

基于颗粒缩放理论的生石灰粉离散元参数标定

邹洋, 汤佟, 高自成, 乔志东, 胡意波

(中南林业科技大学 机电工程学院, 湖南 长沙 410004)

摘要: 为获得生石灰粉离散元仿真的接触参数, 结合物理试验与仿真试验对生石灰粉进行参数标定; 将形状不规则生石灰颗粒简化为软质球形颗粒, 运用颗粒缩放理论将平均粒径放大至 2 mm, 便于利用离散元仿真软件 EDEM 进行接触参数的虚拟标定; 通过 Plackett-Burman 试验、最陡爬坡试验和 Box-Behnken 试验获得 3 个显著性参数, 即生石灰-生石灰滚动摩擦系数、生石灰-钢恢复系数、JKR (Johnson Kendall Roberts) 表面能; 建立显著性参数与休止角的数学回归模型, 再以预测休止角与实际休止角相对误差最小为目标, 寻优求解该数学回归模型。结果表明: 物理属性测试得到生石灰粉基本物理参数, 即堆密度为 1.127 g/cm^3 , 平均粒径为 0.126 mm , 休止角为 48.76° ; 回归模型得到最优参数组合, 生石灰-生石灰滚动摩擦系数为 0.165 、生石灰-钢恢复系数为 0.215 、JKR 表面能为 0.113 J/m^2 ; 最优参数组合仿真得到的休止角为 48.39° , 与实际休止角相对误差为 0.76% , 仿真试验结果与物理试验结果高度一致。

关键词: 生石灰粉; 堆密度; 休止角; 颗粒缩放; 参数标定

中图分类号: S220.1; O303

文献标志码: A

Discrete element parameter calibration of quicklime powder based on particle scaling theory

ZOU Yang, TANG Tong, GAO Zicheng, QIAO Zhidong, HU Yibo

(College of Mechanical and Electrical Engineering, Central South University of Forestry and Technology, Changsha 410004, China)

Abstract: In order to obtain the contact parameters of the discrete element simulation of the quicklime powder, the parameters of the quicklime powder were calibrated by combining the physical test and the simulation test. The irregularly shaped quicklime particles were simplified into soft spherical particles, and the average particle size was enlarged to 2 mm by particle scaling theory, which was convenient for virtual calibration of contact parameters by using discrete element simulation software EDEM. Three significant parameters were obtained by Plackett-Burman test, steepest climb test and Box-Behnken test, namely, rolling friction coefficient of lime and lime, recovery coefficient of lime and steel, and JKR (Johnson Kendall Roberts) surface energy. A mathematical regression model of significance parameter and angle of repose was established, and then the relative error between prediction angle of repose and actual angle of repose was taken as the goal to optimize the mathematical regression model. The results show that the physical properties test is a basic physical parameter quick lime powder and the bulk density of 1.127 g/cm^3 , the average particle size of 0.126 mm , angle of repose is 48.76° . The optimal parameter combination is obtained by regression model, the rolling friction coefficient of lime and lime is 0.165 , the recovery coefficient of lime and steel is 0.215 , and the surface energy of JKR is 0.113 J/m^2 . The angle of rest obtained by the optimal parameter combination simulation is 48.39° , and the relative error between the angle of rest and the actual angle of rest is 0.76% . The simulation test results are highly consistent with the physical test results.

Keywords: quicklime powder; bulk density; angle of repose; particle scaling; calibration of parameters

收稿日期: 2022-07-27, 修回日期: 2022-09-30。

基金项目: 湖南省重点领域研发计划项目, 编号: 2019NK2022; 湖南省重点研发计划项目, 编号: 2018NK2065。

第一作者简介: 邹洋 (1998—), 男, 硕士研究生, 研究方向为现代林业设备。E-mail: 1185628882@qq.com。

通信作者简介: 高自成 (1968—), 男, 教授, 博士, 硕士生导师, 研究方向为现代林业设备。E-mail: gzc1968@126.com。

土壤是植物生长繁育和农业生产的基础,是人类得以生存和发展的重要自然资源之一,然而近年来,随着工业和农业生产中所用化学产品种类和数量的不断增加,土壤的酸化和重金属污染愈发严重,已成为我国重大环境问题^[1]。实践表明,在酸性土壤中施用生石灰粉是改善耕地质量最有效、最经济的方法之一。传统人工撒施生石灰粉效率低下,且具有2大危害:一是人工撒施不均匀,容易造成扬尘污染;二是生石灰粉具有腐蚀性,会对人体皮肤造成伤害。为减轻生石灰撒施带来的环境污染,并降低对农民身体造成危害的可能性,课题组研发了螺旋循环式石灰撒施机^[2],但该机器在设计时主要依据传统的经验和试验,缺乏完整的优化理论体系。通过离散单元法(DEM)研究生石灰粉撒施过程,是一种优于传统经验和试验设计方法的新手段,能更好地对机器进行数字化的设计与优化^[3]。

