

doi: 10.3969/j.issn.1002-0268.2022.10.004

降雨入渗路基边坡含水率变化分析

潘 威¹, 岳建伟²

(1. 河南交通职业技术学院, 河南 郑州 451460; 2. 河南大学 土木建筑学院, 河南 开封 475004)

摘要: 降雨对黄土路基的影响与雨水的入渗深度密切相关, 掌握雨水入渗深度和路基内部含水率的分布是分析降雨对路基稳定性影响的关键。基于土壤入渗的 Richards 偏微分方程, 结合降雨路基水平入渗条件, 建立了降雨入渗下路基的偏微分方程。基于泛函极值问题和变分法原理, 显式地求解出路基中水分入渗过程微分方程的解, 对不同降雨条件下黄土路基边坡的含水率变化进行了分析, 并结合了不同含水率路基土试验结果的拟合方程。对一次降雨和连续降雨作用下, 雨水入渗过程中路基上、中、下各部位含水率、黏聚力、内摩擦角的变化规律进行了分析。结果表明: 路基水平体积含水率分布与位置距离和湿润峰距离密切相关; 路基边坡内的含水率与垂直边坡路基深度呈非线性递减, 内体积含水率在湿润峰处趋于稳定; 路基上、中、下各部位的含水率变化规律不同, 下部湿润峰最大, 降雨入渗最深, 影响最大, 而上部最小; 连续降雨与一次降雨含水率变化规律相同, 但湿润峰的大小有所不同, 路基的含水率并没有随着降雨的连续作用呈线性增加; 随着降雨入渗的增加, 路基含水率呈非线性降低, 而黏聚力和内摩擦角均与含水率呈指数关系, 当毛细作用力逐渐与渗透阻力达到平衡时, 曲线出现突然增加的拐点。

关键词: 道路工程; 降雨入渗模型; 变分法; 路基边坡; 含水率分布; 湿润峰

中图分类号: TU57

文献标识码: A

文章编号: 1002-0268 (2022) 10-0025-07

Analysis on Change of Moisture Content of Subgrade Slope under Rainfall Infiltration

PAN Wei¹, YUE Jian-wei²

(1. Henan College of Transportation, Zhengzhou Henan 451460, China;

2. School of Civil Engineering and Architecture, Henan University, Kaifeng Henan 475004, China)

Abstract: The influence of rainfall on loess subgrade is closely related to the infiltration depth of rainwater. Mastering the infiltration depth of rainwater and the distribution of moisture content in subgrade is the key to analyze the influence of rainfall on subgrade stability. Based on the Richards partial differential equation of soil infiltration and the conditions of horizontal infiltration of rainfall subgrade, the partial differential equation of subgrade under rainfall infiltration is established. Based on the functional extreme value problem and the principle of variational method, the solution of the differential equation of water infiltration process in subgrade is explicitly solved, the change of water content of loess subgrade slope under different rainfall conditions is analyzed combining with the fitting equation of subgrade soil test result with different moisture contents. The variation rules of water content, cohesion and internal friction angle of the upper, middle and lower parts of subgrade in the process of rainwater infiltration under the action of one-time rainfall and continuous rainfall are analysed. The result shows that (1) The horizontal volume moisture content distribution in subgrade is closely related to the location distance and the distance of wetting peak. (2) The moisture content in the subgrade slope decreases nonlinearly with the subgrade depth of the vertical slope, and the volumetric moisture content tends to be stable at the wetting peak. (3) The variation rules of moisture content in the upper, middle and lower parts of the subgrade are different. The wetting peak in the

收稿日期: 2022-03-17

作者简介: 潘威 (1969-), 男, 河南永城人, 副教授. (panwei1225@126.com)

lower part is the largest, the rainfall infiltration is the deepest, the impact is the largest, while those in the upper part are the smallest. (4) The change rule of moisture content of continuous rainfall is the same as that of one-time rainfall, but the size of wetting peak is different, the moisture content of subgrade does not increase linearly with the continuous action of rainfall. (5) With the increase of rainfall infiltration, the moisture content of subgrade decreases nonlinearly, while the cohesion and internal friction angle have the exponential relationships with the moisture content. When capillary force gradually reaches equilibrium with seepage resistance, the curve shows a sudden increase of inflection point.

