



# 弹性模量的实验方法比对研究

余建新, 崔喜平

(哈尔滨工业大学 分析测试中心, 哈尔滨 150080)

**摘要:** 对弹性模量测试方法如静态法、单悬臂弯曲共振法、悬丝耦合弯曲共振法、自由梁弯曲共振法进行了比对研究, 分析了相关的测试标准, 讨论了实验过程中影响测试的因素, 采用 3 种不同尺寸的试样进行弹性模量测试, 比较了不同实验方法的优缺点, 讨论了高温环境和小尺寸样品的弹性模量发展趋势, 以及弯曲共振法在材料特性研究中的应用。由于共振法测试结果的分散性和不确定性优于静态法, 推荐基于自由梁弯曲共振的无损检测方法, 测量材料的室温和高温弹性模量。

**关键词:** 弹性模量; 静态法; 共振法; 实验方法

中图分类号: TB302.1

文献标志码: A

DOI: 10.12179/1672-4550.20200216

## Comparative Study of Elastic Modulus Measurement Methods

YU Jianxin, CUI Xiping

(Center of Analysis and Measurement, Harbin Institute of Technology, Harbin 150080, China)

**Abstract:** This paper conducts comparative study of elastic modulus measurement methods such as static method, single cantilever bending resonance method, suspended coupled bending resonance method and free beam bending resonance method, analyzes the related testing standards, and discusses the influence factors during the experiment. Of which, elastic modulus of three different samples are tested, the advantages and disadvantages of different experimental methods are compared, the development trends of elastic modulus at high temperature and in small-sized sample are discussed, and the applications of bending resonance methods in material research are considered. As results of resonance method have less dispersity and uncertainty than those of static method, it is suggested to consider the nondestructive testing method based on free beam bending resonance to measure material's elastic modulus both at room temperature and high temperature.

**Key words:** elastic modulus; static method; resonance method; experimental method

弹性模量是材料力学性能的关键指标之一, 固体材料的弹性模量反映原子与原子之间的结合力强弱, 影响因素包括点阵间距、晶格类型、孔隙率、温度等。弹性模量的实验方法有静态法、共振法等, 共振法又分单悬臂弯曲共振法、悬丝耦合弯曲共振法和自由梁弯曲共振法等。文献 [1] 从实验教学角度对弹性模量测量方法进行总结, 主要用于大学物理的演示实验, 其测试精度和可靠性远不能满足科研需求。随着新工艺和新材料的发展, 材料力学性能表征和评价越来越重要, 对弹性模量测量的准确性提出更高的要求。不同的实验方法涉及的实验原理不同, 导致实验

测试参数存在差异, 需要理解这些参数之间的内在联系。基于同一实验原理, 但设计的实验装置存在不同, 需要评价实验装置对结果的影响。本文基于电子万能试验机和高温弹性模量测试仪, 从分析测试角度对均质材料的弹性模量测试方法进行比对研究。

### 1 实验方法

#### 1.1 静态法

静态法是获得材料弹性模量的常用方法, 如文献 [2] 用静态拉伸法测量钢丝的弹性模量。在材料力学性能检测中采用国家标准 GB/T 228.1—

收稿日期: 2020-04-29; 修回日期: 2020-07-01

基金项目: 国家自然科学基金(51771064)。

作者简介: 余建新(1984-), 男, 硕士, 高级工程师, 主要从事材料力学测试方法研究。

通信作者: 崔喜平(1982-), 男, 博士, 高级工程师, 主要从事材料组织结构分析方法研究。E-mail: cuixiping@hit.edu.cn

2010<sup>[3]</sup>, 国标指出应力-延伸率曲线的弹性部分的斜率并不一定代表弹性模量, 只有采用高分辨率的双侧平均引伸计和试样同轴度很好的情况下, 斜率和弹性模量近似相等。

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{F/A}{\Delta l/l_0} \quad (1)$$

式中,  $F$  和  $A$  分别表示载荷传感器的力值和试样平行段的横截面面积,  $\Delta l$  和  $l_0$  分别表示引伸计测量的变形和原始标距,  $\sigma$  和  $\varepsilon$  分别表示应力和延伸率, 一般采用哑铃型的棒状或板状试样。