由于农用生石灰粉粒径较小,若对整机进行模拟仿真,则颗粒数量会达到数千万甚至过亿,普通计算机难以完成模拟计算。解决该问题有3种较常用的方法:计算机并行计算、均质化处理和颗粒缩放法^[4],其中颗粒缩放法是目前应用较为广泛的处理方法。Sakai等^[5]提出一种用于大规模DEM模拟的粗颗粒模型,并在气力输送系统的水平管道中对模型进行数值模拟,验证了该模型的准确性和优越性;Thakur等^[6]在对模型进行放大的同时将刚度和粘附力也进行了线性缩放,得出缩放模型能表现出与原系统相同特性的结论。此外,目前已有学者对小麦粉^[7]、煤粉^[8]等物料进行了基于颗粒缩放理论的离散元仿真参数虚拟标定,而关于生石灰粉离散元参数标定的研究鲜有报道。基于此,通过相似理论和量纲分析对生石灰粉颗粒进行放大处理,借助离散元仿真软件EDEM对生石灰粉进行堆积模拟,并以生石灰粉的休止角为响应值,通过Plackett-Burman试验、最陡爬坡试验和Box-Behnken试验对模型接触参数进行虚拟标定,得到最优接触参数组合,可为与生石灰粉相关的离散元仿真模型的参数选取提供参考。

1 材料与方法

1.1 材料

高纯度生石灰粉,购于上高县腾顺钙业有限公司,白色粉末状,氧化钙(CaO)纯度高于90%(质量分数)。

1.2 生石灰粉的物理属性测试

为了获取生石灰粉的颗粒密度,参照JC/T 478.1—2013中关于粉状生石灰密度的测定方法:取量程250 mL的量筒,用药匙将生石灰粉加入量筒,每添加50 mL生石灰粉测算1次堆密度,最后得到生石灰粉的平均堆密度为1.127 g/cm³。由于颗粒粒径较小,忽略颗粒间空隙的影响,将测得的堆密度近似看作颗粒密度。

为了获取生石灰粉的平均粒径,采用筛孔尺寸分别为0.380、0.198、0.106、0.048 mm的标准检验筛进行筛分试验。试验时称取300 g生石灰粉置于顶筛,手持筛子往复水平摇动并不时拍打,最后称量每层筛网中生石灰粉的质量,得到生石灰的粒度分布如表1所示。由表中数据可知,所测生石灰粒度85%以上集中在0.049~0.198 mm,以质量为准计算平均粒径^[9]

$$D = \sum_{i=1}^n m_i d_i, \quad (1)$$

式中: m_i 为第*i*级颗粒的质量分数,%; d_i 为第*i*级颗粒粒径的中值,mm。将表1中的数据代入式(1)中,得到生石灰粉颗粒的平均粒径为0.126 mm。

表1 生石灰粉的粒度分布

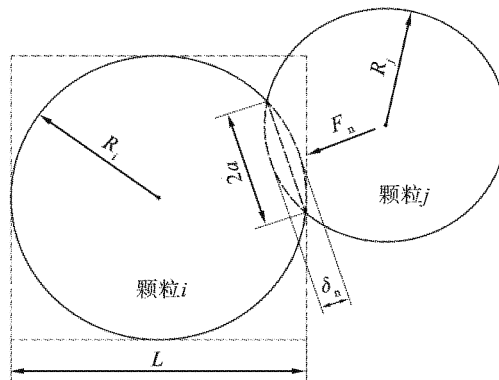
Tab.1 Size distribution of quicklime powder

粒径/mm	质量分数/%	粒径/mm	质量分数/%
>0.38	6.85	0.049~0.106	59.33
0.199~0.38	4.25	≤0.048	2.66
0.107~0.198	26.91		

2 颗粒缩放理论

2.1 相似理论

为了保证缩放后的数值模型能够准确地再现有关的物理现象,Feng 等^[10]借鉴传统流体力学的相似原理,提出一套适用于离散元建模的相似理论。该理论要求颗粒在缩放前后必须满足3个相似原则(几何相似、力学相似和动态相似),且颗粒间的相互作用关系应具有尺度不变性,即描述应力-应变关系的函数与颗粒尺寸无关。为了便于分析,将形状不规则的生石灰粉颗粒简化为软质球形颗粒,两颗粒的接触模型如图1所示。



