具有方案偏好信息的灰色多属性决策方法

罗　党[1], 贠慧萍[2], 吴顺祥[3*]

(1. 华北水利水电学院数学与信息科学学院, 2. 华北水利水电学院管理与经济学院, 河南 郑州 450011;
3. 厦门大学 信息科学与技术学院, 系统与控制研究中心, 福建 厦门 361005)

摘要: 研究了对方案含有主观偏好且指标取值为区间灰数的多属性决策问题. 利用主观条件概率和客观条件概率构造出灰偏差函数, 基于灰偏差函数给出逼近于主观条件概率的优化模型, 通过求解该模型得到了属性的权重向量, 并由区间灰数排序公式得到方案的排序. 应用实例说明了该方法的可行性和有效性.

关键词: 灰色系统; 多属性决策; 条件概率; 偏差函数

中图分类号: TP 27　　文献标识码: A　　文章编号: 0438-0479(2008)03-0323-05

多属性决策分析方法是决策理论研究的一个重要内容, 其主要解决具有多个属性(或指标)的有限方案的排序问题[1-2]. 根据决策者对问题提供偏好信息的方式不同, 可将目前提出的多属性决策求解方法分为三类. 第一类是无偏好信息的多属性决策问题, 决策者对决策问题不提供任何偏好信息, 在这种情况下, 可采用古典的决策规则来解决, 如极大极小规则、极大极大规则等[3], 也可以采用其它方法确定属性权重, 如主成分分析法[4]、熵技术法等[3]. 第二类是给出属性偏好的多属性决策问题, 这类问题的分析方法很丰富, 如字典序法、加权法、理想点法、层次分析法等. 第三类是给出方案偏好信息的多属性决策问题. 本文研究的问题属于第三类.

由于人们的知识水平、经验及认识事物的不确定性, 所以对于某一属性, 得到的信息往往是不确定的, 诸如此种类型的决策即是不确定型决策. 本文研究的主要是给出方案偏好信息且指标取值为区间灰数的多属性决策问题, 它属于不确定型多属性决策. 基本思想: 首先, 决策者通过某种方式事先给出方案的偏好信息, 再采用类似于层次分析法确定对所有方案的偏好程度的"主观条件概率"; 然后, 采用加权法则得到决策问题的各方案的评价值, 再由各方案的评价值计算"客观条件概率"; 最后, 将客观条件概率的下限或上限逼近主观条件概率, 求出尽可能反映出决策者偏好程度的方案排序结果.

关于方案的属性评价信息为区间灰数的多属性决策问题, 已有不少成果出现[5-9], 但是, 在属性评价信息为区间灰数的条件下, 对属性权重的确定、方案综合信息的集成、风险型群体决策等决策问题的研究还不够深入系统和完善, 这方面的研究对灰色决策理论的发展与应用具有一定的价值。

1　基本定义

定义 1[10] (区间灰数运算)　对任意区间灰数 $a(\otimes) \in [a, b]$, $b(\otimes) \in [c, d]$, 且 a, b, c, d 均为非负数, 则

$$a(\otimes) + b(\otimes) \in [\underline{a} + \underline{b}, \bar{a} + \bar{b}],$$

$$a(\otimes) - b(\otimes) \in [\underline{a} + \bar{b}, \bar{a} + \underline{b}],$$

$$a(\otimes) \cdot b(\otimes) \in$$
$$[\min\{\underline{a}\,\underline{b}, \underline{a}\bar{b}, \bar{a}\underline{b}, \bar{a}\bar{b}\}, \max\{\underline{a}\,\underline{b}, \underline{a}\bar{b}, \bar{a}\underline{b}, \bar{a}\bar{b}\}],$$

$$a(\otimes)/b(\otimes) \in [\min\{\underline{a}/\underline{b}, \underline{a}/\bar{b}, \bar{a}/\underline{b}, \bar{a}/\bar{b}\},$$
$$\max\{\underline{a}/\underline{b}, \underline{a}/\bar{b}, \bar{a}/\underline{b}, \bar{a}/\bar{b}\}],$$

$$\alpha \cdot a(\otimes) \in \begin{cases} [\alpha\underline{a}, \alpha\bar{a}], & \alpha \geqslant 0, \alpha \in R \\ [\alpha\bar{a}, \alpha\underline{a}], & \alpha < 0, \alpha \in R \end{cases}.$$

