

文章编号:1009-3087(2014)04-0183-06

基于频响函数的螺栓结合部法向刚度辨识与实验研究

董冠华¹,殷国富^{1*},胡晓兵¹,孙明楠²,胡 腾¹

(1. 四川大学 制造科学与工程学院,四川 成都 610065;

2. 中国石油西南油气田分公司 安全环保与技术监督研究院,四川 成都 610065)

摘 要:机械结合部对于高速卧式加工中心的动态性能有着重要的影响,结合部动力学参数的正确辨识是建立其准确动力学模型的前提。为准确获取螺栓接合部的法向刚度,采用理论推导与现场实验相结合的方式,基于频响函数法对结合部动力学参数的辨识与等效方法进行研究;定义了实验数据灵敏度的计算方法,并通过灵敏度实现了对实验数据的筛选,提取了有利数据和抑制了不利数据;在此基础上,构建包含辨识公式的矛盾方程,并基于最小二乘思想求得方程的确定解,获得了结合部动力学的等效参数。最后,通过 LMS 噪声、振动测试系统进行实验,实验结果表明:本方法可有效提高结合部动力学参数的辨识和等效精度。

关键词:频响函数;螺栓结合部;法向刚度;辨识

中图分类号:TH113;TG502

文献标志码:A

Identification and Experiment Research of Bolted Joints Normal Stiffness Based on FRF

DONG Guanhua¹, YIN Guofu^{1*}, HU Xiaobing¹, SUN Mingnan², HU Teng¹

(1. School of Manufacturing Sci. and Eng., Sichuan Univ., Chengdu 610065, China;

2. Safety, Environment & Technol. Supervision Research Inst., PetroChina Southwest Oil & Gas-field Co., Chengdu 610065, China)

Abstract: Mechanical joint often has a significant effect on the dynamical behavior of high-speed horizontal machining center. Identifying the dynamic parameters of the joints correctly is a prerequisite to establish its precise dynamic model. The method based on frequency response function (FRF) to identify the characteristic parameters of bolted joints and make some researches on the equivalent way was proposed by combining theoretical derivation with experimental research, which defined identification formula and sensitivity, and the experimental data was selected by sensitivity which could extract the favorable data and suppress the unfavorable data. On this basis, the inconsistent equation containing identification formula was established, and the equivalent dynamic parameters were obtained through solving the inconsistent equation by means of the least square sense. In the end, this method was applied to one experiment based on LMS system, and the result showed that it significantly improved the identification and equivalence precision.

Key words: FRF; bolted joints; normal stiffness; identification

复杂机械系统是由许多零部件根据一定的原则组合而成,零部件之间的接触面称为接合面,相互结合的部位称为结合部。机械结合部同时具有刚度和阻尼的特性,并对机械系统的动态性能有重要影响。机床作为工业母床,则是复杂机械系统的典型代表。有研究表明,机床中结合部的接触刚度约占机床总刚度的 60% ~ 80%,结合部的接触阻尼占机床全部

阻尼的 90% 以上,结合部引起的变形量约占机床总变形量的 40% ~ 60%^[1]。因此,研究结合部特性对机床动态性能的影响有着重要意义,结合部动力学参数的准确辨识也是机床动力学建模与动态性能准确预测的前提和基础。

由于结合部的复杂属性,研究人员很难建立准确的解析模型^[2-3],更多的研究集中于结合部参数

收稿日期:2014-02-20

基金项目:国家科技重大专项项目资助(2013ZX04005-012);四川省科技支撑计划资助项目(2012GZ0007)

