基于耦合摆模型的人体行走能耗分析

王存金, 唐景明, 沈冬华, 王兴松*

东南大学机械工程学院, 南京 211189

* E-mail: xswang@seu.edu.cn

收稿日期: 2020-05-05; 接受日期: 2020-08-19; 网络版发表日期: 2021-04-08

江苏省研究生科研创新计划项目(编号: KYCX17_0060)资助

摘要 基于人体行走摆动相期间摆动腿相关肌肉群几乎静息的现象, 本文提出一个耦合摆模型并建立人体行走摆动相和双支撑相数学模型. 采用打靶法求解摆动相期间支撑腿踝关节、摆动腿髋关节和膝关节角度变化. 基于动量守恒计算摆动腿膝关节锁定和脚跟着地时, 各关节角速度的变化, 得出能量损耗率. 分析各关节存在摩擦力矩时对摆动腿膝关节锁定和脚跟着地能耗率的影响. 在髋关节与踝关节分别引入弹性储能元件, 分析其对行走步态与能耗的影响. 研究表明, 基于数学模型计算出的各关节角度随时间的变化与正常行走时的实测数据非常接近; 行走过程中主要的机械能损耗源于脚跟着地撞击, 其能耗远大于膝关节锁定和摩擦力矩引起的能耗; 在髋关节处添加弹性储能元件会缩短摆动腿摆动相时间, 使步速加快, 但导致脚跟着地时的能耗上升; 在支撑腿踝关节处添加弹性储能元件可以降低摆动腿脚跟着地的能耗, 并不会影响步速. 本文的研究结果可为下肢助力外骨骼和足部假肢的设计与研究提供参考依据.

关键词 耦合摆, 行走步态, 能量损耗, 弹性元件, 打靶法

1 引言

据统计, 现代人每天行走约一万步, 一生中行走约上亿步^[1]. 看似简单的人体双足行走实际上是一项非常复杂的运动, 在行走时很多肌肉^[2]、骨骼^[3]和神经组织^[4]都参与其中. 历经几百万年的进化, 人类已经生长出(或退化掉)相应的肌肉与骨骼, 能完成长达数周的行走运动, 更可以在几分钟甚至几秒内适应新的行走环境^[5]. 衡量人体行走能力的一个重要指标就是能耗. 从进化的角度讲, 行走完一段给定的距离所消耗

的能量越少越好, 节省下来的能量可用于搜集食物和种族繁衍^[6], 因此行走又是一个经自然选择的能量最优利用的行为, 人类调整自己的步长、步宽、步速, 甚至手臂的摆动以实现最小能耗.

即便如此, 人类仍然渴望更强大的行走能力, 特别是行走障碍的人更加渴望正常的行走. 为了实现这一目标, 科研人员研发了并联穿戴于人体下肢的助力外骨骼机器人. 外骨骼机器人大致分为动力和无动力外骨骼机器人两类. 动力外骨骼机器人可以将外部能源(如电能)转化后用于辅助人体行走, 但此类外骨骼的

引用格式: 王存金, 唐景明, 沈冬华, 等. 基于耦合摆模型的人体行走能耗分析. 中国科学: 技术科学, 2021, 51: 1053–1065

Wang C J, Tang J M, Shen D H, et al. Analysis of the energy cost of human walking based on a coupled pendulum model (in Chinese). Sci Sin Tech, 2021, 51: 1053–1065, doi: 10.1360/SST-2020-0184

缺点是穿戴者不得不携带沉重的外部能源^[7]。无动力外骨骼则没有此类困扰, 它们采用弹性储能装置将人体损耗的能量收集并存储, 在人体行走关键时刻释放助力^[8,9]。但设计无动力外骨骼的难点之一在于了解人体行走过程中的能耗规律, 以便合理配置弹性储能元件, 这也是本研究的主要出发点。

人体行走的复杂性导致研究者不易探究行走过程中的能耗规律。Alexander^[10]提出可以通过建立简单行走模型深入了解行走过程中的运动学和能量学规律。Mochon和McMahon^[11]基于行走过程中摆动腿肌肉群静息的特点建立了摆动腿模型, 分别考虑了支撑腿无膝关节和有膝关节两种情形。McGeer^[12]提出了被动双足行走理论, 基于该理论设计的双足机器人可在没有驱动和控制的情况下沿着斜坡行走, 机器人足部与地面的撞击能耗刚好由重力势能补偿, 实现了稳定行走, 该机器的步态更接近人体行走步态。当在水平地面上行走时, 有两种驱动方式, 一种是在后面的支撑腿处施加指向人体重心的推动脉冲, 另一种则是在髋关节处施加驱动力矩。Kuo和Donelan^[13]基于双足行走的“圆规”模型探讨了驱动方式对能耗的影响, 提出最优的驱动方式是在摆动腿即将着地的时刻, 支撑腿以脉冲的方式蹬地助力, 此种驱动方式的能耗是单纯依靠髋关节驱动时能耗的25%。Gomes和Ruina^[14]提出一个双足行走模型, 该模型通过有节律地摆动与腿部弹簧相连的上体实现了零能耗行走, 解释了人和动物行走的低能耗特征。Ludlow和Weyand^[15]通过实验测试验证了人体行走能耗与行走速度、地面坡度、负重之间的关系, 并建立预测模型, 得出最低能耗时三者的组合关系。韩亚丽等人^[16]基于运动图像采集系统和测力系统, 结合人体动力学模型, 研究了不同负重和不同行走速度对人体下肢运动学和动力学的影响。Li等人^[17]将极简的双足行走“圆规”模型与引入弹簧-阻尼的倒立摆模型相结合, 新模型的地面反力更接近人体实际行走时的地面反力, 同时探讨了弹簧刚度和阻尼系数对地面反力的影响, 有助于了解人体行走的原理。复旦大学张晓旭团队^[18]以一款四连杆膝关节被动假肢为研究对象, 采用Kelvin-Voigt模型和库仑模型描述足-地接触力、摩擦力以及膝关节单边接触力, 并建立了假肢动力学模型, 探讨了足-地交互作用力与膝关节单边接触力等强非线性因素对下肢假肢步态的影响, 为基于动力学的假肢设计提供了依据。

为研究人体行走过程中的能耗规律, 本文在前人双足行走“圆规”模型的基础上, 在摆动腿处添加膝关节建立耦合摆模型, 使之更贴近人体行走的真实情况。首先基于耦合摆模型建立人体行走摆动相动力学模型和双支撑相运动学模型, 分别考虑有无关节摩擦力矩两种情况, 并采用打靶法求解摆动相内各关节的运动曲线。然后, 基于动量守恒计算摆动腿knee-lock(膝关节锁定)与heel-strike(脚跟着地)时各关节角速度的变化, 得出两次撞击的能耗率。最后, 基于现有的外骨骼对穿戴者助力关节的选择(主要集中在髋关节^[19]和踝关节^[8]), 探究在这些关节引入弹性储能装置后, 对关节角度、行走速度与能耗的影响。