Key words: road engineering; rainfall infiltration model; variational method; subgrade slope; moisture content distribution; wetting peak

0 引言

国家西部地区经济的快速发展促进了高速公路的建设,而受自然地形地貌条件的制约,黄土地区高速公路常采用黄土填料的高填路基作为主要路基型式^[1]。高填路基是由非饱和状态黄土经人工压实而成,为典型的重塑土,水体入渗会引起自身孔隙水压力上升、重度增大、基质吸力减小、弱化力学参数、降低路基边坡的稳定性。更多的学者关注以均质化的方式研究含水率对黄土黏聚力、内摩擦角的影响规律^[2],并假定含水率相同来分析黄土路基的稳定性。但降雨对黄土路基的影响与雨水的入渗深度密切相关,掌握雨水入渗深度和路基内部含水率的分布是分析降雨对路基稳定性影响的关键^[3]。

非饱和态土体中水分入渗过程的数学模型为 Richards 偏微分方程 (RE)^[4],求解 RE 对土质边坡稳定性分析具有重要意义。然而,方程中的渗透变量与水力参数之间存在复杂关系,方程呈现强非线性特征,获得有关非饱和流的规律多数采用非线性迭代等数值方法^[5],但该方法具有求解不稳、数值震荡、流程复杂等缺点。对此,诸多学者努力寻求 RE 的解析解,如假定特殊边界条件、引入新的变量,将偏微分方程化简^[6-7]。以引入新变量化简微分方程的手段,在一定程度上揭示了非饱和土入渗的某些特征,但在物理上并无有力依据。

为此,本研究主要针对降雨对路基边坡垂直入渗深度即含水率的分布进行研究,为路基稳定性分析提供依据。基于变分法原理,结合对土体中水分运动路径依赖性的认识,假设其运动沿着耗时最佳路径进行,显式地求解出在入渗边界处为任意体积的含水率分布规律。通过显式求解方程,对不同降雨条件下黄土路基边坡的含水率变化进行分析,并结合不同含水率路基土试验结果的拟合方程,得到降雨作用下黄土路基的黏聚力和内摩擦角的弱化作

用规律,为分析路基边坡稳定性提供参考依据。

1 降雨入渗模型

根据达西定律, Richards 方程用于分析多孔介质中的非饱和渗流问题^[8],其二维的压力水头 h 形式可以表示为^[9]:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[K_x(h) \frac{\partial h}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[K_z(h) \frac{\partial h}{\partial z} \right] + \frac{\partial K_z(h)}{\partial z} = C(\theta) \frac{\partial h}{\partial t}, \quad (1)$$

式中, h 为压力水头; t 为时间; $K_x(h)$ 和 $K_z(h)$ 分别为相对于 x 和 z 方向的渗透系数函数, $K(h) = D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial h}$, 其中 $D(\theta)$ 为扩散系数函数; $C(\theta)$ 为容水

度, 定义为 $C(\theta) = \frac{\partial \theta}{\partial h}$; θ 为土体体积含水率。

降雨时, 选取一个雨滴来分析, 雨滴从边坡表面到达湿润峰的过程, 也是雨滴变化为毛细水的过程; 驱使雨滴前进的力有重力和表面张力, 当雨滴进入坡内后, 表面张力远大于重力, 尤其是垂直于路基边坡方向, 重力分量变得更小, 而表面张力与坡度无关, 保持不变, 牵引雨滴向内渗透。

为使问题简化, 在 Richards 方程中忽略重力影响项, 即仅考虑非饱和态土体中一维水平扩散方程, 式 (1) 可以被简化如下:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial x} \right]. \quad (2)$$

其初始条件和边界条件为:

$$\begin{aligned} \theta(x, 0) &= \theta_i, \quad 0 \leq x \leq x_f \\ \theta(0, t) &= \theta_0, \quad 0 \leq t \leq \infty, \\ \theta(x_f, t) &= \theta_i, \quad 0 \leq t \leq \infty \end{aligned} \quad (3)$$

式中, θ_0 为给定边界含水率; θ_i 为初始含水率; x_f 为 t 时刻位置。

水分在非饱和土体中的扩散, 受土体结构非均质特征的影响, 引起扩散路径存在无序性, 造成土

体各点的含水率不同, 而 D 为土体含水率的函数, 即 D 函数致使式 (2) 呈现出强非线性特征, 使得方程的求解变得极为困难, 很难直接得到雨水入渗 Richards 方程的解析解。

变分技术是求解此类偏微分方程或复杂边界条件的有利工具。在表面张力作用下, 雨水通过不同路径抵达湿润峰, 可以以时间作为最小作用量, 非饱和土体中水分入渗最优路径问题可看作时间的泛函 $T[\theta(x)]$:

$$T[\theta(x)] = \int_0^{x_f} dt = \int_0^{x_f} \frac{dx}{v}. \quad (4)$$

由式 (2) 可得:

$$v = \frac{\partial x}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \theta} [D(\theta) \theta'] = \theta' \frac{\partial D(\theta)}{\partial \theta}, \quad (5)$$

式中, v 为速度变量。

将式 (5) 化简代入式 (4) 得:

$$T[\theta(x)] = \int_0^{x_f} \frac{\partial}{\partial \theta} [D(\theta) \theta']^{-1} dx, \quad (6)$$

