

高速列车主动垂向减振器多目标控制方法¹⁾张耀洵 石怀龙²⁾ 曾京 刘佳宁 周俊屹

(西南交通大学轨道交通运载系统全国重点实验室, 成都 610031)

摘要 以进一步提升高速列车的运行平稳性和曲线通过速度为目标, 设计了转向架二系垂向减振器主动悬挂控制构型, 提出了基于扰动观测器的滑模控制方法, 实现了车体垂向振动和主动倾摆的多目标协同控制. 建立车辆垂向简化动力学模型, 设计兼顾车体浮沉、点头和侧滚模态振动的滑模面, 基于滑模控制原理推导了主动力求表达式; 构建扰动观测器实现部分状态反馈量的估计, 并证明控制系统的稳定性; 进而, 基于 SIMPACK 搭建车辆全自由度动力学模型, 在 MATLAB/SIMULINK 中建立控制器和主动执行机构, 实现动力学与控制联合仿真; 分析主动倾摆控制效果, 以及典型轨道不平顺激励下车体振动抑制效果. 研究表明: 所设计的主动垂向悬挂构型和滑模控制方法, 可以显著降低车体 10 Hz 以内的垂向加速度和平稳性指标, 优于传统天棚阻尼控制和被动悬挂工况; 利用滑模控制还可实现曲线线路上车体主动倾摆, 能够降低离心力对旅客乘坐舒适性的影响, 可达到摆式列车的作用效果; 车体主动倾摆控制会略微增大脱轨系数等安全性指标, 但仍在安全限值范围内并具有足够裕量. 主动垂减控制可以同时兼顾车体垂向振动与倾摆控制, 进一步提升高速列车在直线和曲线线路上运行平稳性.

关键词 高速车辆, 动力学, 主动悬挂, 主动倾摆, 运行平稳性, 联合仿真

中图分类号: U270

文献标识码: A

DOI: 10.6052/0459-1879-24-436

CSTR: 32045.14.0459-1879-24-436

MULTI-OBJECTIVE CONTROL METHOD FOR ACTIVE VERTICAL DAMPERS IN HIGH-SPEED TRAINS¹⁾Zhang Yaoxun Shi Huailong²⁾ Zeng Jing Liu Jianing Zhou Junyi

(State Key Laboratory of Rail Transit Vehicle System, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

Abstract To further enhance the ride comfort and curve passing speed of high-speed rail vehicles, this study investigates the active control principles of vertical dampers in secondary suspension and proposes a multi-objective coordinated control method for the vertical vibration and roll motion of the carbody. A simplified vertical dynamic model of the vehicle was established, and a sliding mode surface was designed to address the vertical, pitch, and roll modes of the carbody. The main control force expression was derived based on the sliding mode control theory. A disturbance observer was constructed to estimate the partial state feedback, and the stability of the control system was proven. Subsequently, a three-dimensional nonlinear dynamic model of the vehicle system was established using SIMPACK,

2024-09-11 收稿, 2024-11-28 录用, 2024-12-01 网络版发表.

1) 国家自然科学基金(52272406, 52388102), 四川省重点研发计划(2024YFHZ0032)和轨道交通运载系统全国重点实验室自主课题(2024RVL-T13)资助项目.

2) 通讯作者: 石怀龙, 副研究员, 主要研究方向为机车车辆动力学与控制. E-mail: shi@swjtu.edu.cn

引用格式: 张耀洵, 石怀龙, 曾京, 刘佳宁, 周俊屹. 高速列车主动垂向减振器多目标控制方法. 力学学报, 2025, 57(1): 212-223

Zhang Yaoxun, Shi Huailong, Zeng Jing, Liu Jianing, Zhou Junyi. Multi-objective control method for active vertical dampers in high-speed trains. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2025, 57(1): 212-223

while the controller and actuators are implemented in MATLAB/SIMULINK, enabling co-simulation of dynamics and active control. The control effectiveness of carbody roll is investigated, and the effects of active vertical damping control on the ride comfort under typical track irregularities are analyzed. Numerical simulations indicate that the designed active vertical suspension configuration and sliding mode control theory can significantly reduce vertical acceleration below 10 Hz and drop the Sperling index, outperforming conventional skyhook damping control and passive suspension. The use of sliding mode control also enables active carbody roll motion control on curved tracks, reducing unbalanced centrifugal forces and substantially enhancing ride comfort, achieving control effects comparable to those of tilting trains. Although the active carbody roll control slightly increases safety indicators such as the derailment coefficient, these remain within safe limits with sufficient margins. The active vertical damping control can simultaneously address vertical vibration and roll motion control of the carbody, thereby further improving ride comfort both on tangent and curved tracks.

Key words high-speed trains, vehicles dynamics, active suspension, active roll, ride comfort, co-simulation

引言

随着高铁运营里程的急剧增加和运行速度的不断提高,对高速列车运行平稳性和安全性提出了更高的要求^[1].高速列车在长期服役过程中,时常需要在不同速度等级客运专线之间跨线跑、高铁线与既有线之间混跑,在实际服役过程发生异常振动问题,导致运行平稳性不良和乘坐品质下降,严重时还威胁行车安全^[2].其中,列车高速通过曲线和在线路平顺性较差的路段时振动剧烈,造成运行平稳性不良问题尤为突出.例如,列车高速通过竖曲线的变坡点时,会引起车体的垂向冲击振动,影响运行品质^[3];当列车以较大欠超高通过曲线线路时,会产生较大的未平衡离心力,影响横向运行品质^[4].这些问题不仅限制了高速列车的进一步提速,也给长期服役性能保障带来挑战.

转向架的二系悬挂参数对车辆运行平稳性影响显著.目前,我国实际运营的动车组均采用被动悬挂,主要使用固定阻尼系数的被动式油压减振器,具有结构简单、成本低和可靠性高的特点.但在面对复杂多变的线路条件时,被动减振器的减振效果有限,难以满足高速列车对平稳性和安全性的高要求.主动悬挂能够显著提升高速列车对线路运行条件的适应性,可以根据车辆运行状态和线路条件的变化而实时控制输出力,从而实现更好的减振效果^[5-7].此外,主动悬挂还能有效延长车辆结构部件的使用寿命和车轮镟修里程^[8],降低列车运维成本.

高速列车在通过曲线线路时,离心力会引起列车乘坐舒适性降低以及轮轨载荷分布变化,这些是影响列车速度与安全性的关键因素.摆式列车是一

种为了提升曲线线路通过速度而专门设计的特殊车辆^[9],其车体和转向架之间安装了主动倾摆机构,能够实时调节车体的倾摆角度,利用重力分力抵消离心力,从而改善列车通过曲线时的运行平稳性.主动倾摆机构机电式作动器和主动空气弹簧等结构形式.其中,机电式作动器可以使车体倾摆 $8^{\circ} \sim 10^{\circ}$,即倾摆角度大,但其结构复杂、能量消耗高、成本较高且维修较为困难^[10-11];空气弹簧控制的倾摆装置结构简单、易于维修,但受空气弹簧的结构影响,可实现的倾摆角度较小^[12].

在二系主动悬挂技术的实际应用方面,半主动横向减振器已在日本新干线高速列车上得到广泛应用,可使车体振动降低 $30\% \sim 50\%$,有效缓解了列车高速进出隧道时车体晃动和平稳性不良的问题^[13-14].日本 N700 系高速列车应用了空气弹簧主动倾摆技术,使车体在曲线线路上可向曲线内侧倾摆 1° ,实现了曲线提速,并且无需对转向架结构进行大的改动^[15].法国、德国和意大利等国家也进行了主动悬挂技术研究,并以摆式列车最为典型^[16-17].由于欧洲铁路的曲线半径小,列车通过弯道时较大的离心力,导致运行平稳性不良,采用主动倾摆机构可使车体向曲线内侧倾摆一定角度,从而抵消旅客受到的未平衡离心力,改善旅客乘坐舒适性,进而提高列车的曲线通过速度.