2 人体行走模型

2.1 摆动相模型

在人体行走过程中, 单侧下肢的运动状态可划分为支撑相与摆动相, 如图1所示。支撑相的起点是脚跟着地, 终点是脚尖离地(toe-off), 约占整个步态周期的60%; 摆动相的起点是脚尖离地, 终点是脚跟着地, 约占整个步态周期的40%。由于对侧的下肢也有相同的划分, 整个步态周期又可划分为双支撑相和单支撑相, 双支撑相为两侧下肢的脚均与地面接触, 约占步态周期的20%, 其余为单支撑相, 约占步态周期的80%。

在水平刚性的地面上, 人体行走单侧腿的摆动相模型如图2所示。由于该模型探究的是在人体矢状面内的行走规律, 因此该模型是位于人体矢状面内的二维平面模型, 没有考虑在其他平面内的运动(如踝关节在冠状面内的内翻和外翻运动等)。该模型包括5个连杆, 分别表示两个脚部杆、支撑腿杆、大腿杆和小腿杆。一个脚部杆固定于地面, 踝关节近似为一个铰链将该脚部杆与支撑腿杆相连, 此时支撑腿杆可以看作是一个倒立摆^[11,20]。另一个脚部杆和小腿杆的一端垂直固连, 小腿杆的另一端和大腿杆铰接, 构成摆动腿。摆动腿在髋关节处和支撑腿杆铰接。根据以上固连假设, 该五杆模型本质上是三杆模型。

为建立数学模型, 需要给该耦合摆模型赋予人体测量学参数。本文采用Dempster的人体测量学数据设置耦合摆模型参数^[21], 包括肢体质量占总体重的比例、肢体的质心到肢体近端的距离占肢体总长度的比例等, 这些数据来自于对8具中等身材的男性尸体的测

图 1 人体步态周期划分

Figure 1 Division of human gait cycle.

图 2 人行行走摆动相模型

Figure 2 The model of swing phase of human walking.

量, 年龄范围为52~83岁, 身高为155~187 cm, 体重为50~70 kg. 根据这些数据可以做出“将足部质量集中于小腿”, “躯干、头部和手臂的质量用髋关节处的质量点表示”的简化处理^[11,13]. 图2中各符号的含义为: L_t , Z_t , M_t , θ , $\dot{\theta}$ 分别是支撑腿的长度、质心距离、质量、与竖直线所成的角度与角速度; L_s , Z_s , M_s , ϕ , $\dot{\phi}$ 分别是大腿的长度、质心距离、质量、与竖直线所成的角度与角速度; L_s , Z_s , M_s , σ , $\dot{\sigma}$ 分别是小腿的长度、质心距离、质量、与竖直线所成的角度与角速度; M_u , M_T 分别是上身的质量与身体的总质量, d 是足长, S_L 是步长, α 是脚与地面所成角度. 本研究规定逆时针方向为正. 根据Dempster的人体测量学数据^[21], 以上变量有如下

数学关系: $L_t = L_t + L_s$, $L_t = L_s$, $Z_t/L_t = 0.433$, $Z_s/L_s = 0.437$, $Z_t M_t = Z_t M_t + (Z_s + L_t) M_s$, $M_t = M_t + M_s$, $M_t/M_T = 0.097$, $M_s/M_T = 0.06$, $d = L_t/4$.

本研究提出的耦合摆系统有3个自由度, 其广义坐标可表示为 $\Theta = (\theta, \phi, \sigma)$, 该系统动能和势能分别为

$$KE = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^3 c_{ij} \dot{\phi}_i \dot{\phi}_j, \quad (1)$$

$$PE = \sum_{i=1}^3 w_i \cos \phi_i, \quad (2)$$

其中, $c_{ij} = \bar{c}_{ij} \cos(\phi_i - \phi_j)$, $i, j = 1, 2, 3$ 且 $(\phi_1, \phi_2, \phi_3) = (\theta, \phi, \sigma)$.

$$(\bar{c}_{11}, \bar{c}_{22}, \bar{c}_{33}) = (M_T L_t^2 - 2M_t L_t Z_t + M_t Z_t^2, \\ M_t Z_t^2 + M_s L_t^2, M_s Z_s^2),$$

$$(\bar{c}_{12}, \bar{c}_{13}, \bar{c}_{23}) = (-M_t L_t Z_t - M_s L_t L_t, \\ -M_s L_t Z_s, M_s L_t Z_s),$$

$$(\bar{c}_{21}, \bar{c}_{31}, \bar{c}_{32}) = (-M_t L_t Z_t - M_s L_t L_t, \\ -M_s L_t Z_s, M_s L_t Z_s),$$

$$(w_1, w_2, w_3) = (M_T L_t g - M_t Z_t g, \\ -M_t Z_t g - M_s L_t g, -M_s Z_s g).$$

耦合摆系统的总能量(E)可表示为

$$E = PE + KE. \quad (3)$$

人体在行走过程中的受力可分为保守力与非保守

力,主要的保守力为重力,非保守力则包括肌肉力和关节摩擦力.根据肌电信号分析,当人体以自然舒适的步速行走时,摆动腿的肌肉几近静息,即几乎不输出肌肉力^[22,23],因此可以认为在摆动相期间的非保守力只有关节摩擦力.值得注意的是,该假设的前提是人体以自然舒适的步速行走,而非过快或过慢,当行走过快时,在摆动相同样存在肌肉力做功,以维持人体动能较大的波动,而行走速度过慢时,肌肉力在摆动相内做负功,实现“刹车”的效果^[24].为探究关节摩擦力对行走步态和能耗的影响,本文将分别讨论有关节摩擦和无关节摩擦两种情况.

当不考虑摆动相各关节摩擦力矩时,耦合摆系统的拉格朗日方程为

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_k} = 0, \quad (4)$$

其中, $k=1, 2, 3$, q_k 为第 k 个广义坐标, $L=KE-PE$ 为拉格朗日函数.由式(4)可得摆动相期间的动力学微分方程:

$$\begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\phi} \\ \ddot{\sigma} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & c_{12}^* & c_{13}^* \\ c_{21}^* & 0 & c_{23}^* \\ c_{31}^* & c_{32}^* & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}^2 \\ \dot{\phi}^2 \\ \dot{\sigma}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_1 \sin \theta \\ w_2 \sin \phi \\ w_3 \sin \sigma \end{bmatrix}, \quad (5)$$

其中, $c_{ij}^* = \bar{c}_{ij} \sin(\phi_i - \phi_j)$, $i, j=1, 2, 3$.