定义 2[5] (可能度公式)　对任意区间灰数 $a(\otimes) \in [\underline{a}, \bar{a}]$, $b(\otimes) \in [\underline{b}, \bar{b}]$, $l_a = \bar{a} - \underline{a}$, $l_b = \bar{b} - \underline{b}$, 则 $a(\otimes) \geqslant b(\otimes)$ 的可能度定义为

$$p(a(\otimes) \geqslant b(\otimes)) = \frac{\min\{l_a + l_b, \max\{\bar{a} - \underline{b}, 0\}\}}{l_a + l_b} \tag{1}$$

定义 3[5] (排序公式)　若建立的可能度矩阵 $p = (p_{it})_{n\times m}$, 其中 $p_{it} = p(r_{ij}(\otimes) \geqslant r_{tj}(\otimes))$ 且 $r_{ij}(\otimes)$ 为

收稿日期: 2007-05-22

基金项目: 国家自然科学基金(60704042), 河南省科技攻关项目(0524490021), 河南省重点科技攻关项目(072102340009), 河南省哲学社会科学规划项目(2007BJJ014), 河南省教育厅自然科学规划课题(2007110020), 厦门大学 985 二期信息创新平台项目资助

* 通讯作者: sxwu@xmu.edu.cn

需比较的区间灰数, $i, t = 1, 2, \cdots, n$. 则排序公式为

$$w_i = \frac{1}{n(n-1)}\left(\sum_{t=1}^{n} p_{it} + \frac{n}{2} - 1\right) \tag{2}$$

2 方法与原理

2.1 主观条件概率的确定方法

若 p_{ij}^{i} 是只考虑方案 s_i 和方案 s_j 时, 决策者将采用类似于层次分析法(AHP)[2] 中 1～9 标度来给出选择方案 s_i 的主观条件概率的确定方法:

(i) s_i 比 s_j; 极端偏好, 取 $p_{ij}^{i} = 1 - \frac{1}{9}$;

(ii) s_i 比 s_j; 强烈偏好, 取 $p_{ij}^{i} = 1 - \frac{1}{7}$;

(iii) s_i 比 s_j; 明显偏好, 取 $p_{ij}^{i} = 1 - \frac{1}{5}$;

(iv) s_i 比 s_j; 稍微偏好, 取 $p_{ij}^{i} = 1 - \frac{1}{3}$;

(v) s_i 比 s_j; 同样偏好, 取 $p_{ij}^{i} = 1 - \frac{1}{2}$;

(vi) s_i 比 s_j; 偏好程度介于上述(i) 与(ii) 之间, 取 $p_{ij}^{i} = 1 - \frac{1}{8}$;

(vii) s_i 比 s_j; 偏好程度介于上述(ii) 与(iii) 之间, 取 $p_{ij}^{i} = 1 - \frac{1}{6}$;

(viii) s_i 比 s_j; 偏好程度介于上述(iii) 与(iv) 之间, 取 $p_{ij}^{i} = 1 - \frac{1}{4}$;

当 p_{ij}^{i} 确定后, 用 $p_{ij}^{i} + p_{ij}^{j} = 1$ 来确定 p_{ij}^{j}.

2.2 决策分析方法

设区间灰数多属性决策问题的方案集 $A = \{A_1, A_2, \cdots, A_n\}$, 属性集 $G = \{G_1, G_2, \cdots, G_m\}$, 属性的权向量为 $w = (w_1, w_2, \cdots, w_m)^T$ 且满足 $0 \leqslant w_k \leqslant 1$, $\sum_{k=1}^{m} w_k = 1$. 方案 A_i 对属性 G_j 的属性值记为 $a_{ij}(\otimes)$ $(i = 1, 2, \cdots, n; j = 1, 2, \cdots, m)$, 所以决策矩阵为 $A = \left(a_{ij}(\otimes)\right)_{n\times m}$, $i = 1, 2, \cdots, n; j = 1, 2, \cdots, m$. 由于属性通常有效益型、成本型、固定型、区间型之分, 所以为了消除量纲而增加可比性, 可将矩阵 A 按一定的方法规范化处理, 记已规范化的决策矩阵为 $B = (b_{ik}(\otimes))_{n\times m}$, 其中 $b_{ik}(\otimes) \in [\underline{b}_{ik}, \overline{b}_{ik}]$.

