高铁震源地下介质成像的理论分析

石永祥¹, 温景充¹, 宁杰远^{1,2*}

1. 北京大学地球与空间科学学院, 北京 100871;

2. 河北红山巨厚沉积与地震灾害国家野外科学观测研究站, 北京 100871

* 通讯作者, E-mail: njy@pku.edu.cn

收稿日期: 2021-03-18; 收修改稿日期: 2021-07-07; 接受日期: 2021-08-31; 网络版发表日期: 2021-12-14

河北省地震科技星火计划项目(编号: DZ20200827054)资助

摘要 文章对使用高铁源的逆时偏移成像(reverse time migration, RTM)方法进行了理论研究, 分析了高铁主动源的干涉场对成像结果的影响. 当高铁运行于高架桥上时, 离散的等间隔桥墩使得在不同频率对应的一些特定角度上形成近似球面波传播的稳定干涉波场. 这些角度附近是相干相位的稳相区, 通过叠加可以压制成像中相干噪声的影响. 由此提出了使用高铁源进行偏移成像的方法, 并通过二维与三维的声波方程数值模拟证实了这种方法的可行性. 为了压制高铁源子波与串扰噪声的影响, 采用了最小二乘法对成像结果进行迭代处理, 获得了更加清晰的成像结果. 最后, 对不同速度的高铁震源得到的成像结果进行叠加, 拓宽了频带范围, 有效克服了高铁震源分立谱特征的限制.

关键词 高铁震源, 偏移成像, 高铁干涉场

1 引言

以往用于地下介质勘探的源以单点的主动源为主, 如爆炸、气枪以及震源车等人工震源. 但是这种震源的成本高, 而且在人口密集区域使用受限. 近年出现了使用道路噪声作为被动源对地下介质观测的方法. 常见利用方式是通过互相关从记录中将源的属性消除. 当应用到公路源时, 可以抽取出经验的频散曲线信息 (Nakata等, 2011; Dou等, 2017), 然而尚缺理论证明. 而铁路源的速度稳定, 同一区间内一般只有一列车, 源的时空信息容易获得, 因而可以利用主动源的技术思路对地下介质成像. 高铁一般运行在高架桥上, 波场从固定位置的桥墩发出, 震源时间函数一致性高, 便

于叠加来增强信噪比, 是一种优质的主动源(蒋一然等, 2019). 我们在本文中, 研究如何使用这种主动源完成地下介质偏移成像的工作.

传统的数据采集方式是采集单炮的数据, 通过叠加多炮的成像结果获得更好的信噪比与成像点覆盖. 而高铁列车的长度一般远大于桥墩间距, 导致实际波场中包含了多个源, 这种源类似于勘探中的混合震源. 使用混合震源成像, 一种方法是先从混合记录中抽取出单一震源的记录, 之后再使用分离后的单一记录成像, 这便是混采分离技术(Wapenaar等, 2012). 但是由于车速稳定、桥墩等间隔排列, 高铁源属于相干源, 高铁的地下波场特征表现为干涉场(温景充等, 2019a). 这种相干性导致使用混采分离技术难以分解出单一桥

中文引用格式: 石永祥, 温景充, 宁杰远. 2022. 高铁震源地下介质成像的理论分析. 中国科学: 地球科学, 52(5): 893–902, doi: 10.1360/SSTe-2021-0065
英文引用格式: Shi Y, Wen J, Ning J. 2022. Theoretical analysis of high-speed rail seismic imaging. Science China Earth Sciences, 65(4): 714–723, <https://doi.org/10.1007/s11430-021-9840-x>

墩产生的波场。另一种混合震源成像方法是直接成像方法(Beasley, 2008; Berkhout, 2008): 通过对不同源以一定的编码方式(如不同的延时)激发, 之后使用混合的记录直接成像。这种方法也受到串扰噪声的影响。为了压制串扰噪声, 最小二乘迭代方法被应用在混合震源直接成像上(Dai等, 2010; Verschuur和Berkhout, 2011; Huang和Schuster, 2012)。这种成像策略对编码方式有要求, 如激发的时间差满足一定的随机性, 减少源的相干性, 以抑制串扰噪声的生成(Schuster等, 2011)。但是高铁列车激发桥墩的时间是线性分布的, 不满足这种方法的编码要求。想借鉴直接成像方法, 还需要从理论上进行探讨。

运行于高架桥上的高铁列车以一定速度行驶, 可以形成稳定的干涉场(温景充等, 2019b), 理想情况下这个干涉场与高铁的移动速度相同。通过理论分析, 我们发现, 在不同频率对应的特定角度上, 这种干涉场以近球面波的方式传播, 且此时能量处于极大值。同时这个角度也是相干相位的稳定点, 不同的源叠加后可以成像。而在这个角度外, 串扰噪声会在不同的源与频率叠加后相互抵消, 不会干扰成像结果。这提供了一种利用高铁震源成像的方式。我们在本文中对这种高铁源成像方式给出了理论分析, 并利用最小二乘RTM(least-square reverse time migration, LSRTM)压制震源子波与串扰噪声的影响。在声波近似下, 我们分别对三维与二维的模型做了数值实验, 得到了地下反射界面的成像结果, 表明在一定的频率范围内, 可以使用直接成像方法对地下介质成像。最后, 我们通过叠加不同速度高铁震源的成像结果, 进一步增强了成像质量。

2 高铁源成像理论

2.1 高铁源RTM

假设列车的移动速度是 v 。列车运行在高架桥上, 地面波场由桥墩激发, 令第 l 个桥墩位置为 $\mathbf{x}_s^l = (x_s^l, 0, 0)$ 。本文中假定高架桥的结构相同, 因而桥墩源的震源时间函数相同, 为 $s(\omega)$ 。我们采用声波方程来分析移动源波场特征, 这是地下介质成像中常用的近似方法(McMechan, 1989; Clapp, 2008; Schuster, 2017)。由此在给定介质速度 c 下, 以第 l 个桥墩作为源, 检波点的位置为 $\mathbf{x}_g$ 。记录到的反射波信息可以用波恩

