对核物质状态方程基于中子星观测的贝叶斯统计研究

谢文杰*

运城学院物理与电子工程系, 运城 044000

*联系人, E-mail: wenjiexie@yeah.net

收稿日期: 2021-11-02; 接受日期: 2021-12-13; 网络出版日期: 2022-03-25

山西省基础研究计划项目(编号: 20210302123085)和山西省高等学校科技创新项目(编号: 2020L0550)资助

摘要 核物质状态方程的确定是核物理和天体物理所共有的核心科学目标之一, 其不确定性主要源于核物质对称能的不确定. 本文采用同位旋相关的参数化状态方程模型与贝叶斯统计方法相结合的理论框架, 基于LIGO/Virgo合作组和NICER合作组发布的中子星质量和半径的观测数据计算描述核物质状态方程参数的后验概率分布, 约束对称核物质状态方程和核物质对称能. 研究发现, NICER合作组发布的中子星观测数据支持较硬的核物质状态方程, 并且相比之前核物质状态方程的约束结果, NICER最新的数据没有改善人们对核物质对称能的认知. 最新的关于状态方程参数的68%的置信区间为对称能斜率参数 $L = 45^{+15}_{-9}$ MeV, 对称能曲率参数 $K_{\text{sym}} = -100^{+50}_{-110}$ MeV, 而对称核物质偏度参数 $J_0 = -180^{+60}_{-40}$ MeV. 两倍和三倍饱和密度处对称能的68%的置信范围分别为 $E_{\text{sym}}(2\rho_0) = 48.9^{+7.8}_{-16}$ MeV和 $E_{\text{sym}}(3\rho_0) = 81.8^{+21.1}_{-57.2}$ MeV.

关键词 核物质状态方程, 核物质对称能, 贝叶斯统计方法, 中子星半径

PACS: 02.70.Uu, 26.60.+c, 21.65.+f

1 引言

理解和约束致密丰中子核物质的状态方程是许多天体物理观测^[1-17]和陆地核实验^[18-29]所共有的主要科学目标. 通常情况下, 核物质状态方程可以表示为其内部压力 p 与能量密度 ϵ 之间的关系, 即可写为

$$p(\rho, \delta) = \rho^2 \frac{d\epsilon(\rho, \delta)/\rho}{d\rho}, \quad (1)$$

其中 $\delta \equiv (\rho_n - \rho_p)/\rho$ 表示核物质的同位旋不对称度, ρ , ρ_n 和 ρ_p 表示核子总密度、中子和质子的密度. 能量密

度可写成 $\epsilon(\rho, \delta) = \rho E(\rho, \delta) + \rho M$, 其中 E 和 M 表示平均核子能量和平均核子质量. 根据现有的核多体理论, 在忽略高阶项的情况下, 平均核子能量可近似为抛物线规律, 即^[30]

$$E(\rho, \delta) \approx E_0(\rho) + E_{\text{sym}}(\rho) \cdot \delta^2, \quad (2)$$

其中 $E_0(\rho)$ 表示对称核物质(由相等数目的中子和质子组成的核物质)的平均核子能量, $E_{\text{sym}}(\rho)$ 为核物质对称能, 它表示使得对称核系统变为纯中子系统所需要的能量.

引用格式: 谢文杰. 对核物质状态方程基于中子星观测的贝叶斯统计研究. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2022, 52: 252016

Xie W-J. Probing the nuclear equation of state using the neutron star observables within the Bayesian inference approach (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2022, 52: 252016, doi: 10.1360/SSPMA-2021-0302

通过分析重离子碰撞中产生的核子的集体流^[18]和K介子产额^[31]的实验数据, 对称核物质状态方程已经得到较好的约束. 因此, 核物质状态方程的不确定性主要来自于核物质对称能. 在过去的40年中, 几乎所有的核多体理论都被用来计算和预言核物质对称能, 然而截至目前, 人们对核物质对称能的认识仅限于饱和密度附近区域. 在高于饱和密度区域, 甚至连其随着核子密度的变化趋势都不能确定^[21].

中子星作为一种天然的极端丰中子致密体系, 是研究核物质对称能的理想场所. 反过来, 核物质对称能对孤立中子星以及它们的并合所产生的引力波的许多特性都有广泛的影响. 在 β 平衡和电中性条件下, 中子星中的同位旋不对称度 δ 是由对称能唯一决定的, 一旦对称能确定, 则中子星内部的压力和能量密度就是核子密度的单调函数, 就可把它们代入至Tolman-Oppenheimer-Volkov (TOV)方程^[32,33]中求解中子星的结构参量, 如中子星的半径、质量和潮汐系数等. 此外, 中子星的壳-核临界密度、各种振荡的频率和阻尼时间、壳的扭转模式、潮汐形变等都主要取决于核物质对称能^[34].

尽管核物质对称能有着较大的不确定性, 但经过大量实验和理论研究人员的努力, 也取得了较好的成果. 饱和密度处及以下密度区域的对称能约束相对较好. 在低于饱和密度区域, 通过分析核反应中的同位旋扩散^[35]、出射核子中的中子质子产额比^[36]、核子-核散射和电荷交换反应^[37]、核质量^[38]和中子皮厚度^[39]的实验数据以及中子星的质量半径观测数据^[40], 核物质对称能已得到较好的约束. 通过分析现有的核实验数据和天体观测数据^[5], 所提取的饱和密度处的对称能值为 (31.7 ± 3.2) MeV, 而饱和密度处对称能的斜率参数为 (58.7 ± 28.1) MeV. 这些结果也得到了最近研究的证实. 比如, 通过分析核子集体流实验数据, 得到的斜率参数95%置信区间为 $23 \text{ MeV} \leq L \leq 63 \text{ MeV}$ ^[41], 分析重离子碰撞中同位旋自由度的长时漂移得到的斜率参数95%置信区间为 $33 \text{ MeV} \leq L \leq 61 \text{ MeV}$ ^[42]. 而联合重离子反应数据和中子星潮汐系数、最大质量数据得到的斜率参数的范围为 $49.51 \text{ MeV} \leq L \leq 69.63 \text{ MeV}$ ^[43]. 通过分析中子星的观测数据得到的斜率参数68%置信区间有 $39 \text{ MeV} \leq L \leq 58 \text{ MeV}$ ^[44], $28.3 \text{ MeV} \leq L \leq 46.4 \text{ MeV}$ ^[45]以及 $25 \text{ MeV} \leq L \leq 42 \text{ MeV}$ ^[46]等. 然而, 最近的贝叶斯统计研究显示斜

率参数的取值依赖于它的先验分布^[47]和所选概率函数中所用的实验或观测数据^[46]. 因此, 相对饱和密度处的对称能值、对称能的斜率参数还存在一定的不确定性, 需做进一步的约束. 对称能在饱和密度处级数展开的高阶参数则不确定性更大, 这些高阶参数通常描述的是对称能的高密行为, 是重点关注部分, 对它们的约束需要更多的实验观测数据和更先进的理论方法.