式中, θ' 为含水率导数。

记核函数 F 为:

$$F(\theta, \theta') = \left\{ \frac{\partial}{\partial \theta} [D(\theta) \theta'] \right\}^{-1}. \quad (7)$$

泛函的极值问题等价于 Euler-Lagrange 方程^[10]:

$$F - \theta' F_{\theta'} = C, \quad (8)$$

式中, C 为常数; $F_{\theta'}$ 为核函数在 θ' 处函数值。

$$F_{\theta'} = \frac{\partial F}{\partial \theta} = \frac{-\frac{\partial D(\theta)}{\partial \theta}}{\left[\theta' \frac{\partial D(\theta)}{\partial \theta} \right]^{-2}}. \quad (9)$$

将式 (7) 和式 (9) 代入式 (8) 化简得:

$$D(\theta) = \frac{2x - C_0}{C}. \quad (10)$$

根据边界条件, 可求得:

$$C = \frac{2x_f}{D(\theta_i) - D(\theta_0)}, \quad (11)$$

$$C_0 = -\frac{2x_f D(\theta_0)}{D(\theta_i) - D(\theta_0)}. \quad (12)$$

则有:

$$D(\theta) = D(\theta_0) + [D(\theta_i) - D(\theta_0)] \frac{x}{x_f}. \quad (13)$$

即:

$$\frac{D(\theta) - D(\theta_0)}{D(\theta_i) - D(\theta_0)} = \frac{x}{x_f}. \quad (14)$$

由 $K(h) = D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial h}$ 可得:

$$D(\theta) = K(h) \frac{\partial h}{\partial \theta}, \quad (15)$$

$$K(h) = \begin{cases} K_s \left(\frac{h_0}{h} \right)^m & h > h_b, \\ K_s & h \leq h_b \end{cases}, \quad (16)$$

式中, $m = 3n + 2$, n 为形状参数; K_s 为饱和渗透系数; h 为吸力水头; h_0 为初始水头; h_b 为进气压力水头。

由 Brooks-Corey 土-水特征曲线模型^[11]得到:

$$S_e = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} = \begin{cases} \left(\frac{h_b}{h} \right)^n, & h > h_b, \\ 1, & h \leq h_b \end{cases}, \quad (17)$$

式中, S_e 为系数函数; θ_s 为饱和体积含水率; θ_r 为残余含水率。

由式 (15)、式 (16) 可得:

$$D(\theta) = K \frac{dh}{d\theta} = K_s \left(\frac{h_b}{h} \right)^m \frac{dh}{d\theta} = K_s \left(\frac{h_b}{h} \right)^{3n+2} \frac{dh}{d\theta} = K_s S_e^{\frac{3n+2}{n}} \frac{dh}{d\theta}. \quad (18)$$

由式 (17)、式 (18) 可得:

$$D(\theta) = -\frac{K_s h_b}{n(\theta_s - \theta_r)} \left(\frac{h_b}{h} \right)^{2n+1} = D_0 S_e^{\frac{2n+1}{n}}, \quad (19)$$

式中, D_0 为初始含水率函数, $D_0 = -\frac{K_s h_b}{n(\theta_s - \theta_r)}$ 。

将式 (19) 代入式 (14) 得:

$$S_e = \left[\frac{x_f}{x} \left(S_i^{\frac{2n+1}{n}} - S_0^{\frac{2n+1}{n}} \right) + S_0^{\frac{2n+1}{n}} \right]^{\frac{n}{2n+1}}, \quad (20)$$

式中, S_0, S_i 为土-水特征曲线函数; $S_0 = \frac{\theta_0 - \theta_r}{\theta_s - \theta_r}$,

$$S_i = \frac{\theta_i - \theta_r}{\theta_s - \theta_r}.$$

当入渗边界处为饱和体积含水率时, $S_0 = S_i$,

式 (20) 可转化为如下形式:

$$\theta = (\theta_s - \theta_r) \left[\frac{x}{x_f} \left(S_i^{\frac{2n+1}{n}} - S_0^{\frac{2n+1}{n}} \right) + S_i^{\frac{2n+1}{n}} \right]^{\frac{n}{2n+1}} + \theta_r, \quad (21)$$

$$S_0 = \frac{\theta_0 - \theta_r}{\theta_s - \theta_r}, S_i = \frac{\theta_i - \theta_r}{\theta_s - \theta_r}. \quad (22)$$

当土处于极为干燥状态, $\theta_i = \theta_r$, 式 (21) 可进一步简化为:

$$\theta = (\theta_s - \theta_r) \left(1 - \frac{x}{x_f} \right)^{\frac{n}{2n+1}} + \theta_r. \quad (23)$$