由决策加权法则, 决策方案 A_i 的综合评价值为

$$d_i(\otimes) = \sum_{k=1}^{m} b_{ik}(\otimes) w_k, \quad i = 1, 2, \cdots, n \tag{3}$$

由综合评价值得出方案 A_i 与方案 A_j 的客观条件概率为:

$$p_{ij}^{i}(\otimes) = \frac{\sum_{k=1}^{m} b_{ik}(\otimes) w_k}{\sum_{k=1}^{m} (b_{ik}(\otimes) + b_{jk}(\otimes)) w_k} = \frac{\left[\sum_{k=1}^{m} \underline{b}_{ik} w_k, \sum_{k=1}^{m} \overline{b}_{ik} w_k\right]}{\left[\sum_{k=1}^{m} (\underline{b}_{ik} + \underline{b}_{jk}) w_k, \sum_{k=1}^{m} (\overline{b}_{ik} + \overline{b}_{jk}) w_k\right]} \tag{4}$$

所以

$$p_{ij}^{i}(\otimes) \in \left[\frac{\sum_{k=1}^{m} \underline{b}_{ik} w_k}{\sum_{k=1}^{m} (\overline{b}_{ik} + \overline{b}_{jk}) w_k}, \frac{\sum_{k=1}^{m} \overline{b}_{ik} w_k}{\sum_{k=1}^{m} (\underline{b}_{ik} + \underline{b}_{jk}) w_k}\right] = [\underline{p}_{ij}^{i}, \overline{p}_{ij}^{i}] \tag{5}$$

$i, j = 1, 2, \cdots, n$. 并称 $\underline{p}_{ij}^{i}, \overline{p}_{ij}^{i}$ 分别为客观条件概率的下限值和上限值.

由于决策者给出的主观条件概率是一个精确数, 而客观条件概率是一个区间灰数, 所以它们不完全一致, 为此引入下面灰偏差函数

$$g_{ij}^{i}(w)(\otimes) = p_{ij}^{i} - p_{ij}^{i}(\otimes),$$

所以

$$g_{ij}^{i}(w)(\otimes) \in [p_{ij}^{i} - \overline{p}_{ij}^{i}, p_{ij}^{i} - \underline{p}_{ij}^{i}] = [\underline{g}_{ij}^{i}(w), \overline{g}_{ij}^{i}(w)] \tag{6}$$

则称 $\underline{g}_{ij}^{i}(w)$ 为下限偏差函数, $\overline{g}_{ij}^{i}(w)$ 为上限偏差函数.

为了便于计算, 将上述灰偏差函数 $g_{ij}^{i}(w)(\otimes)$ 的下限、上限记为

$$\underline{H}_{ij}^{i}(w) = p_{ij}^{i} \sum_{k=1}^{m} (\underline{b}_{ik} + \underline{b}_{jk}) w_k - \sum_{k=1}^{m} \overline{b}_{ik} w_k, \quad i, j = 1, 2, \cdots, n.$$

$$\overline{H}_{ij}^{i}(w) = p_{ij}^{i} \sum_{k=1}^{m} (\overline{b}_{ik} + \overline{b}_{jk}) w_k - \sum_{k=1}^{m} \underline{b}_{ik} w_k, \quad i, j = 1, 2, \cdots, n \tag{7}$$

显然, 为了使方案的客观条件概率下限值 $\underline{p}_{ij}^{i}$ 和上限值 $\overline{p}_{ij}^{i}$ 最大程度地与主观条件概率相一致, 自然总希望灰偏差函数 $g_{ij}^{i}(w)(\otimes)$ 的下限偏差函数 $\underline{g}_{ij}^{i}(w)$ 和上限偏差函数 $\overline{g}_{ij}^{i}(w)$ 的模越小越好. 为此构造如下最优化模型 I:

$$\min \underline{H}(w) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\left[p_{ij}^{i} \sum_{k=1}^{m} (\underline{b}_{ik} + \underline{b}_{jk}) w_k - \sum_{k=1}^{m} \overline{b}_{ik} w_k\right]^2,$$

$$\text{s.t.} \sum_{k=1}^{m} w_k = 1, \ w_k \geqslant 0, \ k = 1, 2, \cdots, m \tag{8}$$

