

•水利与土木工程•

DOI:10.15961/j.jsuese.201800447

## 基于XFEM的骨料分布对混凝土有效模量的影响

张东亮<sup>1</sup>, 张晓燕<sup>2</sup>, 莫 军<sup>1</sup>, 王清远<sup>3,4\*</sup>

(1.中国工程物理研究院 总体工程研究所, 四川 绵阳 621999; 2.四川大学锦江学院, 四川 彭山 620860;  
3.四川大学 建筑与环境学院, 四川 成都 610065; 4.成都大学, 四川 成都 610106)

**摘 要:**混凝土的弹性模量是结构设计中最基本的参数, 在计算方法上需要保证足够的准确性。基于现有的3层球壳解析模型, 将骨料、界面过渡区和薄层砂浆组成的整体先行处理为等效夹杂体, 并根据解析模型获得相应的弹性模量, 随后将混凝土视为由此等效而来的夹杂体与基体砂浆组成的二相复合材料。在固定背景网格体系中, 采用无附加自由度的扩展有限元方法计算不同级配和骨料含量的混凝土等效弹性模量。当混凝土的骨料分布发生变化时, 无附加自由度的扩展有限元方法能够在程序设计上避免整体刚度矩阵的维度变化问题。此外, 为了能在获得不同的骨料分布的同时获得较高的骨料含量, 混凝土的级配采用固定的粒径分布形式。结果表明: 骨料含量同为47.12%的3种级配的混凝土弹性模量基本相同, 说明级配对混凝土弹性模量的影响可以忽略; 解析解可较准确地预测稀疏骨料分布情况下的混凝土等效弹性模量, 但骨料增加后其预测值出现较大偏差; 混凝土弹性模量随硬骨料含量的增加线性增大, 随软骨料含量的增加线性减小。

**关键词:**混凝土; 界面过渡区; 扩展有限元方法; 等效弹性模量

中图分类号:TU528

文献标志码:A

文章编号:2096-3246(2019)03-0108-06

## Influence of Aggregate Distribution on the Effective Elastic Modulus of Concrete Based on XFEM

ZHANG Dongliang<sup>1</sup>, ZHANG Xiaoyan<sup>2</sup>, MO Jun<sup>1</sup>, WANG Qingyuan<sup>3,4\*</sup>

(1.Inst. of Systems Eng., China Academy of Eng. Physics, Mianyang 621999, China; 2.Sichuan Univ. Jinjiang College, Pengshan 620860, China;  
3.College of Architecture and Environment, Sichuan Univ., Chengdu 610065, China; 4.Chengdu Univ., Chengdu 610106, China)

**Abstract:** Elastic modulus of concrete plays an important role in civil engineering design, thus it is important to keep the accuracy of its computation. Based on the on-hand three-layered spherical-shell model, an equivalent inclusion that consists of the aggregate, the interfacial transition zone and cement mortar was made, and its elastic modulus was calculated by the three-layered spherical-shell model. Then, the concrete was seen as a two-phase composite, which consists of the equivalent inclusion and basic cement mortar. Under the fixed-grid background, the extended finite element method without augmented degree of freedom was used to calculate the effective modulus of two-dimensional two-phase concrete composed of equivalent inclusions and cement mortar. This kind of XFEM can avoid the problem of dimensional inconsistency after aggregate distribution being changed. And the aggregate degradation was obtained through giving different aggregate diameters. It was shown that the aggregate degradation has no influence on the effective modulus of concrete, and the analytical solutions for predicting the effective modulus of concrete are only reliable when aggregate content is low, and the effective modulus of concrete has a linear relationship with aggregate content.

**Key words:** concrete; interfacial transition zone; extended finite element method; effective elastic modulus

弹性模量是混凝土结构设计的重要性能参数, 其试验和理论研究十分广泛。Stock等<sup>[1]</sup>的试验结果表明, 混凝土的拉伸和压缩模量随着骨料含量的增

加而增加, 且与混合理论的计算结果比较吻合。Wang等<sup>[2]</sup>提出改进的直接法分析结冰效应对混凝土弹性模量的影响, 并进行试验验证。Vilardell等<sup>[3]</sup>设计专门

收稿日期:2018-04-18

基金项目:建筑固体废弃物资源化产业技术研究项目(2015GZ0245); 教育部创新团队项目(ZRT0640)

