

doi: 10.3969/j.issn.1002-0268.2011.09.016

# 考虑滑移的锈蚀钢筋混凝土简支梁 承载力数值分析

杨晓明, 朱红强

(辽宁工程技术大学 建筑工程学院, 辽宁 阜新 123000)

**摘要:** 以 ANSYS 软件为平台, 在充分考虑混凝土与钢筋界面滑移影响的基础上, 建立不同锈蚀率下钢筋混凝土简支梁模型, 以此来分析锈蚀钢筋混凝土简支梁的承载力变化。采用 SOLID65 单元模拟混凝土, LINK8 单元模拟钢筋, Combine39 模拟钢筋-混凝土界面的粘结滑移关系, 并通过对 Combine39 单元进行修正来考虑钢筋锈蚀对钢筋与混凝土之间粘结力降低的影响, 同时考虑钢筋锈蚀造成的钢筋截面减少和屈服强度降低这 3 种因素, 计算不同锈蚀率下钢筋混凝土简支梁的承载力。结果表明: 随着锈蚀率的增加, 梁的刚度降低、钢筋与混凝土之间的相对滑移增大、裂缝向跨中靠近、承载力明显降低并由延性破坏向脆性破坏转变。

**关键词:** 桥梁工程; 锈蚀; 数值模拟; 承载力; 粘结退化

中图分类号: TU375.1

文献标识码: A

文章编号: 1002-0268 (2011) 09-0101-06

## Numerical Simulation of Load Bearing Capacity of Corroded RC Simply Supported Beam Considering Bond-slip

YANG Xiaoming, ZHU Hongqiang

(School of Civil Engineering and Architecture, Liaoning Technical University, Fuxin Liaoning 123000, China)

**Abstract:** Based on the Bond-slip between the steel bars and concrete, the FE models of RC simply supported beam in different corrosion ratios were built by ANSYS software for analyzing the load bearing capacity of corroded RC simply supported beam. The elements of SOLID 65, LINK 8 and Combine 39 were used to simulate concrete, steel bar and bond-slip between bars and concrete respectively. The effect of corrosion ratio on bonding force between bars and concrete was simulated by adjusting the parameter of Combine 39. Besides, the load bearing capacities of RC simply supported beam in different corrosion ratios were calculated considering the area reduction of bar's section and decrease of yield strength. The results show that with corrosion ratio increasing, the stiffness of beam decreased, the slip between bars and concrete increased, the cracks propagated to mid-span, the load bearing capacity obviously decreased, and ductile failure turned to brittle failure.

**Key words:** bridge engineering; corrosion; numerical simulation; bearing capacity; deterioration of bonding

## 0 引言

自混凝土材料问世以来, 以其独特的发展优势成为土木工程界中不可缺少的建筑材料, 并已广泛

应用于各种工程结构。然而钢筋锈蚀、混凝土碳化、氯离子侵蚀、冻融循环、碱骨料反应等耐久性问题的出现, 造成了混凝土结构的过早破坏, 其中钢筋锈蚀在诸多混凝土结构破坏因素中占据主要地

收稿日期: 2011-05-09

基金项目: 国家自然科学基金项目 (51008148)

作者简介: 杨晓明 (1977-), 男, 辽宁锦州人, 博士, 副教授. (xiao\_m\_y@163.com)

位<sup>[1-2]</sup>。钢筋锈蚀将直接影响到结构的适用性和安全性,由于钢筋锈蚀导致混凝土结构破坏的事故时有发生。如何评定这些锈损结构的耐久性以及预测其剩余承载力是当前土木工程界迫切需要解决的问题之一<sup>[3-4]</sup>。