R_i 、 R_j —颗粒*i*、*j*的半径; δ_n —2个颗粒的法向重叠量; a —接触半径。

图1 球形颗粒的接触模型示意图

Fig.1 Schematic diagram of contact model of spherical particle

一对颗粒接触时的法向力 F_n 为

$$F_n = F(\delta_n, R), \quad (2)$$

对于颗粒*i*,接触时的应变和应力可表示为

$$\varepsilon = \frac{\delta_n}{L}; \sigma(\delta_n, R) = \frac{F(\delta_n, R)}{A}, \quad (3)$$

式中: ε 为颗粒接触时的应变变量,mm; L 为颗粒的特征长度, $L = 2R_i$,mm; σ 为颗粒的接触应力,Pa; A 为特征面积, $A = L^2$,mm²。

接触颗粒间相互作用关系的应力-应变形式为

$$\sigma = \sigma(\varepsilon, R), \quad (4)$$

则颗粒的应变能 E 可表示为

$$E(\delta, R) = \int_0^\delta F(\delta, R) d\delta, \quad (5)$$

对于模型中任意颗粒,其在一个主方向上的运动满足牛顿第二定律:

$$M\ddot{\delta} + F(\delta, R) = Q(t), \quad (6)$$

式中: M 为颗粒的质量,kg; $F(\delta, R)$ 为颗粒间的合接触力,N; $Q(t)$ 为颗粒的合外力,N; δ 为颗粒的位移,m; $\ddot{\delta}$ 为颗粒的加速度,m/s²。

几何相似是指物理模型和与缩放模型中颗粒的堆积形态相同、同时颗粒尺寸和颗粒域成比例^[4];力学相似要求2个模型中的颗粒应变、应力和应变能函数相同;动态相似要求缩放前后作用于颗粒的力应有相同的比例关系。设缩放因数为 h ,用下标 m 表示缩放模型,下标 p 表示物理模型。根据相似理

论,模型的各物理量需满足:

$$\frac{R_m}{R_p} = \frac{\delta_m}{\delta_p} = h, \frac{\rho_m}{\rho_p} = h^{-2}, \frac{F_m(\delta_m, R_m)}{F_p(\delta_p, R_p)} = \frac{Q_m(t)}{Q_p(t)} = h^2. \quad (7)$$

为了直观地表现出物理模型与缩放模型之间各物理量的比例关系,设 q 为原系统中任意物理量,则缩放模型中与之对应的变量 $\bar{q}$ 可表示为

$$\bar{q} = \lambda_q q, \quad (8)$$

式中, λ_q 为物理量 q 的缩放因数,确定所有物理量的缩放因数,即确定了整个缩放模型。

2.2 量纲分析

通常系统中的物理量并不是相互独立的,当选定一组基本量后,其他物理量都可以从所选基本量中导出。若选择长度 $[L]$ 、时间 $[T]$ 、密度 $[\rho]$ 作为基本量,根据量纲分析法^[11],系统中任意物理量的量纲均可表示为

$$[q] = [L]^a [T]^b [\rho]^c, \quad (9)$$

则物理量 q 的缩放因数 $\lambda_q = \lambda_L^a \lambda_T^b \lambda_\rho^c$, 其中 a 、 b 、 c 均为常数。

若取 $\lambda_L = \lambda_T = h$ 、 $\lambda_\rho = 1$, 对弹性模量、应力及应变的缩放因数进行推导:

$$\begin{cases} E = \frac{FL}{\delta A} \Rightarrow [E] = [L]^2 [T]^{-2} [\rho] \Rightarrow \lambda_E = 1 \\ \varepsilon = \frac{\sigma}{E} \Rightarrow [\varepsilon] = \frac{[L]}{[L]} = 1 \Rightarrow \lambda_\varepsilon = 1 \\ \sigma = \frac{F}{A} \Rightarrow [\sigma] = \frac{[F]}{[L]} = [L]^2 [T]^{-2} [\rho] \Rightarrow \lambda_\sigma = 1 \end{cases} \quad (10)$$

由量纲分析可知,对于任意的缩放因数 h ,若保持颗粒材料密度不变,则颗粒弹性模量、应力和应变均保持不变。由式(3)可知,颗粒的应变 ε 是无量纲量且与 h 无关,而应力与接触力相关,要保证应力 σ 也独立于 h ,则要求颗粒的应力-应变函数满足 $\sigma(\varepsilon, R) = \sigma(\varepsilon)$, 即应力只与应变有关,与粒径无关。

描述黏弹性球形颗粒的接触力通常采用 JKR (Johnson Kendall Roberts) 模型或 DMT (Derjaguin Muller Toporov) 模型,前者适用于软粒子,后者更适合硬粒子^[12]。本文中的研究对象为生石灰粉,具有一定粘附性,因此在计算颗粒法向接触力时还需考虑颗粒的粘附力。根据 JKR 接触理论^[13],颗粒的法向接触力可表示为

$$F_n = \frac{4E^* a^3}{3R^*} - \sqrt{8\pi\Delta\gamma E^* a^3}, \quad (11)$$

式中: F_n 为法向接触力, N; E^* 为颗粒的有效杨氏模量, Pa; R^* 为颗粒的有效半径, m; a 为接触半径, m; $\Delta\gamma$ 为颗粒的表面自由能, J/m²。其中,有效杨氏模量 E^* 和有效半径 R^* 分别为