作者简介:张东亮(1982—), 男, 博士后。研究方向: 结构拓扑优化; 复合材料。E-mail: xurichusheng1982@163.com

\* 通信联系人 E-mail: wangqy@scu.edu.cn

网络出版时间:2019-04-30 10:11:02

网络出版地址: <http://kns.cnki.net/kcms/detail/51.1773.TB.20190429.1518.001.html>

<http://jsuese.ijournals.cn>

<http://jsuese.scu.edu.cn>

的试件进行试验,用骨料的弹性模量预测大坝混凝土弹性模量。Lutz等<sup>[4]</sup>利用非均匀过渡区模型分析含沙水泥砂浆的体积模量,推断出界面区的弹性模量比体积模量低30%~50%。Li等<sup>[5]</sup>提出四相球体模型预测三相混凝土体积模量,该模型可分析最大骨料尺寸和骨料级配对混凝土模量的影响规律,且与试验数据吻合很好。同时, Li等<sup>[6]</sup>通过数值方法以合理精度预测三相混凝土弹性模量,并通过试验数据进行验证。石宵爽等<sup>[7]</sup>阐述了再生混凝土弹性模量随着再生粗骨料取代率的增加逐渐下降的规律,其中,当取代率大于30%后下降趋势变得平缓。近年来,再生混凝土性能的研究越来越受到重视,需要开展相应的数值计算研究。众多研究表明,由于粗骨料的畸变效应(wall effect),在骨料表面附近会形成的孔隙率高于砂浆的界面过渡区(interfacial transition zone, ITZ)<sup>[8-11]</sup>。尽管有研究显示ITZ或许和水泥砂浆并无明显区别<sup>[12]</sup>,混凝土在细观层次上仍被普遍认为是由骨料、水泥砂浆和二者之间的界面过渡区(ITZ)组成的三相非均质复合材料<sup>[8-11]</sup>。在预测混凝土力学性能上, ITZ作为有别于骨料和砂浆的第三相组份,受到格外关注,在理论和试验研究上都有相当多的工作见诸文献。由于ITZ的成因和构成十分复杂<sup>[13]</sup>,通过试验方法获得的ITZ性能参数既不全面,也不能反映ITZ在混凝土内部的真实构成<sup>[14-15]</sup>,因此在混凝土细观研究中所采用的ITZ力学参数大多建立在经验和假设基础之上<sup>[16]</sup>。

ITZ在数值模型中通常被简化为均匀材料<sup>[17]</sup>,为降低计算量,模拟ITZ的厚度也比实际情况要大(ITZ的实际厚度一般不超过100 μm)<sup>[18]</sup>。为能反映ITZ的性质在其厚度上的渐变特性,有研究将ITZ进行分层处理<sup>[19]</sup>,但在提高模拟精度的同时,计算量也随之增加。为减轻计算负担,有研究者提出将混凝土细观结构进行等效处理<sup>[18-19]</sup>。杜修力等<sup>[18, 20]</sup>提出的细观单元等效模型通过两步等效法将混凝土区域离散成在单元内性能均匀的网格体系。在这种模型中,相邻单元的性能存在差异,计算应力场时会产生较大误差。肖诗云等<sup>[21]</sup>将混凝土简化为两级二相复合材料的叠加,把骨料和界面过渡区视为一级二相复合材料,再将其组成的弹性夹杂与砂浆视为二级二相复合材料,随后根据Mori-Tanaka理论和Eshelby等效夹杂理论推导了一级和二级二相复合材料的等效弹性模量。文献<sup>[18, 21]</sup>的等效做法舍弃了原本反映细观特征的混凝土组份信息,通过均匀化处理又返回至宏观分析,且在细观特征发生变化时需重新进行等效分析。

为获得能考虑界面过渡区性能渐变特征的复合

材料等效模量,段慧玲等<sup>[22]</sup>通过解析法获得了具有幂指数分布规律的非均匀界面相的颗粒增强复合材料等效弹性模量。该解析解得到的是3层球壳复合材料的等效模量,其中:内层球体为硬性夹杂,最外层为基体材料,硬性夹杂和基体均为均匀弹性材料;中间层为界面过渡区材料,材料性能具有幂指数分布规律。