近似表示:

$$\begin{aligned} d_l(\mathbf{x}_g) &= \sum_{\mathbf{r}'} G(\mathbf{x}_g | \mathbf{r}') m(\mathbf{r}') G(\mathbf{r}' | \mathbf{x}_s^l) s(\omega) e^{i\omega \frac{x_s^l}{v}} \\ &= \sum_{\mathbf{r}'} G(\mathbf{r}' | \mathbf{x}_g) m(\mathbf{r}') G(\mathbf{r}' | \mathbf{x}_s^l) s(\omega) e^{i\omega \frac{x_s^l}{v}}, \end{aligned} \quad (1)$$

这里的 $\omega \frac{x_s^l}{v}$ 是高铁源移动带来的相位滞后, 我们称 $\frac{x_s^l}{v}$ 为该桥墩的震源时移; $m(\mathbf{r}')$ 是地下的反射率图像, $G(\mathbf{r} | \mathbf{x})$ 是点 $\mathbf{x}$ 到 $\mathbf{r}$ 的格林函数。成像的过程即是通过式(1)求解 m 的过程。

$$\begin{aligned} m_{\text{mig}}^l(\mathbf{r}) &= \sum_{\omega} \sum_{\mathbf{x}_g} \overbrace{G(\mathbf{r} | \mathbf{x}_g)^* d_l(\mathbf{x}_g) G(\mathbf{r} | \mathbf{x}_s^l)^* s(\omega) e^{i\omega \frac{x_s^l}{v}}}_{p_l^*(\mathbf{r})} \\ &= \sum_{\omega} |s(\omega)| \sum_{\mathbf{r}'} \sum_{\mathbf{x}_g} G(\mathbf{r} | \mathbf{x}_s^l)^* G(\mathbf{r}' | \mathbf{x}_s^l) \\ &\quad \times G(\mathbf{r} | \mathbf{x}_g)^* G(\mathbf{r}' | \mathbf{x}_g) m(\mathbf{r}'), \end{aligned} \quad (2)$$

$m_{\text{mig}}^l(\mathbf{r})$ 是只以第 l 号桥墩为源对地下成像的结果。其中 $\mathbf{q}_l$ 是 l 号桥墩引发的反射波的反传波场, $\mathbf{p}_l$ 是 l 号桥墩的正传波场。但是在实际数据采集过程中, 从一列车的数据中分离出单一桥墩产生的波场依然是困难的, 因而只能采用混合震源直接成像的方法。

所以令 $\mathbf{p}(\mathbf{r}) = \sum_k \mathbf{p}_k(\mathbf{r})$, $\mathbf{q}(\mathbf{r}) = \sum_l \mathbf{q}_l(\mathbf{r})$, 两个新的求和项 k 、 l 分别表示在正传场与反传场的桥墩源位置。从而移动源直接成像的结果 $m_{\text{mig}}(\mathbf{r})$ 为

$$\begin{aligned} m_{\text{mig}}(\mathbf{r}) &= \mathbf{q}(\mathbf{r}) \mathbf{p}^*(\mathbf{r}) = \sum_k \sum_l \mathbf{q}_k(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{p}_k^*(\mathbf{r}) \\ &= \sum_l \mathbf{q}_l(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{p}_l^*(\mathbf{r}) + \sum_{k \neq l} \sum_l \mathbf{q}_k(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{p}_k^*(\mathbf{r}) \\ &= \sum_l m_{\text{mig}}^l(\mathbf{r}) + \sum_{k \neq l} \sum_l \mathbf{q}_k(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{p}_k^*(\mathbf{r}). \end{aligned} \quad (3)$$

对于主动源, 可以通过一定的编码方式与叠加来压制式(3)中第二项的串扰项。对于高铁源的情况, 类似的编码方式要求震源时移是随机的, $\left\langle e^{i\omega \frac{x_s^l - x_s^k}{v}} \right\rangle = \delta_{k,l}(\langle \rangle$ 为对 k 、 l 做平均)(Schuster等, 2011)。但显然当桥墩间距 L 相同且高铁运行速度不变时, 高铁源不满足这个条件。我们将式(3)展开:

$$\begin{aligned}
m_{\text{mig}}(\mathbf{r}) &= \sum_k \sum_l \mathbf{q}_k(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{p}_k^*(\mathbf{r}) \\
&= \sum_\omega |\mathbf{s}(\omega)|^2 \sum_{\mathbf{r}'} \sum_{\mathbf{x}_s^k} \sum_{\mathbf{x}_g^l} G(\mathbf{r} | \mathbf{x}_s^k)^* G(\mathbf{r} | \mathbf{x}_g^l) \\
&\quad \times G(\mathbf{r}' | \mathbf{x}_g^l) m(\mathbf{r}') G(\mathbf{r}' | \mathbf{x}_s^k) e^{i\omega \frac{\mathbf{x}_s^l - \mathbf{x}_s^k}{v}} \\
&= \sum_\omega |\mathbf{s}(\omega)|^2 \sum_{\mathbf{r}'} \sum_{\mathbf{x}_s^k} \sum_{\mathbf{x}_g^l} G(\mathbf{r} | \mathbf{x}_s^k)^* G(\mathbf{r} | \mathbf{x}_g^l) \\
&\quad \times G(\mathbf{r}' | \mathbf{x}_g^l) m(\mathbf{r}') G(\mathbf{r}' | \mathbf{x}_s^k) A(\mathbf{x}_s^k, \mathbf{r}') e^{i\phi(\mathbf{x}_s^k, \mathbf{r}')}. \quad (4)
\end{aligned}$$