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1-v_i^2}{E_i} + \frac{1-v_j^2}{E_j}, \frac{1}{R^*} = \frac{1}{R_i} + \frac{1}{R_j}, \quad (12)$$

式中: E_i 、 v_i 、 R_i 和 E_j 、 v_j 、 R_j 分别为接触颗粒的杨氏模量、泊松比和半径。

接触半径 a 与有效半径 R^* 的关系满足:

$$a = \sqrt{\delta_n R^*}. \quad (13)$$

将式(13)代入式(11)得:

$$F_n = \frac{4E^*}{3} (R^* \delta_n^3)^{\frac{1}{2}} - \sqrt{8\pi\Delta\gamma E^*} (R^* \delta_n)^{\frac{3}{4}}. \quad (14)$$

将式(14)转换为应力-应变形式:

$$\sigma(\varepsilon, R^*) = \frac{F_n}{A} = \frac{4E^*}{3} \varepsilon^{\frac{3}{2}} - \sqrt{\frac{8\pi\Delta\gamma E^*}{R^*}} \varepsilon^{\frac{3}{4}} \quad (15)$$

其中颗粒的特征面积 $A = L^2 = (R^*)^2$, 等式右边第1项完全符合 Hertz 接触理论^[14], 具有尺度不变性, 而第2项明显不满足尺度不变的条件, 所以 JKR 接触模型不具有尺度不变性。为实现模型的尺度不变性, 要求 $\Delta\gamma/R^*$ 为常数, 即颗粒的表面自由能要随着颗粒的缩放而变化。

上述相似理论与量纲分析表明, 在采用颗粒缩放法进行离散元模拟时, 为便于仿真结果与试验结果作对比, 可以保持材料的本征参数不变, 但需要对接触模型的相关参数进行标定以保证模拟的准确性。

3 参数标定

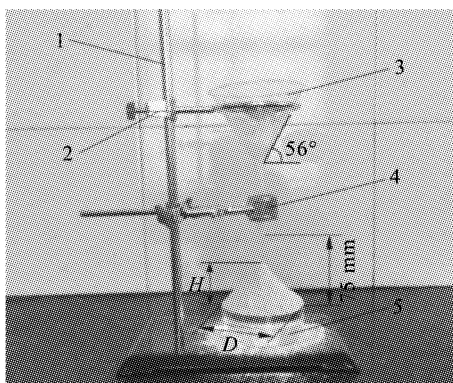
3.1 休止角的测定

根据相关国家标准 GB/T 11986—1989、GB/T 16913.5—1997, 并参考散体物料休止角测定相关研究^[15-17], 采用漏斗法测定生石灰粉的休止角, 试验装置如图2所示。该装置主要由铁架台、玻璃漏斗和圆柱台组成, 试验时用药匙将生石灰粉缓慢加入漏斗中, 粉末沿漏斗落在圆柱台上形成堆积状态, 待石灰堆布满整个圆柱台且堆积高度保持稳定, 停止添加生石灰粉。休止角计算公式为

$$\theta = \arctan \frac{2H}{D} \quad (16)$$

式中: H 为堆积高度, mm; D 为圆柱台直径, mm。

根据公式(16)计算出休止角的大小。更换不同直径的圆柱台进行多次试验, 求得生石灰粉的平均休止角为 48.76° 。



1—铁架台; 2—铁圈; 3—玻璃漏斗; 4—夹子; 5—圆柱台。
注: D 为圆柱台的直径, mm; H 为石灰粉的堆积高度, mm。

图2 休止角测定装置

Fig.2 Angle of repose measurement equipment

3.2 离散元仿真试验

3.2.1 仿真模型的建立

接触模型是离散单元法的核心, 其选取对仿真结果的准确性有较大的影响。本研究中采用的离散元软件 EDEM 内含多种接触模型可供选择, 考虑到干燥的生石灰粉末在宏观上表现出一定的粘附性, 因此选择适用于模拟粘性系统的“Hertz-Mindlin with JKR Cohesion”接触模型。

EDEM 中需要的物性参数大致分为3类: 本征参数、基本接触参数和接触模型参数^[18]。目前国内关于生石灰粉的研究较少, 无法通过查阅文献获取相关的离散元仿真参数。本文中参考其他粉体物料的离散元仿真研究, 并结合软件内置的 GEMM 数据库, 得到模型的接触参数如表2所示。

