: Reformulation of the Biot/Squirt flow theory. *J Appl Geophys*, 44: 313–325
- Diallo M S, Prasad M, Appel E. 2003. Comparison between experimental results and theoretical predictions for P-wave velocity and attenuation at ultrasonic frequency. *Wave Motion*, 37: 1–16
- Fan L S, Zhu C. 2005. Principles of Gas-Solid Flows. Cambridge: Cambridge University Press
- Fung Y. 1994. A first Course in Continuum Mechanics. 3rd ed. New Jersey: Prentice-Hall, Inc
- Goloshubin G M, Korneev V A. 2000. Seismic low-frequency effects from fluid-saturated reservoir. In: Proceedings SEG Meeting (Calgary), 70th Annual International Meeting, SEG. Expanded Abstracts. 1671–1674
- Han W, Gao J, Zhang Y, Xu W. 2020. Well-posedness of the diffusive-viscous wave equation arising in geophysics. *J Math Anal Appl*, 486: 123914
- He Y, Chen T, Gao J. 2019. Unsplit perfectly matched layer absorbing boundary conditions for second-order poroelastic wave equations. *Wave Motion*, 89: 116–130
- He Y, Chen T, Gao J. 2020. Perfectly matched absorbing layer for modelling transient wave propagation in heterogeneous poroelastic media. *J Geophys Eng*, 17: 18–34
- He Z, Xiong X, Bian L. 2008. Numerical simulation of seismic low-frequency shadows and its application. *Appl Geophys*, 5: 301–306
- Hickey C J, Spanos T J T, Cruz V. 1995. Deformation parameters of permeable media. *Geophys J Int*, 121: 359–370
- Johnston D H, Toksöz M N, Timur A. 1979. Attenuation of seismic waves in dry and saturated rocks: II. Mechanisms. *Geophysics*, 44: 691–711
- Korneev V A, Goloshubin G M, Daley T M, Silin D B. 2004. Seismic low-frequency effects in monitoring fluid-saturated reservoirs. *Geophysics*, 69: 522–532
- Landau L D, Lifshitz E M. 1959. Elasticity Theory. Oxford: Pergamon Press
- Landau L D, Lifshitz E M. 1987. Fluid Mechanics. 2nd ed. Oxford: Pergamon Press
- Mase G T, Mase G E. 2001. Continuum Mechanics for Engineers. 2nd ed. Boca Raton: CRC Press
- Mavko G, Mukerji T, Dvorkin J. 1998. Rock Physics Handbook: Tools for Seismic Interpretation in Porous Media. Cambridge: Cambridge University Press
- Parra J O. 1997. The transversely isotropic poroelastic wave equation including the Biot and the squirt mechanisms: Theory and application. *Geophysics*, 62: 309–318
- Pride S R, Gangi A F, Morgan F D. 1992. Deriving the equations of motion for porous isotropic media. *J Acoust Soc Am*, 92: 3278–3290
- Quiroga-Goodie G, Jiménez-Hernández S, Pérez-Flores M A, Padilla-Hernández R. 2005. Computational study of seismic waves in homogeneous dynamic-porosity media with thermal and fluid relaxation: Gauging Biot theory. *J Geophys Res*, 110: B07303
- Sahay P N. 2001. Dynamic Green's function for homogeneous and isotropic porous media. *Geophys J Int*, 147: 622–629
- Sahay P N, Spanos T J, De la Cruz V. 2000. Macroscopic constitutive equations of an inhomogeneous and anisotropic porous medium by volume averaging approach. SEG Technical Program Expanded Abstracts. 1834–1837
- Sams M S, Neep J P, Worthington M H, King M S. 1997. The measurement of velocity dispersion and frequency-dependent intrinsic attenuation in sedimentary rocks. *Geophysics*, 62: 1456–1464
- Schon J H. 2011. Physical Properties of Rocks. A workbook. Elsevier. 158
- Spanos T J. 2001. The Thermophysics of Porous Media. Boca Raton: CRC Press
- Spanos T J T. 2009. Seismic wave propagation in composite elastic media. *Transp Porous Media*, 79: 135–148
- Spanos T J, Udey N, Dusseault M. 2002. Completing Biot Theory. In: Proceedings 2nd Biot Conf. on Poromechanics. 819–826
- Whitaker S. 1999. The Method of Volume Averaging: Theory and Applications of Transport in Porous Media. Dordrecht: Kluwer Academic
- Winkler K W. 1985. Dispersion analysis of velocity and attenuation in Berea sandstone. *J Geophys Res*, 90: 6793–6800
- Zhao H, Gao J, Liu F. 2014a. Frequency-dependent reflection coefficients in diffusive-viscous media. *Geophysics*, 79: T143–T155
- Zhao H, Gao J, Zhao J. 2014b. Modeling the propagation of diffusive-viscous waves using flux-corrected transport-finite-difference method. *IEEE J Sel Top Appl Earth Observations Remote Sens*, 7: 838–844
- Zheng L, Liu J. 2019. Variation of seepage in one-dimensional low-permeable layer under low-frequency vibration. *J Por Media*, 22: 1519–1538

(责任编辑: 印兴耀)