2.2 方程组求解方法

由于在摆动相初始时刻下肢各关节的角速度值未知,常微分方程组(5)无法构成初值问题,因此本文预设摆动相起止时刻各关节的角度值将求解该方程组变为求解一个两点边界值问题.采用常见的打靶法(shooting method)求解该两点边界值问题^[25],每次“打靶”使用经典的4阶龙格-库塔法计算.具体流程如图3所示.

首先预设摆动相起止时刻各关节的角度值 $\bar{\theta}^b(t=0)$ 和 $\bar{\theta}^b(t=T)$, 其中 $\bar{\theta} = (\theta, \phi, \sigma)$, 合理猜测出一组各关节的初始角速度 $\bar{\theta} = (\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3) = (\dot{\theta}, \dot{\phi}, \dot{\sigma})$, 此时边界值问题转化为初值问题.然后使用4阶龙格-库塔法计算出 $t=T$ 时刻各关节的角位移 $\bar{\theta}(t=T)$.若 $\bar{\theta}(t=T)$ 与 $\bar{\theta}^b(t=T)$ 的差向量 $\bar{e} = [e_{10} \ e_{20} \ e_{30}]^T$ 中每一个元素的绝对值都小于 ε , 则认为 $\bar{\theta} = (\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3)$ 就是所要找的初始角速度, 否则继续寻找新的初始角速度重新计算.

图3 打靶法流程图

Figure 3 Flow chart of shooting method.

设 $\bar{\theta}' = (\dot{\theta}', \dot{\phi}', \dot{\sigma}')$ 是另一组猜测的各关节的初始角速度, 且依照上述方法计算出的差向量 $\bar{e}' = [e'_{10} \ e'_{20} \ e'_{30}]^T$ 的各元素的绝对值均分别大于 $\bar{e} = [e_{10} \ e_{20} \ e_{30}]^T$ 中与之对应的各元素的绝对值. 然后, 分别使用 $(\dot{\theta}', \dot{\phi}, \dot{\sigma})$, $(\dot{\theta}, \dot{\phi}', \dot{\sigma})$, $(\dot{\theta}, \dot{\phi}, \dot{\sigma}')$ 为初始角速度计算 $t=T$ 时刻的角位移与 $\bar{\theta}^b(t=T)$ 的差向量 $\bar{e}_1 = [e_{11} \ e_{21} \ e_{31}]^T$, $\bar{e}_2 = [e_{12} \ e_{22} \ e_{32}]^T$, $\bar{e}_3 = [e_{13} \ e_{23} \ e_{33}]^T$. 通过这些差向量可计算出 $t=T$ 时刻各关节角位移对各初始角速度的敏感性. 最后, 通过雅可比矩阵计算出新的初始角速度调整量 $\delta \bar{\theta} = -J^{-1} \bar{e}$, 其中雅可比矩阵 J 的各元素可由 $J_{ij} = \frac{\partial e_{ij}}{\partial \dot{\theta}_j} \approx \frac{e_{ij} - e_{i0}}{\dot{\theta}_j - \dot{\theta}_{i0}}$ 给出, 得出新的初始角

速度 $\dot{\bar{\theta}}^{\text{new}}(t=0) = \dot{\bar{\theta}} + \delta\dot{\bar{\theta}}$.

使用新的初始角速度 $\dot{\bar{\theta}}^{\text{new}}(t=0)$ 计算 $t=T$ 时刻各关节的角位移, 若与 $\bar{\theta}^b(t=T)$ 的误差小于 ε , 则认为 $\dot{\bar{\theta}}^{\text{new}}(t=0)$ 就是所要找的初始角速度. 否则, 将 $\dot{\bar{\theta}}^{\text{new}}(t=0)$ 作为 $\dot{\bar{\theta}}$, 原 $\dot{\bar{\theta}}$ 作为 $\dot{\bar{\theta}}^b$, 再次进行上述计算, 直到满足误差标准为止.

本模型设定的摆动相时间为 $T=0.4$ s, 误差为 $\varepsilon=10^{-3}$, 表1展示了预设的摆动相起止位置各关节的角度. 最终经反复迭代后得出的初始角速度为 $\dot{\bar{\theta}} = (\dot{\theta}, \dot{\varphi}, \dot{\sigma}) = (-1.34, 4.75, -9.26)$, 单位为 rad/s, 图4展示了由该初始条件得出的摆动相期间各关节角度随时间变化的曲线, 其中支撑腿角度 θ 的符号取了负值, 以保证三条曲线交汇于同一点 $(0.4, -22.02)$.

2.3 双支撑相运动学模型

在摆动腿脚跟即将着地时(记为 T^-), 脚跟有垂直于地面和平行于地面的速度分量. 在着地后(记为 T^+) 这两个分量减为零, 否则脚跟将“击穿”地面或在地面上滑动. 在双支撑期间, 摆动腿和支撑腿切换角色, 原先的摆动腿变为新的支撑腿, 而原先的支撑腿则抬起脚跟准备摆动动作. 由于此时原支撑腿的脚尖与地面保持接触且无滑移, 可以近似为与地面铰链连接^[11]. 若将摆动腿的脚跟与地面接触的点作为下一步的原点, 则在脚跟着地的 T 时刻的坐标 $\bar{\theta}(T)$ 变为 $(\bar{\theta}, \bar{\varphi}, \bar{\sigma}, \bar{\alpha})$, 其中 $\bar{\theta}(T) = \sigma(T)$, $\bar{\varphi}(T) = \theta(T)$, $\bar{\sigma}(T) = \theta(T)$, $\bar{\alpha}(T) = 0$, 如图2所示. 在双支撑相期间, 原支撑腿的脚尖 (x, y) 可表示为

$$\begin{cases} x(t) = d - S_L = -L_i \sin \bar{\theta} \\ + L_s \sin \bar{\varphi} + L_s \sin \bar{\sigma} + d \cos \bar{\alpha}, \\ y(t) = 0 = L_i \cos \bar{\theta} - L_i \cos \bar{\varphi} \\ - L_s \cos \bar{\sigma} + d \sin \bar{\alpha}. \end{cases}$$

由于双支撑相期间脚尖与地面保持相对静止, 则该坐标对时间的导数 $(x'_t, y'_t) = 0$, 即

$$\begin{cases} x'(t) = 0 = -L_i \cos \bar{\theta} \cdot \dot{\bar{\theta}} + L_i \cos \bar{\varphi} \cdot \dot{\bar{\varphi}} \\ + L_s \cos \bar{\sigma} \cdot \dot{\bar{\sigma}} - d \sin \bar{\alpha} \cdot \dot{\bar{\alpha}}, \\ y'(t) = 0 = -L_i \sin \bar{\theta} \cdot \dot{\bar{\theta}} + L_i \sin \bar{\varphi} \cdot \dot{\bar{\varphi}} \\ + L_s \sin \bar{\sigma} \cdot \dot{\bar{\sigma}} + d \cos \bar{\alpha} \cdot \dot{\bar{\alpha}}, \end{cases} \quad (6)$$

表1 摆动相起止位置各关节的角度

Table 1 Joint angles at the starting and ending positions of swing phase

	初始时刻(脚尖离地)	终止时刻(脚跟着地)
θ	10°	-22.02°
φ	-9.4°	22.02°
σ	-55°	22.02°

图4 摆动相期间各关节角度

Figure 4 Joint angles during swing phase.