表2 仿真模型的接触参数
Tab.2 Parameters of the simulation model

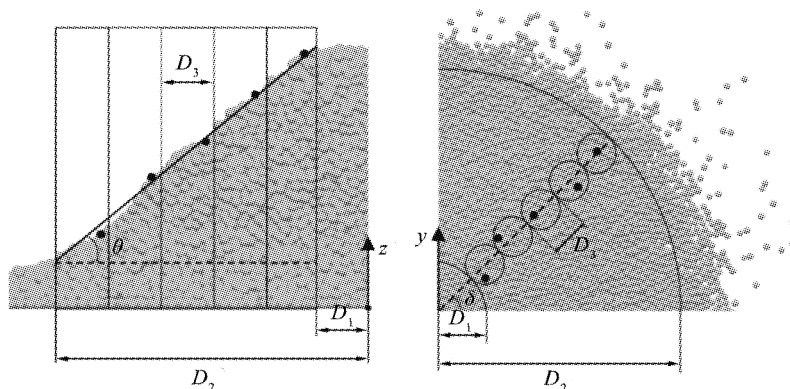
项目	数值	来源	项目	数值	来源
生石灰密度/($\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$)	1 127	本文	生石灰-生石灰静摩擦系数	0.20 ~ 1.04 ^a	GEMM
生石灰泊松比	0.2 ~ 0.4 ^a	文献[7]	生石灰-生石灰滚动摩擦系数	0.05 ~ 0.20 ^a	GEMM
生石灰剪切模量/MPa	1 ~ 10 ^a	文献[19]	生石灰-钢恢复系数	0.10 ~ 0.60 ^a	文献[16]
钢密度/($\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$)	7 800	文献[19]	生石灰-钢静摩擦系数	0.20 ~ 1.00 ^a	文献[7]
钢泊松比	0.3	文献[19]	生石灰-钢滚动摩擦系数	0.10 ~ 0.50 ^a	文献[16]
钢剪切模量/Pa	7.9×10^{10}	文献[19]	JKR 表面能/($\text{J}\cdot\text{m}^{-2}$)	0.01 ~ 0.20 ^a	文献[7]
生石灰-生石灰恢复系数	0.15 ~ 0.75 ^a	GEMM			

注：上标 a 表示试验变量。

根据图2所示的试验装置,在仿真软件中建立试验装置模型,接料台的直径为80 mm,顶部开有1 mm的凹槽以便于物料堆积;漏斗下方出口直径为15 mm,距接料盘上表面75 mm。生石灰颗粒的类型选择单球型,尺寸分布设置为正态分布。为了减少仿真计算时间,同时保证仿真结果的可靠性,将颗粒粒径放大至2 mm。设置颗粒数量为10 000个,生成速率为2 000个每秒,生成方式选择动态。时间积分方式选择Euler法,固定时间步长,取Rayleigh时间步长的20%~40%以保证仿真的连续性,仿真时间设置为6 s,网格尺寸取颗粒最小半径的3倍。参数设置完毕后开始仿真,待仿真完成后进行休止角的测量。

3.2.2 休止角的测定

为了更准确地测得堆积物料的休止角,采用基于Python开发的EDEMpy库对仿真结果文件进行分析。测量原理:首先定义一个径向圆柱形容器阵列;其次确定每个容器中最高的颗粒;再通过最小二乘法对这些颗粒的质心坐标进行线性拟合;最后得到拟合线与水平线的夹角即为休止角,休止角测定方法示意图如图3所示。为了得到较好的分析结果,应选取堆积较稳定的区域进行分析,本文中选取分析区域的下限值 D_1 为10 mm,上限值 D_2 为40 mm,定义容器的直径 D_3 为6 mm。此外沿多个不同方向角进行测量,可得到平均休止角,休止角多次测量示意图如图4所示。



D_1 —分析域的下限值; D_2 —分析域的上限值; D_3 —定义容器的直径; θ —休止角; δ —切片方向角。

图3 休止角测定方法示意图

Fig.3 Schematic diagram of testing method of repose angle

3.3 仿真试验设计

3.3.1 Plackett-Burman 试验

离散元仿真所设置的参数并非都对休止角有显著的影响,如Marigo等^[20]已经证明了剪切模量对粉末颗粒堆积特性的影响不显著。此外,剪切模量与Rayleigh时间步长相关联,因此,剪切模量数值过

A 3D plot showing a cone-like surface. The vertical axis is labeled z and ranges from 0 to 0.035. The horizontal axes are labeled x and y , both ranging from -0.04 to 0.04. The plot displays a shaded, cone-like surface. Seven measurement points are marked on the surface, each labeled with a number (1 through 7). Lines connect each measurement point to the origin (0,0,0), representing the measurement vectors. A legend at the top of the plot area identifies the lines for each measurement: 测量1, 测量2, 测量3, 测量4, 测量5, 测量6, and 测量7.