目前锈蚀钢筋混凝土构件承载力研究的主要方法有理论计算、试验研究和数值模拟。

理论计算方面提出了一些锈蚀钢筋混凝土受弯构件承载力计算方法。金伟良等<sup>[5]</sup>综合考虑锈蚀钢筋混凝土梁中材料性能的退化和钢筋与混凝土粘结性能的退化给出锈蚀钢筋混凝土梁受弯承载力的计算模型。孙彬等<sup>[6]</sup>基于截面配筋指标的锈后无粘结混凝土梁受拉钢筋强度利用系数,对一般锈蚀钢筋混凝土梁抗弯承载力的退化机理进行深入分析,综合考虑钢筋锈蚀程度和截面配筋指标的影响,建立一般锈蚀混凝土梁钢筋强度利用系数计算公式,提出锈蚀钢筋混凝土梁抗弯承载力计算方法。试验研究方面主要采用各类锈蚀构件进行承载力试验。锈蚀构件包括电化学快速锈蚀构件、实际工程拆换构件、长期自然暴露构件和模拟锈后无粘结构件<sup>[7-9]</sup>。数值模拟方法是进行锈蚀钢筋混凝土构件承载力分析的一种有效方法<sup>[10-11]</sup>,只要用于离散求解对象的单元大小设置合理、本构关系正确,所得解就可逼近于真实值,满足工程需要,它可以克服快速腐蚀与实际工程构件存在的差异及长期暴露试验周期长等缺陷<sup>[12-13]</sup>,突破了试验条件和测试技术的限制,可以得到锈蚀钢筋应力、混凝土应力分布以及混凝土和钢筋交界面上的粘结应力和滑移量等重要参数。

本文采用数值模拟的方法进行锈蚀钢筋混凝土构件的承载力分析。由于钢筋锈蚀将造成钢筋和混凝土粘结面上滑移量增大,在对锈蚀钢筋混凝土进行数值模拟时,必须准确确定粘结单元的物理模型及相应的纵向和径向粘结-滑移本构关系。本文利用 ANSYS 中的 SOLID65 单元模拟混凝土, LINK8 单元模拟钢筋,三维非线性弹簧单元 Combine39 模拟钢筋与混凝土界面的粘结滑移关系,建立了锈蚀钢筋混凝土筒支梁的有限元模型,并将锈蚀钢筋与混凝土界面局部粘结应力与局部滑移关系模型引入 ANSYS 中以确定不同锈蚀率下 Combine39 弹簧单元的荷载-位移关系,最后通过设置不同的锈蚀率以分析混凝土构件的承载力变化及破坏失效情况。

## 1 有限元模型

### 1.1 混凝土单元

采用 ANSYS 中的 Solid65 单元模拟混凝土,通过定义材料属性数据表来确定混凝土的非线性材料属性,具体使用 Mises 屈服准则下的多线性等向强化 (MISO) 模型。定义了裂缝张开剪力传递系数和裂缝闭合剪力传递系数,破坏准则为改进的 William-Wamke5 参数破坏准则。在此准则下需要输入 5 个参数的绝对值来定义破坏面:单轴抗拉强度、单轴抗压强度、双轴抗压强度以及在某一围压下的单轴抗压强度和双轴抗压强度。由于缺少多轴试验参数,只输入单轴抗拉强度和单轴抗压强度,其他参数由 ANSYS 自动取默认值。同时定义单轴抗压强度为一个负值,即受压破坏面不起作用,只考虑受拉软化效应,以便于收敛。

### 1.2 钢筋单元

采用 ANSYS 中的 Link8 单元模拟钢筋。Link8 单元是 ANSYS 提供的三维杆单元,单元有 2 个节点,每个节点有 3 个方向的自由度: X、Y、Z 方向。能够承受单轴拉压作用,并且可以模拟塑性和大变形。采用 BISO 双折线模型,需要输入钢筋的屈服强度,当锈蚀率为  $\eta$  时,钢筋屈服强度为<sup>[7]</sup>:

$$f_{yc} = \frac{1 - 1.077\eta f_{f_{s0}}}{1 - \eta}, \quad (1)$$

式中,  $f_{f_{s0}}$  为无锈蚀钢筋屈服强度,取 300 MPa;  $\eta$  为锈蚀率。

### 1.3 粘结单元

为准确地反映混凝土构件的力学特性,采用 ANSYS 中三维非线性弹簧单元 (Combine39) 作为钢筋与混凝土之间的粘结单元,来模拟钢筋-混凝土的粘结滑移关系。Combine39 单元是一个具有非线性功能的弹簧单元,通过输入荷载-位移曲线来定义它的非线性行为。在建立分离式钢筋混凝土模型时,在相应的钢筋单元节点和混凝土单元节点之间,沿锚固方向和垂直锚固方向共设置 3 个非线性弹簧单元。

无锈蚀钢筋和混凝土之间沿锚固方向局部 ( $\tau-s$ ) 的本构关系:

$$\tau(s) = (61.5 \cdot s - 693 \cdot s^2 + 3.14 \times 10^3 \cdot s^3 - 0.478 \times 10^4 \cdot s^4) \cdot f_{t_s} \cdot \sqrt{c/d}, \quad (2)$$