利用解析方法获得三相组分混凝土的等效模量目前仍面临诸多困难。不仅是因为理论发展尚不成熟,还在于骨料随机分布方式带来组分间不确定的相互作用。故数值模拟方法是当前进行混凝土细观研究的重要手段。由于ITZ的厚度一般在10~100 μm,混凝土结构至少在100 mm量级以上,在有限元建模上面临较大尺度跨越。在考虑ITZ的非均匀性时,如果采用分层处理方式(文献<sup>[17]</sup>将ITZ划分为20层),尺度跨越会更大。为保证数值模拟方法的可行性,本文先利用段慧玲等<sup>[22]</sup>提出的解析解,将ITZ与粗骨料先行做等效夹杂处理,使其成为一个整体,从而避免了混凝土细观结构特征尺寸跨度大的问题;再利用水平集和扩展有限元法对等效夹杂体和砂浆组成的混凝土进行数值分析,做到充分考虑骨料随机分布对混凝土等效弹性模量的影响。

## 1 等效夹杂体

### 1.1 3层球壳解析模型

3层球壳模型的代表性体积单元(RVE)如图1所示。段慧玲等<sup>[22]</sup>通过在RVE外边界上施加径向位移的方式推导得到了具有非均匀界面相的复合材料等效体积模量。

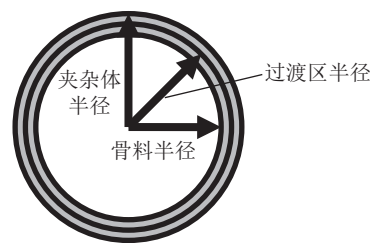


图1 等效夹杂体示意图

Fig. 1 Schematic diagram of the equivalent inclusion

为简便,以无量纲参数 $r = a/a_m$ 表示RVE中物质点的位置。骨料区域的位移场 $u_r$ 和应力场 $\sigma$ 分别为<sup>[22]</sup>:

$$u_r = A_p r \quad (1)$$

$$\sigma_{rr} = \sigma_{\theta\theta} = \sigma_{\varphi\varphi} = 3\kappa_p A_p \quad (2)$$

砂浆区域的位移场和应力场为<sup>[22]</sup>:

$$u_r = B_1 r + \frac{B_2}{r^2} \quad (3)$$

$$\sigma_{rr} = 3\kappa_m B_1 - \frac{4\mu_m B_2}{r^3} \quad (4)$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \sigma_{\varphi\varphi} = 3\kappa_m B_1 + \frac{2\mu_m B_2}{r^3} \quad (5)$$

式(1)~(5)中,  $A_p$ 、 $B_1$ 、 $B_2$ 为待定系数,  $\kappa$ 为体积模量。

非均匀界面相区域内用径向位移表达的平衡方程为<sup>[22]</sup>:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 u_r}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{du_r}{dr} - 2 \frac{u_r}{r^2} + \frac{\frac{d\kappa_1}{dr} + \frac{4}{3} \frac{d\mu_1}{dr}}{\kappa_1 + \frac{4}{3} \mu_1} \frac{du_r}{dr} + \\ \frac{\frac{d\kappa_1}{dr} - \frac{2}{3} \frac{d\mu_1}{dr}}{\kappa_1 + \frac{4}{3} \mu_1} \frac{2u_r}{r} = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

假设非均匀界面相的体积弹性模量 $\kappa_1$ 和剪切模量 $\mu_1$ 按式(7)~(8)的形式变化<sup>[22]</sup>:

$$\kappa_1 = \kappa_0 + l_\kappa r^Q \quad (7)$$

$$\mu_1 = \mu_0 + l_\mu r^Q \quad (8)$$

剪切模量恒定、体积模量按式(7)变化时, 求解平衡方程后得到界面相的位移场和应力场为<sup>[22]</sup>:

$$u_r(r) = \frac{D_1}{r^2} + \frac{D_2}{r^2} \int \frac{r^2}{s+r^Q} dr \quad (9)$$

$$\sigma_{rr} = \left( \kappa_1 + \frac{4}{3} \mu_1 \right) \frac{du_r}{dr} + \left( 2\kappa_1 - \frac{4}{3} \mu_1 \right) \frac{u_r}{r} \quad (10)$$

其中:

$$s = \frac{\kappa_0 + \frac{4\mu_0}{3}}{l_\kappa + \frac{4l_\mu}{3}} \quad (11)$$

