

文章编号: 1001-1455(2007)02-0179-06

# 双模量隔冲减振器在半正弦波冲击环境下响应的数值分析<sup>\*</sup>

罗 忠<sup>1</sup>, 陈志坚<sup>1</sup>, 吴惠军<sup>2</sup>

(1. 海军工程大学船舶与动力学院, 湖北 武汉 430033;

2. 河南交通职业技术学院, 河南 郑州 450015)

**摘要:** 将环境对双模量隔冲减振器的冲击分为两个阶段, 在半正弦波冲击作用阶段采用双自由度模型进行响应计算, 并以终了时刻的位移和速度作为自由振动阶段的初始条件, 对自由振动阶段的单自由度模型进行响应计算。分析了某双模量隔冲减振系统在受半正弦波环境冲击下的响应特性, 并与线性系统在受该冲击下的性质进行了比较。分析结果表明较易实现的双模量隔冲减振器具有较好的效果。

**关键词:** 爆炸力学; 隔冲减振; 双模量; 冲击; 非线性

**中图分类号:** O322; O328

**国标学科代码:** 130 · 3520

**文献标志码:** A

## 1 引 言

冲击是指一个结构系统受到的瞬态载荷, 也可以看成是能量从外界传递到一个结构系统的短暂过程。对船舶、潜艇设备影响较大的是爆炸冲击, 爆炸冲击环境的特点是: 高幅值的振荡波形, 持续时间很短, 一般在 20 ms 内衰减到零。其中半正弦冲击谱是一种经常采用的数值计算冲击谱, 可认为以半正弦波作为冲击激励是较为合理的<sup>[1]</sup>。为了保证装备和系统在遭遇冲击作用下的可靠性和生命力, 需要对环境冲击进行衰减和隔离, 采用具有弹性和吸能性质的隔冲减振器是工程中经常采用的设备防护技术。通常情况下, 这种弹性元件表示为非线性刚度和阻尼特性。如典型的隔冲材料(橡胶、空气等)具有显著的硬弹簧特征, 即具有明显的硬非线性<sup>[2-4]</sup>。钢丝绳隔振器利用在整个变形过程中每根钢丝之间产生的滑动摩擦消耗大量能量, 并呈现非线性软化, 刚度随变形增加而降低来提高隔振率<sup>[5]</sup>。隔冲减振器的效果取决于减振元件的刚度, 刚度越小减振效果越好, 隔冲效果也较好, 但刚度过小往往会导致设备的静力位移较大, 造成被隔冲设备与环境设备相碰撞。图 1 所示, 带间隙的弹簧质量系统<sup>[6]</sup>可有效解决这个

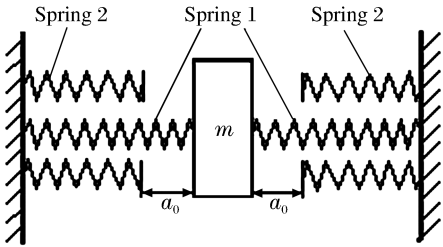


图 1 带间隙的弹簧质量系统

Fig. 1 The spring-mass system with free distance

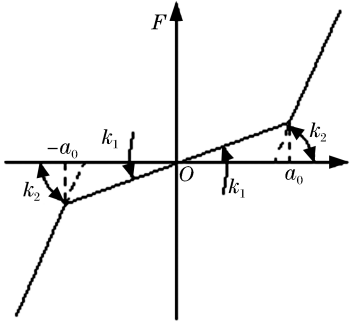


图 2 双模量系统载荷-位移历程

Fig. 2 The load-displacement curve of a double-stiffness system

\* 收稿日期: 2005-11-18; 修回日期: 2006-04-25

基金项目: 国防十一五预研基金项目

作者简介: 罗 忠(1982—), 男, 博士研究生。

矛盾,它由弹簧 1 和带间隙的弹簧 2 组成,设弹簧 1 的刚度系数为  $k_1$ ,物块与弹簧 2 接触后弹簧的总刚度系数为  $k_2$ ,间隙的宽度为  $a_0$ ,这种隔冲减振元件称为双模量隔冲减振元件,它是一种较容易实现的非线性元件,其载荷-位移历程如图 2 所示。对于此类系统可利用分段的解析积或平均法获得定量的近似解<sup>[7-9]</sup>。为适应工程需要,本文中运用一种双模型两步动力学分析方法对双模量隔冲减振元件在半正弦冲击环境下的性能进行分析。