其中, $t > T$, 表示在脚跟着地之后. 式(6)为双支撑相期间耦合摆的运动学模型.

3 能量损耗

本研究在建立耦合摆模型时假设肌肉做功的时间集中于双支撑相期间, 则摆动相期间的能耗主要由关节黏滞摩擦力矩、knee-lock和heel-strike的碰撞产生. 两次碰撞的特点是在极短的时间内, 脚跟的速度和膝关节的角速度发生突变, 加速度很大, 产生了较大的瞬时碰撞力. 由于在极短时间内碰撞力是急剧变化的, 很难确定其规律, 因此本文并未分析这一极短的复杂力学过程, 只分析碰撞前后物体运动的变化^[13,24]. 本研究对碰撞过程做出如下假设: (1) 碰撞是瞬时完成的, knee-lock后的膝关节保持锁定状态, heel-strike后脚跟与地面无弹起和滑移; (2) 碰撞过程非常短促, 耦合摆系统各关节的角度在碰撞开始和碰撞结束时没有

发生变化, 但关节角速度发生了突变. 基于以上假设, 本文分别对knee-lock和heel-strike的能耗率展开分析.

3.1 Knee-lock能耗

自由耦合摆模型若要模拟人体摆动腿的动作, 还需要添加防止膝关节过度伸展的约束条件, 即膝关节锁定约束(knee-lock). 假设knee-lock碰撞为完全非弹性碰撞, 发生于 $t = T_k$ 时刻, 此时 $\varphi(T_k) = \sigma(T_k)$, 且 $\dot{\varphi}(T_k) < \dot{\sigma}(T_k)$, 在锁定完成后的 $t = T_k^+$ 时刻, $\dot{\varphi}(T_k^+) = \dot{\sigma}(T_k^+)$. 在此过程中整个系统沿着平行于地面和垂直于地面方向的动量守恒. 可利用这两个方向上的动量守恒求取碰撞后各关节的角速度, 进而求出碰撞前后系统总能量的变化.

设 $(\bar{\theta}, \bar{\varphi}, \bar{\sigma}, \bar{\dot{\theta}}, \bar{\dot{\varphi}}, \bar{\dot{\sigma}})$ 为knee-lock后各关节的角度变量, 由knee-lock前后 x 方向(与地面平行)上的动量守恒可得

$$\begin{aligned} M_x &= (-M_T L_l + M_l Z_l) \cos \theta \cdot \dot{\theta} \\ &\quad + (M_l Z_l + M_s L_l) \cos \varphi \cdot \dot{\varphi} + M_s Z_s \cos \sigma \cdot \dot{\sigma} \\ &= (-M_T L_l + M_l Z_l) \cos \bar{\theta} \cdot \bar{\dot{\theta}} \\ &\quad + (M_l Z_l + M_s L_l) \cos \bar{\varphi} \cdot \bar{\dot{\varphi}} + M_s Z_s \cos \bar{\sigma} \cdot \bar{\dot{\sigma}}. \end{aligned} \quad (7)$$

同理, 由在 y 方向(与地面垂直)上的动量守恒可得

$$\begin{aligned} M_y &= (-M_T L_l + M_l Z_l) \sin \theta \cdot \dot{\theta} \\ &\quad + (M_l Z_l + M_s L_l) \sin \varphi \cdot \dot{\varphi} + M_s Z_s \sin \sigma \cdot \dot{\sigma} \\ &= (-M_T L_l + M_l Z_l) \sin \bar{\theta} \cdot \bar{\dot{\theta}} \\ &\quad + (M_l Z_l + M_s L_l) \sin \bar{\varphi} \cdot \bar{\dot{\varphi}} + M_s Z_s \sin \bar{\sigma} \cdot \bar{\dot{\sigma}}. \end{aligned} \quad (8)$$

此外, knee-lock前后已知的角度变量关系是: $\bar{\theta} = \theta$, $\bar{\varphi} = \varphi$, $\bar{\sigma} = \sigma$, $\bar{\varphi} = \sigma$, $\bar{\dot{\varphi}} = \bar{\dot{\sigma}}$, 则根据式(7)与(8)可得

$$\begin{aligned} \bar{\dot{\theta}} &= \frac{dp - bq}{ad - bc}, \\ \bar{\dot{\varphi}} = \bar{\dot{\sigma}} &= \frac{aq - cp}{ad - bc}, \end{aligned}$$

其中,

$$\begin{aligned} a &= (-M_T L_l + M_l Z_l) \cos \bar{\theta}, \\ b &= (M_l Z_l + M_s L_l + M_s Z_s) \cos \bar{\varphi}, \\ c &= (-M_T L_l + M_l Z_l) \sin \bar{\theta}, \\ d &= (M_l Z_l + M_s L_l + M_s Z_s) \sin \bar{\varphi}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p &= (-M_T L_l + M_l Z_l) \cos \theta \cdot \dot{\theta} \\ &\quad + (M_l Z_l + M_s L_l) \cos \varphi \cdot \dot{\varphi} + M_s Z_s \cos \sigma \cdot \dot{\sigma}, \\ q &= (-M_T L_l + M_l Z_l) \sin \theta \cdot \dot{\theta} \\ &\quad + (M_l Z_l + M_s L_l) \sin \varphi \cdot \dot{\varphi} + M_s Z_s \sin \sigma \cdot \dot{\sigma}. \end{aligned}$$

根据式(3)即可计算出knee-lock前后的总能量 $E(T_k^-)$ 和 $E(T_k^+)$, 进而得到knee-lock能耗为 $E(T_k^-) - E(T_k^+)$, 则knee-lock时的能耗率为 $\eta = [E(T_k^-) - E(T_k^+)] / E_0$, 其中 E_0 是初始时刻系统的总机械能. 使用2.2节中的初始角速度值和角度值边界条件(表1), 计算得到耦合摆模型knee-lock能耗率为 $\eta = 0.74\%$.