给定 $Q$ 的值, 通过式(9)确定位移场, 常数 $A_p$ 、 $B_1$ 、 $B_2$ 、 $D_1$ 和 $D_2$ 可由 $u_r$ 和 $\sigma_{rr}$ 在两界面处的连续性条件及外边界上 $u_r = \varepsilon_i$ 确定。推导的方程组为:

$$\begin{cases} A_p r_p = \frac{D_1}{r_p^2} + \frac{D_2}{3r_p^2} \ln(s+r_p^3), \\ B_1 r_1 + \frac{B_2}{r_1} = \frac{D_1}{r_1^2} + \frac{D_2}{3r_1^2} \ln(s+r_1^3), \\ 3\kappa_p A_p = \left[ \kappa_1(r_p) + \frac{4}{3} \mu_1(r_p) \right] \left[ -\frac{2D_1}{r_p^3} - \frac{2D_2}{3r_p^3} \ln(s+r_p^3) + \frac{D_2}{s+r_p^3} \right] + \\ \left[ 2\kappa_1(r_p) - \frac{4}{3} \mu_1(r_p) \right] \left[ \frac{D_1}{r_p^2} + \frac{D_2}{3r_p^2} \ln(s+r_p^3) \right], \\ 3\kappa_m B_1 - \frac{4\mu_m B_2}{r_1^3} = \left[ \kappa_1(r_1) + \frac{4}{3} \mu_1(r_1) \right] \cdot \\ \left[ -\frac{2D_1}{r_1^3} - \frac{2D_2}{3r_1^3} \ln(s+r_1^3) + \frac{D_2}{s+r_1^3} \right] + \\ \left[ 2\kappa_1(r_1) - \frac{4}{3} \mu_1(r_1) \right] \left[ \frac{D_1}{r_1^2} + \frac{D_2}{3r_1^2} \ln(s+r_1^3) \right], \\ B_1 + B_2 = \bar{\varepsilon}_i \end{cases} \quad (12)$$

显然, 给定初始边界位移后, 若ITZ厚度与粗骨料半径之比保持不变, 则未知系数的值也保持不变, 即等效弹性模量与骨料粒径无关。

3层球壳模型的平均径向应力为<sup>[22]</sup>:

$$\sigma_{rr} = \sigma_{rr}|_{r=1} \quad (13)$$

复合材料的等效体积模量为:

$$\kappa = \frac{\sigma_{rr}}{3\varepsilon_i} = \frac{3\kappa_m B_1 - 4\mu_m B_2}{3\varepsilon_i} \quad (14)$$

## 1.2 等效夹杂体的特征

所分析的等效夹杂体由2维圆形骨料及其外层包围的界面过渡区和基础砂浆组成, 如图1所示。骨料粒径范围为10~40 mm, 分布在200 mm×200 mm的混凝土范围内。将界面过渡区和基础砂浆的厚度视为骨料粒径的线性函数<sup>[23]</sup>, 且满足: 骨料粒径为10 mm时, ITZ和基础砂浆厚度均为10  $\mu$ m; 骨料粒径为40 mm时, ITZ和基础砂浆厚度均为40  $\mu$ m。需要指出的是, 段慧玲等的解析模型是根据Hashin等<sup>[24-25]</sup>的观点将复合材料视为一系列大小不等的3层同心球壳堆积而成, 如图2所示。其计算结果即复合材料的等效模量, 而本文的等效夹杂体是和基体砂浆组成二相混凝土后经过有限元计算才能得到混凝土的等效模量。

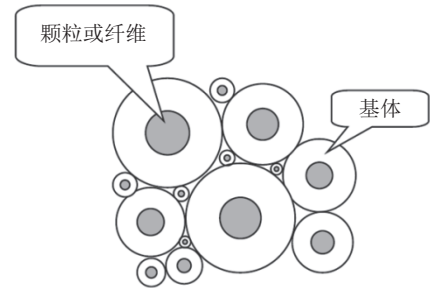


图2 复合材料的颗粒混杂模型(CSA)或纤维混杂模型(CCA)

Fig. 2 CSA (composite sphere assemblage) or CCA (composite cylinder assemblage) model of a composite

## 2 有限元模型

### 2.1 无附加自由度的XFEM

利用下列水平集函数描述固定背景网格中等效夹杂体的内、外区域及边界(图3):