作者简介:董冠华(1989—),男,博士。研究方向:机械振动;机床动力学。E-mail:guanhuad1296@qq.com

* 通信联系人 E-mail: gfyin@scu.edu.cn

的辨识与等效方法上。基于频响函数的结合部的辨识与等效方法则是诸多研究方法中较为重要和常用的一种。其中, Yang 等^[4]建立了一种结合部有限元模型,并通过频响函数迭代辨识结合部参数,但有限元模型对结果影响很大;Tasi 等^[5]通过子结构综合法结合频响函数对结合部进行研究,提高了计算精度,但没有考虑噪声信号的干扰;Wang 等^[6]建立了一种结合部动力学模型,但该方法需要获知结合部处的频响函数,而该处的频响函数通常难以测量,实际使用过程中有一定的局限性;Ren 等^[7-8]推进了 Tasi 的研究,提出了一种更为通用的理论模型;Damjan 等^[9-10]将辨识算法拓展到高维节点,且方法更为简单使用,并被研究人员广泛采纳;近年来,国内学者也通过多种方法对结合部问题进行了深入研究:李玲、蔡力钢等^[11-13]沿用频响函数对螺栓接合部参数辨识进行了深入探究;孙明楠等^[14]结合有限元软件与优化思想对导轨滑块结合部进行了研究;王世军等^[15]通过拟合结合面粗糙表面轮廓曲线进行接触分析的方法对结合部接触刚度问题进行了研究。

作者基于前面学者的研究成果,通过理论推导与现场实验相结合的方式对螺栓结合部法向刚度进行了深入研究:基于频响函数推导了结合部动力学参数的辨识公式,定义了实验数据对结合部动力学参数辨识的灵敏度,并对实验数据进行了筛选,剔除了大量不利于辨识的实验数据;进而,构建了包含辨识公式的矛盾方程,并通过最小二乘法求得方程确定解,获得了结合部的等效动力学参数,建立了结合部动力学有限元模型;最后,基于 LMS 噪声、振动测试平台与工程试件进行现场实验,证实所建立有限元模型能良好地预测组合结构在整个测量频段的动态性能,本文所提方法能有效的提高结合部动力学参数的辨识与等效精度。

1 动力学模型

机械结构通常可以认为是由不同的子结构和连接各子结构的结合部组成。结合部动力学模型可以分为 3 个子系统:子结构系统、结合部系统、组合结构系统,如图 1 所示。

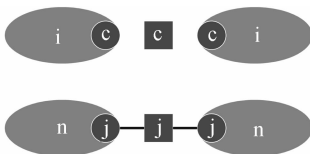


图 1 结合部动力学模型示意图

Fig. 1 Dynamical model of joints

子结构系统可以继续分为与结合部无关点组成的区域 i 和与结合部有关点组成的区域 c ;同理,组合结构系统可以继续分为与结合部无关点组成的区域 n 和与结合部有关点组成的区域 j 。

子结构的输入输出关系:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_i^1 \\ \mathbf{x}_c^1 \\ \mathbf{x}_c^2 \\ \mathbf{x}_i^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{ii}^1 & \mathbf{H}_{ic}^1 & 0 & 0 \\ \mathbf{H}_{ci}^1 & \mathbf{H}_{cc}^1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{H}_{cc}^2 & \mathbf{H}_{ci}^2 \\ 0 & 0 & \mathbf{H}_{ic}^2 & \mathbf{H}_{ii}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{f}_i^d \\ \mathbf{f}_c^d \\ \mathbf{f}_c^e \\ \mathbf{f}_i^e \end{bmatrix} \quad (1)$$

组合结构的输入输出关系:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_n^1 \\ \mathbf{x}_j^1 \\ \mathbf{x}_j^2 \\ \mathbf{x}_n^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{nn}^{11} & \mathbf{H}_{nj}^{11} & \mathbf{H}_{nj}^{12} & \mathbf{H}_{nn}^{12} \\ \mathbf{H}_{jn}^{11} & \mathbf{H}_{jj}^{11} & \mathbf{H}_{jj}^{12} & \mathbf{H}_{jn}^{12} \\ \mathbf{H}_{jn}^{21} & \mathbf{H}_{jj}^{21} & \mathbf{H}_{jj}^{22} & \mathbf{H}_{jn}^{22} \\ \mathbf{H}_{nn}^{21} & \mathbf{H}_{nj}^{21} & \mathbf{H}_{nj}^{22} & \mathbf{H}_{nn}^{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{f}_n^d \\ \mathbf{f}_j^d \\ \mathbf{f}_j^e \\ \mathbf{f}_n^e \end{bmatrix} \quad (2)$$