与式(3)相同, 式(4)包含了双重震源位置的求和, 意味着源与源之间的相互干扰. 为了简化表达, 定义

$$A(\mathbf{x}_s^k, \mathbf{r}') e^{i\phi(\mathbf{x}_s^k, \mathbf{r}')} = \sum_l \frac{G(\mathbf{r}' | \mathbf{x}_s^l)}{G(\mathbf{r}' | \mathbf{x}_s^k)} e^{i\omega \frac{\mathbf{x}_s^l - \mathbf{x}_s^k}{v}}, \text{ 从而:}$$

$$\begin{aligned}
m_{\text{mig}}(\mathbf{r}) &= \sum_\omega |\mathbf{s}(\omega)|^2 \sum_{\mathbf{r}'} \sum_{\mathbf{x}_s^k} \sum_{\mathbf{x}_g^l} G(\mathbf{r} | \mathbf{x}_s^k)^* G(\mathbf{r} | \mathbf{x}_g^l) \\
&\quad \times G(\mathbf{r}' | \mathbf{x}_g^l) m(\mathbf{r}') G(\mathbf{r}' | \mathbf{x}_s^k) A(\mathbf{x}_s^k, \mathbf{r}') e^{i\phi(\mathbf{x}_s^k, \mathbf{r}')}. \quad (5)
\end{aligned}$$

这样 $A(\mathbf{x}_s^k, \mathbf{r}') e^{i\phi(\mathbf{x}_s^k, \mathbf{r}')}$ 就包含了其他桥墩对 k 号桥墩波场的干扰, 我们称 A 是相干振幅, ϕ 是相干相位. 只有当 $A e^{i\phi} \equiv 1$ 时, 桥墩源才可以看成独立不相干点源. 将式(5)里的所有格林函数用走时与振幅的形式表达出来, 并将格林函数的振幅项表达为 $B(\mathbf{x}_s^k, \mathbf{x}_g, \mathbf{r}, \mathbf{r}')$, 则得到下式:

$$\begin{aligned}
m_{\text{mig}}(\mathbf{r}) &= \sum_\omega |\mathbf{s}(\omega)|^2 \sum_{\mathbf{r}'} \sum_{\mathbf{x}_s^k} \sum_{\mathbf{x}_g^l} A(\mathbf{x}_s^k, \mathbf{r}') B(\mathbf{x}_s^k, \mathbf{x}_g, \mathbf{r}, \mathbf{r}') \\
&\quad \times m(\mathbf{r}') e^{i[-\omega t_{\mathbf{x}_s^k, \mathbf{r}'} + \omega t_{\mathbf{x}_s^k, \mathbf{r}'} - \omega t_{\mathbf{x}_g, \mathbf{r}'} + \omega t_{\mathbf{x}_g, \mathbf{r}'} + \phi(\mathbf{x}_s^k, \mathbf{r}')]} \quad (6)
\end{aligned}$$

对于走时项 $e^{i[-\omega t_{\mathbf{x}_s^k, \mathbf{r}'} + \omega t_{\mathbf{x}_s^k, \mathbf{r}'} - \omega t_{\mathbf{x}_g, \mathbf{r}'} + \omega t_{\mathbf{x}_g, \mathbf{r}'}]}$ 的部分, 当 $\mathbf{r} = \mathbf{r}'$ 时, $-\omega t_{\mathbf{x}_s^k, \mathbf{r}'} + \omega t_{\mathbf{x}_s^k, \mathbf{r}'} - \omega t_{\mathbf{x}_g, \mathbf{r}'} + \omega t_{\mathbf{x}_g, \mathbf{r}'} = 0$, 走时相差为零, 正传场与反传场相遇在真正的反射点处, 叠加能量最大. 而当 $\mathbf{r} \neq \mathbf{r}'$ 时, 正传场与反传场没有相遇在真正的反射点处, 叠加能量几乎为零. 因而我们可以将式(6)中走时项近似为 $\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ (Schuster, 2017), 从而:

$$\begin{aligned}
m_{\text{mig}}(\mathbf{r}) &= \sum_\omega |\mathbf{s}(\omega)|^2 \sum_{\mathbf{r}'} \sum_{\mathbf{x}_s^k} \sum_{\mathbf{x}_g^l} A(\mathbf{x}_s^k, \mathbf{r}') B(\mathbf{x}_s^k, \mathbf{x}_g, \mathbf{r}, \mathbf{r}') \\
&\quad \times m(\mathbf{r}') \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') e^{i\phi(\mathbf{x}_s^k, \mathbf{r}')} \\
&= \sum_\omega |\mathbf{s}(\omega)|^2 \sum_{\mathbf{x}_s^k} \sum_{\mathbf{x}_g^l} A(\mathbf{x}_s^k, \mathbf{r}) B(\mathbf{x}_s^k, \mathbf{x}_g, \mathbf{r}, \mathbf{r}) \\
&\quad \times m(\mathbf{r}) e^{i\phi(\mathbf{x}_s^k, \mathbf{r})}, \quad (7)
\end{aligned}$$

其中 $\mathbf{s}(\omega)$ 、 B 和相干振幅 A 不会影响成像界面位置, 因而

$m_{\text{mig}}(\mathbf{r}) \sim \sum_{\mathbf{x}_s^k} m(\mathbf{r}) e^{i\phi(\mathbf{x}_s^k, \mathbf{r})}$. 当 $\phi \equiv 0$ 时, 其他桥墩对 k 号桥墩波场没有相位干扰, 因而成像出的界面位置是正确的, 此时对应的就是单一点源的成像方法. 但是在高铁源成像中, 此时依然存在相干相位 ϕ , 即其他桥墩造成的相位影响. 当 $\phi > 0$ 时, 成像出的界面位置会下移, 当 $\phi < 0$ 时, 界面位置会向上移. 但是由于 ϕ 在对 $\mathbf{x}_s^k$ 的求和项中, 如果 ϕ 存在稳相点且稳相点处相干相位近似为 0, 那么稳相点处的能量能叠加起来, 而 $\phi \neq 0$ 的区域就会相互抵消, 只保留 $\nabla \phi = 0$ 处的像 (Bleistein, 1984), 就能得到正确的界面位置. 因而我们需要发现 ϕ 的稳相点, 来寻找相干相位不干扰成像的区域.