## 2 计算模型

作用于系统的环境冲击,多是由基础导入,经隔冲减振元件的途径传到设备上。如水中非接触爆炸对舰载装备的冲击。将隔冲减振元件和设备简化成单自由度系统,则有图 3 所示的冲击模型。

设质量所受到的阻尼力

$$F_c(\dot{x}) = c(\dot{x})\dot{x} \tag{1}$$

弹性力

$$F_k(x) = k(x)x \tag{2}$$

式中

$$c(\dot{x}) = c_0 + c_1\dot{x} + c_2\dot{x}^2 + \cdots \tag{3}$$

$$k(x) = k_0 + k_1x + k_2x^2 + \cdots \tag{4}$$

图 3 所示减振系统可用如下控制方程表示

$$M\ddot{x} + F_c(\dot{x} - \dot{y}) + F_k(x - y) = 0 \tag{5}$$

式中: $y$  为基础冲击位移, $\dot{y}$  为基础冲击速度。当基础冲击以加速度形式给出时,必须将加速度积分成速度和位移。

求解(5)式,可得隔冲装置的抗冲性能。当系统为线性时,其解易于求出。此时,(5)式成为

$$M\ddot{x} + c_0\dot{x} + k_0x = c_0\dot{y} + k_0y \tag{6}$$

环境冲击是一种短时强载荷作用,设备对环境冲击的响应实质上由 2 个阶段组成。第 1 阶段是冲击载荷作用阶段,第 2 阶段是自由振动阶段。在第 1 阶段,基础是运动的;第 2 阶段,基础是固定不动的。冲击最大响应可能发生在第 1 阶段,也可能发生在第 2 阶段。针对冲击振动的特点,提出如下的双模型计算方法。

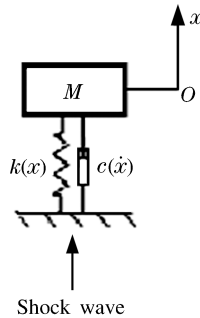


图 3 冲击作用模型  
Fig. 3 Shock action model

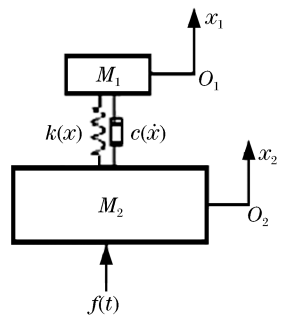


图 4 双自由度计算模型  
Fig. 4 Double DOF model

### 2.1 第 1 阶段:冲击作用阶段

将隔冲减振元件和设备简化成图 4 所示的双自由度系统模型。图 4 所示冲击模型有如下控制方程

$$\begin{cases} M_1\ddot{x}_1 + F_c(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + F_k(x_1 - x_2) = 0 \\ M_2\ddot{x}_2 - F_c(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) - F_k(x_1 - x_2) = f(t) \end{cases} \tag{7}$$

$$\begin{pmatrix} M_1 \\ M_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) & -c(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) \\ -c(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) & c(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} k(x_1 - x_2) & -k(x_1 - x_2) \\ -k(x_1 - x_2) & k(x_1 - x_2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ f(t) \end{pmatrix} \tag{8}$$

式中: $M_1$  为设备质量, $M_2$  为基础模拟质量,刚度函数  $k$ 、阻尼函数  $c$  按公式(3)~(4)定义, $f(t)$  为基础冲击的等效力。求解(8)式可得冲击作用阶段的设备响应。