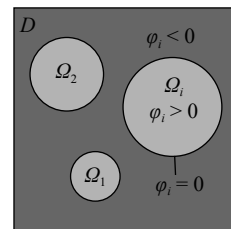


图3 等效夹杂体的水平集描述

Fig. 3 Level set description of equivalent inclusions in concrete



$$\begin{cases} \varphi^s(x) > 0, x \in \Omega^s; \\ \varphi^s(x) = 0, x \in \partial\Omega^s; \\ \varphi^s(x) < 0, x \in D \setminus \Omega^s \end{cases} \quad (15)$$

式中:  $\varphi^s(x) = \max(\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n)$ ,  $\varphi_i$  为等效夹杂体  $i$  的水平集函数;  $D$  为混凝土所占区域;  $\Omega^s$  为所有等效夹杂体所在区域。

$$\begin{cases} \varphi_i(x) > 0, x \in \Omega_i; \\ \varphi_i(x) = 0, x \in \partial\Omega_i; \\ \varphi_i(x) < 0, x \in D \setminus \Omega_i \end{cases} \quad (16)$$

显然,  $\Omega^s = \cup_{i=1}^n \Omega_i$ 。

基于上述水平集函数对等效夹杂体的描述, 采用Wei等<sup>[26]</sup>提出的无附加自由度的扩展有限元法进行有限元分析。位移插值函数见式(17),  $H$  为Heaviside函数。利用子域法计算切割单元的刚度矩阵, 如图4所示<sup>[27]</sup>。在切割单元内部的边界两侧材料属性不同(一侧为等效夹杂体, 另一侧为基础砂浆), 积分时根据积分点的位置选择相应弹性模量进行计算。子域法的优点是无需保证间断作为子域的边界, 且矩形子域的高斯积分点坐标是独立的, 在计算上具有规范性, 有利于MATLAB的向量化计算。

$$u(x) = \sum_{i \in I} N_i(x) H(x) u_i \quad (17)$$

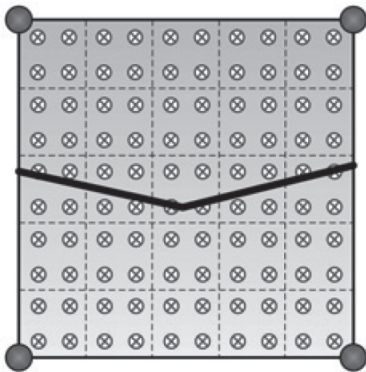
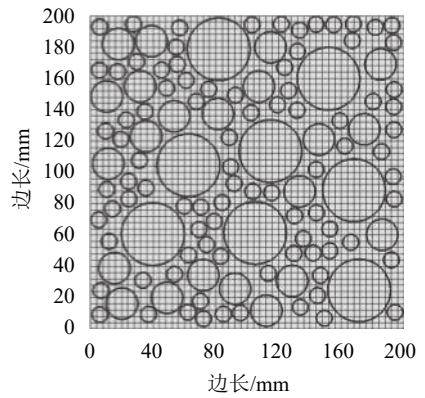


图4 计算切割单元刚度矩阵的子域法

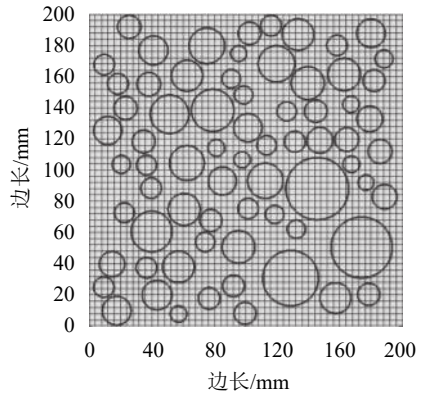
Fig. 4 Numerical integration of cut element by rectangular sub-grids method

## 2.2 骨料投放

用MATLAB编写的骨料投放程序得到固定背景网格中的骨料分布, 如图5所示。该程序可随机生成骨料粒径, 也可按要求生成指定的骨料粒径, 且可以控制骨料在混凝土中所占体积百分比(骨料含量)。由于随机生成骨料粒径的方法不易获得较高骨料含量, 故文中采用固定骨料粒径的方式进行多级配的骨料投放。在分析骨料级配对混凝土等效模量的影响时选用3种级配(1级配、2级配、3级配)和多种骨料含量(15.32%~60.08%)进行计算。