在主动悬挂控制方法研究方面,Guo 等^[18]基于天棚控制原理设计了二系横向半主动减振器控制方法,抑制了转向架和轮对的振动从而降低了脱轨系数.丁问司等^[19]指出了二系横向主动悬挂的必要性,介绍了几种控制策略的工作原理.Kim 等^[20]进行了磁流变半主动减振器装车试验,可以降低车体的垂

向振动. 刘永强等^[21]提出了半主动横向减振器和抗蛇行减振器的协调控制策略, 可以兼顾列车曲线通过和平稳性控制. 张坤等^[22]针对高速列车横向稳定性与曲线通过性能对悬挂参数需求之间的矛盾, 提出了可切换模糊主动控制算法. 刘志强等^[23]根据天棚阻尼与模态控制原理, 设计多种二系横向减振器主动及半主动控制策略, 研究了控制策略对时滞的敏感性. Shi 等^[24]设计了基于扰动观测器的滑模控制方法, 用于抑制车体的刚性和弹性振动, 可有效提升高速列车的乘坐舒适性, 但要求主动执行机构具有较高的频响.

在主动倾摆技术研究方面, Colombo 等^[25]研究了采用液压作动器驱动的主动倾摆控制方法, 可提升列车曲线通过速度和运行平稳性. Gialleonardo 等^[26]提出了一种结合主动横向和倾摆控制的悬挂系统, 通过采用液压互连执行器和液压主动横向减振器来提升高速列车的曲线通过性能, 能够提升列车的运行速度与平稳性. 罗仁等^[27]建立了空气弹簧主动摆倾列车动力学模型, 并研究了空簧安装高度对倾摆控制效果的影响. Kazato 等^[28]提出了基于主动抗侧滚扭杆的新型车体倾摆装置, 利用旋转电机驱动连杆实现车体倾摆, 相较于传统摆式列车的转向架结构更简单; 同时, 用气阀将左右空簧的附加气室连通以降低等效侧滚刚度, 从而减少主动倾摆阻力.

综上, 主动悬挂常用的振动控制方法主要有天棚阻尼^[29]、模态控制^[23]、最优控制^[30-32]和 H_∞ ^[6]等. 而滑模控制是一种用于不受测量干扰影响的不确定系统的策略, 通过设计滑模面及其导数将高阶系统的复杂性降低为一阶状态变量, 除了能够进行振动(速度、加速度)控制外, 还能用于状态(位移及

速度)跟踪. 与天棚阻尼等线性方法相比, 该方法消除了干扰和不确定性, 鲁棒性好, 实现简单, 抗干扰能力强, 但对主动执行器的频域相应有较高的要求.

本文设计了二系垂向主动悬挂构型, 并提出采用滑模控制方法对车体垂向振动和倾摆姿态进行多目标协同控制, 从而进一步提升高速列车的乘坐舒适性. 该主动悬挂构型和控制方法需要较少的传感器来测量状态量, 具有对不确定性和干扰的鲁棒性.

1 车辆系统动力学与控制模型

首先建立车辆垂向动力学简化模型, 为主动垂减的滑模控制律和扰动观测器设计、系统稳定性验证提供基础输入. 然后, 在 SIMPACK 中建立车辆全自由度非线性动力学模型, 并在 MATLAB/SIMULINK 搭建控制器与执行机构, 通过联合仿真实现主动垂减控制效能分析.

1.1 车辆垂向动力学简化模型

带有主动垂向悬挂的车辆动力学模型如图 1 所示, 该模型考虑了 7 个自由度, 分别为车体的浮沉、点头、侧滚, 两个构架的浮沉、侧滚. 其中, 悬挂系统中减振器采用经典的弹簧和阻尼串联 Maxwell 模型, 符号定义与模型基本参数见表 1.

在主动垂向悬挂构型设计中, 将前转向架两侧的二系垂向减振器和后转向架左侧的二系垂向减振器替换为主动作动器, 仅保留后转向架右侧的被动减振器, 并且不考虑抗侧滚扭杆的作用. 主动作动器的布置形式如图 1 中 u_1 、 u_2 和 u_3 所示, 车辆的垂向动力学方程为

$$M\ddot{X} + C\dot{X} + KX = F \quad (1)$$

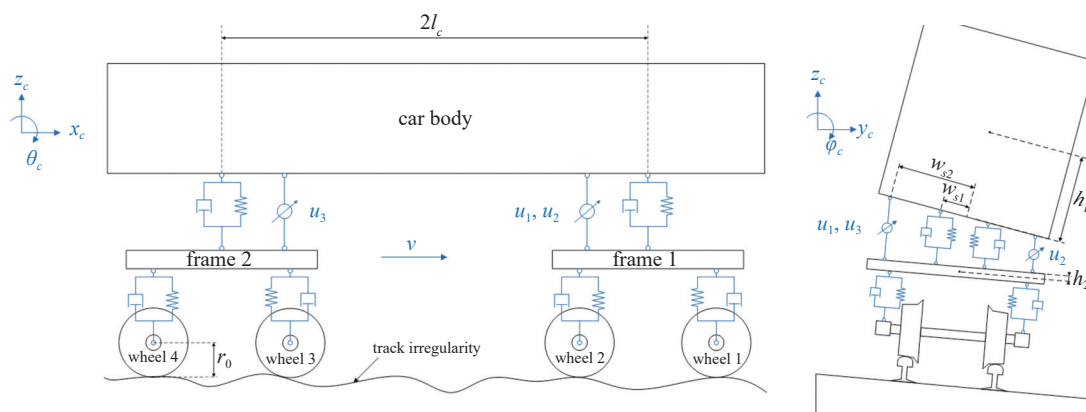


图 1 车辆-主动悬挂系统垂向动力学模型

Fig. 1 Vertical dynamics model of vehicle-active suspension system

表 1 车辆系统参数

Table 1 Vehicle system parameters

Symbol	Parameters	Values
m_c/t	carbody mass	36.4
$J_{cx}/(t \cdot m^2)$	roll moment of inertia of carbody	87
$J_{cy}/(t \cdot m^2)$	moment of inertia of carbody	145
$k_{sx}/(MN \cdot m^{-1})$	longitudinal stiffness of air spring	0.131
$k_{sy}/(MN \cdot m^{-1})$	lateral stiffness of air spring	0.131
$k_{sz}/(MN \cdot m^{-1})$	vertical stiffness of air spring	0.205
$c_{sx}/(kN \cdot s \cdot m^{-1})$	longitudinal damping of air spring	6
$c_{sy}/(kN \cdot s \cdot m^{-1})$	lateral damping of air spring	6
$c_{sz}/(kN \cdot s \cdot m^{-1})$	vertical damping of air spring	25
$k_{syd}/(MN \cdot m^{-1})$	stiffness of secondary vertical damper	1
$k_{arb}/(MN \cdot m \cdot rad^{-1})$	stiffness of anti-roll bar	1
c_{arb}	damping of anti-roll bar	0
l_c/m	half of the bogie spacing	8.75
r_0/m	nominal wheel radius	0.46
h_1/m	distance between the car body center and the secondary suspension point	1.077
h_2/m	distance between the bogie center and the secondary suspension point	0.088
w_{s1}/m	half of air spring lateral spacing	0.95
w_{s2}/m	half of secondary vertical damper lateral spacing	1.399

式中, M , C 和 K 分别为车辆系统的质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵; X , $\dot{X}$ 和 $\ddot{X}$ 分别为系统的位移、速度和加速度矢量; F 是作用在轮对上的激励输入。