### 2.2 第 2 阶段:自由振动阶段

将隔冲减振元件和设备简化成图 3 所示的单自由度系统模型。此时系统的控制方程为

$$M\ddot{x} + F_c(\dot{x}) + F_k(x) = 0 \tag{9}$$

此时系统没有基础冲击,系统在质点初始条件下自由振动

$$\begin{cases} x_0 = x_1(t_d) - x_2(t_d) \\ \dot{x}_0 = \dot{x}_1(t_d) \end{cases} \quad (10)$$

式中:  $t_d$  为冲击作用时间长度,  $x_1(t_d)$ 、 $\dot{x}_1(t_d)$  为图 4 所示的模型求得的冲击终了时刻质量的位移和速度,  $x_2(t_d)$  为基础模拟质量的位移。

### 3 冲击输入

对于图 4 所示系统,由质点系动力学原理<sup>[10]</sup>,可以求得系统质心的加速度

$$a(t) = \frac{f(t)}{M_1 + M_2} \quad (11)$$

当  $M_2 \geq 50M_1$  时,可认为  $M_2 \gg M_1$ ,此时有

$$a(t) \approx \frac{f(t)}{M_2} \quad (12)$$

设两质点距离为  $l(t)$ ,系统质心与  $M_2$  的距离为  $l_0(t)$ ,有

$$l_0(t) = \frac{M_1}{M_1 + M_2} l(t) \quad (13)$$

当  $l(t)$  为有限值时,由于  $M_2 \gg M_1$ ,有

$$l_0(t) \approx 0 \quad (14)$$

(12)式和(14)式表明,系统质心加速度近似等于质点  $M_2$  加速度、系统加速度作用位置在  $M_2$  质点上。

按上述原理,可将设备所受到的基础位移冲击  $d(t)$ 、基础速度冲击  $v(t)$  等效为基础加速度冲击

$$a(t) = \ddot{d}(t) \quad (15)$$

$$a(t) = \dot{v}(t) \quad (16)$$

对应于系统受基础加速度冲击、基础速度冲击、基础位移冲击等 3 种冲击形式,等效冲击力分别为

$$f(t) = \begin{cases} M_2 a(t) \\ M_2 \dot{v}(t) \\ M_2 \ddot{d}(t) \end{cases} \quad (17)$$

### 4 冲击响应计算<sup>[11]</sup>

(8)式可写成下面的一般形式

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}(t)\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}(t)\mathbf{u} = \mathbf{F}(t) \quad (18)$$

式中:  $\mathbf{u} = (x_1, x_2)^T$  为位移向量,  $\dot{\mathbf{u}} = (\dot{x}_1, \dot{x}_2)^T$  为速度向量,  $\ddot{\mathbf{u}} = (\ddot{x}_1, \ddot{x}_2)^T$  为加速度向量,  $\mathbf{M}$  为质量矩阵,  $\mathbf{C}(t)$  为阻尼矩阵,  $\mathbf{K}(t)$  为与位移有关的非线性刚度矩阵,  $\mathbf{F}(t)$  为等效冲击力载荷。

将冲击作用时间  $t_d$  分成  $n$  个时间步,每个时间步长为  $\Delta t$ ,由(18)式可得增量平衡方程

$$\mathbf{M}\Delta\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{C}(t)\Delta\dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}(t)\Delta\mathbf{u}(t) = \Delta\mathbf{F}(t) \quad (19)$$

在延伸的计算步长内

$$\tau = \theta\Delta t \quad \theta > 1.37 \quad (20)$$

在一个延伸计算步长内,假定加速度是线性变化的,  $\mathbf{C}(t)$ 、 $\mathbf{K}(t)$  在该时间段内保持为常量,则在该时段末系统的加速度和速度增量

$$\begin{cases} \Delta\ddot{\mathbf{u}}(t) = \frac{6}{\tau^2}\hat{\Delta}\mathbf{u}(t) - \frac{6}{\tau}\dot{\mathbf{u}}(t) - 3\ddot{\mathbf{u}}(t) \\ \Delta\dot{\mathbf{u}}(t) = \frac{6}{\tau}\hat{\Delta}\mathbf{u}(t) - 3\dot{\mathbf{u}}(t) - \frac{\tau}{2}\ddot{\mathbf{u}}(t) \end{cases} \quad (21)$$