在目前的工作中, 采用同位旋相关的中子星物质状态方程参数化模型与贝叶斯统计方法相结合的理论框架, 基于目前国际上各个观测组发布的中子星半径和最大质量的数据, 约束对称核物质状态方程和核物质对称能.

2 理论方法

2.1 中子星模型

在目前的中子星理论框架中, 中子星仅由中子、质子、电子和 μ 子组成. 按照中子星的内部结构, 中子星物质状态方程由外壳、内壳和核心三部分组成, 对于中子星外壳部分的状态方程, 一般采用文献^[48]中的形式, 即所谓的BPS-EOS. 内壳部分的状态方程则采用文献^[49]中的形式, 即NV-EOS. 在内壳与核心的临界区域, 采用热力学方法^[50,51]来建立壳-核临界点. 相比其他动力学方法, 尽管此方法过高地估计了临界密度 ρ_c , 但这一问题并不会对本文的研究产生太大影响. 具体来说, 对于处在电荷中性条件和 β 平衡下的中子星物质, 临界密度是由其不可压缩性消失所确定的, 即通过下面的表达式来计算:

$$K_\mu = \rho^2 \frac{d^2 E_0}{d\rho^2} + 2\rho \frac{dE_0}{d\rho} + \delta^2 \times \left[\rho^2 \frac{d^2 E_{\text{sym}}}{d\rho^2} + 2\rho \frac{dE_{\text{sym}}}{d\rho} - 2E_{\text{sym}}^{-1} \left(\rho \frac{dE_{\text{sym}}}{d\rho} \right)^2 \right] = 0. \quad (3)$$

上述表达式中的 E_0 和 E_{sym} 与表达式(2)中一致, 可参数化为

$$E_0(\rho) \approx E_0(\rho_0) + \frac{K_0}{2} \left(\frac{\rho - \rho_0}{3\rho_0} \right)^2 + \frac{J_0}{6} \left(\frac{\rho - \rho_0}{3\rho_0} \right)^3, \quad (4)$$

$$E_{\text{sym}}(\rho) \approx E_{\text{sym}}(\rho_0) + L \left(\frac{\rho - \rho_0}{3\rho_0} \right) + \frac{K_{\text{sym}}}{2} \left(\frac{\rho - \rho_0}{3\rho_0} \right)^2$$

$$+ \frac{J_{\text{sym}}}{6} \left(\frac{\rho - \rho_0}{3\rho_0} \right)^3. \quad (5)$$

上述表达式(4)和(5)在饱和密度附近时自动地转化为 E_0 与 E_{sym} 的泰勒级数展开形式. 其中 $E_0(\rho_0) = -16$ MeV. $K_0 = 9\rho_0^2[\partial^2 E_0(\rho)/\partial \rho^2]|_{\rho=\rho_0}$ 为不可压缩参数, $J_0 = 27\rho_0^3[\partial^3 E_0(\rho)/\partial \rho^3]|_{\rho=\rho_0}$ 为对称核物质的偏度(Skewness)参数, $L = 3\rho_0[\partial E_{\text{sym}}(\rho)/\partial \rho]|_{\rho=\rho_0}$ 是核物质对称能的斜率(Slope)参数, $K_{\text{sym}} = 9\rho_0^2[\partial^2 E_{\text{sym}}(\rho)/\partial \rho^2]|_{\rho=\rho_0}$ 是对称能曲率(Curvature)参数, 而 $J_{\text{sym}} = 27\rho_0^3[\partial^3 E_{\text{sym}}(\rho)/\partial \rho^3]|_{\rho=\rho_0}$ 为对称能的偏度参数. 从上述参数的定义式可看出中子星壳-核临界密度与参数 K_0 , L 和 K_{sym} 密切相关.

图 1 显示的是中子星壳-核临界密度 ρ_t 随着对称核物质状态方程参数 K_0 、对称能参数 L 和 K_{sym} 的变化关系. 从图中可看出, 相对参数 L , ρ_t 更敏感于参数 K_{sym} , 而与参数 K_0 几乎没有相关性. 这主要是因为表达式(3)中的最后两项互相抵消, 从而导致参数 K_{sym} 所对应的项起主要作用, 另一个原因是相对参数 K_{sym} , 参数 L 和 K_0 的不确定范围较小.

中子星的核心部分可分为内核和外核两部分, 在目前的工作中不区分内核和外核, 假设它们都是由中子、质子、电子和 μ 子组成. 内部压力由表达式(1)来计算, 但能量密度则由核子和轻子两部分组成, 即

$$\epsilon(\rho, \delta) = \epsilon_b(\rho, \delta) + \epsilon_l(\rho, \delta), \quad (6)$$

这里 $\epsilon_b(\rho, \delta)$ 表示核子的能量密度, 可写为 $\epsilon_b(\rho, \delta) = \rho E(\rho, \delta) + \rho M_N$. 这里的 E 便是核子的平均能量, 可近似用表达式(2)来计算, 而表达式(2)中的 E_0 和 E_{sym} 又可由表达式(4)和(5)来计算. $\epsilon_l(\rho, \delta)$ 表示轻子的能量密度, 采用非相互作用的费米气体模型来计算 [33, 52]:

$$\begin{aligned} \epsilon_l(\rho, \delta) &= \eta \phi(t), \\ \eta &= \frac{m_1^4}{8\pi^2}, \\ \phi(t) &= t \sqrt{1+t^2} (1+2t^2) - \ln(t + \sqrt{1+t^2}), \\ t &= \frac{(3\pi^2 \rho_l)^{1/3}}{m_1}. \end{aligned} \quad (7)$$

中子星物质的同位旋不对称度 $\delta(\rho)$ 可由 β 平衡条件和电中性条件计算得到 [52]

$$\begin{aligned} \mu_n - \mu_p &= \mu_e = \mu_\mu \approx 4\delta E_{\text{sym}}(\rho), \\ \rho_p &= \rho_e + \rho_\mu, \end{aligned} \quad (8)$$

图 1 (网络版彩图)中子星壳-核临界密度与中子星物质状态方程参数 K_0 , L 和 K_{sym} 之间的相关性

Figure 1 (Color online) Dependence of the parameters K_0 , L and K_{sym} on the crust-core transition density in neutron stars.