1.2 车辆系统三维动力学模型

当主动垂减实现车体倾摆时, 作动器提供主动力矩。由于两个空气弹簧存在侧滚刚度, 空气弹簧会提供阻力, 导致作动器需要提供更大的力。为了解决这一问题, 在实际应用中, 用气阀将空簧的左右附加气室联通, 以降低空气弹簧的抗侧滚刚度。在动力学仿真建模时, 可以考虑降低空簧的横向跨距, 这样可以在保持空簧垂向刚度的条件下降低其对车体形成的侧滚刚度, 以模拟气阀联通空簧附加气室的效果。同时, 高速列车通常配备抗侧滚扭杆, 用于控制侧滚运动, 控制机车车辆限界。采用主动倾摆时, 将车辆的抗侧滚扭杆拆卸或降低扭杆刚度。

基于 SIMPACK 软件建立车辆系统非线性动力学模型。模型包括车体、构架、轮对和电机等, 均包

含 6 个自由度, 即纵向、横向、垂向、侧滚、点头和摇头, 而转臂和齿轮箱仅考虑点头自由度, 车辆系统共有 66 个自由度。模型考虑了悬挂元件和轮轨关系非线性, 轮轨蠕滑力采用 Kalker 线性理论及其 FASTSIM 算法计算。基本建模方法见文献 [1, 33], 部分参数见表 1, 车轮型面为 S1002CN, 与 CN60 标准钢轨匹配时名义等效锥度为 0.17。其中, 二系垂向减振器主要用于衰减车体的垂向振动, 采用经典的 Maxwell 模型 (弹簧和阻尼串联) 表征阻尼力的频率非线性 [34]。

1.3 车辆-主动悬挂系统联合仿真

将 SIMPACK 车辆模型和 MATLAB/SIMULINK 控制模块结合, 建立了车辆主动悬挂系统联合仿真模型, 如图 2 所示。在该模型中, SIMPACK 动力学模型输出振动状态反馈量, SIMULINK 主动控制模块根据这些状态量计算出理想主动控制力, 并反馈给车辆模型中的二系垂向减振器, 从而施加到车辆模型上, 实现对车辆二系悬挂力的实时控制。

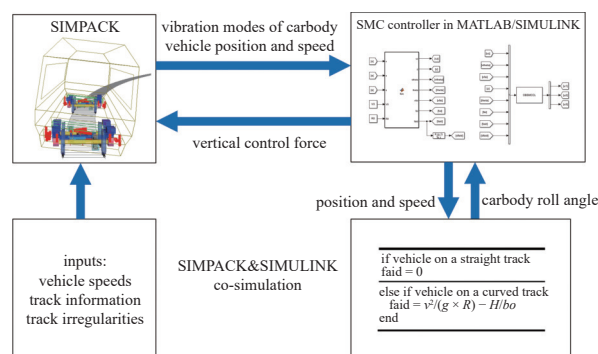


图 2 车辆主动悬挂系统原理图

Fig. 2 Schematic diagram of vehicle-active suspension system

2 基于扰动观测器的滑模控制

2.1 滑模面设计

将车辆动力学模型中车体的浮沉、点头和侧滚模态表示为状态空间的形式

$$X = [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6] = [z_c, \dot{z}_c, \theta_c, \dot{\theta}_c, \phi_c, \dot{\phi}_c] \quad (2)$$

将车体的浮沉、点头和侧滚模态作为控制目标, 构造出 3 个滑模面 s_1 , s_2 和 s_3 如下

$$s_1 = c_1 x_1 + x_2 \quad (3)$$

$$s_2 = c_2 x_3 + x_4 \quad (4)$$

$$s_3 = c_3(x_5 - \phi_r) + x_6 \quad (5)$$

其中, ϕ_r 为理想的车体倾摆角, 直线轨道上 $\phi_r = 0$, 曲线轨道上 $\phi_r = \frac{v^2}{gR} - \frac{H}{b_0}$, 式中, R 为曲线轨道半径、 H 为外轨超高量、 b_0 为轨距. 在圆曲线上, R 为固定值; 在缓和曲线上, R 值为车辆所在位置的实时曲率半径. 在实际的工程应用中, 利用列车的车载定位系统获取车辆的实时地理位置, 根据车辆所处的位置获取车辆的实时曲率半径.

进一步, 将式 (3) ~ 式 (5) 求导, 得到滑模面的导数表达式

$$\begin{aligned} \dot{s}_1 = c_1 x_2 + \dot{x}_2 = c_1 x_2 + g - F_{vdr2}/m_c - \\ (F_{zsr1} + F_{zsr2} + F_{zsl1} + F_{zsl2})/m_c - \\ (u_1 + u_2 + u_3)/m \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \dot{s}_2 = c_2 x_4 + \dot{x}_4 = c_2 x_4 + \frac{l_c}{J_{cy}} (-u_1 - u_2 + u_3 + F_{vdr2}) + \\ \frac{l_c}{J_{cy}} (-F_{zsr1} + F_{zsr2} - F_{zsl1} + F_{zsl2}) + \\ \frac{h_1}{J_{cy}} (F_{ysr1} + F_{ysr2} + F_{ysl1} + F_{ysl2}) \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \dot{s}_3 = c_3 x_6 + \dot{x}_6 = c_3 x_6 + \frac{w_{s2}}{J_{cx}} (u_1 - u_2 + u_3 - F_{vdr2}) + \\ \frac{w_{s1}}{J_{cx}} (-F_{zsr1} - F_{zsr2} + F_{zsl1} + F_{zsl2}) + \\ \frac{h_1}{J_{cx}} (F_{ysr1} + F_{ysr2} + F_{ysl1} + F_{ysl2}) \end{aligned} \quad (8)$$

其中, c_1 , c_2 和 c_3 为滑模面增益系数; u_1 , u_2 和 u_3 为主动垂减输出力; F_{zsr1} 和 F_{ysr1} 为空气弹簧的垂向力与横向力; F_{vdr2} 为车体右后二系垂向减振器的力.

式 (6) ~ 式 (8) 中, 车体的浮沉速度 x_2 、点头角速度 x_4 和侧滚角速度 x_6 通过测量得到, 而其余不可测的力写成 $f_1(x, t)$, $f_2(x, t)$ 和 $f_3(x, t)$.

为化简公式, 令

$$G_1(t) = G_{m1} \Delta G_1(t) = -\frac{1}{m_c} \quad (9)$$

$$G_2(t) = G_{m2} \Delta G_2(t) = \frac{l_c}{J_{cy}} \quad (10)$$

$$G_3(t) = G_{m3} \Delta G_3(t) = \frac{w_{s2}}{J_{cx}} \quad (11)$$

$$\bar{u}_1 = -u_1 - u_2 - u_3 \quad (12)$$

$$\bar{u}_2 = -u_1 - u_2 + u_3 \quad (13)$$

$$\bar{u}_3 = u_1 - u_2 + u_3 \quad (14)$$

式中, $G_i(t)$ 表示车辆的质量参数的不确定性; G_{mi} 为常数, 称为车辆系统参数的不确定性因子, 表示滑模控制中估计的车辆系统参数与实际车辆系统参数的误差, $G_{mi} = 1$ 表示 $G_i(t)$ 不存在不确定性. 进一步, 滑模面的导数可以写成

$$\dot{s}_i = c_i x_{2i} + e_i(x, t) + G_{mi} \bar{u}_i \quad (15)$$

式中, $e_i(x, t)$ 是施加在车体上的力相关的不确定性, 表达式为

$$e_i(x, t) = f_i(x, t) + G_{mi} [\Delta G_i(t) - 1] \bar{u}_i \quad (16)$$

为简化表达, 后文将 $e_i(x, t)$ 简写为 e_i , 并说明如何设计滑模控制律以补偿外部干扰与不确定性. 其中, e_i 为车体受到的力的不确定性, 通常不可测得, 是控制系统不确定性的主要来源, 这里采用扰动观测器估计的方法获得. 因此, 控制律不需要知道车体的受力情况, 具有鲁棒性和测量点少的优点.