最优化模型 II:

$$\min \overline{H}(w) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\left[p_{ij}^{i} \sum_{k=1}^{m} (\overline{b}_{ik} + \overline{b}_{jk}) w_k - \right.$$

$$\sum_{k=1}^{m}\underline{b}_{ik}w_k]^2,$$

$$\text{s.t.}\ \sum_{k=1}^{m}w_k=1,\ w_k\geqslant 0,\ k=1,2,\cdots,m \tag{9}$$

先求解模型 I: 构造 Lagrange 函数

$$L=\sum_{j=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}[p_{ij}^{i}\sum_{k=1}^{m}(\underline{b}_{ik}+\underline{b}_{jk})w_k-\sum_{k=1}^{m}\overline{b}_{ik}w_k]^2+2\lambda(\sum_{k=1}^{m}w_k-1),$$

上式中, λ为 Lagrange 乘子, 令

$$\frac{\partial L}{\partial w_k}=0,\ k=1,2,\cdots,m.$$

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\{\sum_{k=1}^{m}[p_{ij}^{i}(\underline{b}_{ik}+\underline{b}_{jk})-\overline{b}_{ik}]w_k\}\cdot[p_{ij}^{i}(\underline{b}_{ik}+\underline{b}_{jk})-\overline{b}_{ik}]+\lambda=0,\ k=1,2,\cdots,m \tag{10}$$

由式(8) 中的约束条件, 可把式(10) 写成含有 $m+1$ 个变量 $w_1,w_2,\cdots,w_m$, λ的 $m+1$ 个方程组, 可写成矩阵形式

$$\begin{bmatrix}Q & e\\ e^T & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\overline{w}\\ \lambda\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix} \tag{11}$$

式中 $e=(1,1,\cdots,1)^T$, $Q=(q_{lk})_{m\times m}$. 矩阵 Q 中的元素构成如下:

$$q_{lk}=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}[p_{ij}^{i}(\underline{b}_{ik}+\underline{b}_{jk})-\overline{b}_{ik}][p_{ij}^{i}(\underline{b}_{ik}+\underline{b}_{jk})-\overline{b}_{ik}],\ j,k=1,2,\cdots,m.$$

求方程组(11), 则可得出在下限偏差函数 $\underline{g}_{ij}^{i}(w)$ 的模达到最小条件下多属性决策问题的属性权向量为

$$\underline{w}^*=\frac{Q^{-1}e}{e^TQ^{-1}e} \tag{12}$$

同种方法可求解模型 II, 可得

$$\overline{w}^*=\frac{Q_1^{-1}e}{e^TQ_1^{-1}e} \tag{13}$$

其中 $e=(1,1,\cdots,1)^T$, $Q_1=(q'_{lk})_{m\times m}$, 且 Q_1 中的元素构成如下:

$$q'_{lk}=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}[p_{ij}^{i}(\overline{b}_{ik}+\overline{b}_{jk})-\underline{b}_{ik}]\cdot[p_{ij}^{i}(\overline{b}_{ik}+\overline{b}_{jk})-\underline{b}_{ik}],\quad l,k=1,2,\cdots,m \tag{14}$$

所求出的 $\overline{w}^*$ 为在上限偏差函数 $\overline{g}_{ij}^{i}(w)$ 的模达到最小条件下多属性决策问题的权向量.

值得指出由式(12)、(13) 得到的属性权向量 $\underline{w}^*$、$\overline{w}^*$ 是在没有考虑最优化模型 I、II 中变量约束 $w_k\geqslant 0$ 的情况下求出的. 在大多数实际的决策问题中, 所求出的 $\underline{w}^*$, $\overline{w}^*$ 将满足非负约束条件, 但有时求出的 $\underline{w}^*$ 或 $\overline{w}^*$ 就不能满足, 如果是这样, 就需要按照有关求解二次规划问题中的方法来直接求解 $\underline{w}^*$ 或 $\overline{w}^*$.