国标规定了测试仪器的精度和样品尺寸范围, 其中游标卡尺的精度优于 0.02 mm, 载荷传感器的精度优于 1 级, 引伸计精度高于 1 级。但采用静态法测量弹性模量的实验过程中仍然存在许多问题, 如微应变测量精度是影响检测结果的最重要因素。文献 [4] 通过低碳钢弹性模量的实验室内比对, 指出弹性模量测量的引伸计必须关注 0.1 mm 以下小变形的测量精度, 并给出修正值。因为在引伸计标定时忽略了小变形范围, 导致结果存在较大误差。实际检测过程中多数应力-延伸率曲线不满足线性关系, 常采用图解法或线性回归方法<sup>[5]</sup>, 导致选择不同区域得到的测试值存在差异。试验机的加载链中的万向节、夹具、插销等存在间隙, 当曲线不满足线性关系时, 建议在测试前施加不超过抗拉载荷 9% 的预紧力。对于强度较低的锌合金、铝锂合金、镁合金等材料, 由于屈服载荷较小, 导致弹性段采集数据过少, 结果分散性大, 建议采用量程更小的试验机并减小加载速率。对于硬度较低的试样, 在夹持部分试样破坏并且表面出现划痕, 建议采用螺纹连接或增大夹持端部的试样尺寸。如果试样在安装时上下不对中, 导致结果不准确, 建议优先采用棒状试样。静态法测试过程损坏样品, 导致试验成本较高。静态法适合测量延伸率大于 1% 的试样, 如金属、合金、聚酯薄膜、金属基和非金属基复合材料等, 但不适合玻璃、陶瓷、耐火砖等脆性材料。

## 1.2 共振法

共振法包括悬臂梁弯曲共振法、悬丝耦合弯曲共振法和自由梁弯曲共振法, 共振法的测试原理图如图 1 所示。

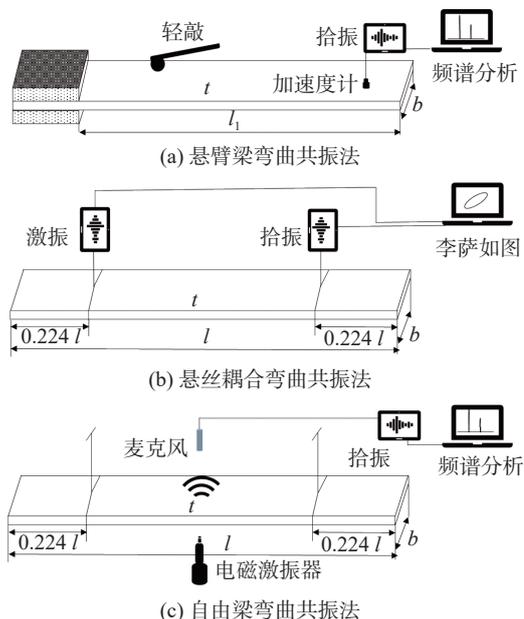


图 1 共振法原理图

### 1.2.1 单悬臂弯曲共振法

在已知结构几何尺寸、材料参数和边界条件的情况下, 建立弹性模量和基频的唯一关系。在测量基频的基础上, 反推弹性模量。单悬臂梁是固支-自由边界, 悬臂梁弯曲共振法测量矩形试样的动态弹性模量公式如下:

$$E = \frac{132\pi^2 m l_1^3 f_1^2}{35 b h^3} \times 10^{-9} \quad (2)$$

式中,  $m$  为质量,  $f_1$  为基频,  $l_1$  为梁的悬臂端长度,  $b$  为梁的宽度,  $h$  为梁的厚度。文献 [6] 采用单悬臂弯曲共振法测试了金属和玻璃的弹性模量和阻尼比, 采用轻敲模式激振, 采用应变片测量时间响应, 通过 FFT 变换得到弯曲振动一阶频率, 根据式 (2) 计算动态弹性模量值。单悬臂弯曲共振法主要用于室温环境和大尺寸试样。

### 1.2.2 悬丝耦合弯曲共振法

悬丝耦合弯曲共振法基于国家标准 GB/T 22315—2008<sup>[7]</sup>, 试样近似自由-自由边界, 悬丝耦合弯曲共振法测量矩形试样的动态弹性模量为:

$$E = 0.9464 \frac{m l^3}{b h^3} f_1^2 \times T_1 \times 10^{-9} \quad (3)$$

式中,  $l$  为梁的长度,  $T_1$  为形状修正系数。

国标中的修正系数采用表格形式, 为了拓宽应用范围, 文献 [8] 采用曲线拟合得到修正系数的表达式。悬丝耦合共振法采用一根悬丝扫频激励, 一根悬丝检测响应。逐渐改变激励信号的频率, 当激励信号频率和结构的固有频率一致时试

