电路QED晶格及光力阵列系统中光子拓扑绝缘体研究进展

祁鲁¹, 闫瑜², 王洪福^{2*}

1. 哈尔滨工业大学物理学院, 哈尔滨 150001;

2. 延边大学理学院物理系, 延吉 133002

* 联系人, E-mail: hfwang@ybu.edu.cn

2019-12-04 收稿, 2020-01-08 修回, 2020-01-08 接受, 2020-01-10 网络版发表

国家自然科学基金(61822114)资助

摘要 拓扑绝缘体是一种新的量子物质态. 与传统绝缘体类似, 拓扑绝缘体也具有体能隙以及绝缘的体态. 不同之处在于, 拓扑绝缘体的表面或边界处存在导电的边界态. 这些特殊的边界态受拓扑保护, 因此对局域的无序和微扰免疫. 这些特性使得拓扑绝缘体在量子信息处理和量子计算等方面有着重要的潜在应用. 基于此, 本文对拓扑绝缘体的发展进行大致梳理, 并且对电路QED晶格以及光力阵列系统中光子拓扑绝缘体的最新研究进展进行概括和总结.

关键词 光子拓扑绝缘体, 电路QED晶格, 光力阵列系统, 拓扑量子计算

凝聚态物理中, 依赖于不同的外部条件, 有限密度的粒子在低温下可以自发重组为各种不同的相. 这些不同相之间的区分主要根据朗道对称性破缺理论. 朗道对称性破缺理论表明, 同一种物质态的不同物质相之间可以由一个具有不同值的局域序参量来区分. 然而, 人们发现存在一类特殊的相变过程, 其中新物质相的产生并不伴随着任何对称性的破缺, 因此不能用一个局域序参量来描述. 1973年, Kosterlitz和Thouless^[1]发现存在一种特殊的由全局涡旋激发导致的相变——Kosterlitz-Thouless相变. 这种相变过程不存在传统的长程序参量, 但是存在一个全局的拓扑序参量. 因此, 这种特殊的相变被称为拓扑相变. 1982年, Thouless等人^[2]通过Kubo公式进一步解释了量子霍尔效应中量子化的霍尔电导起源于拓扑, 量子化霍尔电导的整数为Chern数, 量子霍尔效应本质上是一个拓扑相. 1983年, Haldane^[3]基于一维反铁磁海森堡自旋链研究

发现, 整数自旋和半整数自旋情况下系统呈现出不同的相, 前者具有能隙对应于拓扑不平凡, 后者不具有能隙对应于拓扑平凡. 随后, 基于自旋轨道耦合诱导的拓扑绝缘电子相(拓扑绝缘体)也被广泛研究. 2005年, Kane和Mele^[4]发现通过在石墨烯中引入自旋轨道耦合, 石墨烯经历从半金属相到量子自旋霍尔相的相变. 这种新的物质电子态在体中是绝缘的, 然而在能隙中存在导电的边界态. 同年, Kane和Mele^[5]进一步研究发现, 这种新奇的电子态可以用一个新的非局域 Z_2 拓扑序来表征. 2007年, Fu等人^[6]将量子自旋霍尔效应推广到三维, 发现系统存在4个不变量来区分16种相, 这些相可以被分为两类——弱拓扑绝缘体和强拓扑绝缘体. 随后, 基于真实材料对拓扑绝缘体的研究也被广泛进行^[7~12].

拓扑绝缘体与传统绝缘体类似, 其体内存在一个有限宽度的带隙, 导致其体态为绝缘态. 然而, 拓扑绝

引用格式: 祁鲁, 闫瑜, 王洪福. 电路QED晶格及光力阵列系统中光子拓扑绝缘体研究进展. 科学通报, 2020, 65: 1076–1092

Qi L, Yan Y, Wang H F. Progress of photonic topological insulators in circuit-QED lattice and optomechanical array (in Chinese). Chin Sci Bull, 2020, 65: 1076–1092, doi: 10.1360/TB-2019-0795

绝缘体在边界或表面处却存在无能隙的导电边界态或表面态。这些特殊边界态或表面态的存在使得拓扑绝缘体区别于任何传统的电子态。由于这些特殊边界态或表面态受能隙保护,因此这些态对于局域无序和微扰是鲁棒的。这种特性使得拓扑绝缘体在量子信息处理方面有着巨大的潜在应用。如果基于这些特殊的边界态或表面态进行量子信息处理,例如执行量子态转移,这些受拓扑保护的边缘通道自然极大地减小局域退相干对量子态转移的影响。此外,可以将一些拓扑相变中的非局域拓扑元激发视为准粒子,如果基于这些准粒子编码进行量子信息处理,准粒子非局域的特性自然免疫于局域杂质和微扰的影响。因此,对拓扑绝缘体的研究有着重要的意义。

1 光子拓扑绝缘体

拓扑绝缘体的早期研究主要集中于固态电子系统,近年来,研究发现光子、声子等与电子类似,也具有类似的能带结构,这为光子拓扑绝缘体的研究提供了基础。光子拓扑绝缘体本质上是对固态电子拓扑绝缘体的模拟和映射。与固态电子拓扑系统相比,光子拓扑绝缘体中“绝缘的体态”表现为光在体中不传播(在体中不透射)，“导电的边界态”表现为光沿着光子拓扑系统的边界传输。相似之处在于,光子拓扑绝缘体中的边界态也受到拓扑保护。这意味着光沿着系统边界传输的过程中,遇到杂质或缺陷不会被反射,表现出单向传播的特性。这种单向传播的特性与电子拓扑系统中电子沿边界免疫杂质背向反射(表现为电阻很小)的特性非常类似。这种单向传输的特性在无反射波导、拓扑分波器以及拓扑激光等方面有着众多潜在应用。光子拓扑绝缘体中光的单向传播也来源于光子系统中能带的拓扑特性。能带的拓扑特性隐藏在系统的光子本征模式(本征态)中。借助光子拓扑绝缘体在动量空间中的本征模式,也可以定义拓扑“电荷”,这些拓扑“电荷”的数量表现为光子拓扑绝缘体中的拓扑不变量。

此外,光子系统具有灵活性和多样性等特性,这些特性为实现新奇的拓扑模型以及探测拓扑相关的效应提供了新契机,可以基于多种不同的光学平台来理论及实验研究拓扑绝缘体,包括光子晶体、波导、超材料、光学微腔、光力系统、硅光子系统以及电路QED系统等。这些不同的系统具有各自的优势,下面主要基于电路QED系统及光力阵列系统,总结最近的研究工作,并介绍我们的主要工作。

2 基于电路QED晶格光子拓扑绝缘体研究

电路QED系统的主要优势之一在于实验装置空间排列高度可控,可以研究具有不同几何结构的拓扑绝缘体。另一优势在于电路QED系统可以实现光子间强有效相互作用,该优势为实验实现提供了极大的便利。这种强有效相互作用可以通过光子耦合不同的元素来实现,例如原子、固态材料中的化学杂质、量子点以及超导电路等。

2010年, Koch等人^[13]基于耗散环形器耦合的超导共振器实现了合成磁场。将这些共振器扩展到一个晶格,可以用来实现一个拓扑Chern绝缘体。基于这种思路,2012年, Petrescu等人^[14]实现了对笼目晶格的模拟,并研究了类似光的霍尔效应以及手征边缘模。2012年, Yang等人^[15]基于一个超导共振器和氮空位中心系统综合混合电路QED系统,实现了分数量子霍尔绝缘体。2013年, Müller等人^[16]基于电路QED晶格实现了Majorana费米子的探测。2014年, Kapit等人^[17]研究了光的分数量子霍尔态中诱导的自发稳定性,并指出该方案可以基于电路QED晶格实现。2015年, Mei等人^[18]基于一维电路QED晶格实现了拓扑Chern绝缘体的映射,以及拓扑边缘模和不变量的探测。通过周期地调节电路中的耦合,当前一维电路QED晶格可以被映射为二维拓扑Chern绝缘体。基于电路QED晶格中玻色统计特性,该组成功地实现了对拓扑边缘模和拓扑不变量的探测。次年,该组基于一维电路QED晶格成功地实现了三维Weyl型半金属的模拟^[19]。2016年, Huang等人^[20]基于超导比特耦合超导共振器的电路QED系统证明了非厄米量子行走中的拓扑相变,并指出由于拓扑保护,该系统对于超导比特的衰减和退相位是鲁棒的。同年, Wang等人^[21]基于电路QED晶格实现了对微波光子拓扑相的成功探测。2017年, Tan等人^[22]基于电路QED晶格在实验上实现了具有宇称-时间反演对称性的拓扑半金属能带结构。通过控制耦合参量,他们实现了从拓扑半金属相到两种绝缘相的两个拓扑相变。次年,该组基于超导电路系统在实验上实现了拓扑麦克斯韦金属带^[23]。2018年, Mei等人^[24]基于超导比特链实现了对拓扑模型的映射,并基于拓扑保护的边缘通道实现了鲁棒的量子态转移。该方案对基于拓扑绝缘体进行量子信息处理有着重要意义。同年, Li等人^[25]基于电路QED晶格理论研究了光子拓扑绝缘态。2019年, Cai等人^[26]基于超导比特链在实验上实现了