入渗耗时与湿润峰距离间的关系为:

$$x_f = \sqrt{At}, \quad (24)$$

式中, A 为常数。

降雨入渗率 q 为:

$$q = D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=0} = \frac{n}{2n+1} a D_0 S_0 (\theta_s - \theta_r), \quad (25)$$

式中, a 为系数函数, $a = \frac{S_i^{\frac{2n+1}{n}} - S_0^{\frac{2n+1}{n}}}{x_f}$ 。

降雨路基边坡累计入渗量 Q 为:

$$Q = \int_0^{x_f} (\theta - \theta_i) dx = \int_0^t q dt。$$
 (26)

由式 (20)、(25) 和式 (26) 可求得式 (24) 的参数 A 为:

$$A = \frac{2(\beta + 1)(f - b)^2 b^{\frac{1}{\beta}} D_0}{\beta^2 (f^{\frac{\beta+1}{\beta}} - b^{\frac{\beta+1}{\beta}}) - \beta(\beta + 1)(f - b) S_i}, \quad (27)$$

式中, f, b, β 为系数函数; $f = \frac{D(\theta_i)}{D_0}, b = \frac{D(\theta_0)}{D_0}, \beta = \frac{2n+1}{n}$ 。

由式 (20)、(24)、(27) 可求出路基边坡体积含水率随入渗深度及入渗所耗时间的发展规律:

$$\tau = \sigma \tan \varphi + c, \quad (28)$$

$$c = a_c e^{b_c \theta}, \quad (29)$$

$$\varphi = a_\varphi e^{b_\varphi \theta}, \quad (30)$$

式中, τ 为路基含水率; c, φ 为系数函数; a_c 和 b_c 为黏聚力系数; a_φ 和 b_φ 为内摩擦角系数。其中, 系数可结合具体工程土的剪切试验数据拟合得到。

2 降雨入渗路基边坡含水率变化分析

本研究主要考虑了降雨对路基边坡垂直入渗深度即含水率的分布, 利用雨水的渗透模型, 分析降雨时路基的渗透范围和受力变化, 为路基稳定性分析提供依据。路基的分析参数见表 1, 不同含水率下路基土的试验参数详见表 2, 路基土样的黏聚力和内摩擦角与含水率之间的关系如图 1 所示。

表 1 路基的分析参数

Tab. 1 Analysis parameters of subgrade

选取位置	θ_s	θ_r	θ_0	θ_i	K_s	t/min	n	h_b/cm	a_c	b_c	a_φ	b_φ
上部	0.42	0.03	0.42	0.03	0.04	60, 180, 300, 600	0.30	15	120	-7	49	-3.4
中部	0.39	0.07	0.39	0.07	0.02	60, 180, 300, 600	0.20	50	120	-7	49	-3.4
底部	0.36	0.10	0.36	0.10	0.02	60, 180, 300, 600	0.15	80	120	-7	49	-3.4

表 2 不同含水率下路基土的抗剪强度参数

Tab. 2 Shear strength parameters of subgrade soil with different moisture contents

含水率/%	0.10	0.12	0.14	0.16	0.20	0.22	0.24	0.28	0.30	0.38
黏聚力/kPa	70.2	61.4	53.4	41.1	23.5	19.8	15.9	14.6	13.5	12.9
内摩擦角/(°)	36.5	34.3	32.2	28.4	24.9	21.5	19.2	18.3	17.7	15.3

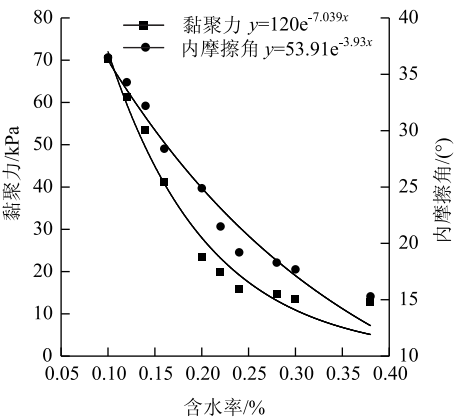


图 1 不同含水率路基土抗剪强度的参数的变化曲线

Fig. 1 Variation curves of shear strength parameters of subgrade soil with different moisture contents

在降雨分别连续作用 60, 180, 300, 600 min 下, 路基上、中、下各部位含水率变化规律如图 2 所示。降雨使路基边坡表面为饱和体积含水率时, 垂直边坡路基的体积含水率呈非线性递减, 达到某

一位置后迅速递减, 在湿润峰处内体积含水率趋于稳定, 湿润峰处的路基土的含水率为路基的初始含水率, 湿润峰的存在实际上是土颗粒的表面张力和颗粒间的黏滞阻力平衡的结果^[12-13]; 随着降雨作用时间的增加, 湿润峰的深度逐渐增加, 但并不与时间呈线性关系, 如 600 min 仅是 660 min 作用下的 2.6 倍, 由此可见, 湿润峰也与土的其他性质密切相关; 相同降雨条件下, 路基上、中、下各部位的含水率变化规律不同, 下部湿润峰最大, 降雨入渗最深, 影响最大, 顶部最小, 可以看出, 路基各部位初始条件与边界条件会对路基含水率分布产生重要影响。