样产生共振, 响应频率相位出现突变, 对应的李萨如椭圆形状发生改变。当采用位移或加速度信号时, 斜椭圆变为正椭圆时的频率就是共振频率。采用速度信号时, 斜椭圆变为一条斜线时的频率就是共振频率。国家标准 GB/T 22315—2008 推荐圆棒和矩形样品长度 120~180 mm。圆棒直径为长度的 1/30; 矩形样品厚度 1~4 mm, 宽度 5~10 mm。悬丝在试样的位置是关键, 文献 [9] 通过实验测量了悬丝位置对固有频率的影响。悬丝必须靠近试样弯曲振动的节点位置, 最大限度地减少悬丝的附加刚度影响, 需要反复调整悬丝位置, 达到最优效果<sup>[10]</sup>。文献 [11] 在悬丝耦合法的实验教学仪器上将样品悬挂法改成支撑法, 并增加实验棒长度, 得到较好的实验结果。文献 [12] 采用外延法测量悬丝在节点附近的共振频率, 采用曲线拟合的方法获得悬丝位置在节点时的共振频率, 由于无法准确测量悬丝在节点位置的弹性模量值, 导致测试结果略高于真实值。文献 [13] 讨论了激振频率在共振带宽内变化时, 示波器上的李萨如椭圆出现翻转现象, 指出采用椭圆切线最大间距法确定共振频率。该方法的难点是需要准确判断共振峰和虚假峰, 悬丝和试样可能发生共振, 导致无法准确识别共振频率, 建议选用刚度更小的悬丝避开样品的共振频率。

### 1.2.3 自由梁弯曲共振法

自由梁弯曲共振法采用国家标准 GB/T 22315—2008, 测试原理和悬丝耦合弯曲共振法相同, 采用式(3)计算弹性模量, 但信号激励方式和响应测量方法完全不同, 最大的区别是该方法中悬丝与试样不耦合振动。自由梁弯曲共振法采用脉冲激励法, 麦克风非接触式测量响应, 最大限度地减小测量系统对试样的附加刚度和附加质量的影响。根据细长梁的弯曲模态振型可知, 自由梁在一阶弯曲共振时, 中心位置弯曲位移最大, 故激励位置和响应测量位置都靠近试样中心位置, 弹性丝的支撑位置在节点位置(0.224*l*), 一阶共振时此处弯曲位移为零。这种方法也用于耐火材料的室温<sup>[14]</sup>和高温<sup>[15]</sup>环境下弹性模量测试。

共振法采用细长型的矩形或圆棒试样, 适合测量模量大于 1 GPa 试样, 除了传统的金属、合金等材料外, 尤其适合玻璃、陶瓷、耐火材料、水泥等脆性材料, 但不适合聚酯薄膜等弹性模量较低的样品。共振法对样品无损坏, 如测试弹性

模量的试样可以继续做抗弯强度和断裂韧性的测试。

## 2 结果分析

以 5A06 铝合金为例, 采用 3 种尺寸的样品, 比较 4 种测量弹性模量方法的优缺点。静态法采用 3 个哑铃型圆棒试样。试样总长 80 mm, 标距段  $\Phi 5 \text{ mm} \times 30 \text{ mm}$ , 表面粗糙度  $R_a < 1.6 \mu\text{m}$ 。应力采用日本岛津电子万能试验机 AGXplus 20 kN 测量, 延伸率采用美国 Epsilon 公司的引伸计测量(3542-025M-050-LHT)。共振法采用长条形试样, 长宽高分别为 80 mm  $\times$  20 mm  $\times$  2 mm。单悬臂弯曲共振法采用搭建的实验系统, 同一样品不同夹持长度测试 3 次, 对应的质量按自由端长度与总长的比值进行估算, 用式(2)计算弹性模量。悬丝耦合弯曲共振法采用洛阳卓声仪器公司 IET-1600P 高温弹性模量测试仪, 自由梁弯曲共振法采用比利时 IMCE 公司 HTVP Professional 弹性模量测试仪室温模块进行测试, 采用 3 个平行试样。另外采用自由梁弯曲共振法测量了小尺寸试样 36 mm  $\times$  4 mm  $\times$  3 mm, 这是陶瓷材料抗弯性能测试常用尺寸。5A06 铝合金弹性模量实验结果如表 1 所示, 参考值为 65 GPa。