2.2 主动控制律

控制力 $\bar{u}_i$ 由 3 部分组成, 即 u_{eqi} , u_{ni} 和 u_{si} . u_{eqi} 采用指数趋近律作为控制律, 用于补偿已知项 (与滑模面状态相关); u_{ni} 用于补偿不确定性 (与车体受力的不确定性相关); u_{si} 带有平滑近似的间断分量, 可以防止控制系统在接近滑模面时出现的抖振问题.

控制策略的核心是通过扰动观测器估计不确定性 e_i , 然后反过来使用其反值来抵消不确定性的影响. 使用指数控制律趋近滑模面

$$\dot{s}_i = -k_i s_i - k_{sti} \text{sat}(s_i) \quad (17)$$

$$\text{sat}(s_i) = \begin{cases} \text{sgn}(s_i), & |s_i| > \varepsilon_i \\ \frac{s_i}{\varepsilon_i}, & |s_i| \leq \varepsilon_i \end{cases} \quad (18)$$

其中, k_i , k_{sti} 和 ε_i 是常数.

控制力 $\bar{u}_i$ 可以写成

$$\bar{u}_i = u_{eqi} + u_{ni} + u_{si} \quad (19)$$

$$u_{eqi} = -\frac{1}{G_{m1}} [c_i x_{2i} + k_i s_i + k_{sti} \text{sat}(s_i)] \quad (20)$$

$$u_{ni} = -\frac{1}{G_{mi}} \hat{e}_i \quad (21)$$

$$u_{si} = -\frac{1}{G_{mi}} k_{sti} \text{sat}(s_i) \quad (22)$$

将式 (19) 代入式 (15) 中, 可得到

$$\dot{s}_i = -k_i s_i + e_i + G_{mi} u_{n,i} + G_{mi} u_{s,i} \quad (23)$$

进一步将 $u_{n,i}$ 和 $u_{s,i}$ 代入可得

$$\dot{s}_i = -k_i s_i - k_{sti} \text{sat}(s_i) + \tilde{e}_i \quad (24)$$

其中

$$\tilde{e}_i = e_i - \hat{e}_i \quad (25)$$

式中 $\tilde{e}_i$ 是估计误差. 如果估计值 $\hat{e}_i$ 使得 $\tilde{e}_i$ 趋近于 0, 滑模变量 s_i 也将趋近于 0, 从而达到控制目标. 控制策略不需要获得转向架的状态, 只需要车体的状态. 因此, 基于观测器的滑模控制方法仅需要输入车体的振动状态, 而观测器可以估计出车体受到的悬挂力. 该控制方法不需要已知系统的精细化模型.

2.3 扰动观测器设计

参考文献 [35] 设计一个扰动观测器, 不确定性 e_i 的估计值为

$$\hat{e}_i = \hat{d}_i(t) + p(s_i) \quad (26)$$

其中, $p(s_i)$ 是关于滑模面 s_i 的线性或者非线性标量函数. 要更新 $\hat{d}_i(t)$, 使得估计误差 $\tilde{e}_i$ 为 0, 对式 (26) 求导, 得到

$$\dot{\hat{e}}_i = \dot{\hat{d}}_i(t) + \frac{\partial p}{\partial s_i} \dot{s}_i \quad (27)$$

将式 (23) 中的 $\dot{s}_i$ 代入可得

$$\dot{\hat{e}}_i = \dot{\hat{d}}_i(t) + \frac{\partial p}{\partial s_i} (-k_i s_i + e_i + G_{mi} u_{n,i} + G_{mi} u_{s,i}) \quad (28)$$

$\hat{d}_i(t)$ 的更新律 $\dot{\hat{d}}_i(t)$ 为

$$\dot{\hat{d}}_i(t) = -\frac{\partial p}{\partial s_i} (-k_i s_i + \hat{e}_i + G_{mi} u_{n,i} + G_{mi} u_{s,i}) \quad (29)$$

将式 (29) 代入式 (28) 中, 得到

$$\dot{\hat{e}}_i = \frac{\partial p}{\partial s_i} \tilde{e}_i \quad (30)$$

将式 (30) 两边同时减去 $\dot{e}_i$ 可得到

$$\dot{\tilde{e}}_i = -\frac{\partial p}{\partial s_i} \tilde{e}_i + \dot{e}_i \quad (31)$$

式 (30) 表明, 选择 $p(s_i)$ 使得 $\frac{\partial p}{\partial s_i}$ 是一个正函数, 以保证 $\tilde{e}_i$ 的稳定性. 为了使估计误差有界, 需要假设 $|\dot{e}_i| < \eta_i$, 其中 η_i 为正值. 式 (29) 等同于

$$\dot{\hat{d}}_i(t) = -\frac{\partial p}{\partial s_i} [-k_i s_i - k_{sti} \text{sat}(s_i)] \quad (32)$$

3 个作动器的实际主动力可以解得

$$u_1 = \frac{-\bar{u}_2 + \bar{u}_3}{2}, \quad u_2 = \frac{\bar{u}_1 - \bar{u}_3}{2}, \quad u_3 = \frac{\bar{u}_1 + \bar{u}_2}{2} \quad (33)$$

2.4 控制稳定性验证

在本节中, 计算稳定性条件 $\tilde{e}_i$ 和 s_i 的最终界限. 考虑一个李雅普诺夫函数

$$V(s_i, \tilde{e}_i) = \frac{1}{2} s_i^2 + \frac{1}{2} \tilde{e}_i^2 \quad (34)$$

对其求导得

$$\dot{V}(s_i, \tilde{e}_i) = s_i \dot{s}_i + \tilde{e}_i \dot{\tilde{e}}_i \quad (35)$$

代入 $\dot{s}_i$ 和 $\dot{\tilde{e}}_i$ 得

$$\begin{aligned} \dot{V}(s_i, \tilde{e}_i) &= -k_i s_i^2 - k_{sti} \text{sat}(s_i) s_i + \\ &\tilde{e}_i s_i - \frac{\partial p}{\partial s_i} \tilde{e}_i^2 + \tilde{e}_i \dot{e}_i \end{aligned} \quad (36)$$

使用不等式 $\tilde{e}_i s_i \leq \frac{1}{2} (\tilde{e}_i^2 + s_i^2)$ 和假设 $|\dot{e}_i| < \eta_i$, 得到

$$\begin{aligned} \dot{V}(s_i, \tilde{e}_i) &= -\left(k_i - \frac{1}{2}\right) s_i^2 - \left(\frac{\partial p}{\partial s_i} - \frac{1}{2}\right) \tilde{e}_i^2 + \\ &|\tilde{e}_i| \eta_i - k_{sti} |s_i| \end{aligned} \quad (37)$$

控制参数可以选择使 $k_i > \frac{1}{2}$, $\frac{\partial p}{\partial s_i} > \frac{1}{2}$, 并且 $k_{sti} > 0$. 根据上述方程可以证明动态和估计误差不是渐进稳定的, 但最终是有界的, 并且很小.

3 主动垂减控制力特征分析

使用二系主动垂向减振器实现振动控制与曲线主动倾摆. 在直线轨道上, 控制力主要用于抵消车体的垂向振动, 因此控制力较小具有随机性. 在曲线轨道时, 控制力不仅要实现振动控制, 还需实现主动倾摆, 因此控制力较直线轨道会增大. 因此, 有必要分析曲线轨道上控制力的变化规律.