根据相容条件和平衡条件可知:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \mathbf{f}_c^d \\ \mathbf{f}_c^e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{f}_c^d \\ \mathbf{f}_c^e \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \\ \begin{bmatrix} \mathbf{x}_j^1 \\ \mathbf{x}_j^2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{x}_c^1 \\ \mathbf{x}_c^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_c^1 \\ \mathbf{x}_c^2 \end{bmatrix}; \\ \begin{bmatrix} \mathbf{f}_i^d \\ \mathbf{f}_i^e \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{f}_n^d \\ \mathbf{f}_n^e \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} \mathbf{x}_i^1 \\ \mathbf{x}_i^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_n^1 \\ \mathbf{x}_n^2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3)$$

结合部的动态特性可以通过式(4)表示为:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{f}_c^d \\ \mathbf{f}_c^e \end{bmatrix} = \mathbf{D}_j \begin{bmatrix} \mathbf{x}_c^1 \\ \mathbf{x}_c^2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

式中, $\mathbf{D}_j$ 为结合部动刚度矩阵。

由式(1),可得:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_c^1 \\ \mathbf{x}_c^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{ci}^1 & 0 \\ 0 & \mathbf{H}_{ci}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{f}_i^d \\ \mathbf{f}_i^e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{cc}^1 & 0 \\ 0 & \mathbf{H}_{cc}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{f}_c^d \\ \mathbf{f}_c^e \end{bmatrix} \quad (5)$$

将式(3)、(5)带入式(4),可得:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{f}_c^d \\ \mathbf{f}_c^e \end{bmatrix} = \left(\mathbf{I} + \mathbf{D}_j \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{cc}^1 & 0 \\ 0 & \mathbf{H}_{cc}^2 \end{bmatrix} \right)^{-1} \left(-\mathbf{D}_j \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{ci}^1 & 0 \\ 0 & \mathbf{H}_{ci}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{f}_i^d \\ \mathbf{f}_i^e \end{bmatrix} \right) \quad (6)$$

结合式(1)和(6),可得:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_i^1 \\ \mathbf{x}_i^2 \end{bmatrix} = \left(\begin{bmatrix} \mathbf{H}_{ii}^1 & 0 \\ 0 & \mathbf{H}_{ii}^2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{ic}^1 & 0 \\ 0 & \mathbf{H}_{ic}^2 \end{bmatrix} \left(\mathbf{I} + \mathbf{D}_j \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{cc}^1 & 0 \\ 0 & \mathbf{H}_{cc}^2 \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{ci}^1 & 0 \\ 0 & \mathbf{H}_{ci}^2 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \mathbf{f}_i^d \\ \mathbf{f}_i^e \end{bmatrix} \quad (7)$$

结合式(2)与式(7),最终得到:

$$\mathbf{D}_j \mathbf{H}_c = \mathbf{H}_k \quad (8)$$

其中,

$$\begin{aligned} H_c &= \begin{bmatrix} H_{ci}^1 & 0 \\ 0 & H_{ci}^2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} H_{cc}^1 & 0 \\ 0 & H_{cc}^2 \end{bmatrix} H_k, \\ H_k &= \begin{bmatrix} H_{ci}^1 & 0 \\ 0 & H_{ci}^2 \end{bmatrix}^{-1} \left(\begin{bmatrix} H_{ii}^1 & 0 \\ 0 & H_{ii}^2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} H_{nn}^{11} & H_{nn}^{12} \\ H_{nn}^{21} & H_{nn}^{22} \end{bmatrix} \right), \\ D_j &= K + i\omega c. \end{aligned}$$