表 1 铝合金弹性模量值(单位: GPa)

方法	1	2	3	均值	方差
静态法	62.19	64.37	63.41	63.32	1.09
单悬臂共振法	63.28	63.71	62.55	63.18	0.58
悬丝耦合共振法	65.36	66.54	65.07	65.66	0.78
自由梁弯曲共振法	65.21	64.40	64.96	64.86	0.41
自由梁弯曲共振法(小样)	64.51	64.32	64.04	64.29	0.24

从表 1 数据可知, 静态法测量结果的方差最大, 自由梁弯曲共振法的方差最小。共振法测试值略高于静态法测试值, 原因是静态法采用电子万能试验机测量弹性段的应力-延伸率曲线, 为了得到足够的的数据, 一般测试屈服之前的数据, 此时已经累积  $10^{-2} \text{ mm}$  量级变形。共振法基于共振频率和共振位移, 一般情况下试样共振时样品表面的振幅很小, 脉冲激励下的振幅约  $10^{-2} \mu\text{m}$  量级, 所以共振法测试结果大于静态法测试结果, 该值相当于静态法应力-延伸率曲线中应力为零的初期切线模量。单悬臂弯曲共振法的测试值偏低, 原因是自由端悬臂长度测试存在细微误差。悬丝耦

合弯曲共振法的测试值偏高, 原因是悬丝(细铜丝、镍铬丝)的附加刚度约束, 导致试样处于非完全自由-自由边界条件。对于小尺寸试样, 只有自由梁弯曲法可以测试, 并且测试结果和常规尺寸的测试结果基本一致。

### 3 展望及应用

高温环境的弹性模量测试和小尺寸试样测试是以后的发展趋势。随着高温合金在航空发动机叶片中的应用比重不断提高, 材料在高温环境下的力学参数表征更加重要<sup>[16]</sup>。如 Ti3Al 和 Ti2Al-Nb 的工作温度 650~700℃, TiAl 合金的工作温度 760~800℃, 结构陶瓷测试温度 1500~2200℃<sup>[17]</sup>。悬丝耦合弯曲共振法和自由梁弯曲共振法可拓展到高温环境, 采用电阻丝辐射加热的大气高温炉, 最高温度 1000℃, 注意实验温度不能超过样品和悬丝熔点, 温度过高容易导致电阻丝氧化。采用硅钼加热体的高温炉最高温度达 1200℃, 如需更高温度则采用真空炉和石墨加热体。商业化产品中如洛阳卓声 IET-1600P 型号高温弹性模量仪的最高测试温度为 1600℃, 比利时 IMCE 公司的高温弹性模量测试仪在真空环境下达 1500℃, 在高纯氮或高纯氩等气氛保护环境下达 1750℃。惰性气氛保护环境下可采用麦克风等声学非接触传感器, 真空环境下可采用激光测振仪等光学非接触传感器测量振动响应。高温环境下弹性模量测试, 需要防止石墨支架和测试样品的合金化反应, 如低碳钢和石墨在 1120℃ 时生成 Fe<sub>3</sub>C, 导致石墨夹具损坏, 钛合金和石墨夹具进行高温测试时需要添加阻焊剂。文献[18]在铁素体-马氏体钢的高温弹性模量测试中, 在石墨支架上安装 Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> 陶瓷管, 避免试样和石墨直接接触, 测试温度控制在 1000℃ 以内。为了减小石墨氧化效应, 需进行两个循环以上的抽真空、洗气过程, 并且抽真空时压力小于 1 Pa, 对于多孔材料需要增加洗气次数。注意升温速度和保温时间, 文献[19]指出保温 15 min 后测试结果更稳定, 减小升温速度也可提高测试结果稳定性, 国标 GBT 22315—2008 规定升温速率不超过 150℃/h。实验过程需要控制激励幅值, 避免激励幅值过大导致试样碰到炉壁, 同时防止测试过程中试样脱离支架。图 2 是钛合金弹性模量随温度变化曲线, 实验设备采用比利时 IMCE 公司的 HTVP RFDA 1750℃ 高