Fig. 4 Schematic diagram of multiple measurements of angle of repose

Tab.3 Factors and levels table of Plackett–Burman test

试验因素	低水平(-1)	高水平(1)	试验因素	低水平(-1)	高水平(1)
生石灰泊松比 A	0.2	0.4	生石灰-钢恢复系数 F	0.1	0.2
生石灰剪切模量 B/MPa	1	2	生石灰-钢静摩擦系数 G	0.2	0.4
生石灰-生石灰恢复系数 C	0.15	0.3	生石灰-钢滚动摩擦系数 H	0.1	0.2
生石灰-生石灰静摩擦系数 D	0.2	0.4	JKR 表面能 $J/(\text{J}\cdot\text{m}^{-2})$	0.01	0.02
生石灰-生石灰滚动摩擦系数 E	0.05	0.1	虚拟参数 K, L	-	-

Tab.4 Scheme and results of Plackett–Burman test

[illegible]

对表4中的试验结果进行方差分析,得到各试验参数的显著性如表5所示。由表可知,生石灰-生石灰滚动摩擦系数的 $P < 0.01$,对仿真结果的影响非常显著;JKR表面能、生石灰-钢恢复系数、生石灰泊松比及生石灰-钢静摩擦系数的 $P < 0.05$,对仿真结果的影响显著;其余参数 P 值均大于0.05,对仿真结果的影响极小。

表5 Plackett-Burman 试验参数显著性分析
Tab.5 Significance analysis of Plackett-Burman test parameters

因素	效应	均方和	影响率/%	P 值	显著性顺序
<i>A</i>	-4.66	65.05	10.82	0.028 3	4
<i>B</i>	0.96	2.78	0.46	0.352 0	9
<i>C</i>	-1.40	5.85	0.97	0.223 2	8
<i>D</i>	-2.44	17.86	2.96	0.092 9	6
<i>E</i>	8.51	217.43	36.03	0.008 7	1
<i>F</i>	5.65	95.65	15.85	0.019 5	3
<i>G</i>	-4.32	55.99	9.28	0.032 7	5
<i>H</i>	-1.47	6.51	1.08	0.207 1	7
<i>J</i>	6.24	116.69	19.34	0.016 1	2

3.3.2 最陡爬坡试验

最陡爬坡试验能精准地确定试验因素水平中心值,使初始响应区域快速地接近最优响应区域。根据参数筛选试验的结果,选取表5中显著性排名前3的因素(E 、 F 、 J)进行最陡爬坡试验。所选试验参数按照选定的爬坡步长逐步增加,其余参数选择中间水平(生石灰泊松比0.3、生石灰剪切模量 5.5×10^6 、生石灰-生石灰恢复系数0.45、生石灰-生石灰静摩擦系数0.62、生石灰-钢静摩擦系数0.6、生石灰-钢滚动摩擦系数0.3),试验结果如表6所示。由表可知,休止角随着试验因素数值的增加逐渐增加,而相对误差呈现先减小后增大的趋势,其中3号试验的相对误差最小。

表6 最陡爬坡试验方案与结果
Tab.6 Scheme and results of steepest ascent test

序号	试验因素			休止角/(°)	相对误差/%
	E	F	J		
1	0.05	0.1	0.01	32.42	33.51
2	0.10	0.2	0.06	43.62	10.54
3	0.15	0.3	0.11	46.39	4.86
4	0.20	0.4	0.16	52.41	7.49
5	0.25	0.5	0.21	55.18	13.17

3.3.3 Box-Behnken 试验

为了得到休止角与显著影响因素(生石灰-生石灰滚动摩擦系数、生石灰-钢恢复系数和JKR表面能)的数学回归模型,采用Box-Behnken法进行响应面试验。根据最陡爬坡试验的结果,选取表6中3号试验参数值为中间水平,4号、5号的参数值分别为低水平和高水平进行试验设计,试验方案及结果如表7所示。

表 7 Box-Behnken 试验方案及结果
Tab.7 Scheme and results of Box-Behnken test

序号	试验因素			休止角 $\theta/(^{\circ})$	序号	试验因素			休止角 $\theta/(^{\circ})$
	<i>E</i>	<i>F</i>	<i>J</i>			<i>E</i>	<i>F</i>	<i>J</i>	
1	1(0.20)	-1(0.2)	0(0.11)	49.81	9	0	-1	1	51.36
2	0(0.15)	1(0.4)	1(0.16)	52.83	10	-1	0	-1	42.29
3	-1(0.1)	0(0.3)	1	50.07	11	-1	1	0	47.28
4	1	0	1	52.53	12	0	0	0	48.44
5	0	-1	-1(0.06)	44.60	13	-1	-1	0	43.87
6	0	0	0	48.23	14	0	0	0	49.08
7	1	0	-1	47.68	15	0	1	-1	45.23
8	1	1	0	49.33					