假设 H_c 可逆, 式(8) 左右两边同时右乘 H_c^{-1} , 即可获得动刚度矩阵:

$$D_j = H_k H_c^{-1} \quad (9)$$

2 动力学参数等效方法的研究

通过辨识公式所获得的动刚度矩阵 D_j 实际是关于激振频率的函数, 记作 $D_j(\omega)$ 。在对结合部进行动力学建模与分析时, 需对 $D_j(\omega)$ 进行等效处理, 即通过计算分析, 将描述动刚度的函数 $D_j(\omega)$ 等效为一个具体数值, 且该数值需良好的描述结合部在整个频段的动态特性。

作者针对动刚度等效方法进行了研究, 提出了通过构建了包含辨识公式的矛盾方程, 并通过最小二乘法将矛盾方程转化为定解方程, 以获取结合部等效动力学参数的等效方法。

首先, 改写式(8)的形式, 构建包含辨识公式的矛盾方程:

$$\bar{D}_j [H_c(\omega_1) \cdots H_c(\omega_n)] = [H_k(\omega_1) \cdots H_k(\omega_n)] \quad (10)$$

式中, $\bar{D}_j$ 为等效动刚度矩阵:

$$\bar{D}_j = \begin{bmatrix} \bar{D}_j(1,1) & \bar{D}_j(1,2) \\ \bar{D}_j(2,1) & \bar{D}_j(2,2) \end{bmatrix}.$$

式(10)亦可改写为以下形式:

$$\bar{H}_c(\omega) \bar{D}_j = \bar{H}_k(\omega) \quad (11)$$

式中,

$$\begin{aligned} \bar{D}_j &= \begin{bmatrix} \bar{D}_j(1,1) \\ \bar{D}_j(1,2) \\ \bar{D}_j(2,1) \\ \bar{D}_j(2,2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{D}_j(1,1) \\ \bar{D}_j(2,1) \\ \bar{D}_j(1,2) \\ \bar{D}_j(2,2) \end{bmatrix}, \\ \bar{H}_c(\omega) &= \begin{bmatrix} H_c(\omega_1)(1,1) & H_c(\omega_1)(1,1) + H_c(\omega_1)(2,1) & H_c(\omega_1)(2,1) \\ H_c(\omega_1)(1,2) & H_c(\omega_1)(1,2) + H_c(\omega_1)(2,2) & H_c(\omega_1)(2,2) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ H_c(\omega_n)(1,1) & H_c(\omega_n)(1,1) + H_c(\omega_n)(2,1) & H_c(\omega_n)(2,1) \\ H_c(\omega_n)(1,2) & H_c(\omega_n)(1,2) + H_c(\omega_n)(2,2) & H_c(\omega_n)(2,2) \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

$$\bar{H}_k(\omega) = \begin{bmatrix} H_k(\omega_1)(1,1) + H_k(\omega_1)(2,1) \\ H_k(\omega_1)(1,2) + H_k(\omega_1)(2,2) \\ \vdots \\ H_k(\omega_n)(1,1) + H_k(\omega_n)(2,1) \\ H_k(\omega_n)(1,2) + H_k(\omega_n)(2,2) \end{bmatrix}.$$

进而, 可求得方程(11)的最小二乘解:

$$\bar{D}_j = (\bar{H}_c^T(\omega) \bar{H}_c(\omega))^{-1} \bar{H}_c^T(\omega) \bar{H}_k(\omega) \quad (12)$$

3 实验数据选择的灵敏度计算方法

- 基于频响函数的辨识方法存在以下方面问题:
- 1) 实验所测量的频响函数不可避免的存在噪声信号, 且噪声信号可能会使求解出现不适定性问题。
 - 2) 实验数据中存在大量对结合部参数辨识不敏感的数据, 通过该类数据辨识的结合部动力学参数通常与实际值之间相差很大。
 - 3) 所测量的子结构与组合结构的频响函数存在极值问题, 且频响函数的极值间存在量级差; 极值的存在相当程度上统御了辨识方程而抑制了其他实验数据的有效性。