3.1 主动垂减理想输出力

车体的受力分析如图 3 所示, 车辆通过曲线时, 车体主要受到离心力、重力、二系垂减力和空气弹簧力. 稳态条件下, 垂减力、重力和离心力形成的侧滚力矩平衡. 相对于车体地板面中心点, 主动垂减力形成的侧滚力矩为

$$M_1 = (F_1 - F_2 + F_3) w_s \quad (38)$$

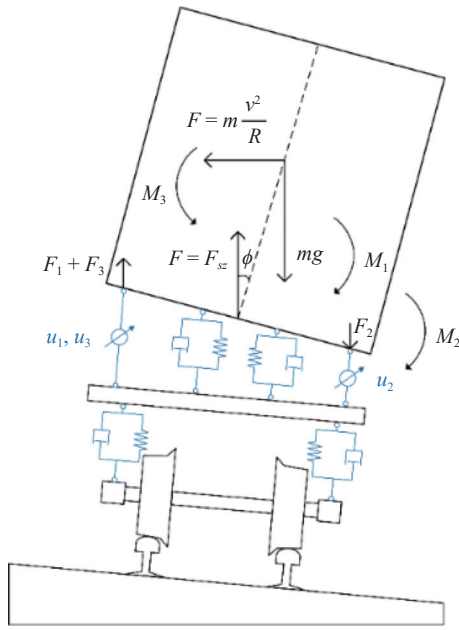


图 3 车体受力图

Fig. 3 Force diagram of carbody

离心力形成的侧滚力矩为

$$M_2 = m_c \frac{v^2}{R} h_1 \cos \phi \quad (39)$$

重力形成的侧滚力矩为

$$M_3 = m_c g \sin \phi \cdot h_1 \quad (40)$$

当车体倾摆角为理想摆角时, 重力水平分力与离心力平衡

$$m_c \frac{v^2}{R} \cos \phi = m_c g \sin \phi \quad (41)$$

上式表明 $M_2 = M_3$, 已知车体上有力矩平衡关系 $M_1 + M_2 = M_3$, 则主动力形成的侧滚力矩

$$M_1 = 0 \quad (42)$$

当车体未达到理想侧滚角时, 重力形成的力矩与离心力的力矩不平衡, 车体会有侧滚的趋势. 因此, 需要主动垂减输出侧滚力矩以维持车体侧滚力矩平衡. 此时, 主动垂减力形成的力矩不为 0.

3.2 控制力仿真验证

仿真车辆以速度 80 km/h 通过曲线半径 300 m、超高 80 mm 的曲线线路, 为了验证规律, 不施加轨道激励, 曲线对应平衡车速为 50 km/h, 即车辆以欠超高状态通过曲线. 完整线路由 100 m 直线 + 350 m 缓和曲线 + 1000 m 圆曲线 + 350 m 缓和曲线 + 500 m 直线组成. 主动力时间历程及其对车体形成

的侧滚力矩如图 4 和图 5 所示. 当列车处于圆曲线时, 作动器形成的侧滚力矩接近 0, 与第 3.1 节分析结论基本相符. 在缓和曲线上, 车体的目标倾摆角是随着线路的曲率实时变化的, 作动器输出力矩使车体摆角发生变化, 需要克服车体的重力以及车体受到的悬挂力. 因此, 在缓和曲线上, 作动器输出力较大且侧滚力矩不为 0.

与图 5 相同计算工况, 设定不同的目标倾摆角, 获得了主动力形成的侧滚力矩, 如图 6 所示. 可见, 当车体实际侧滚角达到理想侧滚角时, 主动力形成

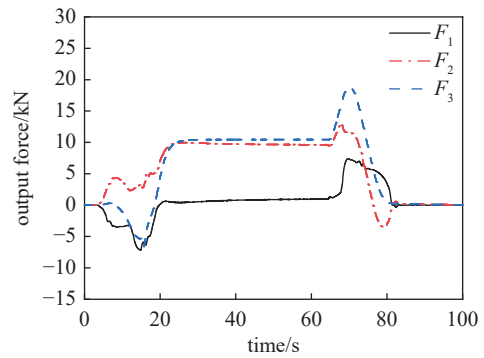


图 4 主动垂减输出力时间历程

Fig. 4 Time history of output force of active vertical damper

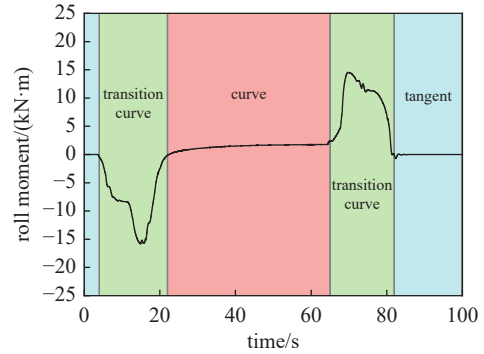


图 5 主动力对车体形成的侧滚力矩

Fig. 5 Roll moment induced by active force on the carbody

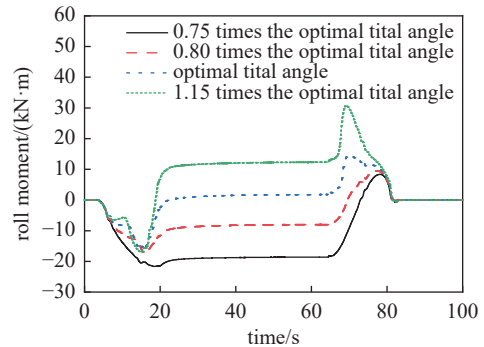


图 6 主动力形成的侧滚力矩与倾摆角的关系

Fig. 6 Relationship between the roll moment induced by active force and the tilting angle

的侧滚力矩最小, 因为此时重力的分力与离心力平衡, 而其他实际侧滚角工况的力矩不为 0, 符合第 3.1 节分析规律.

4 主动垂减控制效果分析

基于整车三维动力学模型, 分析主动垂减对车体振动和倾摆的控制效果, 考虑直线与曲线两种工况, 采用武广客专实测轨道不平顺谱. 对比滑模控制、天棚阻尼和被动悬挂工况下的车辆动力学指标, 分析主动垂减的控制效果. 天棚阻尼全主动控制方法表达式参见文献 [23], 这里不再赘述.

4.1 直线工况

以车速 300 km/h 为例, 分析直线工况的主动控制效果, 结果如表 2 所示, 其中 W_y , W_z , A_{cm} 和 A_{cr} 分别代表横向平稳性指标、垂向平稳性指标、车体垂向加速度最大值和均方根值.

由表 2 可知, 主动垂向控制可以有效改善垂向平稳性, 垂向平稳性指标从 2.09 降低至 1.21, 改善率为 42%; 横向平稳性指标从 2.23 升高至 2.45, 略有恶化, 即主动垂减对车辆横向动力学性能影响较小. 此外, 车体垂向加速度最大值与均方根值均显著下降, 均方根值改善率达到 79%, 相较于天棚阻尼, 控制效果明显更优. 图 7 为车体垂向加速度功率谱密度, 采用滑模控制的主动垂减能够有效抑制车体在 10 Hz 以内的振动, 而天棚阻尼仅能降低车体 3 Hz 以内的振动, 且抑制效果较差. 分析控制力的频谱可知, 滑模控制的控制力主要集中在 10 Hz 内, 而天棚阻尼的控制力主要集中在 3 Hz 内, 且幅值小于滑模控制. 因此采用滑模控制的主动垂减能够有效抑制车体在 10 Hz 以内的振动, 但对主动执行机构的频域相应有较高的要求.