2.2 高铁源干涉场的影响

在 2.1 节中, 我们定义了 $A(\mathbf{x}_s^k, \mathbf{r}) e^{i\phi(\mathbf{x}_s^k, \mathbf{r})} =$

$$\sum_l \frac{G(\mathbf{r} | \mathbf{x}_s^l)}{G(\mathbf{r} | \mathbf{x}_s^k)} e^{i\omega \frac{\mathbf{x}_s^l - \mathbf{x}_s^k}{v}}, \text{ 这里分析相位项 } \phi \text{ 与对应的高铁}$$

干涉场特征. 为简化表达, 假定地下介质为均匀模型, 由于高铁源的平移对称性, $\phi(\mathbf{x}_s^k, \mathbf{r}) = \phi(\mathbf{r} - \mathbf{x}_s^k)$, 从而 $\nabla_{\mathbf{x}_s^k} \phi(\mathbf{x}_s^k, \mathbf{r}) = \nabla_{\mathbf{r}} \phi(\mathbf{r} - \mathbf{x}_s^k)$. 设定介质速度为 c , $\mathbf{x}_s^k = \mathbf{x}_s^0 = 0$, $|\mathbf{r}| \gg NL$. 在实际中, NL 约为车长, 反映了高铁源的相干长度. 先考虑远场的情况, 令 $\mathbf{r}$ 与地面夹角 (列车行进方向) 为 θ (如图 1 所示).

$$\begin{aligned}
A(\mathbf{x}_s^k, \mathbf{r}) e^{i\phi(\mathbf{x}_s^k, \mathbf{r})} &= \sum_{n=-N}^N \frac{G(\mathbf{r} | nL)}{G(\mathbf{r} | 0)} e^{i\omega \frac{nL}{v}} \\
&\approx |\mathbf{r}| \sum_{n=-N}^N \frac{1}{|\mathbf{r}| - nL \cos \theta} e^{i\omega n \left(\frac{L}{v} - \frac{L \cos \theta}{c} \right)} \\
&= 1 + |\mathbf{r}| \sum_{n=1}^N \left[\frac{1}{|\mathbf{r}| - nL \cos \theta} e^{i\omega n \left(\frac{L}{v} - \frac{L \cos \theta}{c} \right)} \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{|\mathbf{r}| + nL \cos \theta} e^{-i\omega n \left(\frac{L}{v} - \frac{L \cos \theta}{c} \right)} \right] \\
&= 1 + \sum_{n=1}^N 2 \cos \omega n \tau + i \sum_{n=1}^N 2 \frac{nL \cos \theta}{|\mathbf{r}|} \sin \omega n \tau. \quad (8)
\end{aligned}$$

其中, $\tau = \frac{L}{v} - \frac{L \cos \theta}{c}$. 对于 $\theta \approx \frac{\pi}{2}$, 当 $\omega \tau(\theta) = 2n\pi$,

图1 高铁源RTM示意图

其中 l 号桥墩($\mathbf{x}_s^l$)处发出的波经 $\mathbf{r}'$ 反射后被 $\mathbf{x}_g$ 点接收,所有桥墩的反射叠加在一起形成记录 $d(\mathbf{x}_g)$.将 $d(\mathbf{x}_g)$ 反传即为反传场 $\mathbf{q}(\mathbf{r})$. k 处桥墩发出的波形成了正传场,对所有的桥墩波场进行叠加形成 $\mathbf{p}(\mathbf{r})$.之后 $\mathbf{p}(\mathbf{r})$ 与 $\mathbf{q}(\mathbf{r})$ 的互相关结果的便是高铁源的RTM结果

$n \in \mathbb{Z}^+$ 时, $\phi(\theta)$ 取到极值0. 对于 $\theta \neq \frac{\pi}{2}$, 由于 $\frac{nL\cos\theta}{|\mathbf{r}|} \ll 1$, 在 $\omega\tau(\theta) = 2n\pi$, $n \in \mathbb{Z}^+$ 附近, ϕ 的实部远大于虚部, 可以近似此时 $\phi(\theta)$ 取到极值0. 在 $\omega\tau(\theta) = 2n\pi$, $n \in \mathbb{Z}^+$ 对应的这个方向, τ 是周期的整数倍, 不同桥墩源的干涉增强了信号但是没有相位干扰, 波场近似为球面波. 当 $n=1$ 时, θ 的表达式为

$$\cos\theta = \frac{c}{v} - \frac{2\pi c}{\omega L}. \quad (9)$$

我们将之称为高铁干涉场的基阶主瓣. 在数值模拟中基阶主瓣的角度与 ϕ 的极值点分布拟合较好(见图2a; 网络版附图A1, <http://earthcn.scichina.com>). 以下的理论中只讨论基阶主瓣的情况, 高阶与旁瓣现象会导致 $\phi(\theta)$ 存在多个极值点, 几何形态比较复杂(见附图A2). 同时对于 $NL \gg |\mathbf{r}|$ 的近场情况, 极值点的分布依然在主瓣角度上(见图2b), 只是在极值点上 $\phi = \frac{\pi}{4}$ (见网络版附录B), 存在一定的偏移.