注:括号内的数字为水平编码对应的真实值。

二次回归模型的方差分析结果如表 8 所示。由表可知,拟合模型的 $P < 0.001$,失拟项的 $P > 0.05$,表明模型极显著,且回归方程的拟合性较好;模型的决定系数 $R^2 = 0.993\ 7$,校正决定系数 $Ra^2 = 0.982\ 3$,表明模型预测实际数值的可靠性极高。

表 8 二次回归模型的方差分析
Tab.8 Anova of quadratic regression model

方差来源	平方和	自由度	拟合度	<i>P</i> 值
模型	134.080 0	9	87.15	<0.000 1 ***
<i>E</i>	31.360 0	1	183.47	<0.000 1 ***
<i>F</i>	3.160 0	1	18.50	0.007 7 **
<i>J</i>	91.060 0	1	532.66	<0.000 1 ***
<i>EF</i>	3.780 0	1	22.13	0.005 3 **
<i>EJ</i>	2.150 0	1	12.55	0.016 5 *
<i>FJ</i>	0.176 4	1	1.03	0.356 3
<i>E</i> ²	1.740 0	1	10.18	0.0242 *
<i>F</i> ²	0.388 0	1	2.27	0.192 3
<i>J</i> ²	0.223 1	1	1.31	0.305 0
残差	0.854 7	5		
失拟项	0.462 7	3	0.786 7	0.601 7

注:表中 *** 表示极显著水平 ($P < 0.001$), ** 表示非常显著水平 ($0.001 < P < 0.01$), * 表示显著水平 ($0.01 < P < 0.05$)。

在保证模型显著、不失拟的前提下,忽略模型中的不显著项(FJ 、 F^2 、 J^2),得到数学回归模型的二次回归方程:

$$\theta = 13.57 + 211.91E + 35.46F + 111.43J - 194.5EF - 293EJ - 272.43E^2。$$
 (17)

3.4 最优参数组合的确定与验证

以试验参数的高、低水平为约束条件,预测休止角与实测休止角相对误差最小为目标,寻优求

解 Box-Behnken 试验获得的数学回归模型, 得到最佳参数组合: 生石灰-生石灰滚动摩擦系数为 0.165、生石灰-钢恢复系数为 0.215、JKR 表面能为 0.113 J/m^2 。采用最优参数组合进行仿真试验, 得到休止角为 48.39° , 与实际休止角的相对误差仅为 0.76%。图 5 为休止角仿真试验结果与物理试验结果的对比, 从图中可以看出, 二者堆积轮廓十分相似, 表明所选接触参数能较好表现出生石灰粉的堆积特性。

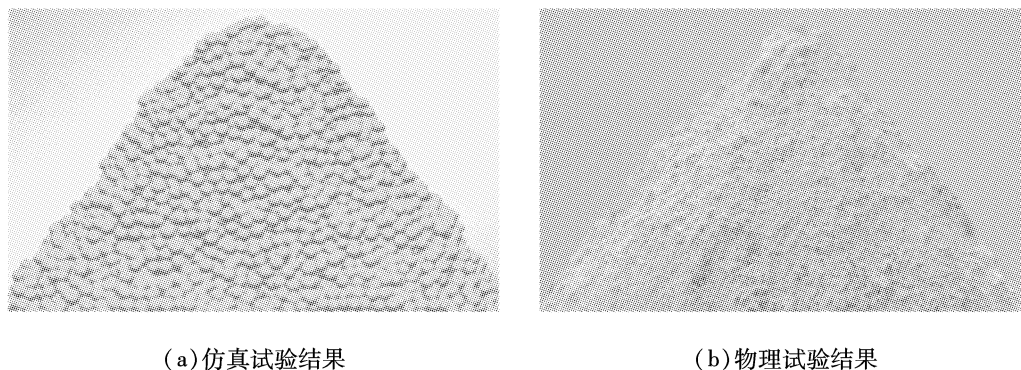


图 5 休止角仿真试验与物理试验结果对比

Fig. 5 Results comparison of simulation test and physical test of repose angle

4 结论

1) 为获得生石灰粉在离散元仿真中所需的材料本征参数, 通过物理测试测得生石灰粉的堆积密度为 1.127 g/cm^3 , 平均粒径为 0.126 mm , 休止角为 48.76° 。以离散元仿真软件 EDEM 为载体, 根据颗粒缩放原理将颗粒粒径放大至 2 mm 进行虚拟参数标定。