(a) 混凝土3级配模型



(b) 随机骨料粒径模型

图5 混凝土骨料模型

Fig. 5 Concrete aggregate model

## 3 算例

利用文献[18]中的数据进行计算, 如表1和2所示。

表1 混凝土材料力学参数

Tab. 1 Mechanical properties parameters of concrete

| 材料 | 弹性模量/GPa | 泊松比  |
|----|----------|------|
| 砂浆 | 30       | 0.22 |
| 界面 | 22       | 0.20 |
| 骨料 | 50       | 0.16 |

表2 有效弹性模量与孔隙率的关系

Tab. 2 Relationship between effective elastic modulus and porosity

| 孔隙率/% | 5     | 10    | 15    | 20    |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| 弹模比   | 0.977 | 0.951 | 0.739 | 0.667 |

注: 弹模比是有效弹性模量与孔隙率为0时弹性模量的比值。

首先需要表达出ITZ性能分布。取  $Q=3$ , 根据ITZ外侧边界与砂浆性能相同得:

$$\kappa_m = \kappa_0 + l_k r_1^Q \quad (18)$$

根据ITZ内侧边界孔隙率比例(按20%计算)得:

$$0.667 \kappa_m = \kappa_0 + l_k r_p^Q \quad (19)$$

联立式(14)、(15), 得:

$\kappa_0 = -973.216\ 9, l_k = 997.044\ 4$  (20)

求解方程得到等效夹杂体的体积模量为:

$$\kappa = \frac{3\kappa_m B_1 - 4\mu_m B_2}{3\varepsilon_1} = 28.36\ \text{GPa}$$
 (21)

等效夹杂泊松比取0.2, 则等效夹杂体的弹性模量为51.05 GPa。将表1中数据带入XFEM的计算程序后得到骨料含量均为47.12%的1级配、2级配和3级配混凝土(图6), 得到的弹性模量为39.2、38.8、39.3 GPa。

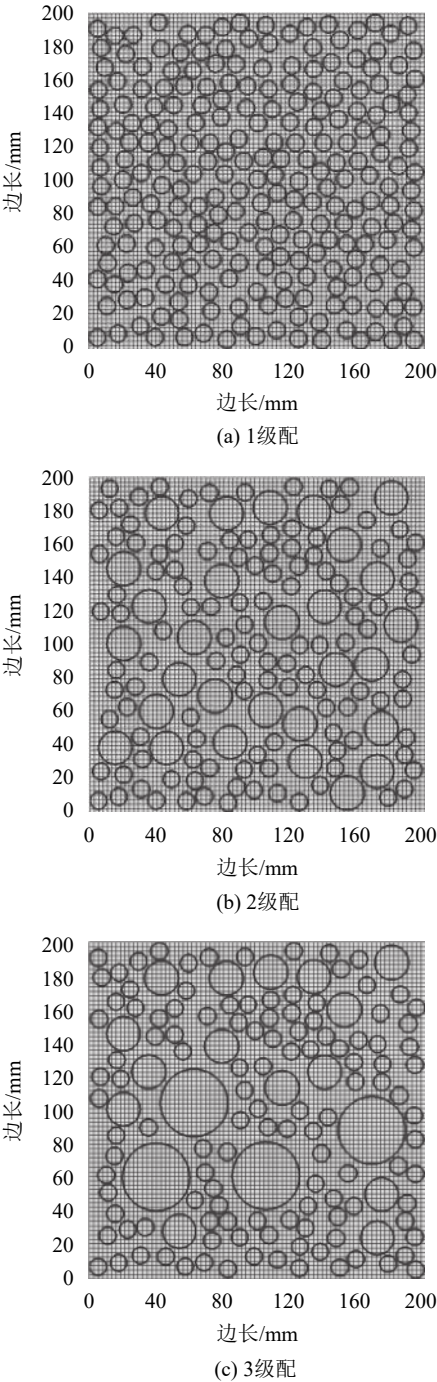


图 6 骨料含量相同(47.12%)的3种骨料级配

Fig. 6 Three levels of aggregate gradation with the same aggregate content (47.12%)