一个可调的二聚化模型,并且观测到拓扑非平凡的磁子绝缘态.基于单比特激发的量子动力学,可以实现对拓扑环绕数、拓扑磁子边缘态以及缺陷态的直接观测.

2.1 基于电路QED晶格在位势能对系统拓扑性质影响的研究

理论模型如图1所示^[27].一维电路QED晶格每个元胞包含两种共振器 a_n 和 b_n ,每个共振器均耦合一个二能级超导比特.元胞内和元胞间两个共振器之间的耦合强度分别为 J_1 和 J_2 ,它们的强度可以通过超导量子干涉仪装置来调整.系统的有效哈密顿量为

$$H = \sum_n [J_1 a_n^\dagger b_n + J_2 a_n^\dagger b_{n-1} + \text{H.c.}] + \left(\Delta_c - \frac{g_1^2}{\Delta_1} \right) a_n^\dagger a_n + \left(\Delta_c - \frac{g_2^2}{\Delta_2} \right) b_n^\dagger b_n, \quad (1)$$

其中,前两项表示两个相邻共振器之间的相互作用,后两项表示超导比特辅助的在位势能.为了映射一个可调的Rice-Mele模型,取最近邻跃迁强度满足 $J_1 = t(1 + \cos\theta)$ 以及 $J_2 = t(1 - \cos\theta)$.主要研究比特辅助的在位势能对系统拓扑性质的影响.通过Matlab软件数值对角化实空间哈密顿矩阵,发现当比特辅助的在位势能不存在时,当前哈密顿量为一个标准Su-Schrieffer-Heeger(SSH)型哈密顿量,其能隙中在 $\theta \in [\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$ 区间

存在两条简并的零能模.当比特辅助的在位势能取相同固定值时,系统能谱整体上移或下移.当比特辅助的在位势能取不同固定值时,两条简并的零能模劈裂,被有限大小的能隙隔开(图S1).既然比特辅助的在位势能取固定值时不会发生新的拓扑相变,那么考虑比特辅助的在位势能也随参数变化的情形,例如

$$\Delta_c - \frac{g_1^2}{\Delta_1} = \lambda_1 \cos(\theta - \varphi) \text{ 以及 } \Delta_c - \frac{g_2^2}{\Delta_2} = \lambda_2 \cos(\theta + \varphi).$$

发现 φ 取不同的值,系统呈现出不同的能谱,如图2所示.这些数值结果表明, $\varphi \in [-\pi, 0]$ 和 $\varphi \in [0, \pi]$ 时,系统对应于不同的拓扑相.为了进一步验证这一结论,也可以利用公式 $C = \frac{1}{4\pi} \int_{k_x} \int_{\theta} dk_x d\theta [\partial_{k_x} \hat{d}(k) \times \partial_{\theta} \hat{d}(k)]$ 来计算系统拓扑不变量与参数 φ 的关系.其中 $\hat{d}(k)$ 表示动量空间中赝自旋基矢下的矢量形式.通过Matlab数值积分求解发现,当 $\varphi \in [-\pi, 0]$ 时,系统的拓扑不变量为+1;当 $\varphi \in [0, \pi]$ 时,系统的拓扑不变量为-1.这表明在这两个区间内,系统对应于不同的拓扑相.

当前电路QED晶格的优势之一在于,可以利用光子的玻色统计特性(不同的光子可以占据同一个本征态)来实现对拓扑边缘模,以及拓扑不变量的探测.根据输入输出关系,可以发现,当调整系统的驱动能量为左边缘态对应的能量时,如果驱动最左端的共振器,光子主要集中在第一个共振器中,这与左边缘态的特征一致.如果用该能量驱动中间或最右端的共振器时,发现

图1 (网络版彩色)一维电路QED模型示意图

Figure 1 (Color online) Schematic illustration of the one dimensional circuit-QED model

图2 (网络版彩色)当 φ 取不同值时系统的能谱示意图. (a) $\varphi=-\pi$; (b) $\varphi=-\pi/2$; (c) $\varphi=\pi/2$; (d) $\varphi=\pi$

Figure 2 (Color online) The energy spectra of the system when φ takes the different values. (a) $\varphi=-\pi$; (b) $\varphi=-\pi/2$; (c) $\varphi=\pi/2$; (d) $\varphi=\pi$

由于非共振相互作用, 光子将衰减到真空中. 利用同样的方法也可以探测相应的体态. 甚至对于小尺寸晶格, 这种探测方法也同样适用, 如图3所示.

上面所有情况均考虑一个理想的电路QED晶格, 然而, 在真实的电路QED晶格系统中存在着各种随机无序和涨落. 例如, 存在于最近邻跃迁强度中的随机无序和固有在位势能的涨落. 数值结果表明, 存在于最近邻跃迁相互作用中的无序并不会破坏系统的能隙, 且超出一定范围后, 虽然边缘态在边界格点的布居减少, 但在边缘处仍有一定的分布(图S2).

然而, 当随机无序被添加于在位势能中时, 发现在

位势能中随机无序的存在使得边缘模产生振荡. 当在位势能中的无序超出一定范围之后, 能谱结构将完全被破坏, 并且边缘模在边缘处的布居完全消失(图S3). 这些数值结果表明, 当前系统对添加在最近邻跃迁相互作用中的无序更加鲁棒.

2.2 基于电路QED晶格在位缺陷势能对系统拓扑性质影响的研究

上面的研究中, 均考虑所有 a 类和 b 类格点具有相同的在位势能形式, 然而对于一些开放的电路QED晶格链, 由于在边界处缺少一些耦合, 可能会导致两端的

图3 (网络版彩色)拓扑边缘模及体态探测示意图. (a), (b) 大晶格尺寸下边缘态及体态的探测; (c), (d) 小晶格尺寸下边缘态及体态的探测
Figure 3 (Color online) The detections of the topological and bulk states. (a), (b) The detections of the topological and bulk states corresponding to a large size of the lattice. (c), (d) The detections of the topological and bulk states corresponding to a tiny size of the lattice

共振器和体中的共振器势能具有不同形式, 例如, 考虑如图4所示一维电路QED晶格模型^[28].