连续降雨下, 路基本身的含水率和土的特性与上述分析的一次降雨过程中路基各部位含水率明显不同。对此, 基于连续降雨下路基的分析参数 (见表 3), 对路基的含水率变化规律进行分析, 结果如图 3 和图 4 所示。

在连续降雨下, 路基上、中、下各部位含水率

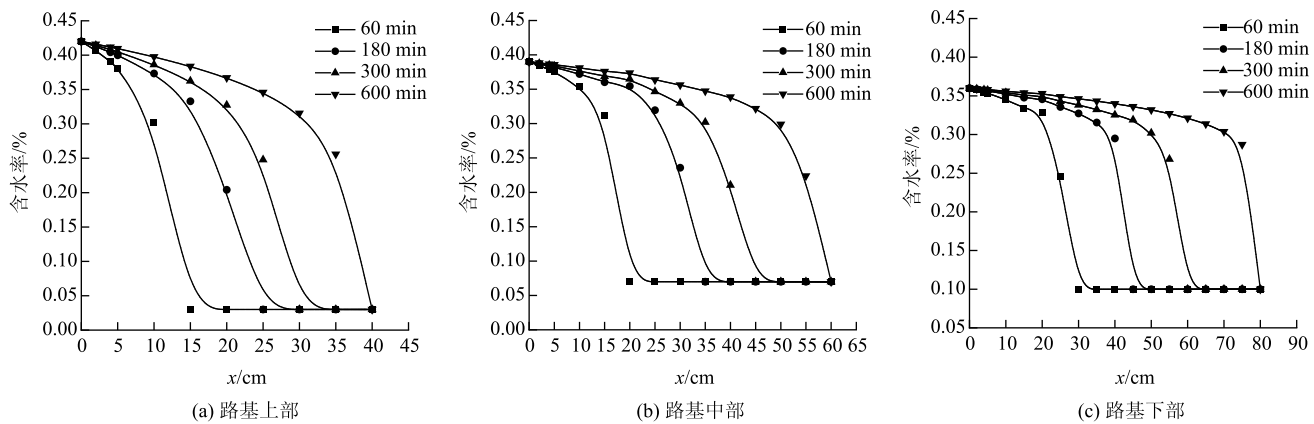


图 2 一次降雨过程中路基上、中、下各部位含水率变化

Fig. 2 Changes of moisture content in upper, middle and lower parts of subgrade during one-time rainfall

表 3 连续降雨后路基的分析参数

Tab. 3 Analysis parameters of subgrade after continuous rainfall

选取位置	θ_s	θ_r	θ_0	θ_i	K_s	t/min	n	h_b/cm	a_c	b_c	a_φ	b_φ
上部	0.42	0.10	0.42	0.10	0.04	60, 180, 300, 600	0.3	15	120	-7	49	-3.4
中部	0.39	0.15	0.39	0.15	0.02	60, 180, 300, 600	0.2	50	120	-7	49	-3.4
底部	0.36	0.20	0.36	0.20	0.02	60, 180, 300, 600	0.15	80	120	-7	49	-3.4

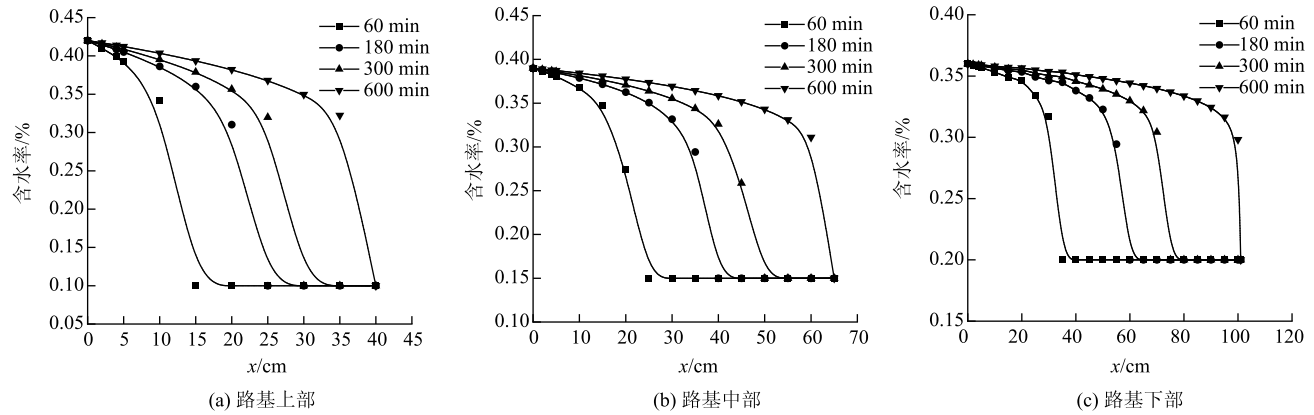


图 3 连续降雨下路基上、中、下各部位含水率变化

Fig. 3 Changes of moisture content of upper, middle and lower parts of subgrade under continuous rainfall