其中 $\mu_i = \frac{\partial \epsilon(\rho, \delta)}{\partial \rho_i}$ 表示第 i 个粒子的化学势.

结合(1), (2), (4)–(7), 即可计算中子星核心部分的状态方程, 并且这一状态方程可通过壳-核临界密度与内壳外壳的状态方程有机衔接. 然后把中子星的状态方程代入至TOV方程, 即

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{G(m(r) + 4\pi r^3 P/c^2)(\epsilon + P/c^2)}{r(r - 2Gm(r)/c^2)}, \quad (9)$$

$$\frac{dm(r)}{dr} = 4\pi \epsilon r^2. \quad (10)$$

利用四阶龙格库塔法就可计算得到中子星半径和质量的理论值.

2.2 贝叶斯统计方法

贝叶斯统计方法的核心是贝叶斯公式, 即

$$P(M|D) = \frac{P(D|M)P(M)}{\int P(D|M)P(M)dM}, \quad (11)$$

其中, 等号左边的 $P(M|D)$ 表示在给定观测数据 D 的情况下理论模型 M 的后验概率分布. $P(D|M)$ 为通过比较模型 M 的预言与数据 D 而得到的概率函数, 而 $P(M)$ 表示模型 M 在与观测数据 D 比较之前的先验概率分布. 等号右边的分母为归一化常数, 还可称为贝叶斯因子, 它可用来鉴别两个不同理论模型 M_1 和 M_2 在预言同一观测数据时的精确性, 用 B_{12} 来表示贝叶斯因子, 则^[53]

$$B_{12} = \frac{\int_{M_1} P(D|M)P(M)dM_1}{\int_{M_2} P(D|M)P(M)dM_2}, \quad (12)$$

若 $B_{12} > 1$ 则表示模型 M_1 预言数据的能力较强, 若 $B_{12} > 100$ 则表示可排除模型 M_2 .

在对参数先验概率分布一无所知的情况下, 采用均匀分布是较好的选择. 因此, 在目前的工作中, 对表达式(4)和(5)中的6个参数根据它们的最大和最小值进行均匀随机抽样. 这6个参数的取值范围如表 1 所示. 这些参数的取值范围都是根据现有核理论的预言和分析核实验数据所得到, 低阶参数的不确定性范围较小, 比如参数 K_0 , $E_{\text{sym}}(\rho_0)$ 和 L 的不确定范围分别为 $K_0 \approx (240 \pm 20) \text{ MeV}$ ^[54,55], $E_{\text{sym}}(\rho_0) = (31.7 \pm 3.2) \text{ MeV}$ 和 $L \approx (58.7 \pm 28.1) \text{ MeV}$ ^[5,56]. 而另外三个高阶参数的不确定性则比较大, 分别为 $-400 \leq K_{\text{sym}} \leq 100 \text{ MeV}$, $-200 \leq J_{\text{sym}} \leq 800 \text{ MeV}$ 和 $-800 \leq J_0 \leq 400 \text{ MeV}$ ^[57].

在随机抽样得到一组参数后, 输入至2.1节中描述的中子星模型中可求得相应的中子星状态方程 $p(\epsilon)$, 然后将其输入至TOV方程中即可解得这组参数

表 1 中子星物质状态方程参数的先验范围

Table 1 Prior ranges of the six parameters used

参数(MeV)	最小值	最大值
K_0	220	260
J_0	-800	400
K_{sym}	-400	100
J_{sym}	-200	800
L	30	90
$E_{\text{sym}}(\rho_0)$	28.5	34.9

对应的中子星半径和质量的理论值, 最后把这些理论值与中子星半径质量的观测数据进行比较得到这组参数的概率. 目前工作中所用的中子星半径观测数据如表 2 所列. 这些观测数据有LIGO/Virgo合作组发布的通过分析GW170817源而得到的1.4倍太阳质量($1.4M_\odot$)中子星半径数据 $R_{1.4} = 11.9^{+1.4}_{-1.4} \text{ km}$ ^[58]、另一个分析相同的源而得到的中子星半径值 $R_{1.4} = 10.8^{+2.1}_{-1.6} \text{ km}$ ^[59]、较早期通过分析静态低质量X射线双星源得到的半径值 $R_{1.4} = 11.7^{+1.1}_{-1.1} \text{ km}$ ^[53]、由NICER合作组发布的源PSR J0030+0451的质量 $1.34^{+0.15}_{-0.16} M_\odot$ 和半径值 $12.71^{+1.14}_{-1.19} \text{ km}$ ^[60]、源PSR J0030+0451的质量 $1.44^{+0.15}_{-0.14} M_\odot$ 和半径 $13.0^{+1.2}_{-1.0} \text{ km}$ 以及源PSR J0740+6620的质量 $2.08^{+0.07}_{-0.07} M_\odot$ 和半径 $13.7^{+2.6}_{-1.5} \text{ km}$ ^[61].

概率函数可用来衡量理论模型重现观测数据的本领. 在目前的工作中, 概率函数可写为^[44,62]

$$P[D|M(p_{1,2}, \dots, 6)] = P_{\text{filter}} \times P_{\text{mass,max}} \times P_{\text{radius}}, \quad (13)$$

其中等号右边第一项 P_{filter} 是用来选择满足以下条件的状态方程参数集合: (1) 中子星壳-核临界压力须保持正值; (2) 在所有密度区域热动力学稳定和因果条件须得到满足, 这里的热动力学稳定条件为 $dP/d\epsilon \geq 0$, 而因果条件指的是声速须小于光速. 第二项 $P_{\text{mass,max}}$ 表示任一可用的状态方程都须能够支持目前所观测到的中子星的最大质量. 在目前的工作中采用的中子星的最大观测质量为 $1.97M_\odot$, 此假设与LIGO/Virgo合作组在提取 $R_{1.4} = 11.9^{+1.4}_{-1.4} \text{ km}$ ^[58]时的假设一致. 当然应当提到的是中子星最大质量的观测已经更新, 比如最新的中子星最大质量为源MSP J0740+6620的质量 $2.14^{+0.10}_{-0.09} M_\odot$ ^[63], 但这对本文的结果影响不大.