式中,  $s$  为滑移量;  $c$  为保护层厚度;  $d$  为钢筋直径;  $f_{t_s}$  为混凝土劈裂抗拉强度,  $f_{t_s} = 0.19 \cdot f_{cu}^{0.75}$ ,  $f_{cu} = 14.3$  MPa。

对于钢筋混凝土筒支梁有限元模型, 粘结力  $F$  与滑移量  $s$  的关系如下:

$$F(s) = \tau(s) \cdot \pi dl, \quad (3)$$

式中,  $d$  为一根钢筋的直径, 取 8 mm;  $f$  为联结单元间距, 取 35 mm。

由此可以得到沿锚固方向弹簧单元的荷载 - 位移 ( $F-D$ ) 关系如图 1 所示。

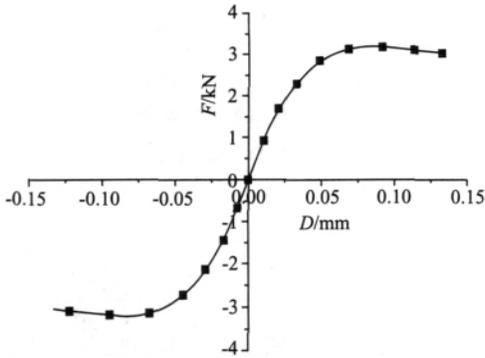


图 1 沿锚固方向弹簧单元的荷载 - 位移 ( $F-D$ )

Fig. 1 Load-displacement curve of spring element along longitudinal direction

当锈蚀率为  $\eta$  时, 锈后钢筋和混凝土粘结强度降低系数为<sup>[14]</sup>:

$$\beta = \begin{cases} 1 + 0.5625\eta - 0.3357\eta^2 + 0.055625\eta^3 - 0.003\eta^4 & \eta \leq 7\% \\ 2.0786\eta^{-1.0369} & \eta > 7\% \end{cases} \quad (4)$$

锈后钢筋和混凝土粘结强度降低曲线如图 2 所示。

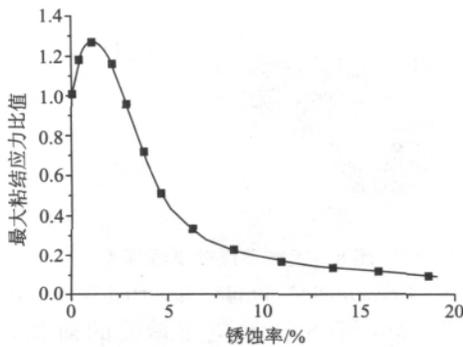


图 2 锈后钢筋和混凝土粘结强度降低曲线  
Fig. 2 Decrease curve of bonding strength at corroded bar-concrete interface

对于锈蚀钢筋混凝土筒支梁有限元模型, 粘结力  $F$  与滑移量  $s$  的关系如下:

$$F(s) = \beta \cdot \tau(s) \cdot \pi dl. \quad (5)$$

不同锈蚀率下沿锚固方向弹簧单元的  $D-F$  曲线

如图 3 所示。

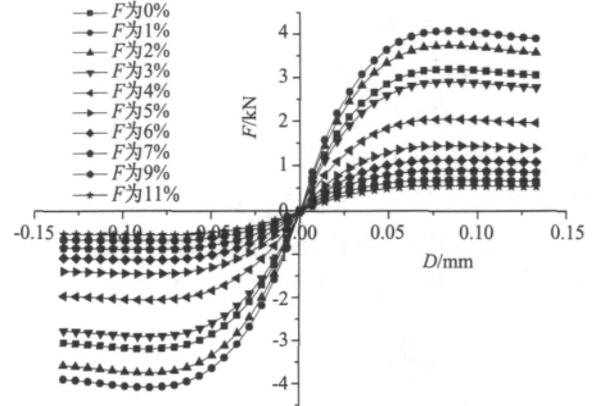


图 3 不同锈蚀率下沿锚固方向弹簧单元的  $D-F$  曲线  
Fig. 3  $D-F$  curves of spring element along longitudinal direction in different corrosion ratios

垂直于锚固方向的弹簧单元的刚度系数为:

$$K_v = \frac{EB_n l}{b}, \quad (6)$$

式中,  $E$  为混凝土弹性模量;  $B_n$  为钢筋高度处混凝土梁的净宽;  $b$  为梁宽。

由此可以得到垂直于锚固方向弹簧单元的荷载 - 位移 ( $F-D$ ) 关系式:

$$F = \int_0^D K_v ds = K_v \cdot D. \quad (7)$$

$F-D$  为直线关系, 不同于沿锚固方向的  $F-D$  曲线关系。以上为在 ANSYS 中定义不同锈蚀率下沿锚固方向和垂直方向的 Combine39 单元时需要的关系式。

