

# 数字图像与数码相机噪声相关性的分布

崔夏荣<sup>1)</sup> 苏光大<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup>(武夷学院电子工程系,福建 武夷山 354300) <sup>2)</sup>(清华大学电子工程系,北京 100084)

**摘要** 在利用数字图像与数码相机的噪声相关性来鉴别数字图像来源的实验中,发现噪声相关性有对称和非对称两种分布。为了提高鉴别数字图像来源的正确性,正确设置判别阈值,针对噪声相关性的非对称分布,在(0,1]区间构造了一个广义 chi 平方分布的新函数,并提出了一种利用广义 chi 平方分布来描述噪声相关性的非对称分布和利用广义高斯分布来描述噪声相关性的对称分布的新方法。实验结果表明,该方法与仅采用一个广义高斯分布的方法相比,可以使鉴别错误率降低 38% 以上,可见利用不同的概率密度函数来描述相应的分布是减小鉴别错误率的一个有效途径。

**关键词** 模式噪声 小波滤波器 参考模式 相关性 概率密度函数

中图法分类号:TP309, TP918 文献标识码:A 文章编号:1006-8961(2008)06-1071-06

## The Distribution of Noise Correlation Between Digital Image and Digital Camera

CUI Xia-rong<sup>1)</sup>, SU Guang-da<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup>(Department of Electronic Engineering, Wuyi College, Wuyishan, Fujian 354300)

<sup>2)</sup>(Department of Electronic Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084)

**Abstract** The symmetrical and asymmetrical distribution of noise correlation between digital image and digital camera are discovered in the experiment of identifying digital image origin by noise correlation. In order to improve the validity of identification of digital image origin and predetermine accurately threshold of identification, a new probability density function of generalized chi square distribution is constructed within (0,1] for asymmetrical distribution of noise correlation. A new method is proposed to apply generalized chi square distribution to describe the asymmetrical distributions of noise correlation, and using generalized Gaussian distribution to describe the symmetrical distributions of noise correlation. The experiment shows that the new method can reduce over 38% of the false rate compared with the method of generalized Gaussian distribution, consequently, it is an effective approach to reduce the false rate by diverse probability density functions to describe different distributions of noise correlation.

**Keywords** pattern noise, wavelet filter, reference pattern, correlation, probability density function (PDF)

## 1 引言

由于伪造的图像已在网络及各种媒体上大量传播,因此鉴别图像的真伪已经成为人们日常生活和司法领域的一个非常重要的问题。目前,数字图像

的防伪主要采用在原图像中添加识别信息(如:数字水印等)的主动式鉴别方法,但由于目前大多数消费类数码成像设备都没有这种功能,于是就出现了被动式的真伪鉴别方法。所谓被动式图像真伪鉴别,就是在对图像没有任何先验知识的基础上,对其进行鉴别。目前,我国对这一方法的研究工作开展

基金项目:公安部重点攻关计划项目(2005ZDGGQHDX005);福建省自然科学基金项目(A0640014)

收稿日期:2007-04-17;改回日期:2007-12-12

第一作者简介:崔夏荣(1965 ~ ),男,副教授。2005 年获武汉理工大学电子与通信工程专业硕士学位。目前主要研究方向为图像处理与小波分析。E-mail:npcxr@163.com

得较少,国外也处于刚起步阶段。在图像的真伪鉴别中,鉴别图像的来源是一个非常重要的内容,而本文也仅涉及鉴别数字图像来源的方法。

最简单的鉴别数字图像来源的方法是直接检查其电子文件头的有关信息,因为它包含了拍摄时间、相机型号这两个信息,但这两个信息很容易被抹去或篡改。文献[1]介绍了通过检查相机成像传感器 CCD(charge-coupled devices)的像素坏斑(the pixel defects)来鉴别图像来源的方法,但由于像素坏斑与环境温度有关,因此这种方法的应用有很大的局限性。文献[2]介绍了一种利用彩色插值算法来鉴别图像来源的方法,但由于同一品牌同一型号的相机一般采用相同的彩色插值算法,故该方法的鉴别灵敏度不高。文献[3]介绍了一种利用数字图像的残留噪声与相机的模式噪声的相关性来鉴别图像来源的方法。由于相机的 CCD 存在非理想性,相机内部电路也存在非理想性,因此在成像过程中必然会产生噪声,这一噪声信息并被添加到图像数据中。显然来自某一相机的图像,其所包含的残留噪声与相机内部的噪声肯定存在相关性。根据笔者的实验结果,只有来自同一台相机,且对应 CCD 同一区域的图像才是相关的;由于模式噪声就像人的指纹特征一样,有惟一性的对应关系,故该方法具有极高的鉴别灵敏度,可见它在图像的司法鉴定领域有很强的应用潜力。