式中:  $\dot{\mathbf{u}}(t)$ 、 $\ddot{\mathbf{u}}(t)$  分别为该时段初所对应时间点的系统速度和加速度。

将方程(20)代入增量的运动方程(19),可得

$$\dot{\mathbf{K}}(t)\hat{\Delta}\mathbf{u}(t)=\hat{\Delta}\dot{\mathbf{F}}(t)$$

(22)

$$\hat{\mathbf{K}}(t)=\mathbf{K}(t)+\frac{6}{\tau^2}\mathbf{M}+\frac{3}{\tau}\mathbf{C}(t)$$

(23)

$$\Delta\hat{\mathbf{F}}(t)=\hat{\mathbf{F}}(t)+\mathbf{M}\left(\frac{6}{\tau}\dot{\mathbf{u}}(t)+3\ddot{\mathbf{u}}(t)\right)+\mathbf{C}(t)\left(3\dot{\mathbf{u}}(t)+\frac{\tau}{2}\ddot{\mathbf{u}}(t)\right)$$

(24)

给定初始时刻系统的速度向量和加速度向量,利用(20)~(24)式进行循环计算,即可求得设备在环境冲击作用下第 1 阶段(冲击作用阶段)的冲击响应。

令(18)式中的  $\mathbf{F}(t)$  为零向量、消除(18)式中对应于  $M_2$  的行和列,按(10)式取质点  $M_1$  的初始速度向量和初始位移向量,采用前述算法可求得设备在第 2 阶段(自由振动阶段)的响应。

5 数值分析

应用上述分析方法对某双模量隔冲减振系统受等速度半正弦波谱冲击进行数值模拟。该系统的载荷-位移特性为(数值方程中,  $x$  的单位是 mm,  $F$  的单位是  $\text{kg}\cdot\text{mm}/\text{s}^2$ )

$$F=\begin{cases} 1.5\times10^5x & |x|\leqslant 25 \\ 37.5\times10^5+6.0\times10^5(x-25) & 25<|x|\leqslant 50 \end{cases}$$

(25)

分别以双模量系统的线形阶段固有频率  $f_1$  (5.8 Hz)、 $f_2$  (11.6 Hz) 为激振半正弦谱频率,对系统进行无阻尼拟共振分析。随着刚度的非线性化,由无阻尼强迫振动微分方程式的一般解,在质点的位移响应上出现一种“拍”的谐振,可以从表 1 中看出即使在相当固有频率的激励下,这种双模量系统也能够自动避开共振,抑制共振振幅急剧增大。

采用无阻尼假设,系统受等速度半正弦波谱冲击,将其转换为加速度谱。系统在工作频段的隔冲减振特性如表 1 所示。表 2 为线性刚度元件(刚度为  $1.5\times10^5\text{ kg}/\text{s}^2$ )在与表 1 相同冲击环境下的隔冲减振特性。表中,  $f$  为冲击频率,  $T/2$  为半周期,  $a$  为冲击加速度幅值,  $x_1$ 、 $v_1$ 、 $a_1$  分别为冲击阶段的位移、速度、加速度响应幅值,  $x_2$ 、 $v_2$ 、 $a_2$  分别为自由振动阶段的位移、速度、加速度响应幅值。