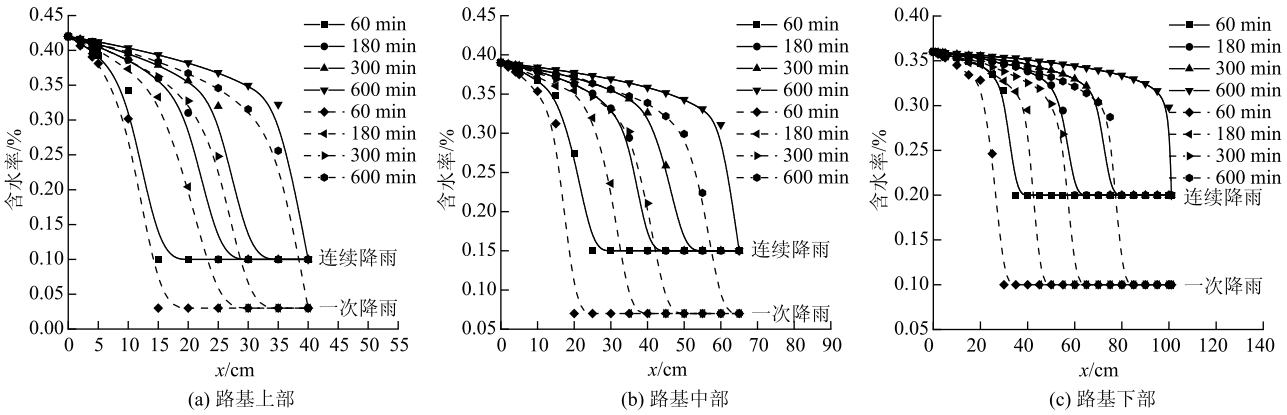


图 4 一次和连续降雨下路基各部位含水率的对比

Fig. 4 Comparison of moisture contents of various parts of subgrade under one-time rainfall and continuous rainfall

变化规律如图3所示,其变化规律与一次降雨规律相同,二者的对比规律如图4所示,但湿润峰的大小有所不同,一次降雨和连续降雨下路基上部的湿润峰基本相同,连续降雨下中部的湿润峰大于一次降雨下的数值,下部的湿润峰差别更大。由此可见,受前期降雨和地下水的影响,路基内含水量增加,改变了路基内水的迁移力,路基的含水量并没有随着降雨的连续作用呈线性增加,原因在于含水率的增加造成颗粒间表面张力减小,同时雨滴入渗路径增加,渗透阻力增加^[14-15],造成牵引力变小,这一现象阻止了

雨水向路基内部的渗透,保护了路基的稳定性^[16-20]。

图5为降雨过程中路基上、中、下各部位黏聚力和内摩擦角的变化规律,路基的力学参数与降雨入渗深度密切相关,随着降雨入渗的增加,路基含水量呈非线性降低,而黏聚力和内摩擦角均与含水量呈指数关系^[21-23],即黏聚力和内摩擦角在含水量较高时较小,含水量较低到某一数值时,黏聚力和内摩擦角突然增加,表现为曲线出现突然增加的拐点,这一拐点对判别降雨时路基边坡的稳定性起作用^[24-26],如果路基边坡的滑动面大于拐点深度,可以判定路基边坡处于稳定状态。