表达式(13)中的 P_{radius} 表示所选的状态方程模型再现中子星半径数据的概率, 它依赖于沿着质量半径序列的每个数据集中的数据点数量, 可表示为若干个高

表 2 目前工作中所使用的中子星半径质量观测数据

Table 2 The radius and mass data of neutron stars used in this work

质量($M_\odot$)	半径(km)	源及文献
1.4	$11.9^{+1.4}_{-1.4}$	GW170817 ^[58]
1.4	$10.8^{+2.1}_{-1.6}$	GW170817 ^[59]
1.4	$11.7^{+1.1}_{-1.1}$	QLMXBs ^[53]
$1.34^{+0.15}_{-0.16}$	$12.71^{+1.14}_{-1.19}$	PSR J0030+0451 ^[60]
$1.44^{+0.15}_{-0.14}$	$13.0^{+1.2}_{-1.0}$	PSR J0030+0451 ^[61]
$2.08^{+0.07}_{-0.07}$	$13.7^{+2.6}_{-1.5}$	PSR J0740+6620 ^[61]

斯函数的直积 [44, 62]:

$$P_{\text{radius}} = \prod_{j=1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\text{obs},j}} \exp\left[-\frac{(R_{\text{th},j} - R_{\text{obs},j})^2}{2\sigma_{\text{obs},j}^2}\right], \quad (14)$$

其中 n 表示数据点的数目, 比如在目前工作中 $n = 6$. $R_{\text{th},j}$ 和 $R_{\text{obs},j}$ 分别表示第 j 个数据点所对应的中子星半径的理论值和观测值, $\sigma_{\text{obs},j}$ 代表第 j 个观测数据的 1σ 误差棒.

在得到一组状态方程参数的先验概率分布和概率函数后, 采用马尔可夫链-蒙特卡罗方法来模拟这组参数的后验概率分布, 其中所用的算法是 Metropolis-Hastings 算法. 某一个参数的后验概率分布以及任意两个参数之间的关联则通过对其他参数积分而得. 比如第 i 个参数 p_i 的后验概率分布由下式计算:

$$P(p_i|D) = \frac{\int P(D|M)P(M)dp_1dp_2\cdots dp_{i-1}dp_{i+1}\cdots dp_6}{\int P(D|M)P(M)dp_1dp_2\cdots dp_6}. \quad (15)$$

在数值模拟时, 由于马尔可夫链-蒙特卡罗方法在刚开始的过程中并不是从平衡分布抽样, 因此需要抛弃这一过程中的抽样样本. 一般认为当抽样得到的参数平均值随着模拟步数基本保持不变时, 就开始从平衡分布抽样 [64]. 图 2 所示的是中子星物质状态方程的 6 个

参数的平均值随着模拟步数的变化关系, 从图中可看出, 这 6 个参数的平均值在模拟步数超过 10000 步时基本保持不变, 即在进行数值模拟时至少要抛弃掉前面的 10000 步. 在目前的工作中, 我们抛弃前 50000 步, 用后面的 80000 步来模拟参数的后验概率分布.

3 讨论和结论

3.1 基于现有中子星半径观测数据得到的状态方程参数的后验分布及其它们之间的关联

图 3 显示的是基于表 2 中的中子星半径观测数据得到的 6 个参数的后验概率分布以及它们之间的关联. 从图中可看出, 参数 J_0 , K_{sym} 和 L 得到较好的约束, 而要想重现表 2 中的观测数据以及状态方程至少要能够产生 1.97 倍太阳质量的中子星, 要求较大的 J_{sym} 和较小的 L . 正如较早工作中描述的那样 [44], 这些现象都较易理解. 由于目前采用的中子星观测数据主要是 1.4 倍太阳质量的半径数据, 它们主要敏感于两倍饱和密度附近的压力 [65], 而参数 K_{sym} 和 L , 尤其是 K_{sym} 主要描述这一密度区域的核物质对称能行为, 因此不难理解为什么参数 K_{sym} 被约束得较好. 参数 J_0 主要描述对称核物质状态方程的高密行为, 它敏感于中子星的最大质量而不敏感于中子星的半径 [44, 52, 66, 67]. 所有状态方程应

图 2 (网络版彩图)中子星物质状态方程的 6 个参数的平均值随着模拟步数的变化曲线

Figure 2 (Color online) Mean values of the six EOS parameters as functions of the step number.

图 3 (网络版彩图) 基于表 2 中所列观测数据得到的中子星物质状态方程的 6 个参数的后验概率分布及其它们之间的关联

Figure 3 (Color online) Posterior probability distribution functions and correlations of the six parameters for the equation of state in neutron stars from the data listed in Table 2.

足够硬以支持至少高达 1.97 倍太阳质量的中子星的条件缩小了 J_0 的取值范围. 另外, 所有状态方程应满足因果条件也大大限制了 J_0 的上限值 [44]. 中子星的半径和最大质量对低阶参数 K_0 和 $E_{\text{sym}}(\rho_0)$ 不敏感.

参数之间的关联来自两方面: 一方面是对称核物质状态方程参数之间和核物质对称能参数之间的关联, 另一方面是对称核物质状态方程参数与核物质对称能参数之间的关联. 对于参数 K_{sym} 和 L , K_{sym} 和 J_{sym} 以及 K_0 和 J_0 之间的反关联, 可从数学的角度解释, 即在同一个参数化表达式中的参数容易与它邻近的参数产生关联. 表达式 (4) 和 (5) 中的 6 个参数都是相互独立的, 它们之间之所以会产生关联, 是因为当由它们得到的状态方程代入至 TOV 方程中重现一定范围内的中子星半径和质量数据时需要满足化学和力学平衡以及能量守恒等条件. 在一个给定表达式中的相

邻参数就会相互补充, 此消彼长, 而相隔较远的参数间的关联就较弱, 比如 L 和 J_{sym} . K_0 和 J_0 之间的反关联在以前的研究工作中没有被发现 [44], 这可能跟本文中采用了 NICER 最新的观测数据有关. 对称核物质状态方程参数与核物质对称能参数之间也存在着强烈的关联, 如参数 J_0 和 J_{sym} 之间的反关联. 在目前的理论框架下, 中子星内部的压力主要由对称核物质和核物质对称能两部分贡献, 在中子星半径和最大质量一定的情况下, 其内部的总压力一定, 则这时对称核物质和对称能对压力的贡献就会相互补充. 在对称核物质贡献的压力较大的情况下, 系统就要求对称能部分贡献的小, 反之亦然. 而 J_0 和 J_{sym} 分别主要描述对称核物质状态方程和对称能的高密行为, 是它们压力的主要来源, 因此存在着强烈的反关联. 另外, 参数 K_{sym} 的后验分布出现了一个小波峰, 这主要是因为 K_{sym} 与 J_{sym} 之间

的关联, 如果 J_{sym} 取正值的话, 则 K_{sym} 的小波峰将会消失 [44].