在选取属性权向量时可分为下面 3 种情况:

(i) 选用下限效果属性权向量 $\underline{w}^*$, 此时决策者要求使客观条件概率的下限值与主观条件概率的偏差达到最小即可;

(ii) 选用上限效果属性权向量 $\overline{w}^*$, 此时决策者要求使客观条件概率的上限值与主观条件概率的偏差达到最小即可;

(iii) 折中效果属性权向量 $w^*=\alpha\underline{w}^*+(1-\alpha)\overline{w}^*$ $(0<\alpha<1)$, 这时决策者综合考虑到客观条件概率上限值与下限值分别与主观条件概率的偏离程度, 一般情况下取 $\alpha=0.5$.

无论采取上面的任何一种情况, 最后得到属性权向量记为: $w=(w_1,w_2,\cdots,w_m)^T$.

综上所述, 下面给出用客观条件概率的分析方法去解区间灰数多属性决策问题的步骤:

步骤 1: 将决策矩阵 $A=(a_{ij}(\otimes))_{n\times m}$, 按一定的方法进行标准化处理, 得到规范化决策矩阵 $B=(b_{ik}(\otimes))_{n\times m}$;

步骤 2: 按照上面介绍确定主观条件概率的方法确定主观条件概率矩阵 $p=(p_{ij}^{i})_{n\times n}$;

步骤 3: 设权重向量 $w=(w_1,w_2,\cdots,w_n)^T$, 按公式(4) 计算客观条件概率 $p_{ij}^{i}(\otimes)$, 构造最优模型 I、II, 并求解 $\underline{w}^*$、$\overline{w}^*$ 和 w^*, 这一步也可根据决策者的偏好, 直接选用模型 I 或模型 II 求解 $\underline{w}^*$ 或 $\overline{w}^*$;

步骤 4: 根据决策者的偏好选用 $w=(w_1,w_2,\cdots,w_m)^T$, 然后代入公式(3) 计算决策方案 A_i 的综合评价值 $d_i(\otimes)(w)=\sum_{k=1}^{m}b_{ik}(\otimes)w_k$, $i=1,2,\cdots,n$;

步骤 5: 利用公式(1) 建立可能度矩阵 $p=(p_{it})_{n\times n}$, 其中 $p_{it}=p(d_{ij}(\otimes)\geqslant d_{tj}(\otimes))$, $i,t=1,2,\cdots,n$; $j=1,2,\cdots,m$. 再利用排序公式(2) 计算各方案的排序值 u_i, u_i 越大, 方案越优.

3　实例分析[11]

假设对于某一区间灰数多属性决策问题, 有 $A_i(i=1,2,\cdots,5)$ 个候选方案, 要考虑的属性指标 $G_j(j=1,2,3,4)$, 其中 G_1 为成本型属性; G_2 为固定型属性; G_3 为区间型属性; G_4 为效益型属性; 即: G_1 越小越好; G_2 为一固定值时是合宜的; G_3 是在一个固定区间是最佳的, G_4 越大越好. 设 G_2 的理想值为 70, G_3 的理想区间为[20, 30]. 这 5 个方案的属性值为区间灰数, 该问题的原始矩阵 $A=(a_{ij}(\otimes))_{5\times 4}$ 为

$$A=\begin{bmatrix}[30,40] & [65,75] & [20,35] & [50,55]\\ [35,40] & [60,64] & [30,35] & [70,80]\\ [70,75] & [65,75] & [25,35] & [150,155]\\ [60,80] & [79,80] & [35,40] & [100,170]\\ [55,85] & [70,80] & [10,19] & [95,200]\end{bmatrix}$$

第 j 列为 G_j 型目标, $j = 1, 2, 3, 4$.

(i) 将采用下列方法对原始决策矩阵 A 进行标准化:

1) 对于效益型指标[5]

$$\underline{b}_{ij} = \frac{\underline{a}_{ij} - a_j^{\nabla}}{\bar{a}_j^* - a_j^{\nabla}},\ \bar{b}_{ij} = \frac{\bar{a}_{ij} - a_j^{\nabla}}{\bar{a}_j^* - a_j^{\nabla}};$$

2) 对于成本型指标[5]

$$\underline{b}_{ij} = \frac{\bar{a}_j^* - \bar{a}_{ij}}{\bar{a}_j^* - a_j^{\nabla}},\ \bar{b}_{ij} = \frac{\bar{a}_j^* - \underline{a}_{ij}}{\bar{a}_j^* - a_j^{\nabla}},$$