表 1 双模量系统的隔冲减振特性

Table 1 The property of vibration and shock isolation in a double-stiffness system

| $f/\text{Hz}$ | $(T/2)/\text{s}$ | $a/(\text{m}/\text{s}^2)$ | $x_1/\text{mm}$ | $v_1/(\text{m}/\text{s})$ | $a_1/(\text{m}/\text{s}^2)$ | $x_2/\text{mm}$ | $v_2/(\text{m}/\text{s})$ | $a_2/(\text{m}/\text{s}^2)$ |
|---------------|------------------|---------------------------|-----------------|---------------------------|-----------------------------|-----------------|---------------------------|-----------------------------|
| 5.8           | 0.086            | 21.46                     | 25.40           | 1.159                     | 34.01                       | 25.11           | 1.48                      | 88.30                       |
| 10            | 0.05             | 36.95                     | 23.89           | 0.520                     | 31.16                       | 20.12           | 1.01                      | 47.63                       |
| 11.6          | 0.043            | 42.83                     | 21.43           | 0.382                     | 27.44                       | 23.89           | 0.86                      | 30.58                       |
| 20            | 0.025            | 73.89                     | 14.08           | 0.143                     | 18.42                       | 14.41           | 0.53                      | 18.72                       |
| 40            | 0.0125           | 147.78                    | 7.38            | 0.036                     | 9.60                        | 7.44            | 0.27                      | 9.51                        |
| 60            | 0.0083           | 221.68                    | 4.92            | 0.016                     | 6.47                        | 4.93            | 0.18                      | 6.27                        |
| 80            | 0.00625          | 295.57                    | 3.73            | 0.091                     | 4.90                        | 3.73            | 0.13                      | 4.80                        |
| 100           | 0.005            | 369.36                    | 2.93            | 0.005                     | 3.72                        | 2.94            | 0.11                      | 3.82                        |

表 2 线性系统的隔冲减振特性

Table 2 The property of vibration and shock isolation in a linear system

| $f/\text{Hz}$ | $(T/2)/\text{s}$ | $a/(\text{m}/\text{s}^2)$ | $x_1/\text{mm}$ | $v_1/(\text{m}/\text{s})$ | $a_1/(\text{m}/\text{s}^2)$ | $x_2/\text{mm}$ | $v_2/(\text{m}/\text{s})$ | $a_2/(\text{m}/\text{s}^2)$ |
|---------------|------------------|---------------------------|-----------------|---------------------------|-----------------------------|-----------------|---------------------------|-----------------------------|
| 5.8           | 0.086            | 21.46                     | 15.48           | 1.637                     | 157.29                      | 32.85           | 1.72                      | 183.56                      |
| 10            | 0.05             | 36.95                     | 11.36           | 1.407                     | 59.09                       | 21.38           | 1.55                      | 110.35                      |
| 20            | 0.025            | 73.89                     | 11.96           | 0.520                     | 62.43                       | 15.60           | 0.80                      | 39.20                       |
| 40            | 0.0125           | 147.78                    | 7.01            | 0.142                     | 36.95                       | 7.60            | 0.39                      | 19.11                       |
| 60            | 0.0083           | 221.68                    | 4.83            | 0.063                     | 25.19                       | 4.94            | 0.25                      | 12.45                       |
| 80            | 0.00625          | 295.57                    | 3.24            | 0.036                     | 19.31                       | 3.27            | 0.17                      | 8.23                        |
| 100           | 0.005            | 369.36                    | 2.92            | 0.011                     | 7.45                        | 2.93            | 0.21                      | 15.19                       |

从表 1 可以看出,在工作频段 10~100 Hz,设备在半正弦冲击环境作用下的响应随冲击频率增大

而减小。在低频段响应比较剧烈但仍在设备允许的位移和加速度范围之内,在高频段既能有效控制设备的加速度反应又能更好地控制结构位移,具有较好的隔冲减振效果。

比较表 1 和表 2,当设备响应进入大变形阶段时,双模量元件隔冲减振性能更佳,能够在耗散能量的同时,更加有效的控制设备位移。取最小工作频率 10 Hz 响应图谱如图 5 所示。