本文在介绍噪声相关性检测原理的基础之上,主要探讨这种噪声相关性的分布情况,并针对非对称的噪声相关性分布,构造出了一个新的概率密度函数(probability density function, PDF),以降低图像鉴别的错误率。

## 2 噪声相关性检测的原理

数码相机内部的结构可参阅文献[2],文献[3]介绍了数码相机内部的信号处理过程,指出相机内部的主要噪声源是 CCD,并详细分析了 CCD 所产生的噪声。CCD 的结构和工作原理可参阅文献[1]。彩色图像由红、绿、蓝 3 基色信号组成,由于在研究过程中只利用了绿基色信号,因此本文以下内容都是针对绿基色信号进行的。

文献[3]指出,模式噪声的主要成分是 CCD 的像素不均匀(pixel nonuniformity, PNU)噪声,它是一种系统失真。为了检验某一幅图像  $I$  是否由  $j$

相机拍摄,首先要从  $I$  中提取相机输出的残留噪声,本文把它称为图像的样本噪声。由于小波降噪滤波技术在信号降噪领域得到相当成功的应用,因此本文选用小波降噪滤波器来提取图像的样本噪声<sup>[4]</sup>。本文实验均采用 sym4 小波基。若用  $n$  表示从  $I$  中提取的样本噪声信号,  $F(I)$  表示小波降噪滤波器的输出信号,则获取图像样本噪声  $n$  的过程可表示为

$$n = I - F(I) \quad (1)$$

由于一般情况下不可能拆开相机直接获得 CCD 输出的原始信号,因此本文采用平均多幅图像的样本噪声  $n$  的方法,通过抑制噪声的随机成分来获得 PNU 噪声的近似值,本文把这个 PNU 噪声的近似值称为相机的参考模式噪声  $n_e$ ,简称为参考模式,其为

$$n_e = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [I_k - F(I_k)] \quad k = 1, 2, \dots, N \quad (2)$$

为了确定一幅图像  $I$  是否是由  $j$  相机拍摄的,可通过计算图像  $I$  的样本噪声  $n$  与  $j$  相机的参考模式噪声  $n_e$  之间的相关系数  $r$  来进行区分,该相关系数为

$$r = \frac{E[(n - E(n)) \times (n_e - E(n_e))]}{\sqrt{E[(n - E(n))^2]} \sqrt{E[(n_e - E(n_e))^2]}} \quad (3)$$

式中,  $E(\cdot)$  表示均值,  $E(n)$  和  $E(n_e)$  分别是噪声  $n$  和  $n_e$  的像素亮度均值。只要设法得到由  $j$  相机拍摄的图像  $I$  与不是由  $j$  相机拍摄的图像  $\hat{I}$  的分类阈值  $t$ ,就可以把  $I$  和  $\hat{I}$  鉴别出来。

## 3 实验结果及噪声相关性的分布

为了能够有效地进行实验研究,笔者收集了 10 种不同品牌或不同型号的数码相机拍摄的大量图像,建立了一个 4 000 多幅图像的数据库。本文在实验中所用的图像均为数码相机输出的原始图像,所有图像被处理时均取相同尺寸( $1024 \times 1024$ )的中心区域,即对应 CCD 的相同区域。 $n_e$  不包含被测试图像的样本噪声。在本文中,  $r_{j,j}$  表示来自  $j$  相机的参考模式噪声  $n_e$  与来自  $j$  相机拍摄的图像样本噪声  $n$  的相关系数,  $r_{j,B}$  表示来自  $j$  相机的  $n_e$  与来自其他 9 种相机的集合  $B$  拍摄图像的  $n$  之间的相关系数。为了搞清楚  $r$  的分布规律,本文利用大量的