弹性模量仪, 材料为 TC4 钛合金, 高纯氩气环境, 样品尺寸 80 mm×20 mm×2 mm, 升温速率 5℃/min。钛合金的弹性模量随温度近似线性减小, 750℃ 时弹性模量相对室温减小 28%。

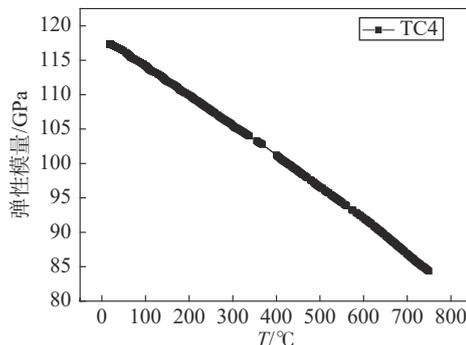


图 2 钛合金弹性模量随温度变化曲线

陶瓷材料具有高强度、轻质、耐高温等特点, 在高温结构材料方面极具潜力。但受制备工艺、实验条件和研究成本的限制, 新材料的弹性模量测试多采用小尺寸试样, 如高温陶瓷样品的最大样品尺寸  $\Phi 60$  mm。由于悬丝耦合弯曲共振法采用金属悬丝激振和拾振, 金属丝自身刚度容易与试样产生耦合振动等原因, 悬丝耦合弯曲共振法不适合小尺寸试样的高温环境测试。相对而言, 自由梁弯曲共振法的样品支撑系统、激励和响应测量系统、温度环境控制系统相互独立, 可用于小尺寸样品的室温和高温弹性模量测试。

弯曲共振法具有无损检测和适用高温环境的特点, 在材料研究中被广泛应用。如文献[18]通过弹性模量和剪切模量在升温 and 降温过程中的变化, 分析铁素体、马氏体和奥氏体转变特征。随着温度升高, 材料的弹性模量、剪切模量出现软化和不连续特征, 预示着碳化物溶解、铁素体和碳化物到奥氏体转变。降温过程中弹性模量突然升高, 对应奥氏体向马氏体转变温度区间。文献[20]采用共振法分析共振频率和阻尼特性, 测量不同温度下的防火混凝土材料的弹性模量、剪切模量、泊松比变化, 重新建立了高温防火材料特性和温度变化的关系曲线, 用于描述高温环境下材料力学性能退化特征。文献[21]指出共振法相对传统的方法对陶瓷粉末具有无损特点, 采用共振法进行 Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>、ZrO<sub>2</sub> 和 SiC 等陶瓷材料高温弹性模量变化, 研究陶瓷材料的注凝成型工艺。文献[22]分析了升温 and 降温过程铝陶瓷材料在不同孔隙率和烧结温度(1200~1600℃)中弹性模量变

化。基于经典层合梁的弯曲理论,共振法还可用于涂层等薄膜材料的弹性模量测试<sup>[23]</sup>。

#### 4 结束语

对于均质材料,静态法和共振法都能获得材料的弹性模量。其中静态法适合测量延伸率大于 1% 的试样,但不适合玻璃、陶瓷等脆性样品,测试过程对试样有损伤。共振法(悬臂梁弯曲共振法、悬丝耦合弯曲共振法、自由梁弯曲共振法)是一种无损检测方法,适合测量弹性模量大于 1 GPa 试样,但不适合聚酯薄膜等弹性模量较低样品。悬丝耦合弯曲共振法和自由梁弯曲共振法可拓展到高温环境,高温石墨炉最高温度达 1750℃,自由梁弯曲共振法还可用于小尺寸陶瓷试样测试。

推荐自由梁弯曲共振法测量材料室温和高温环境下的弹性模量。相比静态法,共振法对试样无损坏。相比单悬臂弯曲共振法,该方法适合多种尺寸,尤其是小尺寸陶瓷试样。相比悬丝耦合弯曲共振法,该方法避免悬丝和试样的耦合振动,数据更稳定。弯曲共振法在测量材料的弹性模量同时,可以拓展到剪切模量、泊松比、阻尼因子等材料力学参数,广泛应用于高温烧结过程分析、相变分析等材料研究领域。