在当前电路QED晶格模型中, 每个超导共振器耦

合一个超导比特, 两个相邻共振器间通过另外一个超导比特耦合, 耦合参数如上图所示. 显然, 两端的共振器由于缺少了一些耦合导致其有效的在位势能与其他

图4 (网络版彩色)一维开放及周期电路QED晶格链模型示意图

Figure 4 (Color online) Schematic illustration of the one dimensional circuit-QED model under the open and the close boundary conditions

的共振器明显不同, 存在

$$\begin{aligned}
 H = & \left(\Delta_c - \frac{g_1^2}{\Delta_q} - \frac{G_1^2}{\Delta_Q} \right) a_1^\dagger a_1 \\
 & + \sum_{n=2}^{N-1} \left(\Delta_c - \frac{g_n^2}{\Delta_q} - \frac{2G_n^2}{\Delta_Q} \right) a_n^\dagger a_n \\
 & + \left(\Delta_c - \frac{g_N^2}{\Delta_q} - \frac{G_N^2}{\Delta_Q} \right) a_N^\dagger a_N \\
 & + \sum_{n=2}^{N-1} \frac{G_n G_{n+1}}{\Delta_Q} (a_{n+1}^\dagger a_n + a_n^\dagger a_{n+1}), \quad (2)
 \end{aligned}$$

其中, 前三项表示在位势能, 最后一项表示两个相邻共振器间的相互作用. 主要研究两端共振器的不同在位势能对系统拓扑性质的影响. 简单起见, 令两端共振器的在位势能分别为 V_1 和 V_2 . 而且, 电路QED晶格模型的可调性允许找到一组参数, 使得系统满足

$$\begin{aligned}
 \Delta_c - \frac{g_n^2}{\Delta_q} - \frac{2G_n^2}{\Delta_Q} = 0, \quad \frac{G_n G_{n+1}}{\Delta_Q} \Big|_{n \in \text{odd}} &= 1 + 0.5 \cos \theta \text{ 以及} \\
 \frac{G_n G_{n+1}}{\Delta_Q} \Big|_{n \in \text{even}} &= 1 - 0.5 \cos \theta.
 \end{aligned}$$

基于这组参数, 当前电路QED晶格可以被映射为一个具有边缘缺陷势能的周期调制SSH模型.

首先, 考虑边缘缺陷势能只施加在电路QED晶格链的一端(以左端为例), 发现随着缺陷势能的增大, 两条简并的零能模劈裂并伴随着一条能级从体能谱中孤立出来, 如图5(a)所示. 这意味着当边缘缺陷势能足够大时, 系统同时存在拓扑和非拓扑左边界态. 显然, 非拓扑左边界态对应于从体能谱中孤立出来的能级, 其态分布表现为在每个格点依次迅速衰减——非拓扑左边界态, 如图5(b)所示. 这种非拓扑左边界态的态分布与拓扑左(右)边界态在奇数(偶数)格点e指数衰减(增加)的行为完全不同. 此时, 在不同的参数区间, 系统存在3个不同的相, 如图5(c)所示. 在区域Ⅰ中, 系统同时具有两条拓扑能级, 表现为拓扑平凡相. 在区域Ⅱ中, 系统不存在拓扑能级, 表现为拓扑平凡的相. 在区域Ⅲ中, 系统同时存在一条从体能谱孤立出的非拓扑边缘能级, 以及一条位于能隙中的拓扑边缘能级, 表明系统同时存在非拓扑及拓扑边界态. 特别指出, 在大的左边缘缺陷势能极限下, 系统的最左端格点从系统中解耦, 此时系统转变为具有奇数尺寸的SSH链. 从SSH链的角度来说, 该解耦链的拓扑性质仍可以定义一个Zak相来表征.

从系统的能谱图和相图中可以发现, 当在位缺陷势能足够大时, 系统将经历一个SSH链奇偶效应的翻转(图S4). 即对于偶数尺寸的SSH链, 系统会存在一条边缘模遍及整个带隙. 这是由于大缺陷势能极限下, 系统最左端的共振器将从整个链中解耦, 意味着最初偶数尺寸的晶格链现在变为奇数尺寸. 这种奇偶效应翻转在量子信息处理方面有着巨大的潜在应用, 例如, 通过控制在位缺陷势能, 可以实现拓扑通道的开启闭合, 从而实现可控的量子态转移.

类似地, 在位缺陷势能也可以同时添加在系统的两端格点, 例如 $V_1 = V \cos \phi$ 以及 $V_2 = V \sin \phi$. 这种情况下, 发现随着参数 ϕ 的变化, 系统的能谱经历多次能带翻转并呈现出更加丰富的相(图S5). 对于非拓扑能级而言, 紫色的非拓扑能级从上能带分离出来, 并向着蓝色非拓扑能级移动, 同时蓝色非拓扑能级向下移动, 导致紫色非拓扑能级与蓝色非拓扑能级简并. 在此之后, 紫色能级继续上移, 蓝色能级继续下移, 最终紫色非拓扑能级与蓝色非拓扑能级位置发生反转. 对于能隙中的拓扑能级来说, 伴随着参数变化, 绿色拓扑能级与红色拓扑能级也实现反转. 这种能带反转的过程由图中的黑色箭头表示. 值得强调的是, 能带反转的过程一般伴随着相变的发生. 这种相变对应着左右边缘态的反转. 本质原因在于大耦合势能导致最初SSH链结构发生变化(变为尺寸更小的链).

由于电路QED晶格可以在单格点水平被操纵和设计, 因此缺陷势能也可以添加在体格点中. 这种情况下, 发现大的缺陷势能极限将电路QED晶格链解耦成不同的子链, 在子链新边界处出现新的边界态(图S6).

同样地, 基于电路QED晶格玻色统计特性, 也可以实现对这些非拓扑和拓扑边界态的探测. 当系统同时具有非拓扑和拓扑边缘态时, 如果调整驱动场的能量为非拓扑边缘态的能量, 发现此时光子主要集中在第一个共振器中, 这与非拓扑边缘态的特征是一致的. 如果将系统的驱动能量调整为拓扑边缘态的能量, 此时光子集中在第二个共振器中, 这与拓扑边缘态的特征是一致的, 如图6所示.

3 基于光力阵列系统的光子拓扑绝缘体

近年来, 光力学系统作为一种新的可靠量子光学平台备受关注. 光力学主要研究光子和声子之间通过辐射压的相干相互作用问题, 这种相互作用可以在单声子水平被控制. 这种特性使得单光力系统或者光力

图5 (网络版彩色)系统的拓扑特性. 系统的能谱(a)、边缘态分布(b)及其随势能变化的相图(c)

Figure 5 (Color online) The characteristic of the system. The energy spectra (a), distributions of the edge states (b) and phase diagram versus the potential energy (c) of the system

阵列系统被广泛地用来研究各种微观和宏观尺度上的基本量子力学问题, 包括光子和声子之间的纠缠^[29~32]、简正模劈裂^[33,34]、光力诱导透明^[35,36]、光学模和机械模压缩^[37~39]、机械振子冷却^[40~46]等. 尽管在单光力或光力阵列系统中, 传统量子力学基本问题已经研究得非常成熟, 但是对拓扑绝缘体的研究仍然很少. 下面我们简单总结一下基于单光力或光力阵列系统对拓扑绝缘体的研究.

2017年, Roque等人^[47]基于一个无序光力阵列系统, 提出一个方案来研究无序诱导的光子和声子混合激发态的安德森局域. 同年, Wan等人^[48]基于一个二维光力阵列系统实现了对Lieb晶格的映射, 通过在Lieb晶

格中引入光子和声子之间的相互作用, Lieb晶格同时存在两个由路径干涉诱导的平能带. 这些平能带的出现意味着光子和声子的局域. 紧接着, 2018年, Xu等人^[49]基于一维光力阵列系统提出一个方案来实现广义的SSH模型, 他们发现系统的拓扑特性依赖于由强驱动场增强的光力相互作用. 他们展示了广义的SSH模型存在3个不同的相, 包括一个平凡的相以及两个拓扑不等价的非平凡相.

为了打破基于光力阵列系统对拓扑绝缘体研究较少的局面, 本课题组也基于光力阵列系统对拓扑绝缘体做了一些研究. 首先介绍一下基于光力阵列系统对 Z_2 拓扑绝缘体的研究.