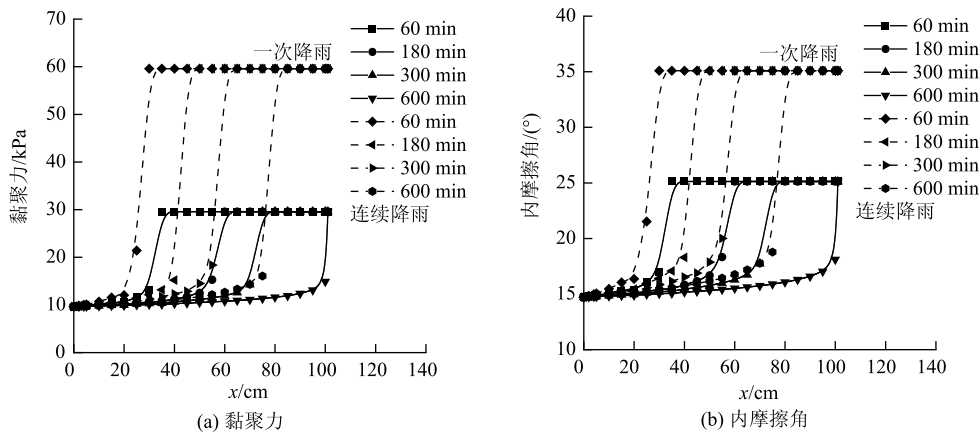


图5 降雨过程中路基上、中、下各部位黏聚力和内摩擦角的变化

Fig. 5 Changes of cohesion and internal friction angle of upper, middle and lower parts of subgrade during rainfall

3 结论

(1) 对于非饱和路基边坡降雨水平入渗深度,基于泛函极值问题和变分法原理,显式地求解出非饱和态土体中的水分入渗过程数学模型为 Richards 偏微分方程的解,路基水平体积含水量分布与位置距离和湿润峰距离密切相关。

(2) 路基边坡内的含水量与垂直边坡路基深度呈非线性递减,达到某一位置后迅速递减,在湿润峰处内体积含水量趋于稳定。受路基各部位初始条件与边界条件影响,路基上、中、下各部位的含水量变化规律不同,下部湿润峰最大,降雨入渗最深,影响最大,顶部最小。

(3) 在连续降雨下,路基上、中、下各部位含水量变化规律与一次降雨下规律相同,但湿润峰的大小有所不同,路基的含水量并没有随着降雨的连续作用呈线性增加。其原因在于含水率的增加造成颗粒间表面张力减小,同时雨滴入渗路径增加,渗透阻力增加,造成牵引力变小,这一现象阻止了雨水向路基内部的渗透,保护了路基的稳定性。

(4) 随着降雨入渗的增加,路基含水量呈非线性

性降低,而黏聚力和内摩擦角均与含水量呈指数关系,毛细作用力逐渐与渗透阻力达到平衡时,曲线出现突然增加的拐点,这一拐点对判别降雨时路基边坡的稳定性起作用,如果路基边坡的滑动面大于拐点深度,可以判定路基边坡处于稳定状态。

(5) 本研究仅讨论了降雨对路基边坡垂直入渗深度即含水率的分布,为路基稳定性分析提供依据。而路基内部含水率的分布还与路基表面冲刷、路基周围积水等因素密切相关,这将作为下一步开展的工作。

参考文献:

References:

- [1] 邓卫东. 高填路堤稳定性研究 [D]. 西安: 长安大学, 2003.
DENG Wei-dong. Study on Stability of High Filled Embankment [D]. Xi'an: Chang'an University, 2003.
- [2] 连继峰, 罗强, 张文生, 等. 路堤边坡膨胀土强度非线性应力阈值与浅层稳定性 [J]. 哈尔滨工业大学学报, 2021, 53 (3): 142-151.
LIAN Ji-feng, LUO Qiang, ZHANG Wen-sheng, et al. Nonlinear Stress Threshold for Expansive Soil Strength and Shallow Stability of Embankment Slope [J]. Journal of