## 2 算例

本算例以钢筋混凝土筒支梁为分析对象, 该梁的几何尺寸为: 断面尺度 100 mm × 150 mm, 跨长 550 mm, 净跨 500 mm。梁的纵筋为 2Φ8, 箍筋为 Φ4@35mm, 架立筋为 2Φ4。梁的几何外形是对称的, 在跨中两侧各 50 mm 施加集中荷载。

建模总体上分为 3 个阶段, 第 1 阶段建立钢筋单元节点与混凝土单元节点固结的三维有限元模型, 不考虑两者的相对滑移, 通过极限承载力与理论计算值比较来判断所建模型是否正确; 第 2 阶段通过在纵向钢筋单元节点与混凝土单元节点之间加入 Combine39 单元以考虑两者的相对滑移, 同第 1 阶段模型的承载力进行对比, 验算所加弹簧单元正确与否; 第 3 阶段通过对 Combine39 单元进行修正来考虑钢筋锈蚀对钢筋与混凝土之间粘结力降低的影响, 同时考虑钢筋锈蚀造成的钢筋截面减少和屈服强度

降低这 3 种因素，计算不同锈蚀率下简支梁的承载力，并对结果进行分析。

2.1 钢筋单元节点与混凝土单元节点固结

混凝土单元 (Solid65 单元)，初始弹性模量取 13 585 MPa，泊松比为 0.2。屈服准则采用多线性等向强化模型 (MISO)，如图 4 所示。混凝土单轴抗压强度取 14.3 MPa，单轴抗拉强度取抗压强度的 1/10，即 1.43 MPa，裂缝张开剪力传递系数取 0.5，裂缝闭合剪力传递系数取 0.95。混凝土单元模型如图 5 所示。

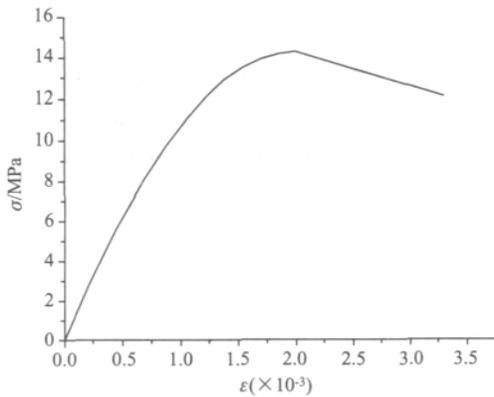


图 4 混凝土的 MISO 曲线  
Fig. 4 MISO curve of concrete

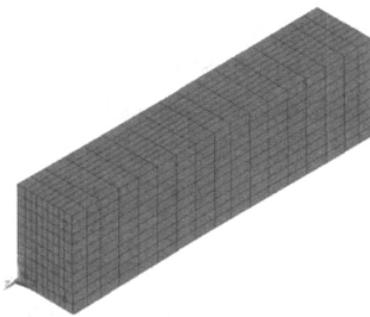


图 5 混凝土单元模型  
Fig. 5 Concrete element model

钢筋单元 (Link8 单元)，钢筋弹性模量取  $2 \times 10^5$  MPa，泊松比均取 0.3，钢筋屈服应力取纵筋屈服强度取 300 MPa，箍筋屈服强度取 210 MPa，钢筋本构关系采用 (BISO) 二折线，如图 6 所示。钢筋单元模型如图 7 所示。

相同位置处的钢筋单元节点与混凝土单元节点固结，分别在两侧支座位置处的混凝土单元节点上施加 X、Y、Z 方向的位移约束和 X、Y 方向的位移约束，距跨中两侧 50 mm 位置处的混凝土节点施加集中荷载，得到简支梁模型如图 8 所示，对其进行非线性承载力分析，相应的荷载—挠度曲线如图 9 所示。