为提高辨识和等效精度, 不可避免的需要对实验数据进行筛选, 如图2所示。

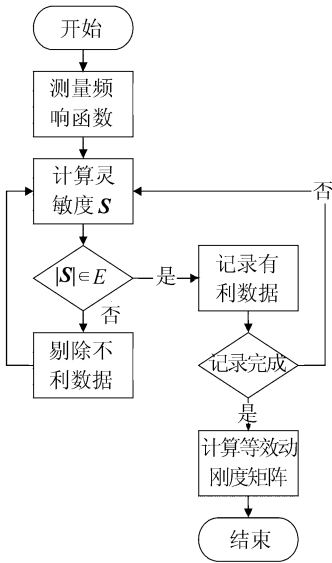


图2 实验数据处理流程

Fig. 2 Treatment scheme of experimental data

文献[9]中提出通过灵敏度和权值处理实验数据的方法, 但灵敏度的计算方式需事先获取等效动力学参数, 而结合部动力学参数恰恰是待求量, 导致该方法需通过迭代法进行寻优计算。

作者基于整体结构频响函数 H_{nn}^{12} 分析, 频响函

数曲线的斜率会随着激振频率不断变化:斜率较大时,辨识公式中的各频响函数数值的微小变化会对 H_{nn}^{12} 产生很大影响,即组合结构动态性能对该激振频率敏感;反之,对 H_{nn}^{12} 影响不大,即组合结构动态性能对该激振频率不敏感。同时,子结构频响函数不会因为预加载荷的改变而改变,而组合结构的频响函数 H_{nn}^{12} 却会因此发生明显变化。

基于以上分析,重新定义了灵敏度的计算方式:

$$S_{nn} = \frac{\partial H_{nn}^{12}(\omega_i) \Delta l}{H_{nn}^{12}(\omega_i) \partial \omega_i} \quad (13)$$

其中, $H_{nn}^{12} = \text{Re}(H_{nn}^{12}) + j \cdot \text{Im}(H_{nn}^{12})$, Δl 为实验采样步长。

并假设:组合结构频响函数 H_{nn}^{12} 的斜率变化与结合部动态特性有直接关系,并有且仅有灵敏度取值于置信区间时(即有 $|S_{nn}| \in E, E$ 为可信区间),所对应激振频率的实验数据对于结合部参数辨识是有利的;反之,实验数据对于结合部参数辨识是不利的。

4 实验与验证

以螺栓结合部法向刚度为研究对象,基于 LMS 噪声、振动测试系统与工程试件进行实验,图 3 为实验现场图。

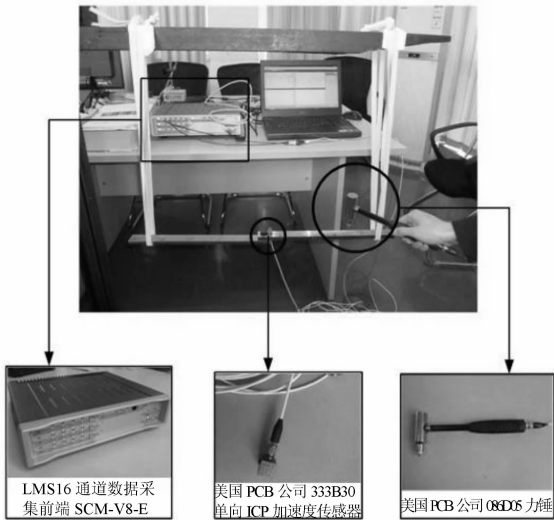


图 3 现场实验图片

Fig. 3 Picture of field experiment

实验中,模拟实际工况施加预载荷,工程试件 A、B 通过 M12 螺栓联接,其材质属性见表 1。实验采用锤击模块,以锤击作为激振方式,测量所布点处的加速度信号,且为保证与有限元分析的一致性,将加速度信号统一转化为位移信号。为获取力锤激励的频率范围和正式实验的合适系统参数,在进行正