3.2 Heel-strike能耗

双支撑相运动学模型式(6)可改写为

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{V} = 0, \\ \mathbf{v}_2 \cdot \mathbf{V} = 0, \end{cases} \quad (9)$$

其中, $\mathbf{V} = (\dot{\bar{\theta}}, \dot{\bar{\varphi}}, \dot{\bar{\sigma}}, \dot{\bar{\alpha}})$,

$$\mathbf{v}_1 = (-L_l \cos \bar{\theta}, L_l \cos \bar{\varphi}, L_s \cos \bar{\sigma}, -d \sin \bar{\alpha}),$$

$$\mathbf{v}_2 = (-L_l \sin \bar{\theta}, L_l \sin \bar{\varphi}, L_s \sin \bar{\sigma}, d \cos \bar{\alpha}).$$

式(9)可理解为在整个双支撑相期间, 角速度向量 $\mathbf{V}$ 始终在一个“平面” S 内, 且 S 与向量 $\mathbf{v}_1$ 和 $\mathbf{v}_2$ “垂直”. 在摆动相末期的 $t = T^-$ 时刻, 广义速度向量 $\mathbf{V}(T^-)$ 并不位于 S 内, 而heel-strike的作用就是将 $\mathbf{V}(T^-)$ 投影到 S 内, 得到新的广义速度 $\mathbf{V}(T^+)$ 以满足式(9)的约束. $\mathbf{V}(T^+)$ 可由式(10)得出:

$$\begin{aligned} \mathbf{V}(T^+) &= \mathbf{V}(T^-) - (\mathbf{u}_1 \cdot \mathbf{V}(T^-)) \mathbf{u}_1 \\ &\quad - (\mathbf{u}_2 \cdot \mathbf{V}(T^-)) \mathbf{u}_2, \end{aligned} \quad (10)$$

其中,

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_1 &= \frac{\mathbf{v}_1(T^-)}{\|\mathbf{v}_1(T^-)\|}, \quad \mathbf{u}_2 = \frac{\mathbf{e}}{\|\mathbf{e}\|}, \\ \mathbf{e} &= \mathbf{v}_2(T^-) - (\mathbf{u}_1 \cdot \mathbf{v}_2(T^-)) \mathbf{u}_1. \end{aligned}$$

在得到heel-strike后的各关节角速度后, 由于碰撞前后系统的重力势能保持不变, 可以计算出heel-strike的能量损耗 $E(T^-) - E(T^+)$, 能耗率为 $\beta = (E(T^-) - E(T^+)) / E_0$. 同样使用2.2节中的初始角速度值和角度值边界条件(表1), 计算得到耦合摆模型heel-strike能耗率为 $\beta = 16.23\%$.

3.3 考虑各关节存在摩擦的情况

以上建立人体行走摆动相动力学模型时未考虑下肢各关节的摩擦力矩, 与真实情况存在较大误差. 可引入关节摩擦且假定关节摩擦力矩与关节旋转速度成正比, 关节看作是黏滞阻尼器. 此时系统的拉格朗日方程为

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_k} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_k} = 0, \quad (11)$$

其中, $D = 1/2(b_1\dot{\theta}_1^2 + b_2\dot{\theta}_2^2 + \dots + b_r\dot{\theta}_r^2)$ 是 Rayleigh 耗

散函数, r 是模型中黏滞阻尼器的数量, b_i 是第 i 个阻尼器的黏滞摩擦系数, $\dot{\theta}_i$ 是第 i 个阻尼器处的速度差, 该速度差可由广义速度 $\dot{q}_k$ 表示. 由于该模型有三个自由度, Rayleigh 耗散函数可表示为

$$D = 1/2 [b_1\dot{\theta}^2 + b_2(\dot{\theta} - \dot{\phi})^2 + b_3(\dot{\phi} - \dot{\sigma})^2], \quad (12)$$

其中, b_1, b_2, b_3 分别为支撑腿的踝关节、摆动腿的髌关节与膝关节的黏滞摩擦系数. 根据式(11)和(12), 描述摆动相的动力学微分方程组为

$$\begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\phi} \\ \ddot{\sigma} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & c_{12}^* & c_{13}^* \\ c_{21}^* & 0 & c_{23}^* \\ c_{31}^* & c_{32}^* & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}^2 \\ \dot{\phi}^2 \\ \dot{\sigma}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_1 \sin \theta \\ w_2 \sin \phi \\ w_3 \sin \sigma \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -b_1 - b_2 \\ b_2 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\sigma} \end{bmatrix}. \quad (13)$$

当 $b_1=0.5, b_2=0.001, b_3=0.015$ 时, 根据表1中的初始条件, 采用打靶法可得出三关节在摆动时间 $T=0.4$ s 内的角度变化, 如图5曲线所示. 此时各关节的初始角速度经反复迭代后得到 $\dot{\theta} = (\dot{\theta}, \dot{\phi}, \dot{\sigma}) = (-1.47, 3.9, -5.47)$, 单位为 rad/s. 图5中还添加无摩擦时髌关节与膝关节角度变化的曲线, 由于无摩擦时踝关节角度的变化曲线与考虑摩擦时几乎重合, 故没有添加.

为验证耦合摆模型摆动相期间下肢各关节角度理论计算值的准确性, 作者使用自主研发的人体运动捕

捉系统测量人体行走运动学的原始数据, 并将理论计算数值和实测值进行比较. 该系统由6台高速相机、2块足底力测力板、1台PC上位机、1条步道、若干粘贴于人体下肢的反光标记点及数据采集输出模块组成. 通过对反光标记点的捕捉、识别可获得人体步态的各个运动学参数. 实验现场如图6所示, 测试者身高 177 cm, 体重 69.5 kg, 以自然舒适的步速(约 1.3 m/s)进行行走测试. 由发光标记点的位置坐标, 可计算出人体行走过程中下肢各关节的角度变化曲线, 如图5中曲线所示. 由图5可知, 在添加关节摩擦后, 膝关节最大屈曲角度(σ)从 82.74° 减为 61.41° , 更接近人体行走时的实际情况(实际行走时膝关节最大屈曲角度约为 60°), 意味着摆动相期间小腿抬升的高度变小. 此外, 摆动腿髌关节屈曲角度(ϕ)的变化也在考虑了关节摩擦后更接近人行走的实际情况.

使用3.1与3.2节的方法同样可计算出引入关节摩擦后 knee-lock 与 heel-strike 时刻的能耗率, 如表2第二行所示. 根据表2可知, 人体行走过程中主要的能量损耗源于 heel-strike 时摆动腿脚跟与地面的撞击, 而 knee-lock 与关节摩擦的损耗则居于次要地位. 据此, 可以设计一种带有弹簧的可穿戴被动式机械装置实现 heel-strike 的能量回收: 在 heel-strike 过程中, 人体下肢压缩该装置的弹簧, 利用弹簧为下肢提供缓冲, 将人体的能量损耗逐渐转化为弹性势能. 在支撑相末期的蹬地时刻, 储存的弹性势能被释放, 代替腿部肌肉提供脉冲力^[13].

图5 (网络版彩图)有关节摩擦时摆动相各关节角度与实测数据

Figure 5 (Color online) Joint angles during swing phase with joint friction and experimental data.