图像样本对各种相机拍摄的图像进行了噪声相关性统计实验。

图1是用Kodak cx6330相机拍摄的316幅 $2032 \times 1354$ 大小的图像的 $n$ 与其 $n_c$ 的相关性 $r_{1,1}$ 的统计直方图, $r_{1,1}$ 基本对称分布在均值两边, $0.0348 \geq r_{1,1} \geq 0.0060$ ;图2表示的是来自cx6330的 $n_c$ 与来自其他9种相机拍摄的2582幅图像的 $n$ 的相关性 $r_{1,B}$ 的统计直方图, $r_{1,B}$ 也基本对称分布在均值两边, $0.0050 \geq r_{1,B} \geq -0.0089$ 。比较 $r_{1,1}$ 和 $r_{1,B}$ 可知,由于 $r_{1,1}$ 与 $r_{1,B}$ 是充分分离的,因此只要把判别阈值 $t_1$ 预设为 $0.006 > t_1 > 0.005$ ,就可以对cx6330相机拍摄的316幅图像实现100%的正确鉴别。

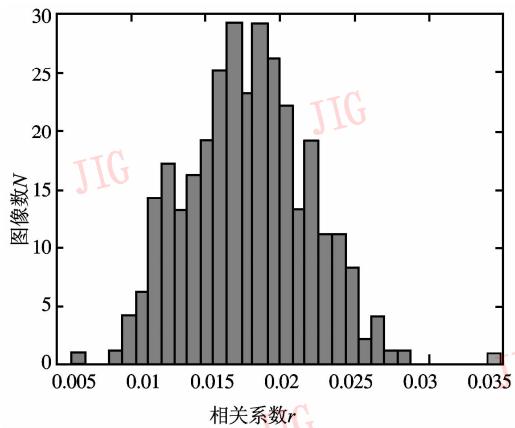


图1 cx6330相机拍摄图像的 $n$ 与cx6330相机的 $n_c$ 的相关性统计直方图

Fig. 1 Correlation of images from camera cx6330 with camera cx6330

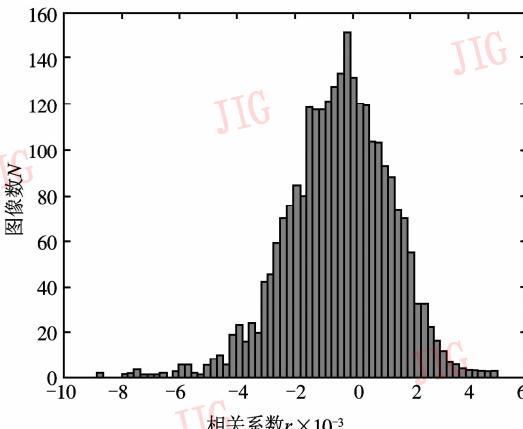


图2 其他9种相机拍摄图像的 $n$ 与cx6330相机的 $n_c$ 的相关性统计直方图

Fig. 2 Correlation of images from other 9 cameras with camera cx6330

图3是用Olympus C5060相机拍摄的434幅 $2288 \times 1712$ 大小的图像的 $n$ 与其 $n_c$ 的相关性 $r_{2,2}$ 的分布图, $0.2988 \geq r_{2,2} \geq 0.0191$ ;图4是来自其他9种相机拍摄的2131幅图像的 $n$ 与C5060相机的 $n_c$ 的相关性的分布图, $0.0073 \geq r_{2,B} \geq -0.0049$ 。可见, $r_{2,2}$ 和 $r_{2,B}$ 也是充分分离的,若把判别阈值 $t_2$ 预设为 $0.0191 > t_2 > 0.0073$ ,则可以对C5060相机拍摄的434幅图像实现100%的正确鉴别。