其中

$$\bar{a}_j^* = \max_{1\leqslant i\leqslant n}\{\bar{a}_{ij}\},\ a_j^{\nabla} = \min_{1\leqslant i\leqslant n}\{\bar{a}_{ij}\},\ j = 1, 2, \cdots, m;$$

3) 对于区间型属性: 记 $[c^*, d^*]$ 为理想区间, $[c_*, c^*] \cup [d^* \cup d_*]$ 为负理想区间且

$$c_* = \min_{1\leqslant i\leqslant n}\{\bar{a}_{ij}\},\ d_* = \max_{1\leqslant i\leqslant n}\{\bar{a}_{ij}\},\ j = 1, 2, \cdots, m.$$

则定义

$$\underline{b}_{ij} = \frac{1}{2}\left[\frac{\underline{a}_{ij} - c_*}{d_* - c_* + |\underline{a}_{ij} - c^*|} + \frac{d_* - \bar{a}_{ij}}{d_* - c_* + |\bar{a}_{ij} - d^*|}\right];$$

若对于 $x \in [c^*, d^*]$, 都有 $x \in [\underline{a}_{ij}, \bar{a}_{ij}]$, 则

$$\bar{b}_{ij} = 1$$

或者

$$\bar{b}_{ij} = 1 - \frac{1}{2}\left(\frac{|c^* - \underline{a}_{ij}|}{d_* - c_*} + \frac{|\bar{a}_{ij} - d^*|}{d_* - c_*}\right);$$

4) 对于固定型属性, 记 a^* 为理想值, 则定义:

$$\underline{b}_{ij} = 1 - \frac{\max(|\underline{a}_{ij} - a^*|, |\bar{a}_{ij} - a^*|)}{\max_j|\underline{a}_{ij} - a^*| + \max_j|\bar{a}_{ij} - a^*|},$$

$$\bar{b}_{ij} = 1 - \frac{\min(|\underline{a}_{ij} - a^*|, |\bar{a}_{ij} - a^*|)}{\max_j|\underline{a}_{ij} - a^*| + \max_j|\bar{a}_{ij} - a^*|}.$$

所以采用上面的方法规范化后的决策矩阵为

$$B = \begin{bmatrix} [0.8181, 1] & [0.75, 0.75] & [0.2381, 1] & [0, 0.0333] \\ [0.8182, 0.9091] & [0.5, 0.7] & [0.3214, 0.75] & [0.1333, 0.2] \\ [0.1819, 0.2727] & [0.75, 0.75] & [0.2857, 1] & [0.6667, 0.7] \\ [0.0909, 0.4545] & [0.5, 0.55] & [0.2778, 0.5833] & [0.3333, 0.8] \\ [0, 0.5455] & [0.5, 1] & [0.2593, 0.65] & [0.3, 0.5] \end{bmatrix}$$

(ii) 计算主观条件概率 $p = (p^i_{ij})_{5\times 5}$

$$p = \begin{bmatrix} 1/2 & 6/7 & 4/5 & 6/7 & 1/2 \\ 1/7 & 1/2 & 1/4 & 3/4 & 1/6 \\ 1/5 & 3/4 & 1/2 & 4/5 & 3/4 \\ 1/7 & 1/4 & 1/5 & 1/2 & 1/5 \\ 1/2 & 5/6 & 1/4 & 4/5 & 1/2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.8571 & 0.8 & 0.8571 & 0.5 \\ 0.1429 & 0.5 & 0.25 & 0.75 & 0.1667 \\ 0.2 & 0.75 & 0.5 & 0.8 & 0.75 \\ 0.1429 & 0.25 & 0.2 & 0.5 & 0.2 \\ 0.5 & 0.8333 & 0.25 & 0.8 & 0.5 \end{bmatrix}$$

(iii) 由建立的主观条件概率 $p = (p^i_{ij})_{5\times 5}$, 及规范化决策矩阵 $B = (b_{ij}(\otimes))_{5\times 4}$, 在这里采用上限效果属性权向量, 即使客观条件的上限值与主观条件概率的偏差达到最小, 构造模型 II, 可求得:

$$\overline{w}^* = (0.3215, 0.1587, 0.2347, 0.2851).$$

(iv) 令 $w = \overline{w}^* = (0.3215, 0.1587, 0.2347, 0.2851)$, 计算 $d_i(\otimes)(w) = \sum_{k=1}^{4} b_{ik}(\otimes) w_k$, 得

$$d_1(\otimes)(w) \in [0.4379, 0.6847],$$
$$d_2(\otimes)(w) \in [0.4558, 0.6364],$$
$$d_3(\otimes)(w) \in [0.4346, 0.6409],$$
$$d_4(\otimes)(w) \in [0.2688, 0.5984],$$
$$d_5(\otimes)(w) \in [0.2257, 0.7717].$$