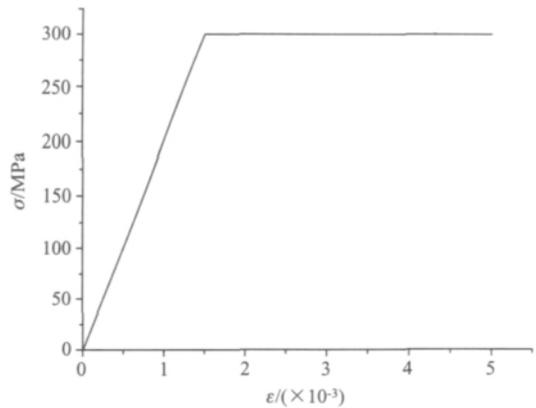


图 6 钢筋 BISO 模型  
Fig. 6 BISO model of bar

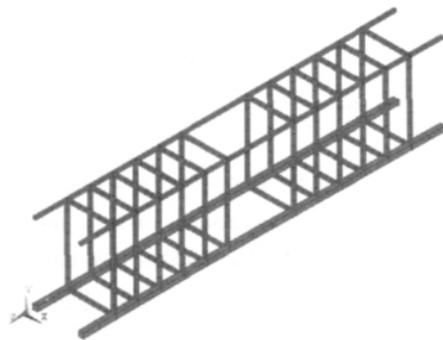


图 7 钢筋单元模型  
Fig. 7 Bar element model

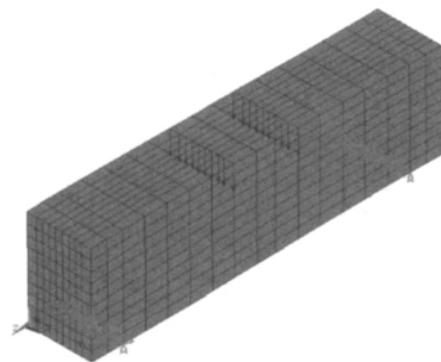


图 8 固结节点简支梁模型  
Fig. 8 Consolidated simple supported beam model

由图 9 可以看出当简支梁承受的荷载较小时，荷载与挠度成线性关系，构件处于弹性工作状态；随着荷载的继续增大，受拉区混凝土开裂，荷载挠度曲线出现转折点，挠度增长变快；最后受拉区钢筋屈服，进入屈服阶段，简支梁形成塑性铰，荷载挠度曲线接近水平线。模型的极限荷载为 42.5 kN，与受弯承载力的理论计算值 43.0 kN 比较可知，所建立的模型是合理的。

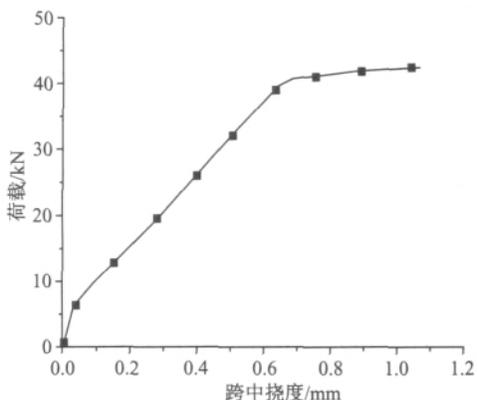


图9 固结节点模型荷载-挠度曲线

Fig. 9 Load-displacement curve of consolidated model

2.2 带有粘结单元的有限元模型

在第1步有限元模型的基础上,通过在相同位置处的受拉钢筋单元节点与混凝土单元节点之间加入 combine39 单元来模拟两者之间相对滑移,由此得到考虑钢筋与混凝土相对滑移的混凝土简支梁模型。对其进行非线性承载力分析,得到荷载-挠度曲线如图10所示。得到极限荷载为43.1kN,与受弯承载力的理论计算值43.0kN比较可知,所加的弹簧单元是合理的,采用该模型进行锈蚀钢筋混凝土简支梁承载力分析是可行的。

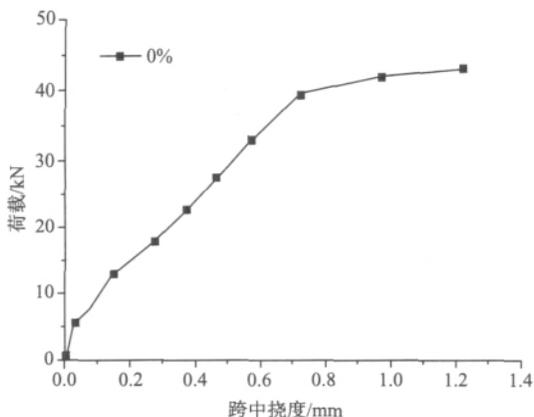


图10 加入弹簧单元的荷载-位移曲线

Fig. 10 Load-displacement curve with spring element

2.3 考虑纵筋锈蚀对简支梁承载力的影响

在第2步有限元模型的基础上,分别建立了受拉纵筋锈蚀率分别为1%,2%,3%,4%,5%,6%,7%,9%,11%的简支梁有限元模型,本分别进行非线性承载力分析,得到相应的荷载-挠度曲线如图11所示。