3.2 基于不同观测组发布的中子星半径观测数据得到的状态方程参数的后验分布的比较

图 4 显示的是基于不同观测组发布的中子星半径的观测数据得到的状态方程参数的后验概率分布. 图注为 Prior 的黑色点虚线代表的是状态方程参数的先验概率分布, 其他 4 条线分别代表基于各种不同源的中子星半径观测数据得到的参数的后验分布. 其中

仅采用 $R_{1.4} = 11.9^{+1.4}_{-1.4}$ km (黑色实线所示) 的结果摘自文献 [62], 而图注为 GW170817+QLMXBs (红色虚线所示) 是采用半径数据 $R_{1.4} = 11.9^{+1.4}_{-1.4}$ km, $R_{1.4} = 10.8^{+2.1}_{-1.6}$ km 以及 $R_{1.4} = 11.7^{+1.1}_{-1.1}$ km 得到的结果, 摘自文献 [44]. 图注中的 NICER 表示基于表 2 中所列的由 NICER 合作组发布的源 PSR J0030+0451, PSR J0030+0451 和 PSR J0740+6620 的质量半径数据计算的结果, 而图注为 GW170817+QLMXBs+NICER 则表示基于表 2 中所列的所有数据计算的结果. 从图中可发现参数 $E_{\text{sym}}(\rho_0)$ 不受不同观测数据的影响. 基于 NICER 发布的两个源数据, 得到的状态方程参数偏大, 这是因为这两个

图 4 (网络版彩图) 基于各种不同中子星半径数据得到的状态方程参数的后验概率分布. GW170817 ($R_{1.4} = 11.9^{+1.4}_{-1.4}$ km) (黑色实线) 表示基于半径数据 $R_{1.4} = 11.9^{+1.4}_{-1.4}$ km 得到的结果, 摘自文献 [62]. GW170817+QLMXBs (红色虚线) 表示基于半径数据 $R_{1.4} = 11.9^{+1.4}_{-1.4}$ km, $R_{1.4} = 10.8^{+2.1}_{-1.6}$ km 以及 $R_{1.4} = 11.7^{+1.1}_{-1.1}$ km 得到的结果, 摘自文献 [44]. NICER (蓝色虚线) 表示基于表 2 中所列的由 NICER 合作组发布的源 PSR J0030+0451, PSR J0030+0451 和 PSR J0740+6620 的质量半径数据计算的结果. GW170817+QLMXBs+NICER (绿色虚线) 则表示基于表 2 中所列的所有数据计算的结果. 黑色虚线表示各个参数的先验概率分布

Figure 4 (Color online) Posterior probability distribution functions by using various radius data of neutron stars as indicated. GW170817 ($R_{1.4} = 11.9^{+1.4}_{-1.4}$ km) (shown by black solid lines) shows the results from the radius data of $R_{1.4} = 11.9^{+1.4}_{-1.4}$ km taken from ref. [62]. GW170817+QLMXBs (shown by red dashed lines) shows the results from the data of $R_{1.4} = 11.9^{+1.4}_{-1.4}$ km, $R_{1.4} = 10.8^{+2.1}_{-1.6}$ km and $R_{1.4} = 11.7^{+1.1}_{-1.1}$ km taken from ref. [44]. NICER (shown by blue dashed lines) displays the results from the data of the sources of PSR J0030+0451, PSR J0030+0451 and PSR J0740+6620, and GW170817+QLMXBs+NICER (shown by green dashed lines) denotes the results from all the data listed in Table 2. The black dashed lines show the prior probability distribution functions of the parameters.

源的半径比其他相同质量的源的半径大. 同一质量的中子星, 半径越小, 内部的压力越大, 中子星物质越容易压缩, 即状态方程越软, 状态方程参数越小. 而基于GW170817和QLMXBs源的观测数据, 这里的GW170817包括两个数据, 即 $R_{1.4} = 11.9^{+1.4}_{-1.4}$ km和 $R_{1.4} = 10.8^{+2.1}_{-1.6}$ km, 得到的参数值最小, 这同样是因为这组源的半径偏小的缘故. 相比参数的先验分布而言, 除 $E_{\text{sym}}(\rho_0)$ 和 K_0 外, 其他参数都得到了较明显的约束, 尤其是参数 J_0 , K_{sym} 和 L .

表 3-5 分别列出的是图 4 中图注为GW170817 ($R_{1.4} = 11.9^{+1.4}_{-1.4}$ km), NICER和GW170817+QLMXBs+NICER所对应的参数后验分布的最概然值(Most Probable Value, MPV)以及68%和90%置信区间. 这里的68%和90%置信区间通过下面的表达式计算得到 [44]:

$$\int_{p_{iL}}^{p_{iU}} \text{PDF}(p_i) dp_i = 0.68 \text{ (0.90)}, \quad (16)$$

其中(p_{iL} , p_{iU})表示参数68%或90%置信区间的左右端点值, 这一区间有两个特点: 一是最窄, 二是要包含最概然值. 这三个表中所列的参数的取值范围也验证了

表 3 基于LIGO/Virgo合作组发布的中子星半径数据 $R_{1.4} = 11.9^{+1.4}_{-1.4}$ km得到状态方程参数的68%和90%置信区间

Table 3 The 68% and 90% credible intervals for the six parameters from the radius data of $R_{1.4} = 11.9^{+1.4}_{-1.4}$ km

参数 (MeV)	68%置信区间	90%置信区间
J_0	-160^{+50}_{-50}	-160^{+80}_{-90}
K_0	258^{+2}_{-24}	258^{+2}_{-32}
J_{sym}	800^{+0}_{-440}	800^{+0}_{-780}
K_{sym}	-120^{+80}_{-100}	-120^{+140}_{-140}
L	64^{+14}_{-18}	64^{+20}_{-28}
$E_{\text{sym}}(\rho_0)$	$34.5^{+0}_{-4.0}$	$34.5^{+0}_{-5.5}$

表 4 基于NICER合作组发布的源PSR J0030+0451, PSR J0030+0451和PSR J0740+6620的质量半径数据得到的状态方程参数的68%和90%置信区间

Table 4 The 68% and 90% credible intervals for the six parameters from the mass and radius data of PSR J0030+0451, PSR J0030+0451 and PSR J0740+6620

参数 (MeV)	68%置信区间	90%置信区间
J_0	-130^{+40}_{-70}	-130^{+60}_{-120}
K_0	260^{+0}_{-24}	260^{+0}_{-34}
J_{sym}	800^{+0}_{-520}	800^{+0}_{-860}
K_{sym}	-10^{+90}_{-90}	-10^{+110}_{-170}
L	69^{+9}_{-12}	69^{+13}_{-21}
$E_{\text{sym}}(\rho_0)$	$34.5^{+0}_{-4.0}$	$34.5^{+0}_{-5.5}$