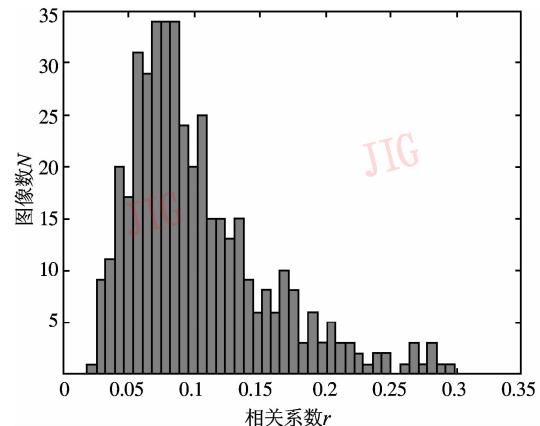


图3 C5060相机拍摄图像的 $n$ 与C5060相机的 $n_c$ 的相关性统计直方图

Fig. 3 Correlation of images from camera C5060 with camera C5060

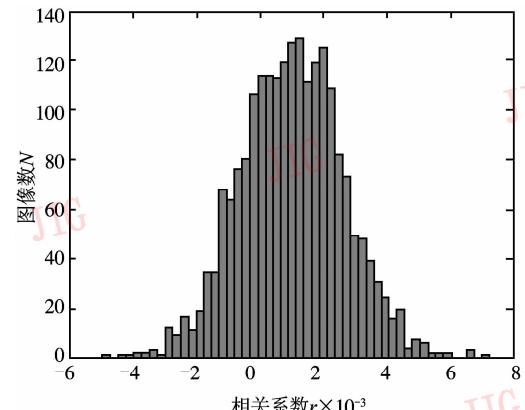


图4 其他9种相机拍摄的图像的 $n$ 与C5060相机的 $n_c$ 的相关性统计直方图

Fig. 4 Correlation of images from other 9 cameras with camera C5060

由上述可知,利用噪声相关性来鉴别图像的来源要利用到两种相关性,而利用统计直方图的方法获得的 $t$ ,则由于存在一个较宽的区间,因而不利于 $t$ 的确定。由于图像鉴别问题可看成“是”与“非”的两类判别问题,因此可通过实验总结出 $r_{j,j}$ 和 $r_{j,B}$ 的

分布规律,以便用数学方法精确地求出判别阈值  $t$ 。

## 4 相关系数的分布函数

笔者在实验中发现, Kodak 品牌的 z7590、cx6330 两种型号相机的噪声相关系数  $r$  的分布特性是相同的,Olympus 品牌的 c460、c5060、sp500 3 种型号相机的噪声相关系数  $r$  的分布特性也是相同的。在本文实验的有限数量的相机中,其他品牌相机的  $r$  的分布特性都属于这两种分布之一。本文分析认为,  $r$  的分布特性与相机内部的噪声源特性和采用的软硬件技术有关, 主要影响因素有:

(1) 相机内部的噪声主要来自 CCD, CCD 的噪声源主要有暗电流噪声、激发噪声、复位噪声、放大器噪声、量化噪声、转移噪声、固定模式噪声(FPN)、光感应不均匀(PRNU)噪声, 其中 FPN 和 PRNU 噪声是由 CCD 的像素不均匀引起的, 也是参考模式噪声的主要成分<sup>[5]</sup>。不同品牌或不同型号的相机由于采用不同的 CCD 硅片, 因此其模式噪声的特性也不同。

(2) 相机内部采用的降噪技术主要有: 对 CCD 的冷却技术、相关双采样技术、暗画面校正技术等。不同品牌或不同型号的相机, 由于采用的降噪技术有差异, 因而其对模式噪声的影响也不同。

(3) 大多数的彩色插值算法都伴随着较小的增益偏移, 这将导致被插值的彩色出现偏差。不同品牌或不同型号的相机, 因为采用了不同的彩色插值算法, 所以其对模式噪声的影响也不同。

(4) 白平衡调节、gamma 校正等都是非线性的操作, 其对模式噪声也有影响。

(5) JPEG 压缩因子不同, 其对模式噪声的压缩量也不同, 而且过强的 JPEG 压缩还会产生一些块状的人造品(blockiness artifact)。

(6) 由于彩色滤波器阵列(CFA)包含了一种周期性的结构, 以及成像传感器的行列方式的操作特征, 因此也会产生一种周期性的行列偏差。

一种相机拍摄的图像的样品噪声与其参考模式噪声的相关性分布主要是由以上各种因素共同作用的结果。图 1、图 2 和图 4 的相关系数统计直方图都是对称的分布, 但图 1、图 2 统计直方图的尾部较尖细, 图 4 统计直方图的尾部较粗大。由于广义高斯分布(generalized Gaussian distribution, GGD)是一类以 Gaussian 分布、Laplacian 分布为特例, 以  $\delta$  函数