由图11可知,当简支梁承受的荷载较小时,荷载与挠度成线性关系,构件处于弹性工作状态,梁

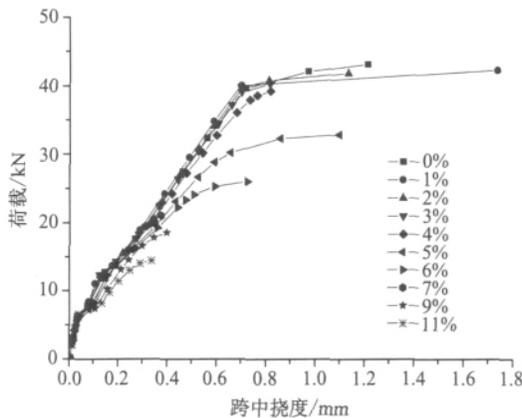


图11 不同锈蚀下的荷载-挠度关系对比

Fig. 11 Load-displacement curves in different corrosion rates

的挠度随锈蚀率的变化不明显;随着荷载的继续增大,受拉区混凝土开裂,荷载-挠度曲线出现转折点,挠度增长开始变快,并且锈蚀率越大,挠度增长速度越快;最终破坏形式与锈蚀率有很大关系,当锈蚀率较小时是构件仍能发生延性破坏,但随着锈蚀率的增大,屈服平台缩短,构件转为脆性破坏。

3 结果分析

3.1 锈蚀率对构件刚度的影响

由图11可知,锈蚀率的生长对简支梁的开裂荷载和开裂之前的构件刚度影响很小,说明此阶段的构件基本上处于弹性状态;但在受拉区混凝土开裂之后,构件刚度有一个下降,表现为同样荷载增量,但位移增长变大,并且下降程度和锈蚀率有很大关系,即锈蚀程度越大,刚度下降程度越大。因为在锈蚀率比较小的情况下,受拉区混凝土的开裂不会立刻引起钢筋和混凝土之间产生很大的滑移,而随着锈蚀率的增大,受拉区混凝土的开裂会很快引起钢筋和混凝土之间产生很大的滑移,从而导致刚度下降程度变大。

3.2 锈蚀率对钢筋和混凝土相对滑移的影响

在相同荷载作用下,不同纵筋锈蚀率的简支梁右半跨的钢筋与混凝土之间的相对滑移曲线如图12所示,其中曲线峰值点处受拉区混凝土开裂。由图12可知在锈蚀率为1%~5%时,距跨中150mm位置出现峰值点,表明该处受拉区混凝土开裂;当锈蚀率增长为7%~11%时曲线峰值点位置改为距跨中50mm处,表明裂缝向跨中部位转移。并且随着锈蚀率的增加,曲线整体抬高,说明钢筋与混凝土之间的相对滑移增大。

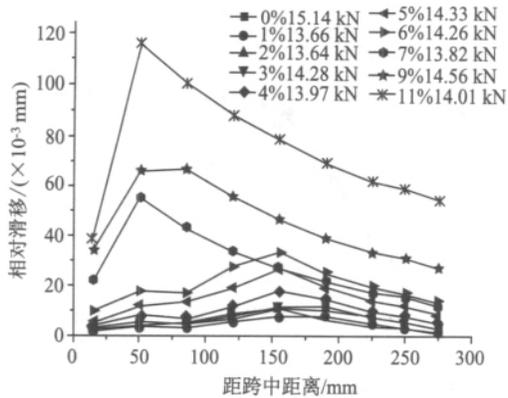


图12 锈蚀率对粘结滑移的影响

Fig. 12 Effect of corrosion ratio on slip at the bar-concrete interface

### 3.3 锈蚀率对承载力的影响

不同锈蚀率下简支梁承载力与无锈蚀简支梁承载力的比值如图13所示,由图13可知,当锈蚀率较小时,钢筋锈蚀对承载力影响较小;随着锈蚀率的增大,钢筋锈蚀对承载力的影响趋于明显,并且锈蚀率在4%~7%之间下降速度最快,之后下降速度变得平缓。