图6 基于平均光子数分布探测非拓扑及拓扑边缘态. (a) 非拓扑边缘态对应的光子分布; (b) 拓扑边缘态对应的光子分布

Figure 6 The detections of the topological and non-topological edge states based on the average photon number. (a) The corresponding average photon number distribution of nontopological edge state. (b) The corresponding average photon number distribution of topological edge state

3.1 基于一维光力阵列系统对 Z_2 拓扑绝缘体的研究

考虑一个由 N 个单光力系统耦合而成的一维腔光力阵列系统, 如图7所示^[50]. 在这个光力阵列系统中, 每个腔场受一个驱动场驱动, 且相邻两个腔场之间存在直接耦合. 该光力阵列系统由如下哈密顿量描述:

$$H = \sum_n \left[\omega_a^n a_n^\dagger a_n + \omega_b^n b_n^\dagger b_n - g_n a_n^\dagger a_n (b_n^\dagger + b_n) + \Omega_n \left(a_n^\dagger e^{-i\omega_p^n t} + a_n e^{i\omega_p^n t} \right) + J_n (a_n^\dagger a_{n+1} + a_{n+1}^\dagger a_n) \right], \quad (3)$$

其中, 前两项分别表示腔场和振子的自由能量, 第三项表示腔场和振子之间的光力相互作用, 最后两项分别表示外部激光驱动腔场以及两个相邻腔场之间的相互作用. 为了获得分束器形哈密顿量来映射拓扑紧束缚模型, 首先对哈密顿量做线性化处理并考虑红失谐机

制. 这种情况下, 哈密顿量变为

$$H = \sum_n \left[-\Delta_n (a_n^\dagger a_n + b_n^\dagger b_n) - G_n (a_n^\dagger b_n + b_n^\dagger a_n) + J_n (a_n^\dagger a_{n+1} + a_{n+1}^\dagger a_n) \right], \quad (4)$$

为了获得上述哈密顿量的对角化形式, 采取玻色模变换 $A_n = \frac{(a_n^\dagger + a_n)}{\sqrt{2}}$ 以及 $B_n = \frac{(b_n^\dagger + b_n)}{\sqrt{2}}$. 变换后的哈密顿量为

$$H = \sum_n \left[\omega_A^n A_n^\dagger A_n + \omega_B^n B_n^\dagger B_n + \frac{J_n}{2} (A_n^\dagger A_{n+1} + B_{n+1}^\dagger B_n + \text{H. c.}) \right]. \quad (5)$$

这意味着最初的一维光力阵列系统被解耦成两条独立

图7 (网络版彩色)一维光力阵列系统模型示意图

Figure 7 (Color online) Schematic illustration of the one dimensional optomechanical array system

图 8 (网络版彩色) 两条解耦玻色链示意图
Figure 8 (Color online) Schematic illustration of the two decoupled bosonic chains

的玻色链, 如图8所示。

如果将两条玻色链分别映射为 Z_2 拓扑绝缘体中两个解耦的自旋分量, 那么当前一维腔光阵列系统自然可以模拟一个 Z_2 拓扑绝缘体。取系统参数分别满足 $\omega_A^n = \lambda \cos(2\pi\beta n + \phi)$, $\omega_B^n = \lambda \cos(2\pi\beta n - \phi)$, 以及 $J_n/2 = t$ 。实验上, 这种周期调制的参数可以通过周期调节驱动场的振幅来实现。研究发现, 当系统参数取不同值时, 系统展现出不同的相。

当参数满足 $\beta = 1/2t$, $\lambda = 15t$ 以及 $t = 1$ 时, 发现系统不存在能隙, 只存在两个狄拉克点连接上下两个能带。这意味着系统显示为拓扑平凡相。为了进一步证明系统的拓扑性质, 同时数值模拟系统不同参数区间的态分布(图S7)。数值结果表明, 无论是在体中还是在狄拉克点处, 系统的态分布都展现出扩展分布的特征。这进一步证明系统不存在局域的边缘态, 意味着系统为一个拓扑平凡相。

然而, 当参数满足 $\beta = 1/3t$, $\lambda = 15t$ 以及 $t = 1$ 时, 发现此时系统存在3个能带被两个带隙隔开。每个带隙中分别存在两个简并的边缘模, 这意味着当前的系统显示一个拓扑非平凡相。为了进一步评估系统的拓扑特性, 可以数值模拟相应的态分布(图S8)。数值结果表明, 带隙中的态局域在晶格链的两端, 这表明当前的系统为拓扑非平凡系统。

3.2 基于一维回音壁腔光阵列系统对光子和声子边缘局域的研究

上面基于一维光阵列系统对 Z_2 拓扑绝缘体的研究中, 只考虑了腔场之间的耦合, 并没有考虑振子之间的相互作用。这里, 考虑一个一维回音壁腔光阵列系统, 如图9所示^[51]。这个光阵列系统中每个回音壁腔通过频率为 ω_d 的驱动场驱动, 而且每个回音壁腔同时包含一个光学模和一个机械模。该阵列系统中, 两个相邻共振器间的光学模彼此耦合, 耦合强度为 J_n , 两个相

图 9 (网络版彩色) 一维回音壁腔阵列系统模型示意图
Figure 9 (Color online) Schematic illustration of the one dimensional whispering-gallery-cavity array

邻回音壁腔间两个机械模通过电荷耦合, 耦合强度为 λ_n 。该系统的哈密顿量为

$$H = \sum_{n=1}^N \left[\omega_c a_n^\dagger a_n + \omega_b b_n^\dagger b_n - g a_n^\dagger a_n (b_n^\dagger + b_n) + \Omega_d \left(e^{-i\omega_d t} a_n^\dagger + e^{i\omega_d t} a_n \right) \right] + \sum_{n=1}^{N-1} \left[J_n (a_n^\dagger a_{n+1} + a_{n+1}^\dagger a_n) + \lambda_n (b_n^\dagger + b_n) (b_{n+1}^\dagger + b_{n+1}) \right], \quad (6)$$

其中, 前两项表示光学模和机械模的能量, 第三项表示光力相互作用, 第四项为外部驱动场驱动光学模, 最后两项分别表示相邻两个光学模和机械模之间的相互作用。对上式哈密顿量执行标准线性化过程并利用红失谐机制消除反旋波项, 则系统哈密顿量变为

$$H = \sum_{n=1}^N \left[G (a_n^\dagger b_n + b_n^\dagger a_n) + \sum_{n=1}^{N-1} \left[J_n (a_n^\dagger a_{n+1} + a_{n+1}^\dagger a_n) + \lambda_n (b_n^\dagger b_{n+1} + b_{n+1}^\dagger b_n) \right] \right]. \quad (7)$$

上式哈密顿量意味着当前的一维回音壁腔光阵列系统可以被等价于两条玻色链, 两条玻色链之间通

过有效光力耦合强度 G 耦合(图S9)。显然,上面的一条链表示光子玻色链,链间的耦合强度为 J_n ;下面的一条链表示声子玻色链,链间的耦合强度为 λ_n 。这种双链结构表明,依赖于不同的耦合强度 J_n 及 λ_n ,可以实现不同的边缘局域。

为了分析系统不同的边缘局域,考虑耦合强度 J_n 及 λ_n 满足 $J_{n \in \text{odd}} = t + \Delta$ ($\lambda_{n \in \text{odd}} = t - \Delta$)及 $J_{n \in \text{even}} = t - \Delta$ ($\lambda_{n \in \text{even}} = t + \Delta$)。当回音壁腔光力阵列系统长度为偶数尺寸时,在耦合强度 $t - \Delta \gg t + \Delta$ 的极限下,系统存在两个光子边缘模局域在一维回音壁腔阵列系统的两端。当系统的耦合参数满足 $t - \Delta \ll t + \Delta$ 时,存在两个声子边缘模分别局域在系统的两端。这种光子及声子边缘模的出现,表明可以在回音壁腔阵列系统中实现光子和声子的边缘局域。上面两种情况均考虑的是系统尺寸为偶数的情况。当系统尺寸为奇数时,在耦合强

度 $t - \Delta \gg t + \Delta$ 的极限下,系统同时存在一个局域在左边缘的光子边缘模以及一个局域在右边缘的声子边缘模。然而,当耦合参数满足 $t - \Delta \ll t + \Delta$ 时,系统存在一个局域在左边缘的声子模以及一个局域在右边缘的光子模。因此,对于具有偶数尺寸的回音壁腔光力阵列系统,也可以实现光子和声子的边缘局域。为了更直观地展示这些相应的光子和声子边缘局域,可以借助不同耦合极限下双链结构的示意图,如图10所示。

3.3 基于一维频率调制的腔光力阵列系统诱导SSH拓扑相

上面的两个方案中,都是采取红失谐机制下大失谐近似来消除反旋波项,从而实现对拓扑紧束缚哈密顿量的映射。那么,是否存在一种新的参数机制有效地消除反旋波项,并诱导拓扑不平凡相呢?这里,基于具

图10 (网络版彩色)光子及声子局域示意图。(a)两个光子分别局域在两端;(b)两个声子分别局域在两端;(c),(d)两端分别局域一个光子和一个声子
Figure 10 (Color online) Schematic illustration of the localizations of the photons and phonons. (a) Two photons are localized at both ends of the system. (b) Two phonons are localized at both ends of the system. (c), (d) One photon and one phonon are localized at each end of the system