- Harbin Institute of Technology, 2021, 53 (3): 142–151.
- [3] 吴宏伟, 陈守义, 庞宇威. 雨水入渗对非饱和土坡稳定性影响的参数研究 [J]. 岩土力学, 1999, 20 (1): 1–14.
WU Hong-wei, CHEN Shou-yi, PANG Yu-wei. Parametric Study of Effects of Rain Infiltration on Unsaturated Slopes [J]. Rock and Soil Mechanics, 1999, 20 (1): 1–14.
- [4] 田富强, 胡和平. 基于常微分方程求解器的 Richards 方程数值模型 [J]. 清华大学学报 (自然科学版), 2007, 47 (6): 785–788.
TIAN Fu-qiang, HU He-ping. Numerical Model of Richards Equation Based on an Ordinary Differential Equation Solver [J]. Journal of Tsinghua University (Science and Technology Edition), 2007, 47 (6): 785–788.
- [5] 邓卫东, 唐颂, 黄华华. 路堤边坡雨水渗流的模型试验研究 [J]. 公路交通技术, 2003 (5): 4–6, 9.
DENG Wei-dong, TANG Song, HUANG Hua-hua. Model Test Research on Rainfall Seepage on Embankment Slope [J]. Technology of Highway and Transport, 2003 (5): 4–6, 9.
- [6] HUANG J, WU P T, ZHAO X N. Effects of Rainfall Intensity, Underlying Surface and Slope Gradient on Soil Infiltration under Simulated Rainfall Experiments [J]. Catena, 2013, 104: 93–102.
- [7] 杨昱. 饱和非饱和渗流基本微分方程的推导 [J]. 河南水利与南水北调, 2015 (14): 76–79.
YANG Yu. Derivation of Basic Differential Equation of Saturated and Unsaturated Seepage [J]. Henan Water Resources and South-to-North Water Diversion, 2015 (14): 76–79.
- [8] MILLINGTON R J, QUIRK J P. Permeability of Porous Solids [J]. Transactions of the Faraday Society, 1961, 57: 1200–1207.
- [9] 李纪伟, 林法力, 韦昌富, 等. 非饱和土中水平入渗方程显式求解 [J]. 岩土力学, 2021, 42 (1): 203–210.
LI Ji-wei, LIN Fa-li, WEI Chang-fu, et al. Explicit Solution of Horizontal Infiltration Equation in Unsaturated Soils [J]. Rock and Soil Mechanics, 2021, 42 (1): 203–210.
- [10] 张学胜, 陈万吉. 多体系统动力学 Euler-Lagrange 方程的非线性规划方法 [J]. 工程力学, 2000, 17 (1): 20–24.
ZHANG Xue-sheng, CHEN Wan-ji. Nonlinear Programming Method for the Euler-Lagrange Equations in Multibody System Dynamics [J]. Engineering Mechanics, 2000, 17 (1): 20–24.
- [11] 陈亮, 顾传青, 郑林. 非线性方程的数值迭代法及其半局部收敛性 [J]. 数学进展, 2014, 43 (4): 481–495.
CHEN Liang, GU Chuan-qing, ZHENG Lin. Iterative Methods for Nonlinear Equations and Their Semilocal Convergence [J]. Advances in Mathematics, 2014, 43 (4): 481–495.
- [12] 刘兴旺, 周小平, 李亮. 降雨入渗条件下路基稳定性分析 [J]. 华东公路, 2008 (3): 57–59.
LIU Xing-wang, ZHOU Xiao-ping, LI Liang. Analysis on Stability of Roadbed under Rainfall Infiltration Condition [J]. East China Highway, 2008 (3): 57–59.
- [13] GASMO J M, RAHARDJO H, LEONG E C. Infiltration Effects on Stability of a Residual Soil Slope [J]. Computers and Geotechnics, 2000, 26 (2): 145–165.
- [14] PHILIP J R. Theory of Infiltration [J]. Advances in Hydrosience, 1969, 5 (5): 215–296.
- [15] PHILIP J R. The Theory of Infiltration: 1. The Infiltration Equation and Its Solution [J]. Soil Science, 1957, 83 (5): 345–358.
- [16] AHMAD S. The Mathematical Theory of Finite Element Methods [J]. Texts in Applied Mathematics, 2002, 3 (298): 263–291.
- [17] KLINKENBERG L J. The Permeability of Porous Media to Liquids and Gases [J]. American Petroleum Institute, Drilling and Production Practice, 1941, 2 (2): 200–213.
- [18] DUNCAN J M. State of the Art: Limit Equilibrium and Finite-element Analysis of Slopes [J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1996, 122 (7): 577–596.
- [19] LAM L, FREDLUND D G. A General Limit Equilibrium Model for Three-dimensional Slope Stability Analysis: Reply [J]. Canadian Geotechnical Journal, 1994, 31 (5): 795–796.
- [20] BROOKS R H, COREY A T. Hydraulic Properties of Porous Media and Their Relation to Drainage Design [J]. Transactions of the ASAE, 1964, 7 (1): 26–28.
- [21] 卢肇钧. 粘性土抗剪强度研究的现状与展望 [J]. 土木工程学报, 1999, 32 (4): 3–9.
LU Zhao-jun. Problems on the Research of Shear Strength of Clayey Soils [J]. China Civil Engineering Journal, 1999, 32 (4): 3–9.
- [22] LEATHER J W. The Flow of Water and Air through Soils [J]. Journal of Agricultural Science, 1912, 4 (3): 303–304.
- [23] FREDLUND D G, XING A Q, HUANG S Y. Predicting the Permeability Function for Unsaturated Soils Using the Soil-water Characteristic Curve [J]. Canadian Geotechnical Journal, 1994, 31 (4): 533–546.
- [24] LUMB P. Slope Failure in Hong Kong [J]. Quarterly Journal of Engineering Geology and Hydrogeology, 1975, 8 (1): 31–65.
- [25] NG C W W, SHI Q. A Numerical Investigation of the Stability of Unsaturated Soil Slopes Subjected to Transient Seepage [J]. Computers and Geotechnics, 1998, 22 (1): 1–28.
- [26] SMETTEM K R J, PARLANGE J Y, ROSS P J, et al. Three-dimensional Analysis of Infiltration from the Disc Infiltrometer: 1. A Capillary-based Theory [J]. Water Resources Research, 1994, 30 (11): 2925–2929.