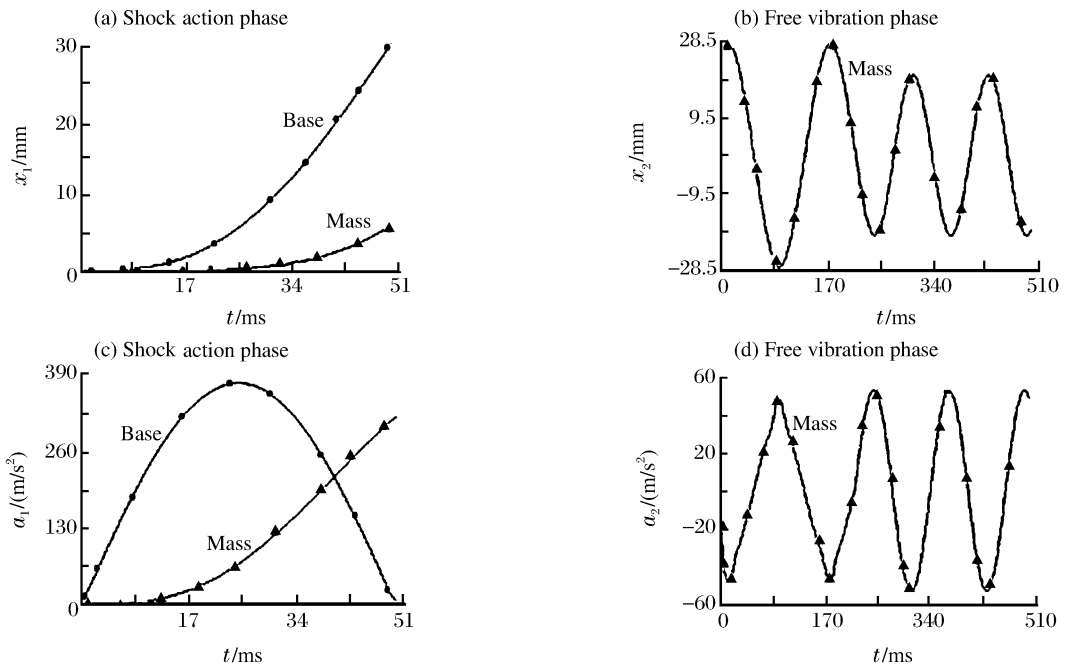


图 5 双模量隔冲减振设备在 10 Hz 半正弦脉冲作用下的冲击响应

Fig. 5 The response of the double-stiffness system in a half sine wave with 10 Hz

在冲击阶段,质点相对位移响应随着刚度的强化而减小,能够有效减小设备的位移反应。在自由振动阶段,位移响应进入大变形后,进入刚度  $k_2$  段,位移迅速减小,并稳定于刚度  $k_1$  段自由振动,在过载时可控制设备位移急剧增大;在大位移阶段,冲击传递率虽大于 1,但其仍在设备工作的安全环境内,这时的加速度响应频谱趋于复杂。可见在整个自由振动阶段,当存在较大位移时,由于非线性元件的刚化效应,设备呈现的是非标准的自由振动响应。

计算结果表明,该系统对全频段的半正弦波加速度脉冲有较好的隔冲减振效果。由图 6 的幅频特性曲线( $a_0$  为冲击阶段的响应幅值, $a$  为对应于每个频段的响应幅值),可以看出  $f_1/f < 1$  时,系统在环境冲击下产生的最大响应发生在自由振动阶段<sup>[12]</sup>,与表 1 和图 5 结果相吻合。当系统存在一定的阻尼时,载荷-位移的非线性程度将增加,可以取得更好的隔冲减振效果。

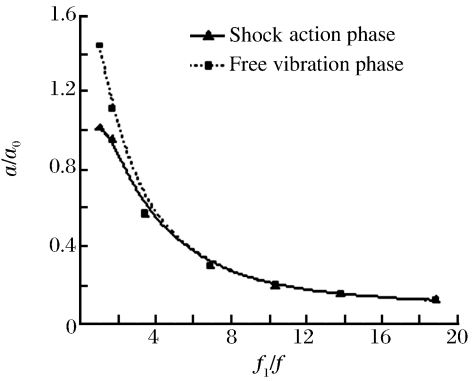


图 6 双模量元件在冲击环境下的幅频特性  
Fig. 6 The properties of amplitude frequencies of double-stiffness systems subjected to shock