以上我们得知, $\nabla_{\mathbf{r}} \phi(\mathbf{r} - \mathbf{x}_s^k) = 0$ 的解存在于一条直线上, 假定 $\nabla_{\mathbf{r}} \phi(\mathbf{r} - \mathbf{x}_s^k) \Big|_{\mathbf{r} - \mathbf{x}_s^k = \mathbf{Y}} = 0$. 那么式(7)变为

$$\begin{aligned} m_{\text{mig}}(\mathbf{r}) &= \sum_{\omega} |s(\omega)|^2 \sum_{\mathbf{x}_g} A(\mathbf{x}_s^k, \mathbf{r}) B(\mathbf{x}_s^k, \mathbf{x}_g, \mathbf{r}, \mathbf{r}) \\ &\quad \times m(\mathbf{r}) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{x}_s^k - \mathbf{Y}) e^{i\phi(\mathbf{Y})} \\ &= \sum_{\omega} |s(\omega)|^2 C(\mathbf{r}, \omega) m(\mathbf{r}) H(\mathbf{r}, \omega). \end{aligned} \quad (10)$$

因为只是求和, 所以这里使用 δ 函数在数学上是不严格

的, 只是一种替代 $e^{i\phi(\mathbf{x}_s^k, \mathbf{r})}$ 的近似表示. 其中 $C(\mathbf{r}, \omega)$ 是受到振幅项 A 和 B 影响导致的成像振幅变化, 可以通过照明补偿等方式抑制它的影响. H 由 $\delta(\mathbf{r} - \mathbf{x}_s^k - \mathbf{Y}) e^{i\phi(\mathbf{Y})}$ 引入. 对于介质中一点 $\mathbf{r}$, 当存在 $\mathbf{x}_s^k$ 使得 $\mathbf{r} - \mathbf{x}_s^k = \mathbf{Y}$ 时, $H(\mathbf{r}, \omega) = e^{i\phi(\mathbf{Y})} \approx 1$ (远场下), 此时 $\mathbf{r}$ 在 k 号桥墩的干涉场主瓣上, 否则 H 近似为0. 在二维情况, $\mathbf{Y}$ 是一条射线, 当桥墩无限长时 $\mathbf{x}_s^k + \mathbf{Y}$ 可以扫描全空间(如图3所示). 在三维情况下, 由于以上的 θ 是与列车行进的夹角, 因而主瓣关于列车行进方向轴对称, 是一个圆锥形状, 与水平界面交于一条双曲线上, $\mathbf{x}_s^k + \mathbf{Y}$ 同样可以扫描全空间. 我们忽略掉 $s(\omega)$ 与 C 的影响后得到 $m_{\text{mig}}(\mathbf{r}) \approx m(\mathbf{r})$.

2.3 高铁源LSRTM

为了将式(10)中的 $s(\omega)$ 与 C 的影响尽可能的去除, 我们选择了迭代最小二乘成像的方法(LSRTM). 将式(1)用矩阵的方式来写:

$$\begin{aligned} d_k(\mathbf{r}) &= \mathbb{L}_k m(\mathbf{r}), \\ \mathbb{L}_k^{\mathbf{x}_g^k \mathbf{r}} &= G(\mathbf{x}_g^k | \mathbf{r}) G(\mathbf{r} | \mathbf{x}_s^k) s(\omega) e^{i\omega \frac{\mathbf{x}_s^k}{v}}. \end{aligned} \quad (11)$$

设定目标函数为 $\epsilon(m) = \left| \sum_k d_k - \sum_k \mathbb{L}_k m(\mathbf{r}) \right|^2$, 则迭代格式如下:

$$m^{t+1}(\mathbf{r}) = m^t(\mathbf{r}) - \alpha^t \mathbb{P} m_{\text{mig}}^t(\mathbf{r}), \quad (12)$$

式中, $\mathbb{P}$ 是预条件矩阵, 代表照明补偿方法. α^t 为第 t 步的步长. 为提高迭代效率, 实际运算中我们采用共轭梯度法进行迭代求解(Barrett等, 1994).

3 数值实验与结果

为了验证以上方法的可行性, 我们分别对测线沿高铁线和垂直高铁线两种情况, 用声波方程进行数值模拟. 方程的求解使用四阶有限差分, 地表为自由表面, 其余为吸收边界. 源的参数被选择为: 列车速度 $v=80\text{ m s}^{-1}$, 桥墩间距 $L=30\text{ m}$, 每个桥墩震源为八节车厢通过时产生的振动. 考虑到实际的高铁源是以分立谱为主要特征, 且主频 f_m 与单节车厢长度 L_c 有关($f_m = \frac{v}{L_c}$), 车厢长度为 25 m (张固澜等, 2019). 这里

图 2 ϕ 在不同列车长度下的分布

黑色线内为 $|\nabla \phi| \approx 0$ 的区域. 红色线是计算出的主瓣方向. 介质速度结构为 500 m s^{-1} , 桥墩间距为 30 m , 频率选择为 3 Hz , 高铁速度为 80 m s^{-1}

图 3 高铁源成像中相干相位的影响

(a) 中绿色线为不同桥墩对应的稳定点位置; 黑色虚线为真实反射点 $m(\mathbf{r})$ 的位置; 红色虚线为 $m(\mathbf{r})e^{i\phi}$, 即单一桥墩成像时受到相干相位 ϕ 影响后发生的成像界面偏移. 多个桥墩成像结果的叠加可以消除界面偏移处, 只保留真实位置处的能量. (b) 示意了多个频率成像过程. ϕ 在不同的频率对应不同的稳定点角度, 红色线与绿色线分别是两个频率下的 $\phi(\mathbf{x}_s^k, \mathbf{r})$ 稳定点位置. 由于波场左侧没有能量, 波场右侧反射波反射到区域外, 只有中间包含多个频率的部分可以成像. 但当左右边界在无限远处, 成像区域就包含了界面所有部分

我们选择基频来测试, 对应的子波的主频为 3.2 Hz (见图 4a), 主要能量在 $2.8 \sim 3.6 \text{ Hz}$. 这里只考虑从左往右一种列车的行进方向, 通过给不同的桥墩设置时间延迟来模拟列车的前进.