式实验前需进行预实验,并根据现场所测得频响函数的效果,选择添加合适的窗函数,以保证实验中尽量使所求得的相关函数接近 1。

表 1 试件材料属性

Tab. 1 Material properties of test-piece

	材料	弹性模量/ GPa	密度/ ($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$)	泊松比
子结构 A	碳钢	2.06	7 850	0.30
子结构 B	铸铁	1.30	7 350	0.30

在预实验获得良好效果后,设置合适的参数,进行正式实验。正式实验时,将试件通过尼龙细绳悬挂起来,以模拟其自由模态的边界条件,并在敲击点与拾取点分别布置加速度传感器进行信号采集。信号采集过程时,对试件同一激振点连续敲击 5 次,并保证每次敲击的力度基本一致;最后,通过 LMS 对输入信号与响应信号进行采集与分析,取 5 此测量的平均值,以降低噪声干扰。模拟机床实际装配情况进行施载,实验选择区的频率范围是 0 ~ 3 200 Hz,采样频率为 2 Hz。

实验布点图、试件材料属性以及所测量的频响函数图如图 4 所示。

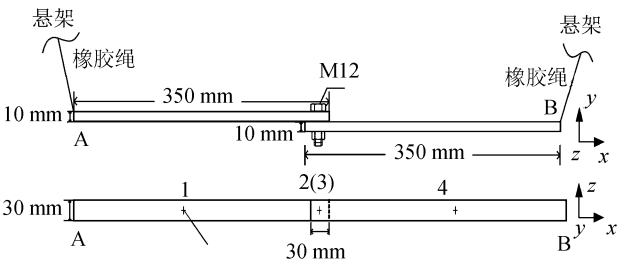


图 4 布点示意图

Fig. 4 Schematic plot of test point

图 5 ~ 7 为实验中所测量的频响函数示意图,图 8 为实验数据灵敏度的分布示意图。

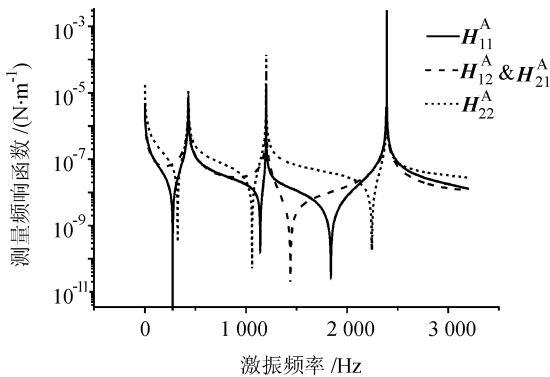


图 5 子结构 A 频响函数图

Fig. 5 FRF of substructure system A

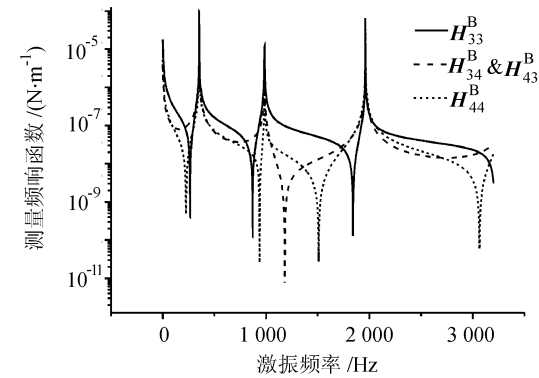


图6 子结构B频响应函数图

Fig.5 FRF of substructure system B

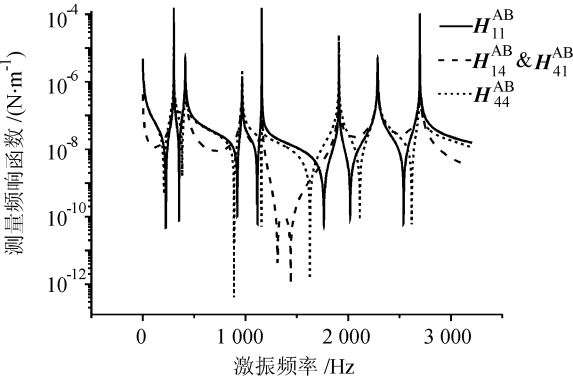


图7 组合结构频响应函数图

Fig.7 FRF of assembly system

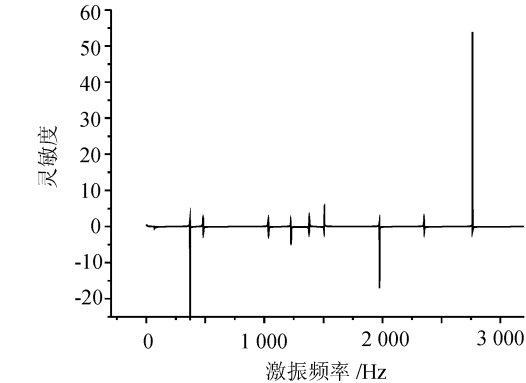