计算得到混凝土的等效弹模与骨料含量的关系如图7所示, 同时给出了等效模量为10 GPa的软夹杂混凝土弹性模量随骨料含量的变化, 以及段慧玲解析解计算的结果。

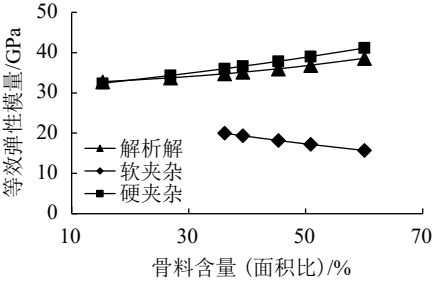


图 7 骨料含量对混凝土等效弹性模量的影响

Fig. 7 Influence of aggregate content on the effective modulus of concrete

由图7可知, 随着骨料含量的增加, 3层球壳模型<sup>[22]</sup>的解析解逐渐偏离数值解, 表明其适用性越来越差。

4 结 论

利用解析解先行计算等效夹杂体弹性模量的做法可避免在有限元分析中考虑界面过渡区较小的尺寸特征, 网格划分不至过密, 在求解效率上能够得到保证。扩展有限元的背景网格在骨料分布及骨料粒径变化时可保持不变, 在分析不同的骨料级配时具有统一形式, 分析过程与传统有限元相比得到了简化。

用本文方法对混凝土弹性模量进行分析发现: 1) 骨料含量相同时, 3种级配的混凝土弹性模量相差不大; 2) 段慧玲提出的解析解在骨料含量较低时计算较为准确, 但随着骨料含量的增加, 其计算误差逐渐扩大, 用数值方法求解更合理; 3) 混凝土弹性模量随硬骨料含量的增加线性增大, 随软骨料含量的增加线性减小。

参考文献:

[1] Stock A F, Hannant D J, Williams R I T. The effect of aggregate concentration upon the strength and modulus of elasticity of concrete[J]. *Magazine of Concrete Research*, 1979, 31(109): 225–234.

[2] Wang J A, Lubliner J, Monteiro P M. Effect of ice formation on the elastic moduli of cement paste and mortar[J]. *Cement and Concrete Research*, 1988, 18(6): 874–885.

[3] Vilardell J, Aguado A, Agullo L, et al. Estimation of the modulus of elasticity for dam concrete[J]. *Cement and Concrete Research*, 1998, 28(1): 93–101.

[4] Lutz M P, Monteiro P J M, Zimmerman R W. Inhomogeneous interfacial transition zone model for the bulk modulus of mortar[J]. *Cement and Concrete Research*, 1997, 27(7): 1113–1122.