3.1 沿铁路测线

对于沿铁路的测线, 检波点位于高架桥的正下方, 以相同的 15 m 间距排列. 为了节省运算量, 这里的数值模拟使用二维模型. 我们设计了多个不同的双层介质模型, 使得界面分别为水平、倾斜以及波浪状, 见图 5. 用于成像的参考模型为 $c=500 \text{ m s}^{-1}$ 的均匀介质, 与第一层的速度相同. 模拟记录见图 4b. 反射波信息通过图 4b 减去参考模型下的直达波记录得到.

成像结果如图 6 所示. 对于水平层模型 (图 5a), 成像结果在图 6a 和 6b, 其中 LSRTM 的结果经过了 9 次迭代. 没有经过迭代的 RTM 结果在模型的中间可以看到比较清晰的界面反射信息, LSRTM 的方法则增加了 RTM 结果的对比度, 消除了一些假象. 源的最低频约为 2.8 Hz , 因而有能量的频率下高铁干涉场的主瓣倾角最大为 70° , 最小角度 0° 对应频率 3.2 Hz . 这种频率分布在背离高铁方向没有能量, 会在边界形成三角形的成像阴影区域. 左边界的成像阴影是因为

此处几乎没有桥墩的主瓣覆盖, 自然也没有反射波 (见图 6a). 在这种低能量区域施加照明补偿条件会在 RTM 结果中产生假象, 所以我们在二维情况下没有添加照明补偿条件. 右边界的成像阴影则是由于这里的反射波被反射到计算区域外, 没有被接收到. 真实可成像的区域是一个梯形. 我们数值实验中界面的深度在 750 m , 因而距边界超过 1300 m 的区域才能形成足够清晰的像. 而 LSRTM 方法可以一定程度上将这个范围缩小.

我们测试了两个倾斜的界面, 倾角 α 分别满足 $\alpha > \pi/2$ (图 5b) 和 $\alpha < \pi/2$ (图 5c). 当 $\alpha > \pi/2$ 时, 成像结果中能量最大的位置向右偏移 (图 6c 和 6d). 这里因为左边界相比于水平层模型更深, 成像阴影区域右移. 而右边界界面变浅, 反射波能量变大, 因而成像更清晰, 同时右边界阴影区域右移. 从而总体的效果是成像区域右移. 而当 $\alpha < \pi/2$ 时, 成像结果中能量最大的位置向左偏移, 且由于主瓣倾角与界面倾角共同作用, 成像清晰度 (图 6e 和 6f) 总体差于模型 1 和 2. 此时界面倾角小于 $\pi/2$ 带来了更大的入射角, 反射波能量变小且更容易反射到区域外无法被接收到, 因而右边界的成像阴影变大, 成像区域整体左移.

对于波浪型的界面 (图 5d), 成像结果如图 6g 和图

图4 模拟列车震源时间函数与模拟记录

(a)为高铁桥墩的震源时间函数部分, 包含8个车厢. (b)为平层介质(图5a)下的模拟记录. 记录的实际长度约70s, 这里只展示了部分. (c)为模拟记录中的反射波信息. 可以看到, 反射波能量存在于列车到达前. (b)和(c)中的红线为列车头部到达时间, 蓝线标注了列车尾部离开时间

图5 用于测试的二维双层介质模型

第一层介质速度为 $c=500\text{m s}^{-1}$, 第二层介质速度为 $c=600\text{m s}^{-1}$

6h 所示. 由于界面的两个波谷处于较深的位置, 处于成像阴影区域, 因而都没有清晰的成像出来. 在中间部分, 背向高铁前进方向的界面在成像结果完全看不到, 原因是主瓣倾角与此处的倾斜界面共同作用, 主瓣的反射波没有被反射到地表(图6g绿线所示).

3.2 垂直铁路测线

在这部分, 我们测试了垂直铁路分布的测线的成像效果. 当测线垂直铁路时, 只能使用三维模型. 检波点的间距为15m, 线间距为150m, 如图7a所示. 源的设置与二维模型相同, 桥墩间距为30m, 在 $x=1500\text{m}$ 处. 由于三维成像的运算时间过长, LSRTM方法只迭代了3次.

我们分别选择了三个双层介质模型, 分别为: 水平界面(图7a), 倾斜界面(图7c)以及一个有断层的界面(图7e). 水平界面的结果如图7b 所示. 在 $x=1500\text{m}$ 的截面

上, 结果与二维模型的相似. 由于高铁源不是真正的三维源, 对边缘界面没有约束力, 在 $y=1500\text{m}$ 的截面上可以看到成像结果的两侧会翘起. 翘起的位置为检波点到高铁线最大距离的一半. 倾斜界面的结果如图7d所示, 可以在垂直高铁线的剖面上看到界面的倾斜. 图7f为带断层模型的成像结果, 断层面在 $x=1725\text{m}$ 处. 可以在结果中看到断层的出现, 但是偏移结果中没能清晰展示出抬高后界面的位置. 这是因为抬高后的界面更浅且靠近边缘, 因而无法清晰成像.

4 讨论

4.1 高铁源成像质量分析

如图4a所示, 高铁震源子波相比于同频率下的Ricker子波, 其单频成分更加突出, 存在多个车厢造成

图 6 用于测试的双层模型成像结果与主瓣示意图

列车的行进方向是从左向右, 实线表示主瓣方向, 虚线为主瓣经界面反射后的方向. 图(a)、(c)和(e)中红实线示意第一个桥墩发出的主瓣角度(约为最低频率主瓣角度的一半), 而绿色线以右的桥墩的主瓣反射波在绿色虚线以右, 无法被接收到. 因而红色实线以左与绿色虚线以右RTM结果不清晰, 是成像阴影区. 图(g)中绿色线示意在波浪形界面的影响下主瓣反射波被反射到区域外

的峰值. 这多个峰在成像过程中会相互干扰, 在非成像界面处也会有较大的能量. 因而高铁源成像过程不仅受到不同源产生的影响, 也受到子波单频特征的影响. 我们在这里讨论两个因素对成像质量的影响.