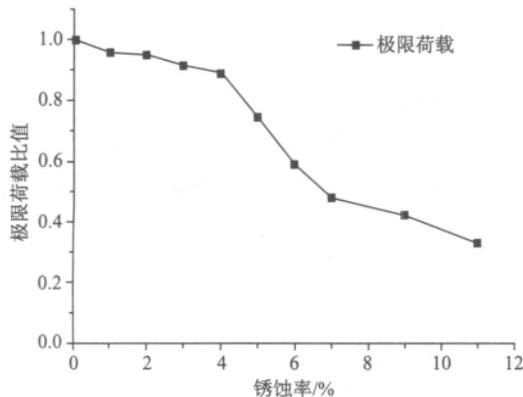


图13 锈蚀对承载力的影响

Fig. 13 Effect of corrosion on load bearing capacity

## 4 结论

(1) 运用数值模拟方法分析锈蚀钢筋混凝土构件承载力是有效的,只要用于离散求解对象的单元大小设置合理、本构关系正确,所得解就可逼近于真实值,满足工程需要,它可以克服快速腐蚀与实际工程构件存在的差异及长期暴露试验周期长等缺陷,突破了试验条件和测试技术的限制。

(2) 锈蚀率的增长对简支梁的开裂荷载和开裂之前的构件刚度影响很小,但在开裂之后简支梁刚度会下降,下降程度随着锈蚀程度增大而增大。

(3) 钢筋锈蚀会引起钢筋与混凝土之间的粘结性能逐渐退化,表现为钢筋与混凝土之间的相对滑移变大并且增大程度随锈蚀程度增加而增大。

(4) 钢筋锈蚀会导致钢筋混凝土简支梁承载力下降,当锈蚀率为4%~7%下降程度最为剧烈,同时随锈蚀率的增加,锈蚀钢筋混凝土简支梁的破坏从延性破坏变为脆性破坏。

参考文献:

References:

- [1] 施锦杰,孙伟. 混凝土中钢筋锈蚀研究现状与热点问题分析[J]. 硅酸盐学报,2010,38(9):94-99.  
SHI Jinjie, SUN Wei. Recent Research on Steel Corrosion in Concrete [J]. Journal of the Chinese Ceramic Society, 2010, 38 (9): 94-99.
- [2] 张伟平,顾祥林,金贤玉,等. 混凝土中钢筋锈蚀机理及锈蚀钢筋力学性能研究[J]. 建筑结构学报,2010(增1):327-332.  
ZHANG Weiping, GU Xianglin, JIN Xianyu, et al. Study on Corrosion Mechanism of Steel Bars in Concrete and Mechanical Performance of Corroded Steel Bars [J]. Journal of Building Structures, 2010 (S1): 327-332.
- [3] HASKETT M, OEHLERS D J, ALI M S M. Local and Global Bond Characteristics of Steel Reinforcing Bars [J]. Engineering Structures, 2008, 30 (2): 376-383.
- [4] CORONELLI D, GAMBAROVA P. Structural Assessment of Corroded Reinforced Concrete Beams: Modeling Guidelines [J]. Journal of Structural Engineering, ASCE, 2004, 130 (8): 1214-1224.
- [5] 金伟良,夏晋,蒋遼宇,等. 锈蚀钢筋混凝土梁受弯承载力计算模型[J]. 土木工程学报,2009,42(11):64-70.  
JIN Weiliang, XIA Jin, JIANG Aoyu, et al. Flexural Capacity of Corrosion-damaged RC Beams [J]. China Civil Engineering Journal, 2009, 42 (11): 64-70.
- [6] 孙彬,牛荻涛,王庆霖. 锈蚀钢筋混凝土梁抗弯承载力计算方法[J]. 土木工程学报,2008,41(11):1-6.  
SUN Bin, NIU Ditao, WANG Qinglin. Calculation Method for Flexural Capacity of Corroded RC Beams [J]. China Civil Engineering Journal, 2008, 41 (11): 1-6.
- [7] 郝海霞,张建仁,彭晖,等. 锈蚀变形钢筋混凝土受弯构件的受力性能试验研究[J]. 公路交通科技,2010,27(10):72-76.  
HAO Haixia, ZHANG Jianren, PENG Hui, et al. Experimental Study on Mechanical Behavior of Reinforced Concrete Flexural Beam with Corroded Deformed Bars

(下转第111页)