有频率调制的一维光力阵列系统, 提出一个多参数方案来诱导拓扑相^[52]. 理论模型如图11所示, 该光力阵列系统包含 $N+1$ 个腔场以及 N 个振子. 腔场和振子的本征频率可以被调制. 其中每个腔场由一束振幅为 Ω_n 的驱动场驱动, 且两个相邻的腔场之间存在直接耦合. 系统的哈密顿量可以表示为

$$H = \sum_{n=1}^{N+1} [\omega_a^n + \lambda_n v \cos(vt + \varphi)] a_n^\dagger a_n + \sum_{n=1}^N [\omega_b^n + \gamma_n v \cos(vt + \varphi)] b_n^\dagger b_n + \sum_{n=1}^{N+1} (\Omega_n a_n^\dagger e^{-i\omega_d t} + \Omega_n^* a_n e^{i\omega_d t}) - \sum_{n=1}^N g_n (a_n^\dagger a_n - a_{n+1}^\dagger a_{n+1}) (b_n^\dagger + b_n) + \sum_{n=1}^N T (a_{n+1}^\dagger a_n + a_n^\dagger a_{n+1}), \quad (8)$$

图11 (网络版彩色)具有频率调制的一维腔光力阵列系统模型的示意图

Figure 11 (Color online) Schematic illustration of the one dimensional frequency-modulated optomechanical array

其中, 前两项表示具有频率调制的腔场和振子的能量; 第三项表示驱动场与腔场之间的相互作用; 第四项表示腔场和振子之间通过辐射压的光力相互作用; 最后一项表示相邻两个腔场之间的耦合.

对上述哈密顿量做一个旋转变换并执行标准的线性化过程, 则上式哈密顿量变为

$$H = \sum_n [-G_n a_n^\dagger b_n e^{i[(\Lambda'_{a,n} - \omega_{b,n})t + (\lambda_n - \gamma_n)\sin(vt + \varphi)]} - G_n a_n^\dagger b_n^\dagger e^{i[(\Lambda'_{a,n} + \omega_{b,n})t + (\lambda_n + \gamma_n)\sin(vt + \varphi)]} + G_{n+1} a_{n+1}^\dagger b_n e^{i[(\Lambda'_{a,n+1} - \omega_{b,n})t + (\lambda_{n+1} - \gamma_n)\sin(vt + \varphi)]} + G_{n+1} a_{n+1}^\dagger b_n^\dagger e^{i[(\Lambda'_{a,n+1} + \omega_{b,n})t + (\lambda_{n+1} + \gamma_n)\sin(vt + \varphi)]}] + \text{H.c.} \dots \quad (9)$$

当系统参数满足 $T=0$ 及 $\varphi=0$ 时, 利用Jacobi-Anger公式 $e^{i\kappa \sin vt} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_m(\kappa) e^{imvt}$ 对哈密顿量进行展开, 存在

$$H = \sum_n \left[-\sum_{m_1=-\infty}^{\infty} G_n J_{m_1}(\kappa_{1,n}) a_n^\dagger b_n e^{i[(\Lambda'_{a,n} - \omega_{b,n})t + m_1 vt]} - \sum_{m_2=-\infty}^{\infty} G_n J_{m_2}(\kappa_{2,n}) a_n^\dagger b_n^\dagger e^{i[(\Lambda'_{a,n} + \omega_{b,n})t + m_2 vt]} + \sum_{m_3=-\infty}^{\infty} G_{n+1} J_{m_3}(\kappa_{3,n}) a_{n+1}^\dagger b_n e^{i[(\Lambda'_{a,n+1} - \omega_{b,n})t + m_3 vt]} + \sum_{m_4=-\infty}^{\infty} G_{n+1} J_{m_4}(\kappa_{4,n}) a_{n+1}^\dagger b_n^\dagger e^{i[(\Lambda'_{a,n+1} + \omega_{b,n})t + m_4 vt]} \right] + \text{H.c.} \dots \quad (10)$$

其中, $J_m(\kappa)$ 表示第一类贝塞尔函数的第 m 阶, G_n 表示有效光力耦合强度. 当频率调制的频率 v 足够大时, 系统存在共振的最近邻相互作用项以及反旋波项, 此时, 哈密顿量变为

$$H = \sum_n [-G_n J_0(\kappa_{1,n}) a_n^\dagger b_n - G_n J_{-2}(\kappa_{2,n}) a_n^\dagger b_n^\dagger + G_{n+1} J_0(\kappa_{3,n}) a_{n+1}^\dagger b_n + G_{n+1} J_{-2}(\kappa_{4,n}) a_{n+1}^\dagger b_n^\dagger] + \text{H.c.} \dots \quad (11)$$

由于贝塞尔函数值的可选择性, 总能找到一组参数使得贝塞尔函数满足 $J_{-2}(\kappa_{2,n}) = J_{-2}(\kappa_{4,n}) = 0$. 因此哈密顿量中的反旋波项可以被安全地消除, 从而获得紧束缚形式的哈密顿量:

$$H = \sum_n [-G_n J_0(\kappa_{1,n}) a_n^\dagger b_n + G_{n+1} J_0(\kappa_{3,n}) a_{n+1}^\dagger b_n] + \text{H.c.} \dots \quad (12)$$

如果将哈密顿量中的算符 a_n 及 b_n 分别视为SSH链中的两类格点, 那么当前哈密顿量的前两项分别表示同一元胞内及相邻元胞间两格点间的最近邻相互作用,

且相互作用强度分别为 $-G_n J_0(\kappa_{1,n})$ 及 $G_{n+1} J_0(\kappa_{3,n})$. 因此, 通过调节 $-G_n J_0(\kappa_{1,n})$ 及 $G_{n+1} J_0(\kappa_{3,n})$ 的强弱, 可以获得拓扑平凡及非平凡的SSH相. 例如, 当有效光力耦合强度满足 $-G_n = G_{n+1}$ 时, 可调节 $J_0(\kappa_{1,n})$ 和 $J_0(\kappa_{3,n})$ 的大小使有效的最近邻跃迁强度满足 $-G_n J_0(\kappa_{1,n}) < G_{n+1} J_0(\kappa_{3,n})$, 此时系统对应一个拓扑非平凡的SSH相. 为了直观地阐明这一点, 当贝塞尔函数取不同值时, 数值求解了系统的能谱, 如图12所示. 当系统尺寸为偶数时, 发现当 $-G_n J_0(\kappa_{1,n}) > G_{n+1} J_0(\kappa_{3,n})$ 时, 系统的能谱不存在简并的零能模, 此时对应一个拓扑平凡相; 参数为 $-G_n J_0(\kappa_{1,n}) < G_{n+1} J_0(\kappa_{3,n})$

图 12 不同贝塞尔参数下系统的能谱. (a) 拓扑平凡能谱; (b) 能谱具有两条简并零能模; (c), (d) 能谱均具有一条零能模

Figure 12 The energy spectra of the system when the Bessel parameter takes different values. (a) Topologically trivial energy spectrum. (b) The energy spectrum possesses two degenerate zero energy modes. (c), (d) The energy spectra possess one zero energy mode, respectively

时, 系统能隙中存在两条简并的零能模, 意味着系统为一个拓扑非平凡相. 我们也数值模拟了系统尺寸为奇数的情况, 发现系统参数无论满足 $-G_n J_0(\kappa_{1,n}) > G_{n+1} J_0(\kappa_{3,n})$ 还是 $-G_n J_0(\kappa_{1,n}) < G_{n+1} J_0(\kappa_{3,n})$, 系统始终存在一个零能模局域在系统的左端或右端. 这是由SSH模型的奇偶效应导致的.