设置桥墩的震源子波为3.2Hz的Ricker子波, 施加方式为非混响状态, 即各桥墩之间不存在相互干扰, 之后使用传统的RTM成像方法对二维模型1成像. 结果如图8a所示. 我们也将高铁震源子波设置为3.2Hz的Ricker子波进行高铁源成像, 结果如图8b所示. 可以看到Ricker子波在高铁源成像方式下产生了假象. 但是由于Ricker子波频带覆盖比较好(2~5Hz), 主瓣角度从0到 π 都有覆盖, 成像出的界面能量依然很大, 分辨率也比较高. 成像结果中没有明显的阴影区, 只是边缘成像质量比较差.

我们也设置了高铁震源子波的RTM成像结果作为比较, 像结果如图8c所示. 可以看到, 频带较窄的高铁震源子波与Ricker子波成像特征相似. 二者都受射线覆盖影响, 两侧能量较弱, 在中心能量更强. 同时由于高铁震源会产生相邻波峰之间的周期跳, 地下成像结果在界面附近会存在较多的假象, 表现为出现多个能量较弱的水平界面(图8c箭头处). 相比于图8b和8c, 使用高铁子波的高铁源RTM所成的像(图8d)深度空间分辨率更低, 同时也会受到震源子波周期跳的影响. 但是由于成像阴影区的存在, 所成的像在靠近边界处能量较小, 所以在图8c箭头指示的假象没有表现出来. 同时由于特殊的高铁源成像方式, 子波周期跳所产生的假象出现在四个角处(图8d箭头处), 且存在一定的倾斜.

图7 用于测试的三维速度模型高铁源LSRTM成像结果

图(a)、(c)、(e)为模型速度分布. 第一层为 500m s^{-1} , 第二层为 600m s^{-1} . 在 $z=0\text{m}$ 处的绿点为检波点位置, 红点为桥墩位置, 列车行驶方向为 y 轴方向. 速度模型图中的白色半透明曲面为第一个桥墩主瓣位置示意图, 形状为一个半圆锥. 红色半透明曲面是随列车移动后主瓣扫过的界面部分, 也即成像区域的直观表示

成像结果中的假象部分是子波频带较窄产生的, 压制这些假象的方式就是在成像过程中加入更多的频率成分. 考虑到震源子波的主频与列车速度有关, 一种方法就是叠加不同速度的列车震源所成的像. 这样叠加出来的像就可以包含更多的频率成分, 从而一定程度上减少假象. 我们在二维模型1上做了相关实验, 设置高铁速度从 70m s^{-1} (252km h^{-1})到 100m s^{-1} (360km h^{-1}), 速度间距为 5m s^{-1} , 产生了7列不同速度的列车用于成像. 从而对应的高铁震源主频为从 2.8Hz 变化到 4Hz . 根据式(9), 主频对应的角度为

$$\cos\theta(v) = \frac{c}{v} \left(1 - \frac{L_c}{L} \right). \quad (13)$$

对于我们设定的地下介质速度, 以上不同速度对应的7个震源子波在其频率范围内都可以形成主瓣来成像. 叠加后的成像结果如图8e所示. 可以看到, 叠加之后的结果中, 单一速度列车成像产生的对称假象被

消除, 只保留了界面处的能量, 与使用Ricker子波所成的像更加接近. 但是相比于频率成份更加丰富的Ricker子波($2\sim 5\text{Hz}$), 叠加后的界面分辨率依然不如Ricker子波RTM的结果(图8a).

4.2 干涉场主瓣变化特征

在高铁线所在的剖面上, 主瓣的射线参数为 $\mathbf{P} = \frac{\cos\theta}{c} = \frac{1}{v} - \frac{2\pi}{\omega L}$. 在固定的频率下, 主瓣的射线参数是固定的, 因而主瓣的传播也遵循射线理论(如图9). 考虑到深部地下的波速一般远大于车速 v , 因而可形成主瓣的频带会变得更窄. 对于基频而言, 当 $f=L/v$ 时, 对应的是列车通过高架桥的频率(桥频). 这时高铁波场的主瓣是垂直高铁线传播, 射线参数是0, 所以可以不受地下介质速度的影响, 传播到地下很远. 对于桥频的倍频 $f=nL/v$, 主瓣的倾角与基频相同, 也是垂直高铁线传播的, 同时可用的频率范围会更宽. 这种传播方

图 8 不同源与成像方式对成像质量的影响

(a) 使用 3.2 Hz 的 Ricker 子波分别激发, 对二维模型 1 的 RTM 成像结果; (b) 将桥墩激发的子波设置为 Ricker 子波后, 模拟 80 m s^{-1} 运行的列车激发, 得到的高铁源 RTM 成像结果; (c) 将高铁震源子波分别激发生成的 RTM 成像结果; (d) 高铁源 RTM 成像, 高铁速度为 80 m s^{-1} ; (e) 将多个速度的高铁震源生成的成像结果叠加, 得到增强的结果. 其中 (c), (d) 中的箭头指示成像假象的位置

图 9 二维模型 1 传播过程中主瓣倾角变化
频率选择为 3.0 Hz, 红色线为主瓣位置

式可以用来对更深的地壳界面进行探测. 一种可行的做法是在高铁的桥墩正下方放置检波器, 在列车驶过后, 在桥频与倍频波段, 经深部界面反射的波会出现在尾波中, 可以分析其到时, 获得深部的介质信息.

在其他剖面上, 由于主瓣关于高铁运行方向轴对称, 因而主瓣的反射波需要遵循三维介质中的反射方式. 同时在三维成像时与二维成像类似的阴影区域也会存在, 这一点在图 7 中有展现. 考虑到主瓣大体是一个锥形, 其他剖面上高铁主瓣的射线参数会变大, 也即更加贴近地表方向. 因而相比于在高铁线所在的剖面, 其他剖面上高铁主瓣的穿透深度会有所下降. 在分层

介质中, 这会使得高铁波场的面波发育很好. 高铁干涉场的主瓣特征并不只存在于体波的传播中, 面波传播中同样存在. 在式 (4) 的分析中可以看到, 当公式中存在对高铁源的两次求和时, 主瓣所带来的角度效应就会出现. 因而在使用互相关的方法求解两个检波点之间的面波相速度时, 只有桥频及其倍频是可信的.