图6 (网络版彩图)人体运动捕捉系统

Figure 6 (Color online) Human motion capture system.

表2 不同模型能耗率对比

Table 2 Comparison of energy cost rates of different models

	Knee-lock能耗率 η (%)	Heel-strike能耗率 β (%)	摩擦能耗率 μ (%)
无摩擦	0.74	16.23	0
有摩擦	0.0238	13.71	4.9

4 引入弹性储能元件对行走能耗的影响

根据Hof团队^[26]的研究, 人体弹性组织对弹性势能的存储与释放有助于减少人体行走过程中机械能的损耗, 从而减少肌肉力的做功补偿, 减少行走时代谢能

的消耗. 本节根据现有的下肢外骨骼机器人所选择的助力关节, 探讨分别在髋关节^[19]和踝关节^[8]添加弹性储能元件对行走步态与能耗的影响.

图7展示了两个弹性储能元件的添加位置, 其中图7(a)是将刚度系数为 K_1 的弹簧的一端固定在摆动腿上, 另一端固定在髋关节旋转中心上; 图7(b)是将刚度系数为 K_2 的弹簧的一端固定在支撑腿的小腿处, 另一端固定在踝关节旋转中心上. 为简化分析摆动腿heel-strike碰撞, 摆动腿的踝关节处仍采用固定连接, 此时摆动腿仍然是一个二级摆. 在考虑关节摩擦的耦合摆摆动相数学模型的基础上, 可以获得两种情况的通式:

$$\begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\varphi} \\ \ddot{\sigma} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & c_{12}^* & c_{13}^* \\ c_{21}^* & 0 & c_{23}^* \\ c_{31}^* & c_{32}^* & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}^2 \\ \dot{\varphi}^2 \\ \dot{\sigma}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -b_1 - b_2 & b_2 \\ b_2 & -b_2 - b_3 \\ 0 & b_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\varphi} \\ \dot{\sigma} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_1 \sin \theta - K_2(\theta - \theta_0) \\ w_2 \sin \varphi - K_1(\varphi - \varphi_0) \\ w_3 \sin \sigma \end{bmatrix}. \quad (14)$$

本文将基于通式(14)分别展开讨论.

4.1 髋关节弹簧

此时令式(14)中的 $K_2=0$ N m/rad. 若髋关节弹簧的零势能位置为摆动相初始位置 $\varphi_0=-0.1641$ rad, 则当 $K_1=1$ N m/rad, 摆动相时间依然设定为 $T=0.4$ s时, 经多次打靶法得到的初始条件为 $\vec{\theta}=(\dot{\theta}, \dot{\varphi}, \dot{\sigma})=(-2.58, -23.21, 46.19)$, 单位为rad/s. 根据该初始条件可得出三关节在摆动相内的角度变化曲线(图8). 此时虽有三关节的曲线交于一点, 但在摆动相出现了 $\varphi-\sigma<0$ 的情况, 根据膝关节锁定的条件, $\varphi-\sigma<0$ 意味着膝关节过度伸

展, 如当 $\theta=0^\circ$ 时, $\varphi=-71.58^\circ$, $\sigma=31.69^\circ$, 此时小腿已摆动到大腿前方, 计算结果已不再适用于正常的人体行走(图9).

为得出实际可行的关节变化曲线, 考虑缩短摆动周期, 此时根据步速 $v=S_L/T$, 行走的速度会加快. 当 $T=0.2$ s时, 初始条件为 $\vec{\theta}=(\dot{\theta}, \dot{\varphi}, \dot{\sigma})=(-2.79, 7.98, -5.91)$, 单位为rad/s, 则三关节的角度变化如图8所示. 使用第3节中的方法可计算出在此条件下knee-lock, heel-strike和关节摩擦的能耗率, 分别为 $\eta=0.45\%$, $\beta=31.23\%$, $\mu=7.36\%$, 其中heel-strike的能耗率大于无弹簧时的能耗率.

图7 摆动腿髋关节和支撑腿踝关节弹簧

Figure 7 Springs at the hip of swing leg and ankle of stance leg.

图8 (网络版彩图)髋关节弹簧 $K_1=1$ N m/rad时,不同摆动相时间对应的关节角度Figure 8 (Color online) Joint angles with different swing time when hip spring $K_1=1$ N m/rad.

采用同样的方法, 分别计算当 K_1 等于1, 2和3 N m/rad时, knee-lock, heel-strike和关节摩擦的能耗率与摆动相时间 T 的关系, 计算结果如图10所示。 $K_1=3$ N m/rad时, 当摆动相时间 $T>0.165$ s, knee-lock的能耗率降为负值($\eta_1<0$), 意味着耦合摆模型的摆动腿无法在纯被动的情况下完成knee-lock动作, 需要额外的驱动力才能完成。 当 K_1 取其他两个刚度值时, 摆动腿的knee-lock也出现类似现象。

综合 K_1 的三种取值情况可知, 在髋关节处添加弹性储能元件会缩短摆动相时间, 使摆动腿速度加快, 提高了步速, 同时也导致knee-lock和heel-strike的能耗率增加。 这是因为当耦合摆模型摆动相起止时刻位形相同, 即步长保持不变时, 由于缩短了摆动周期, 因此为了在较短时内完成摆动动作, 必须增大初始时刻各

图9 摆动相膝关节过度伸展

Figure 9 Hyperextension of knee joint during swing phase.

图10 (网络版彩图)髋关节添加 $K_1=1, 2, 3$ N m/rad的弹簧后, 能耗率与摆动相时间的关系Figure 10 (Color online) Relationship between energy cost rate and swing phase duration with hip spring $K_1=1, 2, 3$ N m/rad.

关节角速度, 从而导致heel-strike和knee-lock撞击能耗增加。

4.2 踝关节弹簧

踝关节作为人体与地面接触的枢纽, 在人体行走的过程中起着重要的作用, 踝关节的弹性特性对人体的节能行走有着特殊的意义^[27]。 令式(14)中的 $K_1=0$, 可得到踝关节引入储能弹簧的摆动相动力学模型。 设弹簧弹性势能为零的位置为摆动相初始位置 $\theta_0=0.1745$ rad。 若 K_2 的取值范围为0.2~17 N m/rad, 则根据

第3节的能耗计算方法得出knee-lock, heel-strike和关节摩擦的能耗率如图11所示。当 $K_2 > 7 \text{ N m/rad}$ 时, 出现了 $\varphi - \sigma < 0$ 的情况(图12), 根据膝关节锁定条件, 意味着此时膝关节在摆动相出现过度伸展, 计算结果已不再符合人体实际行走。