图8 灵敏度分布图

Fig.8 Scattergram of sensitivity

通过 LMS 实验系统,对辨识公式中频响函数均采集了 1 600 组实验数据:基于实验数据所求得的等效动刚度 $\bar{D}_{j-all} = \begin{bmatrix} -0.991\ 1 & 1.794\ 8 \\ 1.794\ 8 & -0.321\ 8 \end{bmatrix} \times 10^7$ (N/m);基于所提出方法进行数据选择,并根据经验选择置信区间 $E = [0.2, 0.8]$,所求得等效动刚度矩阵 $\bar{D}_{j-s} = \begin{bmatrix} -0.249\ 7 & 1.732\ 7 \\ 1.732\ 7 & 1.161\ 4 \end{bmatrix} \times 10^7$ (N/m)。进而,通过 Solidworks 建立实体模型,并导入 Hypermesh 进行网格划分和属性定义,通过 Matrix27 单

元定义结合部刚度特性,最终导入 Ansys 进行验证性谐响应分析,分析结果如图 9、10 所示。

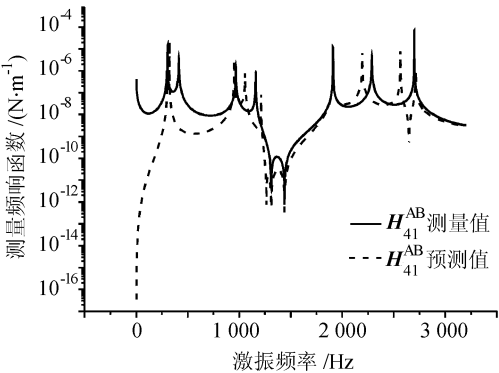


图9 基于全部数据的等效方法预测图

Fig.9 Prediction based on all data

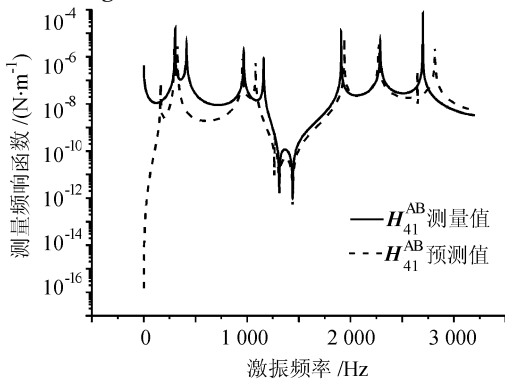


图10 基于有利数据的等效方法预测图

Fig.10 Prediction based on data of benefit

5 结 论

- 1)通过平衡条件和相容条件建立结合部参数辨识公式,并对螺栓结合部的法向刚度进行了辨识和等效;
- 2)提出了一种基于最小二乘法的法向刚度等效方法,确保了动刚度矩阵的为对称矩阵的基本属性,有效避免了误差因素的干扰;
- 3)基于组合结构频响函数重新定义了灵敏度计算方法,并基于灵敏度和置信区间提取了利于参数辨识和等效的实验数据,有效提高了辨识与等效精度;
- 4)采用有限元与理论计算相结合的方法,建立包含等效动刚度矩阵的动力学模型,并获得了良好的预测效果。