6 结 论

设备系统的隔冲减振问题是一个非常普遍的工程问题,广泛应用于船舶、机械、车辆和航空等领域。数值分析结果表明,利用较易实现的双模量隔冲减振设备在工作频段具有较好的隔冲减振效果,在非工作频段也不出现共振,提高了振动与冲击的双重隔离拟合效果且可适应载荷的变动情况,在过载时可控制设备位移急剧增大。本文中提出的计算模型和方法,能用来进行被动隔冲减振设计和效果评价。

## 参考文献:

- [1] Goff J W, Pierce S R. A Procedure for determining damage boundaries[J]. The Shock and Vibration Bull, 1969,40(6):224-227.
- [2] 张英会,刘辉航,王德成. 弹簧手册[M]. 北京:机械工业出版社,1997:13-14.
- [3] Ertas A, Chew E K. Non-linear dynamic response of a rotating machine[J]. International Journal of Non-linear Mechanics, 1990,25(23):241-251.
- [4] Mallik A K, Kher V, Puri M, et al. On the modeling of nonlinear elastomeric vibration isolators[J]. Journal of Sound and Vibration, 1999,219(2):239-253.
- [5] 朱海潮,何琳,霍睿,等. 钢丝绳隔振器用于船舶主机隔振[J]. 中国造船,2003,2:33-38.  
ZHU Hai-chao, HE Lin, HUO Rui, et al. Wire rope isolate used in vibration isolation of marine main propulsion engines[J]. Shipbuilding of China, 2003,2:33-38.
- [6] 刘延柱. 非线性振动[M]. 北京:高等教育出版社,2001.
- [7] Monde C T, Gontier C. Multiple degree of freedom impact oscillator[J]. European Journal of Mechanics A: Solids, 1997,16(5):879-904.
- [8] Lamargue C H, Janin O. Modal analysis of mechanical systems with impact non-linearities: Limitations to modal superposition[J]. Sound and Vibration, 2000,235(4):567-609.
- [9] Metallidis P, Natsiavas S. Vibration of a continuous system with clearance and motion constraints[J]. International Journal of Non-linear Mechanics, 2000,35:675-690.
- [10] 黄文虎. 理论力学[M]. 北京:高等教育出版社,2000.
- [11] 唐友刚. 高等结构动力学[M]. 天津:天津大学出版社,2003.
- [12] Clough R W, Penzien J. Dynamics of structures[M]. McGraw-Hill Inc, 1975.

## Analysis of vibration and shock isolation system with double-stiffness in half sine wave shock

LUO Zhong<sup>1\*</sup>, CHEN Zhi-jian<sup>1</sup>, WU Hui-jun<sup>2</sup>

(1. School of Naval Architecture and Power, Naval University of Engineering,  
Wuhan 430033, Hubei, China

2. College of He'nan Traffic Professional Technology, Zhengzhou 450015, He'nan, China)

**Abstract:** The process of shock acted on a vibration and shock isolation system with double-stiffness was divided into two steps. In the shock action phase of a half sine wave, the response was calculated by using a double DOF model. In the free vibration phase, the response was calculated by adopting a single DOF system, the initial displacement and velocity of single DOF adopt the final value of the first phase. The property of the double-stiffness system in the shock of the half sine wave was analysed by using this method. Some conclusions were gained by being compared with the linear system. Results indicate the preferable effect of vibration and shock.

**Key words:** mechanics of explosion; vibration and shock isolation; double-stiffness; shock; nonlinear

---

\* Corresponding author: LUO Zhong  
E-mail address: chodhon\_lz@163.com  
Telephone: 86-27-61044997