3.4 基于一维频率调制的光力阵列系统诱导玻色拓扑Kitaev相

上面所有基于一维光力阵列系统对拓扑相的研究, 均采取大失谐近似或者利用频率调制的方法来消除哈密顿量中的反旋波项, 从而实现对拓扑紧束缚哈密顿量的映射. 那么, 如果不消除系统中的反旋波项, 是否能成功地诱导拓扑非平凡相? 这种想法是自然的, 因为从形式上看, 反旋波项的形式与拓扑Kitaev相中超导配对项的形式是一致的. 例如, 仍然考虑上一子章节中提及的具有频率调制的光力阵列系统, 当系统参数满足 $\Delta'_{a,n} = \Delta'_{a,n+1} = \omega_{b,n}$, $T=0$ 及 $\varphi=-\pi/4$ 时, 式(9)中的哈密顿量变为^[53]

$$H = \sum_n \left[-G_n a_n^\dagger b_n + G_{n+1} a_{n+1}^\dagger b_n - i G_n J_{-2}(\kappa_{2,n}) a_n^\dagger b_n^\dagger + i G_{n+1} J_{-2}(\kappa_{4,n}) a_{n+1}^\dagger b_n^\dagger \right] + \text{H.c.} \quad (13)$$

显然, 上式中的前两项等价于Kitaev模型中的最近邻相互作用项, 后两项等价于Kitaev模型中的超导配对项. 当 $-G_n = G_{n+1} = G_c$ (G_c 为一个实常数) 时, 数值模拟了Majorana基矢下系统的能谱(图S10). 数值结果表明, 无

论贝塞尔函数取何值, 当前的系统始终展示为一个无能隙的连续能谱, 这与能隙中具有两个简并的零能Majorana模的费米Kitaev模型显著不同. 这意味着当前的玻色系统始终显示为一个平凡的拓扑Kitaev相. 出现这种现象的原因在于当前的一维光力阵列系统是一个玻色系统, 系统算符满足玻色交换对称性. 因此, 如果将当前系统变换到Majorana基矢下, 得到的哈密顿量与费米情况下完全不同, 这种不同导致当前的系统始终显示为拓扑平凡相.

为了获得一个非平凡的玻色Kitaev相, 一种可选用的方法是选取纯虚的最近邻跃迁强度. 当参数满足 $-G_n = G_{n+1} = i h'$, $J_0(\kappa_{1,n}) = J_0(\kappa_{3,n})$ 以及 $J_{-2}(\kappa_{2,n}) = -J_{-2}(\kappa_{4,n})$, 公式(9)中的哈密顿量变为

$$H = \sum_n \left[i h a_n^\dagger b_n + i h a_{n+1}^\dagger b_n + i \Delta b_n^\dagger a_n^\dagger + i \Delta a_{n+1}^\dagger b_n^\dagger \right] + \text{H.c.}, \quad (14)$$

其中 $h = h' J_0(\kappa_{1,n}) = h' J_0(\kappa_{3,n})$, $\Delta = h' J_{-2}(\kappa_{2,n}) = -h' J_{-2}(\kappa_{4,n})$. 在类似玻色Majorana基矢

$$a_n = \frac{\hat{x}_{a,n} + i \hat{p}_{a,n}}{\sqrt{2}} \text{ 以及 } b_n = \frac{\hat{x}_{b,n} + i \hat{p}_{b,n}}{\sqrt{2}} \text{ 下,}$$

上式哈密顿变为

$$H_{\text{Kitaev}} = \sum_n \left[(\Delta - h) (\hat{x}_{b,n} \hat{p}_{a,n} + \hat{x}_{a,n+1} \hat{p}_{b,n}) + (\Delta + h) (\hat{p}_{b,n} \hat{x}_{a,n} + \hat{p}_{a,n+1} \hat{x}_{b,n}) \right]. \quad (15)$$

这意味着当前的玻色系统具有耦合的双链结构(图S11). 这种双链结构表明, 通过适当地选择耦合强度 h

以及配对强度 Δ , 系统可以存在局域在两端的边缘模. 例如, 对于偶数尺寸的晶格链, 当参数满足 $|\Delta+h|>|\Delta-h|$ 时, 系统存在两个孤立的模 $\hat{p}_{a,1}$ 和 $\hat{x}_{a,N}$ 分别局域在系统的左右两端. 这种局域边缘模的存在表明, 当前的光力阵列系统显示为一个拓扑非平凡的玻色Kitaev相.

上面的讨论中, 并没有考虑腔场之间的相互作用 T 对系统拓扑相的影响. 然而, 腔场之间强直接耦合可能对系统的拓扑相有显著的影响. 例如, 对于偶数尺寸的光力阵列系统, 当腔场间的相互作用 T 取实数值时, 发现随着 T 的增加, 能隙中的一个零能模保持不变, 另一个向着上能带逐渐移动. 当 T 取两条Majorana链中较弱的跃迁强度时, 系统的能隙中出现一个新的局域模, 此时系统的能隙中同时存在3个边缘模. 这个新边缘模的存在是由于路径干涉导致的. 然而, 当 T 取纯虚值时, 发现随着 T 的模逐渐增大, 仅仅使系统的能隙减小而不会改变两个零能模(图S12). 这意味着当前的玻色Kitaev相对于纯虚的 T 更加鲁棒.

3.5 在一维频率调制的光力阵列系统中利用拓扑通道实现双量子态转移

基于不同的一维光力阵列系统, 已经实现了对 Z_2 拓扑绝缘体映射、光子及声子的边缘局域、SSH相的诱导以及玻色Kitaev相的模拟. 这些不同的拓扑模型中局域边缘模的存在使其在量子信息处理和量子计算方面有着非常多的潜在应用. 接下来, 将展示如何在一维频率调制的光力阵列系统中利用拓扑通道实现可控的双量子态转移^[54]. 选取频率调制的光力阵列系统参数使哈密顿量满足

$$H = \sum_n \left[-G_n a_n^\dagger b_n + G_{n+1} a_{n+1}^\dagger b_n + T a_{n+1}^\dagger a_n \right] + \text{H.c.}, \quad (16)$$

其中, 前两项表示同一元胞内及相邻元胞间两个格点

的最近邻相互作用, 最后一项是腔场之间的耦合相互作用. 当参数满足 $-G_n = G_0(1 - \cos\theta)$ 及 $G_{n+1} = G_0(1 + \cos\theta)$ 时, 系统对应于一个周期调制的SSH模型. 当腔场之间的耦合强度取 $T = 0$ 时, 数值模拟了奇数尺寸情况下系统的能谱及零能模对应的态分布, 如图13所示. 结果表明, 随着参数 θ 从0到 2π 变化, 系统的零能模从局域在左边缘转变为局域在右边缘, 再从局域在右边缘转变为局域在左边缘. 这意味着如果将参数 θ 缓慢地从0到 π 变化, 可以实现左边缘态到右边缘态的态转移. 那么当腔场之间的耦合存在时, 这种态转移还能否实现? 例如, 当参数 θ 满足 $\theta(t) = \Omega t$, 其中 Ω 为变化率, t 为时间. 这种情况下, 系统哈密顿量变为

$$H = \sum_n \left[G_0(1 - \cos\theta) a_n^\dagger b_n + G_0(1 + \cos\theta) a_{n+1}^\dagger b_n + T a_{n+1}^\dagger a_n \right] + \text{H.c.} \quad (17)$$

为了进一步研究方案的可行性, 将初态制备在完美的左边缘态 $|1, 0, 0, \dots, 0\rangle$, 并数值计算了演化末态与右边缘态 $|0, 0, 0, \dots, 1\rangle$ 之间保真度随变化率 Ω 和腔场之间耦合强度 T 的变化(图S13). 数值结果表明, 对于 $\Omega < 0.01$ 及 $T < 0.4$, 系统能够以较高的保真度实现左边缘态到右边缘态的态转移. $\Omega < 0.01$ 意味着参数 θ 的变化要足够慢来满足绝热演化条件, 而 $T < 0.4$ 是由于系统受拓扑保护, 只要腔场之间的耦合强度不超过能隙的范围, 左边缘态到右边缘态之间的态转移就可以实现. 为了进一步证明, 将初态制备在 $|1, 0, 0, \dots, 0\rangle$, 发现当 $T = 0.2$ 和 $T = 6$ 时, 腔场之间较小的耦合强度并不会影响态转移过程, 而大的耦合强度则完全破坏了态转移通道.