#### 参考文献

- [1] 唐纯青. 弹性体杨氏模量测定方法综述——兼谈对实验教学改革的启示[J]. 实验室研究与探索, 2002(S1): 59-61.
- [2] 黄菊, 梁小冲. 拉伸法测钢丝杨氏模量实验仪器的改进[J]. 实验科学与技术, 2018, 16(5): 178-180.
- [3] 中国国家标准化管理委员会. 金属材料拉伸试验第1部分 室温试验方法: GB/T 228.1—2010[S]. 北京: 中国标准出版社, 2010.
- [4] 王建国, 王红缨, 王连庆. 低碳钢弹性模量的实验室内对比试验[J]. 理化检验: 物理分册, 2013, 49(10): 683-685.
- [5] 蒋志年, 王春霞. Origin软件在杨氏模量实验数据处理中的应用[J]. 实验技术与管理, 2012, 29(8): 101-102.
- [6] 胡哲, 宋显辉. 振动法测量材料弹性模量与阻尼比[J]. 固体力学学报, 2008, 29(S1): 155-157.
- [7] 中国国家标准化管理委员会. 金属材料弹性模量和泊松比试验方法: GB/T 22315—2008[S]. 北京: 中国标准出版社, 2008.
- [8] 王志, 杨飞, 王朝雅. 材料弹性模量动态测试的修正系数表征研究[J]. 实验技术与管理, 2015, 32(9): 34-37.
- [9] 刘吉森, 张进治. 杨氏模量的动态法测量研究[J]. 北方工业大学学报, 2006, 18(1): 48-52.
- [10] 刘燕, 周岚. 对动力学法测定材料弹性模量实验的研究[J]. 物理实验, 2007, 27(1): 45-48.
- [11] 樊聪聪, 刘华扬, 程敏熙. 动态法测杨氏模量实验的探索与改进[J]. 大学物理实验, 2016, 29(1): 51-59.
- [12] 李艳琴, 赵红艳, 李学慧, 等. 动力学共振法测量固体杨氏模量[J]. 实验室研究与探索, 2009, 28(10): 17-18.
- [13] 孙维瑾, 赵莉丽, 张民, 等. 动态杨氏模量实验有关测量方法的探讨[J]. 物理与工程, 2007, 17(3): 41-42.
- [14] 中国国家标准化管理委员会. 耐火材料动态杨氏模量实验方法(脉冲激振法): GB/T 30758—2014[S]. 北京: 中国标准出版社, 2016: 1-8.
- [15] 中国国家标准化管理委员会. 耐火材料高温动态杨氏模量试验方法(脉冲激振法): GB/T 34186—2017[S]. 北京: 中国标准出版社, 2017: 1-6.
- [16] 张国庆, 张义文, 郑亮. 航空发动机用粉末高温合金及制备技术研究进展[J]. 金属学报, 2019, 55(9): 1133-1144.
- [17] 包亦望, 万德田. 结构陶瓷特殊条件下力学性能评价的新技术与技巧[J]. 科学通报, 2015, 60(3): 245-256.
- [18] TRIPATHY H, RAJU S, HAJRA R N, et al. High temperature elastic properties of reduced activation ferritic-martensitic (RAFM) steel using impulse excitation technique[J]. Metallurgical and Materials Transaction A, 2018, 49(3): 979-986.
- [19] 蒋首超, 彭航. 弯曲共振法测量金属材料高温弹性模量探讨[J]. 实验技术与管理, 2011, 28(4): 36-38.
- [20] BAHR O, SCHAUMANN P, BOLLEN B, et al. Young's modulus and Poisson's ratio of concrete at high temperatures: Experimental investigations[J]. Materials Design, 2013, 45: 421-429.
- [21] PSIUK B, WIECINSKA P, LIPOWSKA B, et al. Impulse excitation technique IET as a non-destructive method for determining changes during the gelcasting process[J]. Ceramics International, 2016, 42(3): 3989-3996.
- [22] GREGOROVÁ E, PABST W, NEČINA V, et al. Young's modulus evolution during heating, re-sintering and cooling of partially sintered alumina ceramics[J]. Journal of the European Ceramic Society, 2019, 39(5): 1893-1899.
- [23] SLIM M F, ALHUSSEIN A, BILLARD A, et al. On the determination of Young's modulus of thin films with impulse excitation technique[J]. Journal of Material research, 2017, 32(3): 497-511.

编辑 张莉