表 5 基于表 2 中所列的中子星质量半径数据得到的状态方程参数的68%和90%置信区间

Table 5 The 68% and 90% credible intervals for the six parameters from the mass and radius data listed in Table 2

参数 (MeV)	68%置信区间	90%置信区间
J_0	-180^{+60}_{-40}	-180^{+100}_{-80}
K_0	222^{+22}_{-0}	222^{+34}_{-0}
J_{sym}	800^{+0}_{-460}	800^{+0}_{-780}
K_{sym}	-100^{+50}_{-110}	-100^{+80}_{-160}
L	45^{+15}_{-9}	45^{+14}_{-12}
$E_{\text{sym}}(\rho_0)$	$34.5^{+0}_{-4.0}$	$34.5^{+0}_{-5.5}$

上述讨论的内容, 即GW170817 ($R_{1.4} = 11.9^{+1.4}_{-1.4}$ km)给出的参数最小, NICER给出的参数最大, 但范围大致相同, 显示这两组数据在约束核物质状态方程方面所获得的效果大致相同.

3.3 基于现有中子星半径观测数据得到的状态方程

在得到状态方程参数后验分布的置信区间后, 把它们代入式(4)和(5)中便可得到 $E_0(\rho)$ 和 $E_{\text{sym}}(\rho)$ 的置信范围. 图 5 显示的是基于GW170817 ($R_{1.4} = 11.9^{+1.4}_{-1.4}$ km)和NICER发布的三个源的半径数据得到的 $E_0(\rho)$ 和 $E_{\text{sym}}(\rho)$ 的68%置信范围. 这两种数据得到的对称能的最概然值也显示在图中. 从图中可看出, 正如前所述, NICER给出的 $E_0(\rho)$ 和 $E_{\text{sym}}(\rho)$ 都比GW170817给出的偏硬, 尤其是核物质对称能. 这也表明中子星半径数据更敏感于核物质对称能, 而不是对称核物质的状态方程. NICER源数据给出的对称能的最概然值与GW170817给出对称能上限重合. 这两种数据得到的两倍和三倍饱和密度处对称能的最概然值和68%置信区间显示在表 6 中. 尽管这两种数据得到的两倍和三倍饱和密度处的对称能值不一致, 但它们的范围一致, 这显示两组数据在约束核物质对称能时的效果是一致的.

图 6 显示的是基于GW170817+QLMXBs和表 2 所列的所有半径数据得到的 $E_0(\rho)$ 和 $E_{\text{sym}}(\rho)$ 的68%置信范围, 为了比较起见, 它们的先验分布也包含其中. 其中GW170817+QLMXBs的结果取自文献[44]. 从图中显示的结果来看, 最新的由NICER发布的中子星质量半径数据只是提高了对称能的低限, 这使得超软对称能出现的概率进一步减小. 但整体上由于NICER发布

图 5 (网络版彩图) 基于 GW170817 ($R_{1.4} = 11.9^{+1.4}_{-1.4}$ km) 和 NICER 发布的三个源的半径数据得到的 $E_0(\rho)$ 和 $E_{\text{sym}}(\rho)$ 的 68% 置信范围

Figure 5 (Color online) The $E_0(\rho)$ and $E_{\text{sym}}(\rho)$ at 68% credible level based on the radius data of GW170817 ($R_{1.4} = 11.9^{+1.4}_{-1.4}$ km) and the three sources from the NICER.

的数据误差较大, 相比之前的约束结果, 并没有改善人们对对称能的认识. 但相对其先验范围来说, 中子星质量半径数据极大地改善了人们对对称核物质状态方程和对称能的认识.

4 总结

在目前的工作中, 基于 NICER 最新发布的中子星

图 6 (网络版彩图) 基于 GW170817+QLMXBs 和表 2 所列的所有半径数据得到的 $E_0(\rho)$ 和 $E_{\text{sym}}(\rho)$ 的 68% 置信范围以及它们的先验分布. 其中 GW170817+QLMXBs 得到的结果取自文献[44]

Figure 6 (Color online) The $E_0(\rho)$ and $E_{\text{sym}}(\rho)$ at 68% credible level based on the radius data of GW170817+QLMXBs from ref. [44] and all of radius data listed in Table 2. The prior distributions of $E_0(\rho)$ and $E_{\text{sym}}(\rho)$ are included.

质量半径观测数据, 采用同位旋相关的参数化状态方程模型与贝叶斯统计方法相结合的理论框架得到了描述中子星物质状态方程参数的后验概率分布, 继而得到中子星物质状态方程的置信范围, 并与之前基于其他中子星观测数据得到的结果进行了对比. 结果显示 NICER 最新的数据提高了中子星物质中核物质对称能的下限, 预言了更硬的核物质对称能, 所预言的核物质对称能的不确定范围与之前的结果近似一致.

表 6 基于表 2 中所列的 4 种中子星质量半径数据得到的两倍和三倍饱和密度处对称能的最概然值以及它们的 68% 置信区间

Table 6 The most probable values and 68% credible intervals for the values of the symmetry energy at $2\rho_0$ and $3\rho_0$ from the mass and radius data listed in Table 2

对称能 (MeV)	GW170817 ($R_{1.4} = 11.9^{+1.4}_{-1.4}$ km)	NICER	GW170817+QLMXBs	GW170817+QLMXBs +NICER
$E_{\text{sym}}(2\rho_0)$	$54.1^{+9.1}_{-18.3}$	$61.9^{+8}_{-16.2}$	$39.2^{+12}_{-8.2}$	$48.9^{+7.8}_{-16}$
$E_{\text{sym}}(3\rho_0)$	$90^{+27.1}_{-60}$	$117.8^{+26}_{-57.7}$	$48.4^{+33.5}_{-32.1}$	$81.8^{+21.1}_{-57.2}$

致谢 感谢 Bao-An Li 教授和张乃波博士的有益讨论, 感谢陈建玲博士为本工作提供的高性能计算资源.