进一步分析控制策略对车速的适应性, 考虑车速范围为 150 ~ 400 km/h, 结果见图 8. 随着车速的提高, 车辆的各项动力学性能均逐渐恶化. 垂向减振

器采用滑模控制后对构架横向加速度与横向平稳性影响很小, 并且可以显著降低车辆的垂向平稳性指

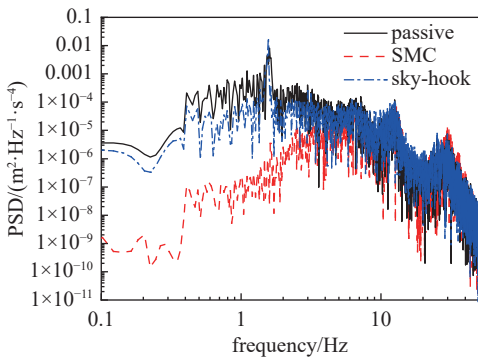
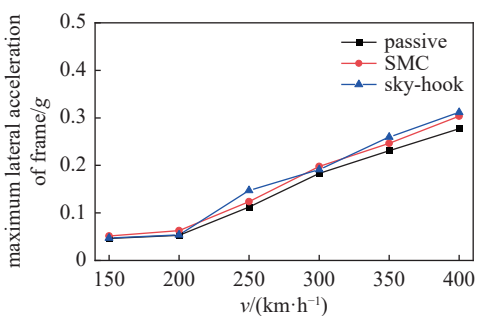
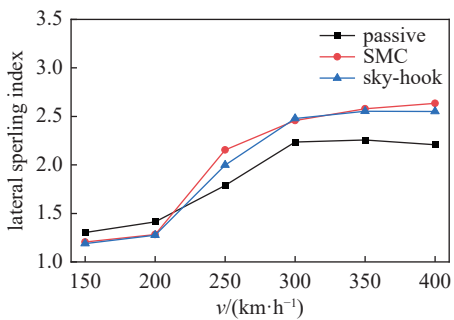


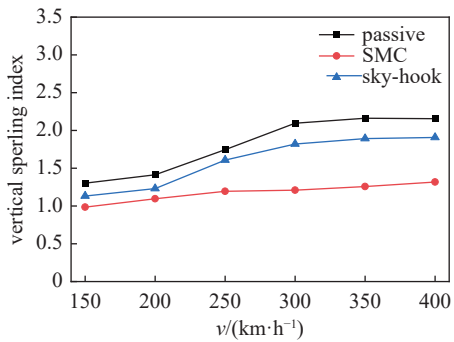
图 7 车体垂向加速度功率谱密度图 (PSD)
Fig. 7 Power spectral density (PSD) plot of carbody vertical acceleration



(a) 构架横向加速度最大值
(a) Maximum lateral acceleration of frame



(b) 横向平稳性指标
(b) Lateral sperling index



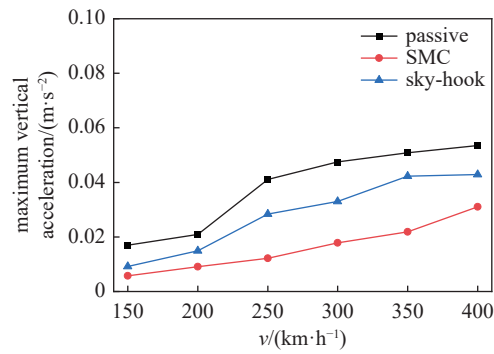
(c) 垂向平稳性指标
(c) Vertical sperling index

图 8 直线线路上车辆动力学指标
Fig. 8 Vehicle dynamic performance on tangent track

表 2 直线线路上主动垂减对运行平稳性的影响

Table 2 Effect of active vertical damper on Sperling index when vehicle was operated on tangent track

Control strategy	W_y	W_z	$A_{cm}/(\text{m}\cdot\text{s}^{-2})$	$A_{cr}/(\text{m}\cdot\text{s}^{-2})$
passive	2.23	2.09	0.047	0.019
SMC	2.45	1.21	0.017	0.004
sky-hook	2.47	1.81	0.033	0.012



(d) 车体垂向加速度最大值
(d) Maximum vertical acceleration of carbody

图 8 直线线路上车辆动力学指标 (续)

Fig. 8 Vehicle dynamic performance on tangent track (continued)

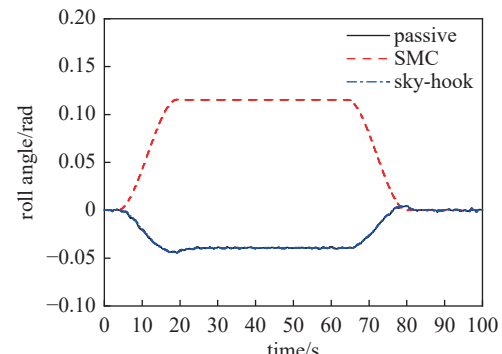
标, 车体的垂向加速度也显著降低. 天棚阻尼也可以降低车辆的垂向平稳性指标与车体垂向加速度, 但效果较差. 在直线工况下, 滑模控制可以在不影响车辆运行稳定性的情况下显著降低垂向振动水平.

4.2 曲线工况

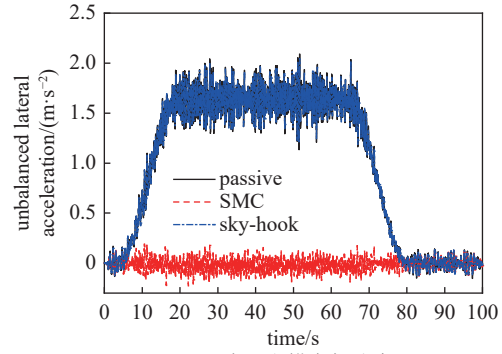
分析车速 80 km/h 通过半径 300 m、超高 80 mm 的曲线, 指标统计见表 3, 车体侧滚角和未平衡离心加速度时间历程见图 9. 主动垂减采用滑模控制后可以实现车体的主动倾摆, 显著降低车体受到的未平衡离心力, 从而改善横向平稳性, 实现类似摆式列车的控制效果. 天棚阻尼对车辆的倾摆角控制无作用, 同被动悬挂工况.

由表 3 可知, 垂向平稳性指标明显下降, 说明垂向减振器采用滑模控制后, 曲线线路在实现了主动倾摆的同时也可抑制车体的垂向振动. 天棚阻尼对曲线通过安全性无影响, 但对振动的控制效果不佳. 采用滑模控制后, 轮轴横向力和脱轨系数略微增大, 但仍在安全限值范围内且具有足够安全裕量, 这与摆式列车的规律相似.

进一步仿真分析不同车速条件下曲线通过性能, 结果如图 10 所示. 由于主动倾摆的目的是抵消



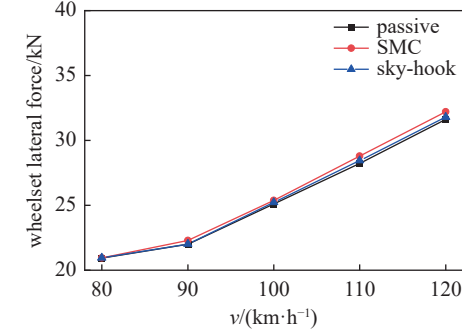
(a) 车体侧滚角
(a) Roll angle of carbody



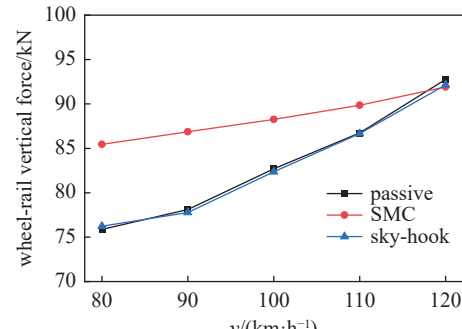
(b) 未平衡横向加速度
(b) Unbalanced lateral acceleration

图 9 主动垂减与被动垂减的对比

Fig. 9 Comparison of active vertical damping and passive vertical damping



(a) 轮轴横向力
(a) Wheelset lateral force



(b) 轮轨垂向力
(b) Wheel-rail vertical force

图 10 曲线半径 800 m 线路上车辆动力学指标

Fig. 10 Vehicle dynamic performance on curved track with a radius of 800 m

表 3 曲线线路上主动垂减对平稳性及安全性的影响

Table 3 Impact of active vertical damping on sperling index and safety index in curve track

Control method	Lateral acceleration/ ($\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$)	W_z	Wheelset lateral force/kN	Wheel unloading ratio	Deraillment coefficient
passive	2.09	1.11	46.9	0.49	0.52
SMC	0.19	0.84	49.4	0.33	0.69
sky-hook	2.04	1.01	46.7	0.49	0.52