虽然腔场之间大的耦合强度能够完全破坏左边缘态及右边缘态之间的态转移过程, 但是结果表明, 腔场之间大的耦合强度开启了另外的态转移通道. 通过数值

图13 (网络版彩色)光力SSH系统的能谱及态分布. (a) 系统的能谱; (b) 零能模态分布

Figure 13 (Color online) The energy spectrum and the distribution of the state of the optomechanical SSH system. (a) The energy spectrum of the system. (b) The distribution of the zero energy mode

模拟腔场之间大的耦合强度情况下系统的能谱及带隙态相应的态分布,发现腔场之间大耦合强度使最初的零能边缘模变成了能隙中的波浪型能级(图S14)。显然,波浪型的带隙态在第二个振子及倒数第二个振子处有最大的态分布。这意味着最初的左右边缘态之间态转移的通道变为态 $|0, 1, 0, \dots, 0, 0\rangle$ 和态 $|0, 0, 0, \dots, 1, 0\rangle$ 之间的态转移通道。

为了进一步证明上述结论的正确性,可以数值模拟态 $|0, 1, 0, \dots, 0, 0\rangle$ 和态 $|0, 0, 0, \dots, 1, 0\rangle$ 之间态转移的保真度随变化率 Ω 和腔场之间耦合强度 T 的变化(图S15)。数值结果表明,这个新的态转移过程可以被实现对应于腔场之间足够大的耦合强度以及足够小的变化率。这意味着,通过控制腔场之间的耦合强度,可以实现两种不同态转移之间的转换。值得强调的是,这两种态转移过程实际上分别对应了光子和声子在光力阵列系统中的转移过程。

4 结论

本文简要介绍了拓扑绝缘体在固态系统中的发展历程,并介绍了拓扑绝缘体中新的研究分支——光子拓扑绝缘体。电路QED晶格由于单格点可操作及可扩展的特性成为一类良好的量子光学平台来研究光子拓扑绝缘体。本文对基于电路QED晶格光子拓扑绝缘体的研究进行梳理,并总结了本课题组基于电路QED晶格的两个研究。除了电路QED晶格,光力阵列系统近年来也被广泛地用来研究各种宏观和微观的量子力学基本问题。但是,基于光力阵列系统对光子拓扑绝缘体的研究仍然缺乏。因此,基于不同的光力阵列系统,可以实现不同种光子拓扑绝缘体的映射,并基于拓扑绝缘体具有拓扑保护通道的特性,设计可控量子态转移的方案,来实现量子信息处理。本课题组的研究极大地丰富了光子拓扑绝缘体在光力系统中的应用。

参考文献

- 1 Kosterlitz J M, Thouless D J. Ordering, metastability and phase transitions in two-dimensional systems. *J Phys C-Solid State Phys*, 1973, 6: 1181–1203
- 2 Thouless D J, Kohmoto M, Nightingale M P, et al. Quantized Hall conductance in a two-dimensional periodic potential. *Phys Rev Lett*, 1982, 49: 405–408
- 3 Haldane F D M. Nonlinear field theory of large-spin Heisenberg antiferromagnets: Semiclassically quantized solitons of the one-dimensional easy-axis Néel state. *Phys Rev Lett*, 1983, 50: 1153
- 4 Kane C L, Mele E J. Quantum spin Hall effect in graphene. *Phys Rev Lett*, 2005, 95: 226801
- 5 Kane C L, Mele E J. Z_2 Topological order and the quantum spin Hall effect. *Phys Rev Lett*, 2005, 95: 146802
- 6 Fu L, Kane C L, Mele E J. Topological insulators in three dimensions. *Phys Rev Lett*, 2007, 98: 106803
- 7 Bernevig B A, Hughes T L, Zhang S C. Quantum spin Hall effect and topological phase transition in HgTe quantum wells. *Science*, 2006, 314: 1757–1761
- 8 Fu L, Kane C L. Topological insulators with inversion symmetry. *Phys Rev B*, 2007, 76: 045302
- 9 König M, Wiedmann S, Brune C, et al. Quantum spin Hall insulator state in HgTe quantum wells. *Science*, 2007, 318: 766–770
- 10 Hsieh D, Qian D, Wray L, et al. A topological Dirac insulator in a quantum spin Hall phase. *Nature*, 2008, 452: 970–974
- 11 Xia Y, Qian D, Hsieh D, et al. Observation of a large-gap topological-insulator class with a single Dirac cone on the surface. *Nat Phys*, 2009, 5: 398–402
- 12 Zhang H, Liu C X, Qi X L, et al. Topological insulators in Bi_2Se_3 , Bi_2Te_3 and Sb_2Te_3 with a single Dirac cone on the surface. *Nat Phys*, 2009, 5: 438–442
- 13 Koch J, Houck A A, Hur K L, et al. Time-reversal-symmetry breaking in circuit-QED-based photon lattices. *Phys Rev A*, 2010, 82: 043811
- 14 Petrescu A, Houck A A, Le Hur K. Anomalous Hall effects of light and chiral edge modes on the Kagomé lattice. *Phys Rev A*, 2012, 86: 053804
- 15 Yang W L, Yin Z, Chen Z X, et al. Quantum simulation of an artificial Abelian gauge field using nitrogen-vacancy-center ensembles coupled to superconducting resonators. *Phys Rev A*, 2012, 86: 012307
- 16 Müller C, Bourassa J, Blais A. Detection and manipulation of Majorana fermions in circuit QED. *Phys Rev B*, 2013, 88: 235401
- 17 Kapit E, Hafezi M, Simon S H. Induced self-stabilization in fractional quantum Hall states of light. *Phys Rev X*, 2014, 4: 031039
- 18 Mei F, You J B, Nie W, et al. Simulation and detection of photonic Chern insulators in a one-dimensional circuit-QED lattice. *Phys Rev A*, 2015, 92: 041805
- 19 Mei F, Xue Z Y, Zhang D W, et al. Witnessing topological Weyl semimetal phase in a minimal circuit-QED lattice. *Quant Sci Technol*, 2016, 1: 015006