参考文献:

[1] ZHANG G P,Huang Y M,Shi W H,et al. Predicting dynamic behaviors of a whole machine tool structure based on computer-aided engineering [J]. International Journal of Ma-

- chine Tools & Manufacture, 2003, 43(7): 699 – 760.
- [2] Ren Y, Beards C F. Identification of ‘effective’ linear joints using coupling and joint identification techniques[J]. Journal of Vibration and Acoustics, 1998, 120(2): 331 – 338.
- [3] Wang J H, Chuang S C. Reducing errors in the identification of structural joint parameters using error functions[J]. Journal of Sound and Vibration, 2004, 273(1/2): 295 – 316.
- [4] Yang K T, Park Y S. Joint structural parameter identification using a subset of frequency response function measurements [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 1993(6): 509 – 530.
- [5] Tsai J S, Chou Y F. The identification of dynamics characteristics of a single bolt joint[J]. Journal of Sound and Vibration, 1988, 125(3): 487 – 502.
- [6] Wang J H, Liou C M. Experimental identification of mechanical joint parameters [J]. Journal of Vibration and Acoustics, 1991, 113(1): 28 – 36.
- [7] Ren Y, Beards C F. Identification of effective linear joints using coupling and joint identification techniques [J]. Journal of Vibration and Acoustics, 1998, 120(2): 331 – 338.
- [8] Ren Y, Beards C F. On substructure synthesis with FRF data [J]. Journal of Sound and Vibration, 1995, 185(5): 845 – 866.
- [9] Damjan C, Miha B. Identification of the dynamic properties of joints using frequency-response functions[J]. Journal of Sound and Vibration, 2008, 317(1): 158 – 174.
- [10] Damjan C, Miha B. The influence of the coordinate reduction on the identification of the joint dynamic properties[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2009, 23(4): 1260 – 1271.
- [11] Li Ling, Cai Ligang, Guo Tieneng, et al. Identification and experimental research on dynamic stiffness of mechanical joints[J]. Journal of Vibration Engineering, 2012, 25(5): 487 – 496. [李玲, 蔡力钢, 郭铁能, 等. 机械结合部动态刚度辨识与实验研究[J]. 振动工程学报, 2012, 25(5): 487 – 496.]
- [12] Li Ling, Cai Anjiang, Cai Ligang, et al. Identification method for dynamic properties of bolted joints[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2013(7): 168 – 175. [李玲, 蔡安江, 蔡力钢, 等. 栓接结合部动态特性辨识方法[J]. 机械工程学报, 2013(7): 168 – 175.]
- [13] Li Ling, Cai Ligang, Guo Tieneng, et al. Normal equivalent properties of the bolted joints in different preload[J]. Journal of Beijing University of Technology, 2013(5): 660 – 665. [李玲, 蔡力钢, 郭铁能, 等. 不同预紧力下栓接结合部法向等效特性[J]. 北京工业大学学报, 2013(5): 660 – 665.]
- [14] Sun Mingnan, Mi Liang, Gan Jing, et al. An optimum identification method of dynamic characteristic parameters of guideway joint on a NC machine tool[J]. Journal of Sichuan University: Engineering Science Edition, 2012, 44(3): 217 – 223. [孙明楠, 米良, 干静, 等. 数控机床导轨结合部动态特性参数优化识别方法研究[J]. 四川大学学报: 工程科学版, 2012, 44(3): 217 – 223.]
- [15] Wang Shijun, Zhao Jinjuan, Zhang Huijun, et al. A method of estimating normal stiffness of joint [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2011, 47(21): 111 – 115. [王世军, 赵金娟, 张慧军, 等. 一种结合部法向刚度的预估方法[J]. 机械工程学报, 2011, 47(21): 111 – 115.]

(编辑 黄小川)