参考文献

- 1 Lattimer J M, Prakash M. Neutron star structure and the equation of state. *Astrophys J*, 2001, 550: 426–442
- 2 Lattimer J M, Prakash M. The equation of state of hot, dense matter and neutron stars. *Phys Rep*, 2016, 621: 127–164
- 3 Watts A L, Andersson N, Chakrabarty D, et al. Colloquium: Measuring the neutron star equation of state using X-ray timing. *Rev Mod Phys*, 2016, 88: 021001
- 4 Özel F, Freire P. Masses, radii, and the equation of state of neutron stars. *Annu Rev Astron Astrophys*, 2016, 54: 401–440
- 5 Oertel M, Hempel M, Klähn T, et al. Equations of state for supernovae and compact stars. *Rev Mod Phys*, 2017, 89: 015007
- 6 Baiotti L. Gravitational waves from neutron star mergers and their relation to the nuclear equation of state. *Prog Particle Nucl Phys*, 2019, 109: 103714
- 7 Li B A, Krastev P G, Wen D H, et al. Towards understanding astrophysical effects of nuclear symmetry energy. *Eur Phys J A*, 2019, 55: 117
- 8 Weber F, Negreiros R, Rosenfield P, et al. Pulsars as astrophysical laboratories for nuclear and particle physics. *Prog Particle Nucl Phys*, 2007, 59: 94–113
- 9 Alford M G, Han S, Schwenzer K. Signatures for quark matter from multi-messenger observations. *J Phys G-Nucl Part Phys*, 2019, 46: 114001
- 10 Capano C D, Tews I, Brown S M, et al. Stringent constraints on neutron-star radii from multimessenger observations and nuclear theory. *Nat Astron*, 2020, 4: 625–632
- 11 Blaschke D, Ayriyan A, Alvarez-Castillo D, et al. Was GW170817 a canonical neutron star merger? Bayesian analysis with a third family of compact stars. *Universe*, 2020, 6: 81
- 12 Chatziioannou K. Neutron-star tidal deformability and equation-of-state constraints. *Gen Relativ Gravit*, 2020, 52: 109
- 13 Annala E, Gorda T, Kurkela A, et al. Gravitational-wave constraints on the neutron-star-matter equation of state. *Phys Rev Lett*, 2018, 120: 172703
- 14 Kievsky A, Viviani M, Logoteta D, et al. Correlations imposed by the unitary limit between few-nucleon systems, nuclear matter, and neutron stars. *Phys Rev Lett*, 2018, 121: 072701
- 15 Landry P, Essick R, Chatziioannou K. Nonparametric constraints on neutron star matter with existing and upcoming gravitational wave and pulsar observations. *Phys Rev D*, 2020, 101: 123007
- 16 Dietrich T, Coughlin M W, Pang P T H, et al. Multimessenger constraints on the neutron-star equation of state and the Hubble constant. *Science*, 2020, 370: 1450–1453
- 17 Li A, Zhu Z Y, Zhou E P, et al. Neutron star equation of state: Quark mean-field (QMF) modeling and applications. *J High Energy Astrophys*, 2020, 28: 19–46
- 18 Danielewicz P, Lacey R, Lynch W G. Determination of the equation of state of dense matter. *Science*, 2002, 298: 1592–1596
- 19 Baran V, Colonna M, Greco V, et al. Reaction dynamics with exotic nuclei. *Phys Rep*, 2005, 410: 335–466
- 20 Steiner A W, Prakash M, Lattimer J M, et al. Isospin asymmetry in nuclei and neutron stars. *Phys Rep*, 2005, 411: 325–375
- 21 Li B, Chen L, Ko C. Recent progress and new challenges in isospin physics with heavy-ion reactions. *Phys Rep*, 2008, 464: 113–281
- 22 Chen L W. Higher order bulk characteristic parameters of asymmetric nuclear matter. *Sci China-Phys Mech Astron*, 2011, 54: 124–129
- 23 Trautmann W, Wolter H H. Elliptic flow and the symmetry energy at supra-saturation density. *Int J Mod Phys E*, 2012, 21: 1230003
- 24 Tsang M B, Stone J R, Camera F, et al. Constraints on the symmetry energy and neutron skins from experiments and theory. *Phys Rev C*, 2012, 86: 015803
- 25 Li B A, Ramos À, Verde G, et al. Topical issue on nuclear symmetry energy. *Eur Phys J A*, 2014, 50: 9
- 26 Baldo M, Burgio G F. The nuclear symmetry energy. *Prog Particle Nucl Phys*, 2016, 91: 203–258
- 27 Li B A. Nuclear symmetry energy extracted from laboratory experiments. *Nucl Phys News*, 2017, 27: 7–11
- 28 Li B A, Cai B J, Chen L W, et al. Nucleon effective masses in neutron-rich matter. *Prog Particle Nucl Phys*, 2018, 99: 29–119
- 29 Burgio G F, Vidaña I. The equation of state of nuclear matter: From finite nuclei to neutron stars. *Universe*, 2020, 6: 119
- 30 Bombaci I, Lombardo U. Asymmetric nuclear matter equation of state. *Phys Rev C*, 1991, 44: 1892–1900
- 31 Fuchs C. Kaon production in heavy ion reactions at intermediate energies. *Prog Particle Nucl Phys*, 2006, 56: 1–103
- 32 Tolman R C. Effect of inhomogeneity on cosmological models. *Proc Natl Acad Sci USA*, 1934, 20: 169–176