5 结论

我们给出了一种使用移动的高铁作为主动源对地下介质成像的理论方法, 并在数值实验上证明了这种方法的可行性. 当高铁在高架桥上运行时, 由于桥墩间隔近似相同, 因而地下的波场为稳定的干涉场. 在一定的频率范围内, 这种干涉场在特定的角度能量是叠加的, 且向径向传播. 我们发现这个角度附近是成像过程中相干相位的稳定点, 从而可以通过对所有桥墩的叠加消除串扰噪声, 最终成像. 这种成像方法与传统的主动源的成像不同. 在特定频率上, 有效波场对应的射线参数是固定的, 对不同倾角的界面敏感程

度不同。因而成像时选取的源频率参数会很大程度上影响成像的结果,甚至无法成像。同时我们也对高铁源成像质量进行了讨论,发现窄频率的震源与混响成像的方式对成像质量都有比较大的影响,二者都会产生一些假象,但是假象的特征不完全相同。而叠加不同速度列车成像的结果,可以增加频率成份,一定程度上压制假象,提高高铁震源的成像质量。

由于RTM成像结果就是全波形反演等方法的梯度,以上的分析对使用高铁源做全波形反演依然适用。因而本文中的方法也为使用高铁源的地下介质速度反演提供了新的思路。但是将以上的方法应用到实际数据上依然存在很多挑战。例如,由于实际记录中反射波与直达波在时间域是混在一起的,比较难将之分开。另一方面,实际记录是弹性介质中产生的,而本文中的分析是基于声波方程。而且以上是高铁运行于高架桥上的成像方式,但地面上运行的高铁波场与之不同,需要新的成像方法。另外,本文中讨论的成像方法要求形成干涉场主瓣,因而只在一定频带内适用,限制了方法的应用。在频带外的成像方法还需要进一步的讨论。文中假定目标反射面以上的介质速度不变,为的是在最简情况下介绍方法的基本原理。在实际应用中,与传统逆时偏移成像中的方法一样,需要考虑介质不均匀对成像质量的影响。

致谢 在论文完成过程中与北京大学的蒋一然、殷常阳、伍晗,中国科学院地质与地球物理研究所李幼铭研究员,以及阿卜杜拉国王科技大学的Gerald SCHUSTER教授进行了深入讨论,同时匿名审稿人提出了许多宝贵的建设性意见,在此一并致谢。本研究工作得到北京大学高性能计算校级公共平台支持。

参考文献

蒋一然,鲍铁钊,宁杰远,张献兵. 2019. 高架桥下方高铁地震信号频谱特征研究. 北京大学学报: 自然科学版, 55: 829–838
温景充,鲍铁钊,冯永革,宁杰远. 2019a. 北京大学道路地震学观测台阵设计及数据特点. 北京大学学报: 自然科学版, 55: 791–797
温景充,宁杰远,张献兵. 2019b. 高铁地震波场特点的理论分析. 北

- 京大学学报: 自然科学版, 55: 813–822
张固澜,何承杰,李勇,段景,王婷一,詹熠宗,杜皓,罗帆. 2019. 高铁地震震源子波时间函数及验证. 地球物理学报, 62: 2344–2354
Barrett R, Berry M, Chan T F, Demmel J, Donato J M, Dongarra J, Eijkhout V, Pozo R, Romine C, der Vorst H V. 1994. Templates for the solution of linear systems: Building blocks for iterative methods. SIAM, doi: 10.1137/1.9781611971538
Beasley C J. 2008. A new look at marine simultaneous sources. [Leading Edge](#), 27: 914–917
Berkhout A J G. 2008. Changing the mindset in seismic data acquisition. [Leading Edge](#), 27: 924–938
Bleistein N. 1984. *Mathematical Methods for Wave Phenomena*. Orlando: Academic Press
Clapp R G. 2008. Reverse time migration: Saving the boundaries. Stanford Exploration Project, SEP-136. 136–144
Dai W, Boonyasiriwat C, Schuster G T. 2010. 3D Multi-source Least-squares Reverse Time Migration. In: SEG Technical Program Expanded Abstracts. 2010. 3120–3124
Dou S, Lindsey N, Wagner A M, Daley T M, Freifeld B, Robertson M, Peterson J, Ulrich C, Martin E R, Ajo-Franklin J B. 2017. Distributed acoustic sensing for seismic monitoring of the near surface: A traffic-noise interferometry case study. [Sci Rep](#), 7: 11620
Huang Y, Schuster G T. 2012. Multisource least-squares migration of marine streamer and land data with frequency-division encoding. [Geophys Prospect](#), 60: 663–680
McMechan G A. 1989. A review of seismic acoustic imaging by reverse-time migration. [Int J Imag Syst Technol](#), 1: 18–21
Nakata N, Snieder R, Tsuji T, Lerner K, Matsuoka T. 2011. Shear wave imaging from traffic noise using seismic interferometry by cross-coherence. [Geophysics](#), 76: SA97–SA106
Schuster G T. 2017. *Seismic Inversion*. Tulsa: SEG Publishing
Schuster G T, Wang X, Huang Y, Dai W, Boonyasiriwat C. 2011. Theory of multisource crosstalk reduction by phase-encoded statics. [Geophys J Int](#), 184: 1289–1303
Verschuur D J E, Berkhout A J G. 2011. Seismic migration of blended shot records with surface-related multiple scattering. [Geophysics](#), 76: A7–A13
Wapenaar K, van der Neut J, Thorbecke J. 2012. Deblending by direct inversion. [Geophysics](#), 77: A9–A12

(责任编辑: 姚华建)