通过分析 K_2 的取值范围为 $0.2 \sim 7 \text{ N m/rad}$ 时的能耗率曲线可知, 在支撑腿的踝关节处添加弹性储能元件并不影响摆动腿的摆动时间, 并可以降低行走过程中heel-strike的能耗率, knee-lock的能耗率则几乎保持不变。踝关节处的弹簧以储能的方式降低摆动腿着地时的速度, 进而减小与地面撞击引起的动能损失。有关超声图像的研究表明, 在人体实际行走时, 位于支撑腿踝关节的跟腱-小腿三头肌系统起到了类似的作用(图13): 支撑腿踝关节背屈时, 小腿三头肌等长收缩, 跟腱拉伸储能^[28]。在支撑相末期的蹬地时刻, 跟腱回弹释放储能。本节的研究结果从理论上证明了人体踝关节处的跟腱在行走时的节能作用^[28], 也从理论上解释了传统的足部假肢由于缺乏弹性的踝关节导致穿戴者的行走能耗高于健全人^[29]。

从肌肉耗能的角度讲, 骨骼肌在维持等长收缩时, 虽然不对外做功, 但仍然会消耗代谢能^[30], 因此跟腱-小腿三头肌系统在踝关节背屈时, 小腿三头肌同样消耗能量用于产生肌肉力与拉伸的跟腱“抗衡”, 且随着跟腱不断拉伸, 小腿三头肌的肌肉力也不断增加^[22]。根据跟腱-小腿三头肌系统的工作机理可以为设计一

图11 能耗率与踝关节弹簧刚度系数的关系

Figure 11 Relationship between energy cost rate and stiffness of ankle spring.

图12 (网络版彩图)踝关节弹簧 $K_2=7$ 和 8 N m/rad 时, 摆动相各关节角度

Figure 12 (Color online) Joint angles during swing phase with ankle spring $K_2=7, 8 \text{ N m/rad}$.

图13 踝关节跟腱-小腿三头肌系统

Figure 13 Achilles tendon triceps surae system of ankle joint.

种踝关节助力外骨骼提供思路: 设计一个可控的离合机构和一个与之串联的弹簧, 并联穿戴于人体小腿外侧, 离合机构的状态包括对串联弹簧的夹紧与释放(图13)。离合机构和串联弹簧分别取代小腿三头肌和跟腱的功能以降低人体行走能耗。这种外骨骼助力成功的关键在于离合机构状态的及时切换, 而触发切换的信号则是人体步态的实时反馈, 可以用于触发的信号包括: 足底压力、小腿肌电信号、踝关节角度、脚部的速度和加速度等。由于人体行走的多变性, 不同步速不同路况都有可能导导致单一触发信号不可靠, 因此可以采集多种信号提高对人体行走状态判断的准确性, 确保离合机构及时触发。文献[8]采用了一种纯机械的离合机构与弹簧串联, 其触发信号是穿戴者在平直路面匀速走时踝关节的角度, 当踝关节角度超过(或低

于)某一阈值时, 离合机构实现状态切换. 该款外骨骼的局限性则在于当穿戴者行走于高低不平的户外时, 踝关节角度呈不规则变化, 由于无法实时调节触发阈值, 有可能导致离合机构状态切换失败. 为实现不同行走条件下均能有效助力的目标, 文献[31]提出一种基于“人在环内”的外骨骼输出力矩优化方法. 硬件方面, 该踝关节外骨骼没有弹性储能弹簧, 而采用电机套索驱动, 根据穿戴者的能耗特点采用进化策略对外骨骼的输出力矩实时优化以达到降低穿戴者行走能耗的目的. 由于驱动电机、控制系统和能量源等硬件均外置于专门的平台上而非由穿戴者携带, 因此该外骨骼系统的实用性受限.

5 讨论与结论

本文提出了一种基于耦合摆模型分析人体行走能耗的方法, 建立了摆动相动力学模型和双支撑相运动学模型, 并采用打靶法求解. 探究了关节摩擦力矩、关节储能元件对步态与能耗的影响. 研究结果证明, heel-strike的能量损耗率远大于knee-lock与关节摩擦力矩引起的能耗率. 为维持稳定的周期性行走, 撞击与摩擦引起的机械能损耗必须由肌肉做功补偿. 使用该模型可以在相关肌肉群工作特性(如肌肉长度、收缩速度和时间等)未知的情况下估算出肌肉力需要做多少功才能补偿人体损耗的机械能.

本文探讨了在不同关节引入弹性储能元件时对步态和能耗的影响. 在摆动腿髋关节处添加弹性储能元件会以缩短摆动相时间的方式提高行走速度, 代价是heel-strike的能耗率大幅度增加. 而在支撑腿踝关节处添加弹性储能元件则不会影响步态周期, 且随着弹性元件刚度的增加, heel-strike的能耗率下降, 该结论从理论上证明了人体踝关节处的跟腱-小腿三头肌系统在行走过程中的重要辅助作用. 最后, 基于肌肉等长收缩时同样消耗代谢能的事实, 本文提出了一种踝关节助力外骨骼的设计思路.

值得一提的是, 本文建立的耦合摆模型假设在knee-lock时小腿和大腿共线, 而在人体实际行走的heel-strike时刻, 摆动腿的膝关节其实是微微弯曲的. 为了解决这个问题, 还需要在耦合摆模型的摆动腿和支撑腿分别添加膝关节弯曲约束作为边界条件, 这就意味着三杆模型变为四杆模型. 此外, 本文中的模型是一个纯被动模型, 为维持稳定行走, 还需要引入驱动元件补偿能耗, 尤其在双支撑相期间添加驱动元件. 在后续的研究工作中, 会在建模时考虑以上问题, 提高模型的精度.

本文提出的耦合摆模型证明可以通过简单模型探究复杂的人体行走, 该模型可为探究其他因素对人体行走的影响提供很好的切入点. 本文提出的方法和结论可为下肢助力外骨骼、足部假肢和双足行走机器人的研究与设计提供参考依据.

参考文献

- 1 Tudor-locke C, Johnson W D, Katzmarzyk P T. Accelerometer-determined steps per day in US adults. *Med Sci Sports Exercise*, 2009, 41: 1384–1391
- 2 Santuz A, Ekizos A, Eckardt N, et al. Challenging human locomotion: Stability and modular organisation in unsteady conditions. *Sci Rep*, 2018, 8: 2740
- 3 Jiang S, Wang Y, Zhang Y, et al. Real time gait recognition system based on kinect skeleton feature. In: Jawahar C, Shan S, eds. *Computer Vision —ACCV 2014 Workshops*. ACCV 2014. Lecture Notes in Computer Science. Cham: Springer, 2014, 9008: 46–57
- 4 Luu T P, Brantley J A, Zhu F, et al. Electrocortical amplitude modulations of human level-ground, slope, and stair walking. In: *Proceedings of the International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society*. Jeju, 2017. 1913–1916
- 5 O'Connor S M, Donelan J M. Fast visual prediction and slow optimization of preferred walking speed. *J Neurophysiol*, 2012, 107: 2549–2559
- 6 Ruina A. Passive dynamics is a good basis for robot design and control, not! In: *Proceedings of the APS March Meeting*. New Orleans, 2017
- 7 Zoss A B, Kazerooni H, Chu A. Biomechanical design of the Berkeley lower extremity exoskeleton (BLEEX). *IEEE/ASME Trans Mechatron*, 2006, 11: 128–138
- 8 Collins S H, Wiggan M B, Sawicki G S. Reducing the energy cost of human walking using an unpowered exoskeleton. *Nature*, 2015, 522: 212–215