2) 通过 Plackett-Burman 试验分析接触参数对生石灰粉休止角影响的显著性, 并根据分析结果选取了 3 个显著性较强的参数进行最陡爬坡试验和 Box-Behnken 试验, 建立休止角与生石灰-生石灰滚动摩擦系数、生石灰-钢恢复系数以及 JKR 表面能的数学回归模型。

3) 以预测休止角与实际休止角相对误差最小为目标, 对数学回归方程进行寻优求解, 得到最优参数组合: 生石灰-生石灰滚动摩擦系数为 0.165、生石灰-钢恢复系数为 0.215、JKR 表面能为 0.113 J/m^2 。以最优参数组合进行仿真试验得到休止角为 48.39° , 与物理试验所测休止角的相对误差仅为 0.76%, 表明通过虚拟标定得到的离散元仿真参数准确可靠。

参考文献 (References):

- [1] 周建斌, 陶静静, 赵梦真, 等. 农业生产对石灰性土壤无机碳库损失的影响[J]. 土壤学报, 2022, 59(3): 593 - 602.
- [2] 高自成, 李立君, 阳涵疆, 等. 正反螺旋式土壤改良石灰撒施机设计与试验[J]. 农业工程学报, 2015, 31(10): 43 - 50.
- [3] 曾智伟, 马旭, 曹秀龙, 等. 离散元法在农业工程研究中的应用现状和展望[J]. 农业机械学报, 2021, 52(4): 1 - 20.
- [4] 周龙海. 垂直螺旋输送的 EDEM 仿真与实验研究[D]. 杭州: 浙江工业大学, 2017.
- [5] SAKAI M, KOSHIZUKA S. Large-scale discrete element modeling in pneumatic conveying[J]. Chemical Engineering Science, 2009, 64(3): 533 - 539.
- [6] THAKUR S C, OOI J Y, AHMADIAN H. Scaling of discrete element model parameters for cohesionless and cohesive solid[J]. Powder Technology, 2016, 293: 130 - 137.
- [7] 李永祥, 李飞翔, 徐雪萌, 等. 基于颗粒缩放的小麦粉离散元参数标定[J]. 农业工程学报, 2019, 35(16): 320 - 327.
- [8] 任建莉, 周龙海, 韩龙, 等. 基于颗粒缩放理论的垂直螺旋输送离散模拟[J]. 过程工程学报, 2017, 17(5): 936 -

943.

- [9]曹林. 旋耕机石灰撒施装置的设计与试验研究[D]. 长沙: 湖南农业大学, 2016.
- [10]FENG Y T, HAN K, OWEN D R J, et al. On upscaling of discrete element models: similarity principles[J]. *Engineering Computations: Int J for Computer-Aided Engineering*, 2009, 26(6): 599 – 609.
- [11]李郁, 崔可源. 基于量纲分析方法的水平螺旋输送机离散元仿真研究[J]. *起重运输机械*, 2021(17): 36 – 40, 46.
- [12]FENG Y T, OWEN D R J. Discrete element modelling of large scale particle systems-I: exact scaling laws[J]. *Computational Particle Mechanics*, 2014, 1(2): 159 – 168.
- [13]JOHNSON K L, KENDALL K, ROBERTS A D. Surface energy and the contact of elastic solids[J]. *Proceedings of the Royal Society of London: Series A, Mathematical and Physical Sciences*, 1971, 324(1558): 301 – 313.
- [14]YANG F, DU Y, FU Q, et al. Design and testing of seed maize ear peeling roller based on Hertz theory[J]. *Biosystems Engineering*, 2021, 202(7): 165 – 178.
- [15]宋占华, 李浩, 闫银发, 等. 桑园土壤非等径颗粒离散元仿真模型参数标定与试验[J]. *农业机械学报*, 2022, 53(6): 21 – 33.
- [16]罗帅, 袁巧霞, GOUDA Shaban, 等. 基于 JKR 粘结模型的蚯蚓粪基质离散元法参数标定[J]. *农业机械学报*, 2018, 49(4): 343 – 350.
- [17]王志鹏, 李永祥, 徐雪萌. 基于堆积实验的小米离散元参数标定[J]. *中国粮油学报*, 2021, 36(2): 115 – 120.
- [18]韩伟, 王绍宗, 张倩, 等. 基于 JKR 接触模型的微米级颗粒离散元参数标定[J]. *中国粉体技术*, 2021, 27(6): 60 – 69.
- [19]王黎明, 范盛远, 程红胜, 等. 基于 EDEM 的猪粪接触参数标定[J]. *农业工程学报*, 2020, 36(15): 95 – 102.
- [20]MARIGO M, STITT E H. Discrete element method (DEM) for industrial applications: comments on calibration and validation for the modelling of cylindrical pellets[J]. *KONA Powder and Particle Journal*, 2015, 32: 236 – 252.

(责任编辑:赵 雁)