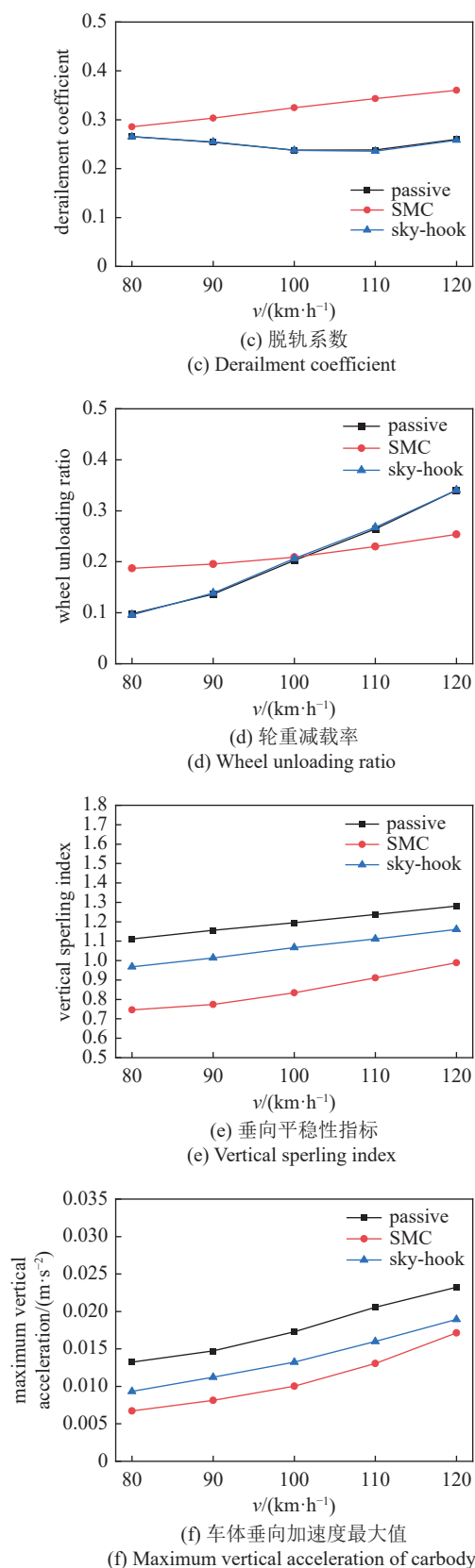


图 10 曲线半径 800 m 线路上车辆动力学指标 (续)

Fig. 10 Vehicle dynamic performance on curved track with a radius of 800 m (continued)

欠超高状态下车体受到的未平衡离心力, 因此仅仿真欠超高情况. 由图 10 可知, 在安全性方面, 相比较于被动工况, 主动垂减控制工况对应的轮轴横向力、轮轨垂向力和脱轨系数等安全性指标均略微增大, 但仍在 GB/T5599-2019 规定限值范围内^[36], 且有足够安全裕量. 使用滑模控制后, 可以降低速度对轮重减载率的影响, 缩小其变化范围. 在运行平稳性方面, 滑模控制能够有效降低各个速度级下曲线运行时的垂向平稳性指标与车体垂向加速度, 并抑制车体的垂向振动. 天棚阻尼对列车的曲线安全性基本无影响, 但与滑模控制相比, 天棚阻尼对垂向振动的抑制效果较差.

5 结论

(1) 设计了高速列车二系垂向减振器主动悬挂控制构型, 提出了基于扰动观测器的滑模控制方法, 实现了车体振动和倾摆的协同控制. 控制方法可以估计出车辆系统的外界扰动和不确定性, 仅需要已知车体部分状态, 无需测量转向架运动状态, 具有传感系统简单和控制功能强等优势.

(2) 垂向减振器采用滑模控制后可以显著提升车辆的垂向平稳性, 车体垂向加速度和平稳性指标显著降低. 车速为 300 km/h 时垂向平稳性指标从 2.09 下降到 1.21, 车体垂向最大加速度从 0.047 m/s^2 下降到 0.017 m/s^2 . 主动垂减控制对构架横向加速度影响很小, 即不影响车辆蛇行运动稳定性.

(3) 在曲线线路上, 维持车体倾摆角的主动动力力矩与车体倾摆角有关. 当车体侧滚角为理想侧滚角, 主动力形成的侧滚力矩最小, 接近 0.

(4) 垂减采用滑模控制后可以实现车体主动倾摆, 降低曲线线路上车体受到的未平衡离心力, 可以显著提升旅客乘坐舒适性, 实现类似摆式列车的控制效果. 然而, 主动倾摆控制会增大轮轴横向力、轮轨垂向力、脱轨系数等安全性指标, 但仍在安全限值范围内且具有足够安全裕量.

参 考 文 献

- 1 罗仁, 石怀龙. 高速列车系统动力学. 成都: 西南交通大学出版社, 2019 (Luo Ren, Shi Huailong. High-Speed Train System Dynamics. Chengdu: Southwest Jiaotong University Press, 2019 (in Chinese))
- 2 曾京, 邬平波, 郝建华. 铁道客车系统的垂向减振分析. 中国铁道科学, 2006, 27(3): 62-67 (Zeng Jing, Wu Pingbo, Hao Jianhua. Analysis of vertical vibration reduction for railway vehicle systems.