- 20 Huang Y, Yin Z, Yang W L. Realizing a topological transition in a non-Hermitian quantum walk with circuit QED. *Phys Rev A*, 2016, 94: 022302
- 21 Wang Y P, Yang W L, Hu Y, et al. Detecting topological phases of microwave photons in a circuit quantum electrodynamics lattice. *npj Quant Inf*, 2016, 2: 16015
- 22 Tan X, Zhao Y, Liu Q, et al. Realizing and manipulating space-time inversion symmetric topological semimetal bands with superconducting quantum circuits. *npj Quant Mater*, 2017, 2: 60
- 23 Tan X, Zhang D W, Liu Q, et al. Topological Maxwell metal bands in a superconducting qutrit. *Phys Rev Lett*, 2018, 120: 130503
- 24 Mei F, Chen G, Tian L, et al. Robust quantum state transfer via topological edge states in superconducting qubit chains. *Phys Rev A*, 2018, 98: 012331
- 25 Li J L, Shan C J, Zhao F. Exploring photonic topological insulator states in a circuit-QED lattice. *Laser Phys Lett*, 2018, 15: 045206
- 26 Cai W, Han J, Mei F, et al. Observation of topological magnon insulator states in a superconducting circuit. *Phys Rev Lett*, 2019, 123: 080501
- 27 Qi L, Xing Y, Cao J, et al. Simulation and detection of the topological properties of a modulated Rice-Mele model in a one-dimensional circuit-QED lattice. *Sci China-Phys Mech Astron*, 2018, 61: 080313
- 28 Qi L, Xing Y, Wang G L, et al. Topological and nontopological edge states induced by qubit-assisted coupling potentials. 2019, arXiv: 1912.13217
- 29 Bai C H, Wang D Y, Wang H F, et al. Robust entanglement between a movable mirror and atomic ensemble and entanglement transfer in coupled optomechanical system. *Sci Rep*, 2016, 6: 33404
- 30 Vitali D, Gigan S, Ferreira A, et al. Optomechanical entanglement between a movable mirror and a cavity field. *Phys Rev Lett*, 2007, 98: 030405
- 31 Genes C, Vitali D, Tombesi P. Emergence of atom-light-mirror entanglement inside an optical cavity. *Phys Rev A*, 2008, 77: 050307
- 32 Nie W J, Lan Y H, Li Y, et al. Generating large steady-state optomechanical entanglement by the action of Casimir force. *Sci China-Phys Mech Astron*, 2014, 57: 2276–2284
- 33 Dobrindt J M, Wilson-Rae I, Kippenberg T J. Parametric normal-mode splitting in cavity optomechanics. *Phys Rev Lett*, 2008, 101: 263602
- 34 Gröblacher S, Hammerer K, Vanner M R, et al. Observation of strong coupling between a micromechanical resonator and an optical cavity field. *Nature*, 2009, 460: 724–727
- 35 Wu Q, Zhang J Q, Wu J H, et al. Tunable multi-channel inverse optomechanically induced transparency and its applications. *Opt Express*, 2015, 23: 18534–18547
- 36 Li W, Jiang Y, Li C, et al. Parity-time-symmetry enhanced optomechanically-induced-transparency. *Sci Rep*, 2016, 6: 31095
- 37 Jähne K, Genes C, Hammerer K, et al. Cavity-assisted squeezing of a mechanical oscillator. *Phys Rev A*, 2009, 79: 063819
- 38 Purdy T P, Yu P L, Peterson R W, et al. Strong optomechanical squeezing of light. *Phys Rev X*, 2013, 3: 031012
- 39 Kronwald A, Marquardt F, Clerk A A. Dissipative optomechanical squeezing of light. *New J Phys*, 2014, 16: 063058
- 40 Wilson-Rae I, Nooshi N, Zwerger W, et al. Theory of ground state cooling of a mechanical oscillator using dynamical backaction. *Phys Rev Lett*, 2007, 99: 093901
- 41 Liu Y C, Xiao Y F, Luan X, et al. Coupled cavities for motional ground-state cooling and strong optomechanical coupling. *Phys Rev A*, 2015, 91: 033818
- 42 Chen X, Liu Y C, Peng P, et al. Cooling of macroscopic mechanical resonators in hybrid atom-optomechanical systems. *Phys Rev A*, 2015, 92: 033841
- 43 Guo Y, Li K, Nie W, et al. Electromagnetically-induced-transparency-like ground-state cooling in a double-cavity optomechanical system. *Phys Rev A*, 2014, 90: 053841
- 44 Marquardt F, Chen J P, Clerk A A, et al. Quantum theory of cavity-assisted sideband cooling of mechanical motion. *Phys Rev Lett*, 2007, 99: 093902
- 45 Yin Z Q, Li T, Feng M. Three-dimensional cooling and detection of a nanosphere with a single cavity. *Phys Rev A*, 2011, 83: 013816
- 46 Clark J B, Lecocq F, Simmonds R W, et al. Sideband cooling beyond the quantum backaction limit with squeezed light. *Nature*, 2017, 541: 191–195
- 47 Roque T F, Peano V, Yevtushenko O M, et al. Anderson localization of composite excitations in disordered optomechanical arrays. *New J Phys*, 2017, 19: 013006
- 48 Wan L L, Lü X Y, Gao J H, et al. Controllable photon and phonon localization in optomechanical Lieb lattices. *Opt Express*, 2017, 25: 17364–17374
- 49 Xu X W, Zhao Y J, Wang H, et al. Generalized Su-Schrieffer-Heeger model in one dimensional optomechanical arrays. 2018, arXiv: 1807.07880.
- 50 Qi L, Xing Y, Wang H F, et al. Simulating Z_2 topological insulators via a one-dimensional cavity optomechanical cells array. *Opt Express*, 2017, 25: 17948–17959
- 51 Xing Y, Qi L, Cao J, et al. Controllable photonic and phononic edge localization via optomechanically induced Kitaev phase. *Opt Express*, 2018, 26: 16250–16264
- 52 Qi L, Xing Y, Wang G L, et al. Topological phase induced by distinguishing parameter regimes in cavity optomechanical system with multiple

mechanical resonators. 2019, arXiv: 1912.13231.

53 Qi L, Yan Y, Wang G L, et al. Bosonic Kitaev phase in a frequency-modulated optomechanical array. *Phys Rev A*, 2019, 100: 062323

54 Qi L, Liu S, Zhang S, et al. Controllable double quantum state transfers by one topological channel in a frequency-modulated optomechanical array. 2019, arXiv: 1912.13233.

补充材料

- 图S1 系统的能谱示意图
- 图S2 添加在最近邻相互作用中的无序对能谱及边缘态分布的影响
- 图S3 在位势能中的无序对能谱及边缘态分布的影响
- 图S4 奇偶效应反转示意图
- 图S5 系统能谱随参数 ϕ 的变化
- 图S6 缺陷势能添加在体格点, 系统的能谱及态分布
- 图S7 系统的能谱和相应的态分布
- 图S8 拓扑非平凡机制下系统的能谱及态分布
- 图S9 等效的两条玻色链示意图
- 图S10 Majorana基矢下费米Kitaev模型及当前玻色系统的能谱
- 图S11 Majorana基矢下光子阵列双链结构示意图
- 图S12 系统能谱随腔场之间耦合强度 T 的变化
- 图S13 光子拓扑态转移方案
- 图S14 声子拓扑态转移方案
- 图S15 声子态转移方案验证

本文以上补充材料见网络版csb.scichina.com. 补充材料为作者提供的原始数据, 作者对其学术质量和内容负责.

Summary for “电路QED晶格及光力阵列系统中光子拓扑绝缘体研究进展”

Progress of photonic topological insulators in circuit-QED lattice and optomechanical array

Lu Qi¹, Yu Yan² & Hongfu Wang^{2*}¹ College of Physics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China;² Department of Physics, College of Science, Yanbian University, Yanji 133002, China* Corresponding author, E-mail: hfwang@ybu.edu.cn

Topological insulators are a new kind of quantum state of the matters. Similar to the traditional insulators, topological insulators also possess the bulk gap and the insulating bulk states. The difference is that topological insulators have the conducting edge states on their surface or boundary at the same time. These conducting edge states are immune to the local disorders and perturbations since they are protected by the nonlocal topological invariant. The different values of the topological invariant usually correspond to different topological phases. The topological protection of the topological invariant originates from the topological structure of the energy bands in momentum space, which leads that the topological insulator has many potential applications in quantum information processing and quantum computing. The robust quantum state transfer can be realized with a high fidelity via the edge channel of the topological insulator, in which the process of state transfer is robust to the local disorders and perturbations since the edge channel is protected by the energy gap. Also, the topological quantum computing can be implemented by dint of the non-Abelian anyons and Majorana zero modes. These potential applications make the topological insulator have many significant research values in quantum information processing and quantum computing. However, the experimental realization of the topological insulators based on the traditional electronic system has many challenges both in experimental techniques and experimental detections. From the perspectives of energy spectrum and Bloch theorem, electron, photon, and phonon present certain similarity. So, in the field of bosons with integral spin, the quantized topological states of light, sound, mechanical motion should also be implemented similarly, which provides opportunity to conveniently realize the topological insulators in experiment based on different bosonic optical systems. With the fast-developing fields of micro-nano manufacturing and materials processing technology in recent years, all kinds of quantum optical platforms become reliable candidates for the simulations and mappings of the topological insulators, which are the so called photonic topological insulators. Based on the bosonic statistical properties in these platforms, the relevant topological issues can be easily realized and even detected directly. For example, the circuit-QED lattice, consisting of a series of superconducting resonators and qubits, is becoming a more and more appealing and reliable candidate for the mappings and the simulations of all kinds of topological insulators due to its advantages of tunability and scalability. Many topological issues based on the one dimensional circuit-QED system have been investigated, such as the mapping of the high-dimensional topological Chern insulator, the topological edge state and the topological invariant, the detection of topological edge states, etc. Another promoting quantum optical platform is the optomechanical array, which is composed by single optomechanical system. The optomechanical array contains the photons and the phonons at the same time, which has many potential advantages in the mapping and the detection of all kinds of topological issues. However, the topological phenomenon based on the optomechanical array is still rarely investigated. Thus, we summarize the development in the field of the topological insulators and review the latest research progress of photonic topological insulators in circuit-QED lattice and optomechanical array.

photonic topological insulator, circuit-QED lattice, optomechanical array system, topological quantum computation

doi: [10.1360/TB-2019-0795](https://doi.org/10.1360/TB-2019-0795)