和均匀分布为极限形式的对称分布, 它对对称分布有很强的自适应性, 因此本文选用 GGD 的 PDF 对其进行描述<sup>[6,7]</sup>, 以便获得更逼近的误差估计。其表达式如下:

$$f_1(x; \mu, \alpha, \beta) = \frac{1}{2\alpha\Gamma(1 + 1/\beta)} e^{-|\frac{x-\mu}{\alpha}|^{\beta}} \quad x \in \mathbf{R} \quad (4)$$

$$\alpha = \left[ \frac{\sigma^2 \Gamma(1/\beta)}{\Gamma(3/\beta)} \right]^{1/2} \quad (5)$$

$$\beta = \psi^{-1}(\theta^2/\sigma^2) \quad (6)$$

$$\theta = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N |x_k - \mu| \quad (7)$$

$$\psi(x) = \frac{[\Gamma(2/x)]^2}{\Gamma(1/x)\Gamma(3/x)} \quad (8)$$

以上各式中,  $\mu$  是均值,  $\sigma^2$  是方差,  $\theta$  是平均绝对偏差,  $\beta$  是形状参数,  $\Gamma$  是 gamma 函数。文献[3]给出了 GGD 的 PDF(式(7))对整个概率空间的积分不等于 1, 这一点值得商榷。

图 3 的分布是非对称的偏态分布, 大量的实验表明, 当图像的被测试区域尺寸为  $1024 \times 1024$  时,  $r_{j,j}$  总是大于 0, 描述这类偏态分布的 PDF 有 chi 平方分布、F 分布、瑞利分布、莱斯(Rician)分布, 由于  $r_{j,j}$  的定义域为  $(0, 1]$ , 经过对这几种偏态分布的 PDF 比较, 本文选用 chi 平方分布(中心化)的 PDF 来构造这一类  $r_{j,j}$  的分布函数, 用作为对这类噪声相关性偏态分布的近似描述<sup>[8]</sup>。chi 平方分布(中心化)的 PDF 表达式如下:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2^{\frac{m}{2}} \Gamma\left(\frac{m}{2}\right)} x^{\frac{m}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases} \quad (9)$$

式中,  $m$  是自由度, 其取自然数。该分布的数字特征是  $x$  的均值  $\mu = m$ , 均方差  $\sigma^2 = 2m$ 。

由于  $r_{j,j}$  的定义域是  $(0, 1]$ , 且直接利用式(9)不可能得到符合图 3 分布情况的 PDF 曲线, 因此必须自己构造一个新函数来描述图 3 的分布特性。一般可利用换元法来构造, 令  $y = kx$ ,  $k$  为常数, 把  $y$  代入上式就可得到  $f(y)$ 。若  $x$  的定义域是  $(0, 1]$ ,  $y$  的定义域就是  $(0, k]$ , 则

$$\int_0^k f(y) dy = \int_0^k f(kx) d(kx) \\ = k \int_0^1 f(kx) d(x) = 1 \quad (10)$$

假设  $x = r_{j,j}$  在  $(0, 1]$  定义域中的实际 PDF 是  $f_2(x)$ , 则

$$\int_0^1 f_2(x) dx = 1 \quad (11)$$

由式(9)~(11)可得

$$f_2(x) = kf(kx) = \frac{k}{2^{\frac{m}{2}} \Gamma\left(\frac{m}{2}\right)} (kx)^{\frac{m}{2}-1} e^{-\frac{kx}{2}} \quad (12)$$

显然,  $k=1$  时, 式(12)与式(9)相同, 但式(12)有更广泛的适应性, 本文把式(12)定义为广义的 chi 平方分布(中心化)函数。因此只要  $k$  足够大, 就可以在  $(0, 1]$  区间得到如图 3 所示的形状分布曲线, 根据本文的实验结果,  $k$  值一般取  $k \geq 50$ 。 $m, k$  取不同的值就可得到不同形状的 PDF 曲线,  $m, k$  的取值方法是尽量满足  $\mu(kx) = m$  和  $\sigma^2(kx) = 2m$ , 且使  $m$  为自然数。由表 1 可知, 当  $k$  的取值为 70 和 80 时就可以较好地满足该分布的数字特征, 考虑到峰值的位置应该与图 3 尽量一致, 为此在实验中取  $k=80$ 。