(v) 由公式(1), 建立可能度矩阵

$$p = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5356 & 0.5519 & 0.7215 & 0.5789 \\ 0.4644 & 0.5 & 0.5216 & 0.7205 & 0.5652 \\ 0.4481 & 0.4784 & 0.5 & 0.6943 & 0.5519 \\ 0.2785 & 0.2795 & 0.3057 & 0.5 & 0.4257 \\ 0.4211 & 0.4348 & 0.4481 & 0.5743 & 0.5 \end{bmatrix}.$$

由排序公式(2) 计算方案 A_i 的排序数为

$u_1 = 0.2194, u_2 = 0.2136, u_3 = 0.2086,$

$u_4 = 0.1645, u_5 = 0.1939.$

所以得到方案的排序为 $A_1 \succ A_2 \succ A_3 \succ A_5 \succ A_4$.

经过分析得到这种排序方法基本上符合决策者对方案的偏好.

4 结束语

本文给出了带有方案偏好信息的不确定型多属性决策问题的一种解法, 此种方法能最大限度地体现决策者的主观偏好. 文献[1] 是本文的一个特例. 由于决策问题本身的复杂性及人们对客观事物认识的不确定性, 所以对不确定多属性决策问题的研究有待于进一步的拓广和深入.

参考文献:

[1] 樊治平, 潘德惠. 一种给出方案偏好信息的多属性决策[J]. 系统工程理论与实践, 1996(3): 28–32.

[2] 徐泽水. 不确定决策方法及应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004.

[3] 林其宁. 决策分析[M]. 北京: 北京邮电大学出版社, 2003.

[4] 于秀林, 任雪松. 多元统计分析[M]. 北京: 中国统计出版

社, 1999.

[5] 罗党, 刘思峰. 灰色关联决策方法研究[J]. 中国管理科学, 2005, 13(1): 101- 106.

[6] 罗党, 刘思峰. 不完备信息系统的灰色关联决策方法[J]. 应用科学学报, 2005, 23(4): 408- 412.

[7] Yu wei, Zhu jianjun, Wu Yangyun. Research on grey decision- making approach for the evaluation of the energy efficiency [C]// Proceedings of 2007 IEEE International Conference on Crey Systems and Intelligent Services. 2007: 774- 778.

[8] 罗党, 刘思峰. 灰色多指标风险型决策方法研究[J]. 系统工程与电子技术, 2004, 22(8): 29- 32.

[9] 罗党. 灰色决策问题分析方法[M]. 郑州: 黄河水利出版社, 2005.

[10] 刘思峰, 党耀国, 方志耕. 灰色系统理论及其应用[M]. 3版. 北京: 科学出版社, 2004.

[11] 熊文涛, 刘三阳, 史加荣. 不确定性多属性决策的一种新方法[J]. 系统工程与电子技术, 2005, 27(5): 841- 843.

Uncertain Multi-attribute Decision Making Method with Alternative Scheme Preference Information

LUO Dang[1], YUN Hui-ping[2], WU Shun-xiang[3*]

(1. College of Management & Economics, North China University of Water Conservancy and Electric Power,
2. College of Mathematics & Information Sciences, North China University of Water Conservancy and Electric Power, Zhengzhou 450011, China;
3. School of Information Science and Technology, Center for Systems and Control, Xiamen University, Xiamen 361005, China)

Abstract: This paper studies multi-attribute decision making problem with internal grey number valued index, which include alternative scheme preference information. We construct grey deviated function through subjective conditional probability and objective conditional probability. Based on grey deviated function, an approach to subjective conditional probability optimized model is proposed. By using the model, the attribute weights can be gotten. The decision alternatives are ranked by using the priority formula of interval grey number. Finally, an example is given to show the feasibility and availability of this method.

Key words: grey system; multi-attribute decision-making; condition probability; deviated function