- Construction of Long-span Bridge Arches [J]. Journal of the China Railway Society, 1995, 17 (1): 76-84.
- [6] 杜引光. 深水高墩预应力混凝土连续刚构特大桥的设计分析研究 [D]. 杭州: 浙江大学, 2007.  
DU Yinguang. Design of Prestressed Concrete Continuous Rigid Frame Bridges with High-rise Piers in Deep Water [D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2007.
- [7] 李鹏, 刘钊. 钢筋混凝土桥墩压弯承载力统一算法 [J]. 东南大学学报: 自然科学版, 2003, 33 (5): 660-663.  
LI Peng, LIU Zhao. Unified Method for Calculating the Axial and Bending Bearing Capacity of RC Piers [J]. Journal of Southeast University: National Science Edition, 2003, 33 (5): 660-663.
- [8] 阎冬, 戚春香. SAP2000 结构工程分析及实例详解 [M]. 北京: 中国建筑工程出版社, 2006.  
YAN Dong, QI Chunxiang. Detailed Structural Engineering Analysis by SAP2000 and Examples [M]. Beijing: China Construction Engineering Press, 2006.
- [9] JIG B01-2003, 公路工程技术标准 [S].  
JIG B01-2003, Technical Standard of Highway Engineering [S].
- [10] JIG D60-2004, 公路桥涵设计通用规范 [S].  
JIG D60-2004, General Code for Design of Highway Bridge and Culverts [S].

## (上接第80页)

- [J]. YAN Dong, REN Shengjian, HE Yong. Identification Method of Bridge Collapse Pattern: Theoretical Analysis [J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2011, 26 (8): 100-103, 114.
- [2] 刘士林. 斜拉桥设计 [M]. 北京: 人民交通出版社, 2006.  
LIU Shilin, Design of Cable-stayed Bridges [M]. Beijing: China Communications Press, 2006.
- [3] GB18306-2001, 中国地震动参数区划图 [M].  
GB18306-2001, Seismic Ground Motion Parameter Zonation Map of China [M].
- [4] JTG/T B02-01-2008, 公路桥梁抗震设计细则 [S].  
JTG/T B02-01-2008, Guidelines for Seismic Design of Highway Bridges [S].
- [5] 叶爱君, 胡世德, 范立础. 桥梁支座抗震性能的模拟分析 [J]. 同济大学学报: 自然科学版, 2001, 29 (1): 6-9.  
YE Aijun, HU Shide, FAN Lichu. Simulation of Seismic Behavior for Bridge Bearings [J]. Journal of Tongji University: Natural Science Edition, 2001, 29 (1): 6-9.

## (上接第106页)

- Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2010, 27 (10): 72-76.
- [8] SHARIFI Y, PAI J K. Ultimate Strength Reliability Analysis of Corroded Steel-box Girder Bridges [J]. Thin-Walled Structures, 2011, 49 (1): 157-166.
- [9] MALUMBELA G, ALEXANDER M, MOYO P. Variation of Steel Loss and its Effect on the Ultimate Flexural Capacity of RC Beams Corroded and Repaired Under Load [J]. Construction and Building Materials, 2010, 24 (6): 1051-1059.
- [10] 潘志宏, 李爱群, 孙义刚. 反复荷载下锈蚀黏结退化的RC结构数值模拟 [J]. 中国矿业大学学报, 2010, 39 (3): 88-92.  
PAN Zhihong, LI Aiqun, SUN Yigang. Numerical Simulation of Reinforced Concrete Structures under Cyclic Loads: the Effects of Bond Deterioration due to Reinforcement Corrosion [J]. Journal of China University of Mining & Technology, 2010, 39 (3): 88-92.
- [11] YUAN Yingshu, JI Yongsheng. Modeling Corroded Section Configuration of Steel Bar in Concrete Structure [J]. Construction and Building Materials, 2009, 23 (6): 2461-2466.
- [12] KALLIASA A N, RAFIQ M I. Finite Element Investigation of the Structural Response of Corroded RC Beams [J]. Engineering Structures, 2010, 32 (9): 2984-2994.
- [13] BERTO L, SIMIONI P, SAETTA A. Numerical Modelling of Bond Behaviour in RC Structures Affected by Reinforcement Corrosion [J]. Engineering Structures, 2008, 30 (5): 1375-1385.
- [14] 徐善华. 混凝土结构退化模型与耐久性评估 [D]. 西安: 西安建筑科技大学, 2003.  
XU Shanhua. The Models of Deterioration and Durability Evaluation of Reinforced Concrete Structure [D]. Xi'an: Xi'an University of Architecture & Technology, 2003.