- 9 Ren M Y, Cao E G, Zhao Y W, et al. Design and optimization of a passive exoskeleton mechanical foot (in Chinese). *Chin J Eng Design*, 2020, 27: 199–211 [任孟沂, 曹恩国, 赵永武, 等. 一种被动式外骨骼机械足的结构设计及优化. *工程设计学报*, 2020, 27: 199–211]
- 10 Alexander R M N. Simple models of human movement. *Appl Mech Rev*, 1995, 48: 461–470
- 11 Mochon S, McMahon T A. Ballistic walking: An improved model. *Math Biosci*, 1980, 52: 241–260
- 12 McGeer T. Passive dynamic biped catalogue, 1991. In: *Proceedings of the 2nd International Symposium on Experimental Robotics II*. Toulouse, 1991. 465–490
- 13 Kuo A D, Donelan J M. Dynamic principles of gait and their clinical implications. *Phys Ther*, 2010, 90: 157–174
- 14 Gomes M, Ruina A. Walking model with no energy cost. *Phys Rev E*, 2011, 83: 032901
- 15 Ludlow L W, Weyand P G. Walking economy is predictably determined by speed, grade, and gravitational load. *J Appl Physiol*, 2017, 123: 1288–1302
- 16 Han Y L, Wang X S. The biomechanical study of lower limb during human walking (in Chinese). *Sci Sin Tech*, 2011, 41: 592–601 [韩亚丽, 王兴松. 人体行走下肢生物力学研究. *中国科学: 技术科学*, 2011, 41: 592–601]
- 17 Li T, Li Q, Liu T. An actuated dissipative spring-mass walking model: Predicting human-like ground reaction forces and the effects of model parameters. *J Biomech*, 2019, 90: 58–64
- 18 Lu Y, Fang H B, Xu J, et al. Dynamic modeling and analysis of the lower limb prosthesis with four-bar linkage prosthetic knee (in Chinese). *Chin J Theor Appl Mech*, 2020, 52: 1157–1173 [吕阳, 方虹斌, 徐鉴, 等. 四连杆膝关节假肢的动力学建模与分析. *力学学报*, 2020, 52: 1157–1173]
- 19 Nasiri R, Ahmadi A, Ahmadabadi M N. Reducing the energy cost of human running using an unpowered exoskeleton. *IEEE Trans Neural Syst Rehabil Eng*, 2018, 26: 2026–2032
- 20 Srinivasan M, Ruina A. Computer optimization of a minimal biped model discovers walking and running. *Nature*, 2006, 439: 72–75
- 21 LeVeau B F, Williams M. Williams & Lissner's Biomechanics of Human Motion. Philadelphia: W.B. Saunders Co., 1992
- 22 Fukunaga T, Kawakami Y, Kubo K, et al. Muscle and tendon interaction during human movements. *Exercise Sport Sci Rev*, 2002, 30: 106–110
- 23 Ishikawa M, Komi P V, Grey M J, et al. Muscle-tendon interaction and elastic energy usage in human walking. *J Appl Physiol*, 2005, 99: 603–608
- 24 Kuo A D, Donelan J M, Ruina A. Energetic consequences of walking like an inverted pendulum: Step-to-step transitions. *Exercise Sport Sci Rev*, 2005, 33: 88–97
- 25 Burden R L, Faires J D. Numerical Analysis. 10th ed. Boston: Cengage Learning, 2014
- 26 Hof A L, Geelen B A, Van den Berg J. Calf muscle moment, work and efficiency in level walking; Role of series elasticity. *J BioMech*, 1983, 16: 523–537
- 27 Han Y L, Jia S, Wang X S. Design and simulation of an ankle prosthesis with lower power based on human biomechanics (in Chinese). *Robot*, 2013, 35: 276–282 [韩亚丽, 贾山, 王兴松. 基于人体生物力学的低功耗踝关节假肢的设计与仿真. *机器人*, 2013, 35: 276–282]
- 28 Zelik K E, Huang T W P, Adamczyk P G, et al. The role of series ankle elasticity in bipedal walking. *J Theor Biol*, 2014, 346: 75–85
- 29 Usherwood J R, Channon A J, Myatt J P, et al. The human foot and heel-sole-toe walking strategy: A mechanism enabling an inverted pendular gait with low isometric muscle force? *J R Soc Interface*, 2012, 9: 2396–2402
- 30 Widmaier E P, Raff H, Strang K T. Vander's Human Physiology: The Mechanisms of Body Function. 11th ed. New York: McGraw-Hill International Editions, 2011
- 31 Zhang J, Fiers P, Witte K A, et al. Human-in-the-loop optimization of exoskeleton assistance during walking. *Science*, 2017, 356: 1280–1284

Analysis of the energy cost of human walking based on a coupled pendulum model

WANG CunJin, TANG JingMing, SHEN DongHua & WANG XingSong

School of Mechanical Engineering, Southeast University, Nanjing 211189, China

Based on the phenomenon wherein the muscle groups of the swing leg are nearly quiescent during the swing phase of human walking, a coupled pendulum model is developed to formulate mathematical models of the swing and double-support phases of human walking. The shooting method is used to determine the ankle angle of the stance leg, hip angle, and knee angle of the swing leg. Changes in joint angular velocities during knee-lock and heel-strike are calculated using the principle of momentum conservation, and the rate of energy cost is obtained. The effects of joint frictional torque on the rates of energy cost during knee-lock and heel-strike are also analyzed. Joint elastic components are added to the hip and ankle separately, and their effects on walking gait and energy cost are assessed. Results indicate that the joint angles computed using the mathematical models are very close to the experimental data collected during normal walking. Most of the mechanical energy loss during walking results from the impact at heel strike, which is greater than the energy loss resulting from knee-lock and frictional torque. Elastic components added to the hip can reduce the time of the swing phase, which enables faster walking at the cost of higher energy at heel strike. Elastic components added to the ankle of the stance leg can reduce the energy cost during the heel strike of the swinging leg but does not affect pace. These results provide a reference for the research and design of lower limb exoskeletons and foot prostheses.

coupled pendulum, walking gait, energy cost, elastic component, shooting method

doi: [10.1360/SST-2020-0184](https://doi.org/10.1360/SST-2020-0184)