[5] Li G Q, Zhao Y, Pang S S. Four-phase sphere modelling of

- effective bulk modulus of concrete[J].*Cement and Concrete Research*,1999,29(6):839–845.
- [6] Li C Q,Zheng J J,Zhou X Z,et al.A numerical method for the prediction of elastic modulus of concrete[J].*Magazine of Concrete Research*,2003,55(6):497–505.
- [7] Shi Xiaoshuang,Wang Qingyuan.A research review and application outlook of RAC from post-earthquake reconstruction[J].*Journal of Sichuan University (Engineering Science Edition)*,2009,41(3):301–310.[石霄爽,王清远.从灾后重建探讨再生混凝土的研究现状及其应用发展[J].四川大学学报(工程科学版),2009,41(3):301–310.]
- [8] Zheng J J,Li C Q,Zhou X Z.An analytical method for prediction of the elastic modulus of concrete[J].*Magazine of Concrete Research*,2006,58(10):665–673.
- [9] Nilsen A U,Monteiro P J M.Concrete:A three phase material[J].*Cement and Concrete Research*,1993,23(1):147–151.
- [10] Gu Xianglin,Fu Wurong,Wang Xiaolin,et al.Numerical investigation on damage processes of concrete materials and structures[J].*Engineering Mechanics*,2015,32(11):9–17.[顾祥林,付武荣,汪小林,等.混凝土材料与结构破坏过程模拟分析[J].工程力学,2015,32(11):9–17.]
- [11] Du Min,Jin Liu,Li Dong,et al.Mesoscopic simulation study of the influence of aggregate size on mechanical properties and specimen size effect of concrete subjected to splitting tensile loading[J].*Engineering Mechanics*,2017,34(9):54–63.[杜敏,金浏,李冬,等.骨料粒径对混凝土劈拉性能及尺寸效应影响的细观数值研究[J].工程力学,2017,34(9):54–63.]
- [12] Diamond S,Huang J D.The ITZ in concrete—A different view based on image analysis and SEM observations[J].*Cement & Concrete Composites*,2001,23(2/3):179–188.
- [13] Amir E,Menashi D C,Jan O.Influence of aggregate size,water cement ratio and age on the microstructure of the interfacial transition zone[J].*Cement and Concrete Research*,2003,33(11):1837–1849.
- [14] William A T,Cyril J L,John C C.Aggregate-cement paste interface:Part I.Influence of aggregate geochemistry[J].*Cement and Concrete Research*,1999,29(7):1019–1025.
- [15] Wang Yao,Zhou Jikai,Shen Dejian,et al.Review of study on mechanical property of aggregate-mortar interface transition zone of concrete[J].*Advances in Science and Technology of Water Resources*,2008,28(2):89–94.[王瑶,周继凯,沈德建,等.混凝土中骨料-浆体界面过渡区的力学性能研究综述[J].水利水电科技进展,2008,28(2):89–94.]
- [16] Yang Hui.Micromechanics of particulate reinforced composites[D].Nanjing:Nanjing University,Nanjing,2012.[杨慧.颗粒增强复合材料细观力学研究[D].南京:南京航空航天大学,2012.]
- [17] Ying Zongquan,Du Chengbin.A numerical method for effective elastic modulus of concrete with interfacial transition zone[J].*Engineering Mechanics*,2008,25(8):92–96.[应宗权,杜成斌.考虑界面影响的混凝土弹性模量的参数预测[J].工程力学,2008,25(8):92–96.]
- [18] Du Xiuli,Jin Liu.Research on the influence of interfacial transition zone on the macro-mechanical properties of concrete[J].*Engineering Mechanics*,2012,29(12):72–79.[杜修力,金浏.考虑过渡区界面影响的混凝土宏观力学性质研究[J].工程力学,2012,29(12):72–79.]
- [19] Zheng Jianjun,Zhou Xinzhu,Jin Xianyu.An  $n$ -layered spherical inclusion model for predicting the elastic moduli of concrete with inhomogeneous ITZ[J].*Cement and Concrete Composites*,2012,34(5):716–723.
- [20] Du Xiuli,Jin Liu.A review on meso-mechanical method for studying the static-mechanical properties of concrete[J].*Advances in Mechanics*,2011,41(4):411–426.[杜修力,金浏.混凝土静态力学性能的细观力学方法评述[J].力学进展,2011,41(4):411–426.]
- [21] Xiao Shiyun,Qiao Qianqian.Mesoscopic influence factor analysis on the equivalent elastic modulus of concrete[J].*Journal of Shenyang Jianzhu University (Natural Science)*,2015,31(4):636–643.[肖诗云,乔倩倩.混凝土等效弹性模量细观影响因素[J].沈阳建筑大学学报(自然科学版),2015,31(4):636–643.]
- [22] Duan Huiling,Wang Jianxiang,Huang Zhuping,et al.Analytical solutions for elastostatic problems of particle-and fiber-reinforced composites with inhomogeneous interphases[J].*Applied Mathematics and Mechanics*,2005,26(3):309–315.[段慧玲,王建祥,黄筑平,等.具有非均匀界面相的颗粒和纤维增强复合材料弹性静力学问题的解析解[J].应用数学和力学,2005,26(3):309–315.]
- [23] Gang Yi.Meso multiphase model of concrete with heterogeneous interfacial transition zone[D].Nanjing:Southeast University,2016.[刚毅.考虑非均质界面过渡区的混凝土多相细观模型[D].南京:东南大学,2016.]
- [24] Hashin Z.The elastic moduli of heterogeneous materials[J].*Journal of Applied Mechanics*,1962,29(1):143–150.
- [25] Hashin Z,Rosen B W.The elastic moduli of fiber-reinforced materials[J].*Journal of Applied Mechanics*,1964,31(2):223–232.
- [26] Wei P,Wang M Y,Xing X H.A study on XFEM in continuum structural optimization using a level set model[J].*Computer-Aided Design*,2010,42(8):708–719.
- [27] Amir R K.Extended finite element method:Theory and applications[M].New Jersey:Wiley,2015.

(编辑 李轶楠)

引用格式: Zhang Dongliang,Zhang Xiaoyan,Mo Jun,et al.Influence of aggregate distribution on the effective elastic modulus of concrete based on XFEM[J].*Advanced Engineering Sciences*,2019,51(3):108–113.[张东亮,张晓燕,莫军,等.基于XFEM的骨料分布对混凝土有效模量的影响[J].工程科学与技术,2019,51(3):108–113.]