- China Railway Science*, 2006, 27(3): 62-67 (in Chinese))
- 3 岛宗亮平, 蔡千华. 高速列车竖曲线乘坐舒适度的基础性研究. 国外铁道车辆, 2013, 50(5): 25-29 (Shimamune Ryohei, Cai Qianhua. The fundamental research on the vertical curve ride comfort of high speed trains. *Foreign Rolling Stock*, 2013, 50(5): 25-29 (in Chinese))
 - 4 Zhou R, Zolotas A, Goodall R. Robust system state estimation for active suspension control in high-speed tilting trains. *Vehicle System Dynamics*, 2014, 52(sup1): 355-369
 - 5 王鹏, 杨绍普, 刘永强等. 高速列车磁流变半主动悬挂控制策略研究. 力学学报, 2023, 55(4): 1004-1018 (Wang Peng, Yang Shaopu, Liu Yongqiang et al. Research on control strategy of magnetorheological semi-active suspension for high-speed train. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2023, 55(4): 1004-1018 (in Chinese))
 - 6 Qazizadeh A, Stichel S, Feyzmahdavlani H. Wheelset curving guidance using H_{∞} control. *Vehicle System Dynamics*, 2018, 56(3): 461-484
 - 7 Giossi R, Shipsha A, Persson R, et al. Active modal control of an innovative two-axle vehicle with composite frame running gear//27th IAVSD Symposium on the Dynamics of Vehicles on Roads and on Track. Russia, 17-19 August, 2021
 - 8 Bruni S, Goodall R, Mei TX, et al. Control and monitoring for railway vehicle dynamics. *Vehicle System Dynamics*, 2007, 45(7/8): 743-79
 - 9 罗仁. 摆式列车机电耦合系统动力学及控制研究. [博士论文]. 成都: 西南交通大学, 2007 (Luo Ren. Study on the electrical-mechanical coupled dynamics and control of tilting train. [PhD Thesis]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2007 (in Chinese))
 - 10 于凤辉, 倪文波, 李芾. 摆式列车倾摆作动器的现状及发展. 铁道机车车辆, 2008, 28(2): 9-12 (Yu Fenghui, Ni Wenbo, Li Fu. Discussion on the equivalence of the release value flux test in two kinds of test rig. *Railway Locomotive & Car*, 2008, 28(2): 9-12 (in Chinese))
 - 11 王开文. 我国摆式列车开发中若干技术问题的探讨. 西南交通大学学报, 2000, 6: 576-579 (Wang Kaiwen. Discussion on some technical problems of developing tilting train. *Journal of Southwest Jiaotong University*, 2000, 6: 576-579 (in Chinese))
 - 12 佐藤赖光, 刘新明. 空气弹簧式车体倾摆系统的研制. 国外铁道车辆, 2001, 38(6): 19-23 (Sato Raimitsu, Liu Xinming. Development of air spring type car-body tilting system. *Foreign Rolling Stock*, 2001, 38(6): 19-23 (in Chinese))
 - 13 Katsuya T, Satoshi K, Shimamune RH. Mechatronics in Japanese rail vehicles: active and semi-active suspensions. *Control Engineering Practice*, 2002, 10(9): 999-1004
 - 14 佐佐木君章. 改善高速列车的横向乘坐舒适度——半主动悬挂减振装置的应用. 铁道学报, 2004, 26(1): 105-115 (Sasaki Kimiaki. Improving lateral ride comfort of high-speed trains applying semi-active suspension system to high-speed trains. *Journal of China Railway Society*, 2004, 26(1): 105-115 (in Chinese))
 - 15 石清伶, 王渤洪. 日本新干线 N700 系电动车组. 机车电传动, 2008, 2: 54-62 (Shi Qingling, Wang Bohong. N700 series EMUs on shinkansen line of Japan. *Electric Drive for Locomotives*, 2008, 2: 54-62 (in Chinese))
 - 16 Anneli O, Sebastian S, Rickard P. Active lateral secondary suspension with H_{∞} control to improve ride comfort: simulations on a full-scale model. *Vehicle System Dynamics*, 2011, 49(9): 1409-1422
 - 17 Fu B, Giossi R, Persson R, et al. Active suspension in railway vehicles: A literature survey. *Railway Engineering Science*, 2020, 28(1): 3-35
 - 18 Guo J, Xu ZG, Sun YX. A new semi-active safety control strategy for high-speed railway vehicles. *Vehicle System Dynamics*, 2015, 53(12): 1918-34
 - 19 丁问司, 卜继玲. 铁道车辆横向开关半主动悬架系统研究. 机械工程学, 2004, 40(9): 161-164, 170 (Ding Wensi, Bu Jiling. Research on lateral on-off semi-active suspensions of railway vehicle. *Journal of Mechanical Engineering*, 2004, 40(9): 161-164, 170 (in Chinese))
 - 20 Kim HC, Shin YJ, You W, et al. A ride quality evaluation of a semi-active railway vehicle suspension system with MR damper: Railway field tests. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. Part F: Journal of Rail and Rapid Transit*, 2017, 231(3): 306-316
 - 21 刘永强, 杨绍普, 廖英英. 高速动车组悬挂系统横向半主动控制仿真分析. 振动与冲击, 2010, 29(9): 51-54, 96, 241 (Liu Yongqiang, Yang Shaopu, Liao Yingying. Simulation analysis on lateral semi-active control of suspension system for high-speed EMUs. *Journal of Vibration and Shock*, 2010, 29(9): 51-54, 96, 241 (in Chinese))
 - 22 张坤, 刘志明, 金天贺. 高速车辆抗蛇行减振器可切换模糊控制研究. 铁道机车车辆, 2018, 38(5): 34-38, 84 (Zhang Kun, Liu Zhiming, Jin Tianhe. Research on switchable fuzzy control of anti-yaw damper in high-speed train. *Railway Locomotive & Car*, 2018, 38(5): 34-38, 84 (in Chinese))
 - 23 刘志强, 石怀龙, 刘沿修. 高速车辆低频晃动的主动控制方法及适应性研究. 机械工程学, https://kns.cnki.net/kcms2/article/abstract?v=ZkvsKdWJ3SRD_v9rpaukM57TwnrECZdqwpUNYCKZ0LIAXp-eIMe0sYbL5y1mJMG031KZnPtYs6325o8FhZFFNa-DNV58Kq6XrYkceclqFVMb3NVL7WR8Tg_1_ARSCnuLAW_1NPAjpuKjsG8EgEjQV1vhKzcDvFjFNXK07HhnMa1sI54XDVM-PUa6l-UIIWxVi&uniplatform=NZKPT&language=CHS (Liu Zhiqiang, Shi Huailong, Liu Yanxiu. Research on active control method and adaptability of low-frequency sway of high-speed vehicle. *Journal of Mechanical Engineering*, https://kns.cnki.net/kcms2/article/abstract?v=ZkvsKdWJ3SRD_v9rpaukM57TwnrECZdqwpUNYCKZ0LIAXp-eIMe0sYbL5y1mJMG031KZnPtYs6325o8FhZFFNa-DNV58Kq6XrYkceclqFVMb3NVL7WR8Tg_1_ARSCnuLAW_1NPAjpuKjsG8EgEjQV1vhKzcDvFjFNXK07HhnMa1sI54XDVM-PUa6l-UIIWxVi&uniplatform=NZKPT&language=CHS (in Chinese))
 - 24 Shi HL, Zeng J, Guo JY. Disturbance observer-based sliding mode control of active vertical suspension for high-speed rail vehicles. *Vehicle System Dynamics*, 2024, 62(11): 2912-2935
 - 25 Colombo EF, Gialleonardo ED, Facchinetti A, et al. Active carbody roll control in railway vehicles using hydraulic actuation. *Control Engineering Practice*, 2014, 31: 24-34
 - 26 Gialleonardo ED, Facchinetti A, Bruni S. Control of an integrated lateral and roll suspension for a high-speed railway vehicle. *Vehicle System Dynamics*, 2023, 61(2): 472-498

- 27 罗仁, 曾京. 空气弹簧控制的摆式列车动力学仿真研究. 工程力学, 2009, 26(3): 240-245 (Luo Ren, Zeng Jing. Dynamic simulation of tilting train controlled by air springs. *Engineering Mechanics*, 2009, 26(3): 240-245 (in Chinese))
- 28 Kazato A, Kojima T. Tilt control mechanism with rotary actuator and anti-roll bar. *Quarterly Report of RTRI*, 2019, 60(4): 249-255
- 29 Karnopp D, Crosby MJ, Harwood RA. Vibration control using semi-active force generators. *Journal of Engineering for Industry*, 1974, 96(2): 619-626
- 30 Nagarkar MP, Bhalerao YJ, Patil GJ, et al. Multi-objective optimization of nonlinear quarter car suspension system—PID and LQR control. *Procedia Manufacturing*, 2018, 20: 420-427
- 31 晏永, 曾京, 翟玉江等. 轨道车辆蛇行运动 GA-LQR 主动控制研究. 铁道科学与工程学报, 2020, 17(10): 2642-2648 (Yan Yong, Zeng Jing, Zhai Yujiang, et al. Active control analysis of railway vehicle hunting motion based on LQR and genetic algorithm. *Journal of Railway Science and Engineering*, 2020, 17(10): 2642-2648 (in Chinese))
- 32 Liu XY, Goodall R, Iwnicki S. Yaw compensation and yaw relaxation controls for active steering of railway wheelsets via electromechanical actuators. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. Part F: Journal of Rail and Rapid Transit*, 2022, 236(1): 70-79
- 33 Shi HL, Zeng J, Qu S. Linear stability analysis of a high-speed rail vehicle concerning suspension parameters variation and active control. *Vehicle System Dynamics*, 2023, 61(11): 2976-2998
- 34 白瑾瑜, 曾京, 石怀龙等. 抗蛇行减振器对高速列车稳定性的影响. 振动与冲击, 2020, 39(23): 78-83 (Bai Jinyu, Zeng Jing, Shi Huailong, et al. Effects of anti-hunting shock absorber on stability of high-speed train. *Journal of Vibration and Shock*, 2020, 39(23): 78-83 (in Chinese))
- 35 Deshpande V, Mohan B, Shendge PD, et al. Disturbance observer based sliding mode control of active suspension systems. *Journal of Sound and Vibration*, 2014, 333(11): 2281-2296
- 36 石怀龙, 罗仁, 曾京. 国内外高速列车动力学评价标准综述. 交通运输工程学报, 2021, 21(1): 36-58 (Shi Huailong, Luo Ren, Zeng Jing. Review on domestic and foreign dynamics evaluation criteria of high-speed train. *Journal of Traffic and Transportation Engineering*, 2021, 21(1): 36-58 (in Chinese))