- 33 Oppenheimer J R, Volkoff G M. On massive neutron cores. [Phys Rev](#), 1939, 55: 374–381
- 34 Li B A, Cai B J, Xie W J, et al. Progress in constraining nuclear symmetry energy using neutron star observables since GW170817. [Universe](#), 2021, 7: 182
- 35 Chen L W, Ko C M, Li B A. Determination of the stiffness of the nuclear symmetry energy from isospin diffusion. [Phys Rev Lett](#), 2005, 94: 032701
- 36 Zhang Y, Danielewicz P, Famiano M, et al. The influence of cluster emission and the symmetry energy on neutron proton spectral double ratios. [Phys Lett B](#), 2008, 664: 145–148
- 37 Xu C, Li B A, Chen L W. Symmetry energy, its density slope, and neutron-proton effective mass splitting at normal density extracted from global nucleon optical potentials. [Phys Rev C](#), 2010, 82: 054607
- 38 Liu M, Wang N, Li Z X, et al. Nuclear symmetry energy at subnormal densities from measured nuclear masses. [Phys Rev C](#), 2010, 82: 064306
- 39 Chen L W, Ko C M, Li B A. Nuclear matter symmetry energy and the neutron skin thickness of heavy nuclei. [Phys Rev C](#), 2005, 72: 064309
- 40 Lattimer J M, Lim Y. Constraining the symmetry parameters of the nuclear interaction. [Astrophys J](#), 2013, 771: 51
- 41 Wang Y, Li Q, Leifels Y, et al. Study of the nuclear symmetry energy from the rapidity-dependent elliptic flow in heavy-ion collisions around 1 GeV/nucleon regime. [Phys Lett B](#), 2020, 802: 135249
- 42 Zhang Y, Tian J, Cheng W, et al. Long-time drift of the isospin degree of freedom in heavy ion collisions. [Phys Rev C](#), 2017, 95: 041602
- 43 Zhang Y, Liu M, Xia C J, et al. Constraints on the symmetry energy and its associated parameters from nuclei to neutron stars. [Phys Rev C](#), 2020, 101: 034303
- 44 Xie W J, Li B A. Bayesian inference of high-density nuclear symmetry energy from radii of canonical neutron stars. [Astrophys J](#), 2019, 883: 174
- 45 Baillot d'Etivaux N, Guillot S, Margueron J, et al. New constraints on the nuclear equation of state from the thermal emission of neutron stars in quiescent low-mass X-ray binaries. [Astrophys J](#), 2019, 887: 48
- 46 Güven H, Bozkurt K, Khan E, et al. Multimessenger and multiphysics Bayesian inference for the GW170817 binary neutron star merger. [Phys Rev C](#), 2020, 102: 015805
- 47 Traversi S, Char P, Pagliara G. Bayesian inference of dense matter equation of state within relativistic mean field models using astrophysical measurements. [Astrophys J](#), 2020, 897: 165
- 48 Baym G, Pethick C, Sutherland P. The ground state of matter at high densities: Equation of state and stellar models. [Astrophys J](#), 1971, 170: 299
- 49 Negele J W, Vautherin D. Neutron star matter at sub-nuclear densities. [Nucl Phys A](#), 1973, 207: 298–320
- 50 Kubis S. Nuclear symmetry energy and stability of matter in neutron stars. [Phys Rev C](#), 2007, 76: 025801
- 51 Lattimer J, Prakash M. Neutron star observations: Prognosis for equation of state constraints. [Phys Rep](#), 2007, 442: 109–165
- 52 Zhang N B, Li B A, Xu J. Combined constraints on the equation of state of dense neutron-rich matter from terrestrial nuclear experiments and observations of neutron stars. [Astrophys J](#), 2018, 859: 90
- 53 Lattimer J M, Steiner A W. Constraints on the symmetry energy using the mass-radius relation of neutron stars. [Eur Phys J A](#), 2014, 50: 40
- 54 Shlomo S, Kolomietz V M, Colò G. Deducing the nuclear-matter incompressibility coefficient from data on isoscalar compression modes. [Eur Phys J A](#), 2006, 30: 23–30
- 55 Piekarewicz J. Do we understand the incompressibility of neutron-rich matter? [J Phys G-Nucl Part Phys](#), 2010, 37: 064038
- 56 Li B A, Han X. Constraining the neutron-proton effective mass splitting using empirical constraints on the density dependence of nuclear symmetry energy around normal density. [Phys Lett B](#), 2013, 727: 276–281
- 57 Tews I, Lattimer J M, Ohnishi A, et al. Symmetry parameter constraints from a lower bound on neutron-matter energy. [Astrophys J](#), 2017, 848: 105
- 58 Abbott B P, Abbott R, Abbott T D, et al. GW170817: Measurements of neutron star radii and equation of state. [Phys Rev Lett](#), 2018, 121: 161101
- 59 De S, Finstad D, Lattimer J M, et al. Tidal deformabilities and radii of neutron stars from the observation of GW170817. [Phys Rev Lett](#), 2018, 121: 091102
- 60 Riley T E, Watts A L, Bogdanov S, et al. A NICER view of PSR J0030+0451: Millisecond pulsar parameter estimation. [Astrophys J](#), 2019, 887: L21
- 61 Fonseca E, Cromartie H T, Pennucci T T, et al. Refined mass and geometric measurements of the high-mass PSR J0740+6620. [Astrophys J Lett](#), 2021, 915: L12
- 62 Xie W J, Li B A. Bayesian inference of the symmetry energy of superdense neutron-rich matter from future radius measurements of massive neutron stars. [Astrophys J](#), 2020, 899: 4
- 63 Cromartie H T, Fonseca E, Ransom S M, et al. Relativistic Shapiro delay measurements of an extremely massive millisecond pulsar. [Nat Astron](#), 2020, 4: 72–76
- 64 Trotta R. Bayesian methods in cosmology. arXiv: [1701.01467](#)

- 65 Lattimer J M, Prakash M. Nuclear matter and its role in supernovae, neutron stars and compact object binary mergers. [Phys Rep](#), 2000, 333-334: 121–146
- 66 Zhang N B, Li B A. Extracting nuclear symmetry energies at high densities from observations of neutron stars and gravitational waves. [Eur Phys J A](#), 2019, 55: 39
- 67 Zhang N B, Li B A. Implications of the mass $M = 2.17^{+0.11}_{-0.10} M_{\odot}$ of PSR J0740+6620 on the equation of state of super-dense neutron-rich nuclear matter. [Astrophys J](#), 2019, 879: 99

Probing the nuclear equation of state using the neutron star observables within the Bayesian inference approach

XIE Wen-Jie*

Department of Physics and Electronic Engineering, Yuncheng University, Yuncheng 044000, China

The constraint on nuclear matter's equation of state has been a shared goal in nuclear physics and astrophysics. The most difficult one to constrain the equation of state is the constraint on the symmetry energy in nuclear matter. In this study, we adopt a theoretical framework that combines an isospin-dependent parametric equation of state for neutron star cores with a Bayesian inference approach to calculate the posterior probability distribution functions of the parameters of the equation of state in the nuclear matter based on mass and radius data reported by the LIGO/Virgo and NICER Collaborations, and thus constrain both the equation of state in symmetric nuclear matter and the equation of state in non-symmetric nuclear matter. It is found that a stiffer equation of state is supported by the data from the NICER Collaboration, and the improvement in the equation of state is not observed. The 68% credible intervals for the parameters are $L = 45^{+15}_{-9}$ MeV for the slope, $K_{\text{sym}} = -100^{+50}_{-110}$ MeV for the curvature parameters of the symmetry energy and $J_0 = -180^{+60}_{-40}$ MeV for the skewness parameter of the equation of state of symmetric nuclear matter. The symmetry energy values at two and three times normal density are, respectively, $E_{\text{sym}}(2\rho_0) = 48.9^{+7.8}_{-16}$ MeV and $E_{\text{sym}}(3\rho_0) = 81.8^{+21.1}_{-57.2}$ MeV.

equation of state of nuclear matter, symmetry energy of nuclear matter, Bayesian inference approach, radius of neutron stars

PACS: 02.70.Uu, 26.60.+c, 21.65.+f

doi: [10.1360/SSPMA-2021-0302](https://doi.org/10.1360/SSPMA-2021-0302)