表 1 C5060 相机的  $k$  与  $m$  的关系

Tab. 1 The relation between  $k$  and  $m$  of camera C5060

$k$	60	70	80	90
$\mu(kx)$	6.168	7.196	8.224	9.252
$\sigma^2(kx)$	10.08	13.72	17.92	22.68
$m$	6	8	9	
$\sigma^2(kx)/\mu(kx)$	1.634	1.907	2.179	2.451
$r_{2,2}: \mu(x) = 0.1028, \sigma^2(x) = 0.0028, \theta = 0.0410$				

图 5 是应用  $f_1(x)$ 、 $f_2(x)$ , 根据表 1 中  $x = r_{2,2}$  的实验数据分别对  $r_{2,2}$  的分布情况进行模拟的结果; 不对称的实线就是利用  $f_2(x)$ , 当  $k$  和  $m$  的取值分别

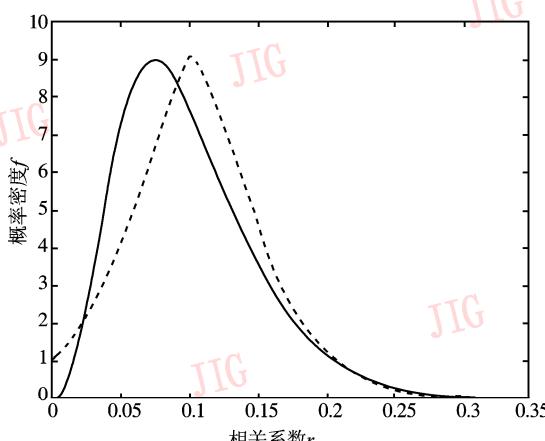


图 5 用两种 PDF 模拟  $r_{2,2}$  的分布曲线

Fig. 5 Curves of two PDF for  $r_{2,2}$

为  $k=80$  和  $m=8$  时画出的  $r_{2,2}$  的 PDF 曲线, 由图 5 可见, 该曲线的形状与图 3 相关系统计直方图的分布情况吻合得很好。图 5 中对称的虚线是利用  $f_1(x)$  画出的 PDF 曲线。由图 5 可知, 用  $f_2(x)$  作为  $r_{2,2}$  的 PDF, 计算误差将明显变小。

## 5 分布函数对估计错误率的影响

在图像的真伪鉴别实践中, 错误拒绝和错误接受都会给当事人一方带来严重的损失, 由于选用最小错误率的 Bayes 决策规则确阈值  $t$ , 可使错误判率最小, 这在司法鉴定中对当事人双方是公平的, 因此本文以最小错误率的 Bayes 决策规则为例来说明分布函数对判别阈值  $t$  和错误率估计的影响。根据最小错误率的 Bayes 决策规则<sup>[9]</sup>求出  $t$ , 求最小错误率的方法如下:

$$S_{\min} = \int_{-1}^t f(r_{j,j}) P(j) dr + \int_t^1 f'(r_{j,B}) P(B) dr \quad (13)$$

式中,  $S_{\min}$  表示最小错误率,  $P(j)$  表示来自第  $j$  台相机图像样本噪声的先验概率,  $P(B)$  表示其他 9 种相机图像样本噪声的总体先验概率。

为了说明利用广义 chi 平方分布描述噪声相关性偏态分布的优越性, 本文分别以单 PDF 方式 (GGD) 和用双 PDF 方式 (即 GGD 与广义 chi 平方分布) 来估计噪声相关性存在偏态分布的 3 种相机的判别阈值  $t$  和最小错误率  $S_{\min}$ , 实验结果如表 2 所示。其中 ' $f_1(x)$  和  $f_2(x)$ ' 是指对  $r_{j,B}$  的分布用  $f_1(x)$  描述, 对  $r_{j,j}$  的分布用  $f_2(x)$  描述。

表 2 3 台相机的判别阈值和错误率

Tab. 2 The  $t$  and  $S_{\min}$  of three cameras

PDF	Camera	Resolution	$t$	$S_{\min}$
$f_1(x)$ 和 $f_2(x)$	C5060	$2288 \times 1712$	0.0077	$5.7e-005$
	C460	$2288 \times 1712$	0.0091	0.0031
$f_1(x)$	Cannon400	$1600 \times 1200$	0.0076	0.0061
	C5060	$2288 \times 1712$	0.0068	0.0065
$f_1(x)$	C460	$2288 \times 1712$	0.0090	0.0075
	Cannon400	$1600 \times 1200$	0.0082	0.0099

表 2 的数据说明, 对噪声相关性存在偏态分布的这 3 种相机, 应用双 PDF 方式估计判别阈值  $t$  产生的错误率远小于应用单 PDF 方式估计的错误率, 前者与后者相比, 错误率至少降低了 38%, 这证明了本文在  $(0, 1]$  区间构造的一个广义 chi 平方分布的 PDF 对  $r_{j,j}$  偏态分布描述的有效性, 同时也说明了文献[3]对

所有相机的噪声相关性均采用 GGD 单 PDF 方式来进行描述是有缺陷的。因此,根据相机实际的噪声相关性分布类型来选择合适的 PDF 是提高估计判别阈值  $t$  正确性和降低错误率的一个有效途径。

## 6 结 论

本文针对实验中出现的数字图像的噪声与数码相机的噪声相关性的偏态分布,在  $(0, 1]$  区间构造了一个广义 chi 平方分布的 PDF,该 PDF 的适用条件是  $\mu(kx) = m$  和  $\sigma^2(kx) = 2m$ 。本文提出了利用广义 chi 平方分布来描述噪声相关性的偏态分布,而利用 GGD 来描述噪声相关性的对称分布的双 PDF 模型的新方法。该方法同文献 [3] 采用的单 PDF 方法相比,不仅提高了设置判别阈值  $t$  的准确性,而且降低了鉴别数字图像来源的错误率。虽然稍微提高了编程的复杂性,但两者的运算速度没有明显区别。今后将进一步研究几何操作、JPEG 压缩等图像处理技术对利用噪声相关性鉴别数字图像来源的影响,以进一步降低图像鉴别的错误率。

## 参 考 文 献 (References)

- 1 Gerardts Z, Bijhold J, Kieft M, et al. Methods for identification of images acquired with digital cameras [A]. In: Proceedings of SPIE Conference on Enabling Technologies for Law Enforcement and

- Security [C], San Diego, CA, USA, 2001: 505 ~ 512.
- 2 Bayram S, Sencar H, Memon N, et al. Source camera identification based on CFA interpolation [A]. In: Proceedings of IEEE International Conference on Image Processing [C], Geneva, Switzerland, 2005: 69 ~ 72.
- 3 Lukas J, Fridrich J, Goljan M. Digital camera identification from sensor pattern noise [J]. IEEE Transactions on Information Forensics and Security, 2006, 1(2): 205 ~ 214.
- 4 Chang S G, Yu B, Vetterli M. Spatially adaptive wavelet thresholding with context modeling for image denoising [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2000, 9(9): 1522 ~ 1531.
- 5 Holst G C. CCD arrays, Cameras, and Displays [M]. Winter Park, FL, USA, and Bellingham, WA, USA: JCD & SPIE, 1998: 79 ~ 144.
- 6 Dominguez-Molina J A, Gonzalez-Farias G. A Practical Procedure to Estimate the Shapeparameter in the Generalized Gaussian Distribution [EB/OL]. [http://www.cimat.mx/reportes/enlinea/I-01-18\\_eng.pdf](http://www.cimat.mx/reportes/enlinea/I-01-18_eng.pdf).
- 7 Wang Tai-yue, Li Zhi-ming. A fast parameter estimation of generalized Gaussian distribution [J]. Chinese Journal of Engineering Geophysics, 2006, 3(3): 172 ~ 176. [汪太月,李志明. 一种广义高斯分布的参数快速估计法[J]. 工程地球物理学报,2006,3(3):172 ~ 176. ]
- 8 Kay S M. Fundamentals of Statistical Signal Processing [M]. Luo peng-fei, Zhang Wen-ming, Liu Zhong, et al Translation. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2006: 473 ~ 479. [Kay S M. 统计信号处理基础 [M]. 罗鹏飞,张文明,刘忠等译. 北京:电子工业出版社,2006:473 ~ 479. ]
- 9 Bian Zhao-qi, Zhang Xue-gong. Pattern Recognition [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2000: 9 ~ 12. [边肇祺,张学工. 模式识别 [M]. 北京:清华大学出版社,2000: 9 ~ 12. ]