

文章编号:1005-9865(2021)01-0162-09

基于 Savitsky 法滑行艇航行姿态参数影响研究

朱云翔

(海装上海局驻上海地区第八军事代表室,上海 200011)

摘要:高速滑行艇处于滑行状态时的阻力性能一直是滑行艇水动力性能研究的重点和难点。首先采用半经验半理论的 Savitsky 法对棱柱形滑行艇的航行姿态与阻力进行研究分析,计算纵倾结果与试验结果吻合良好。然后改变滑行艇的长宽比、重心纵向位置与底部斜升角参数,进一步研究三种参数变化对滑行艇航行姿态与阻力性能的影响。研究表明:基于半经验半理论的 Savitsky 方法可用于棱柱形滑行艇的阻力性能分析;在高速阶段,长宽比、重心纵向位置与底部斜升角参数对阻力影响较大。

关键词:滑行艇;Savitsky 法;阻力性能;航行姿态;长宽比;斜升角

中图分类号:P751

文献标志码:A

DOI:10.16483/j.issn.1005-9865.2021.01.017

A study on the influence of parameters on the navigation attitude of planing hull based on Savitsky's method

ZHU Yunxiang

(No. 8 Naval Deputy Office in Shanghai District, Shanghai 200011, China)

Abstract: It's difficult to study the hydrodynamic performance of high-speed craft during its planing. Based on the semi-empirical Savitsky's method, the navigation attitude and resistance of a prismatic planing hull are studied and analyzed, and the calculated results of trim are in good agreement with the experimental ones. Then the influence on the resistance performance of the planing hull are further investigated in various aspects including ratios, longitudinal positions of the center of gravity and the deadrise angles. The results show that the semi-empirical Savitsky's method can be used to analyze the resistance performance of prismatic planing hull.

Keywords: planing hull; Savitsky's method; resistance performance; navigation attitude; aspect ratio; deadrise angle

滑行艇可用做巡逻艇、垂钓艇、勤务艇、救护艇、娱乐艇及体育竞技艇^[1]。随着航速的提高,船舶的航态会因流体动支持力的大小与作用位置不同而发生变化,因而船舶的吃水、水线长度及纵倾角也都随航速的变化而发生明显改变。当容积傅汝德数 $Fr > 3.0$ 时,此时航速很高,船体吃水变化很大,而且整个船体被托起并在水面上“滑行”,仅有一小部分船体表面与水接触。滑行艇滑行时,静浮力很小,艇体几乎完全由流体动升力来支持。

Savitsky^[2]根据大量试验结果提出了关于计算底部斜升角不变的棱柱形滑行艇水动升力的半理论半经验公式,即英美等较普遍应用的 Savitsky 法。Liu 和 Wang^[3]用双体滑行艇进行了一系列试验,通过对 Savitsky 法中的相关系数进行修正,推导出改进后的 Savitsky 公式,可用于双体滑行艇的阻力计算。Lai 和 Troesch^[4]基于涡格法提出三维线性数值模型用于解决滑行艇稳定滑行问题。模型计算的结果与 Savitsky 的结果以及试验结果吻合一致。Zhao 等^[5]基于势流理论的边界元方法,提出 $2.5D(2D+t)$ 的方法用于分析静水中高航速的滑行艇。Faltinsen^[1]给出了关于滑行艇水动力相关的详细分析。Ghassemi 和 Ghiasi^[6]给出了

收稿日期:2020-02-28

作者简介:朱云翔,男,主要从事滑行艇方面的研究。E-mail: zhuyunxiang125@21cn.com

一种组合方法用于预报滑水艇的水动力性能:基于势流理论的边界元法求解兴波阻力,基于边界层理论求解摩擦阻力,基于经验公式求解喷溅阻力。通过四种不同船型的验证分析,Ghassemi 组合方法的预报结果与试验结果吻合较好,可用于评估平板和各种具有恒定和可变斜升角的棱柱滑水艇的水动力性能。随着计算流体力学(CFD)不断发展,基于求解 RANS 方程的 CFD 方法可以计入滑水艇高速滑行时非线性与黏性影响,具有较高的准确性。Jiang 等^[7]利用商业软件 STAR-CCM+对三体滑水艇进行了数值模拟,通过与试验数据的比较,验证了计算结果的正确性,同时分析了直截面长度参数对三体滑水艇的水动力和气动性能的影响。

Savitsky 法计算简单快捷;RANS 方法计算耗时,比 Savitsky 法准确,可以得到更多的流场特性^[8]。Savitsky 法可用于滑水艇的初步设计,在参数影响与优化研究方面有一定的优势。

采用半经验半理论的 Savitsky 法对棱柱形滑水艇的航行姿态与阻力进行研究分析,纵倾结果与 Fridsma^[9]试验结果吻合较好,验证了程序的可靠性。然后改变长宽比、重心纵向位置与底部斜升角参数,进一步研究三种参数对滑水艇航行姿态与阻力性能的影响与敏感度分析。

1 滑水艇航行姿态计算方法

1.1 半经验半理论的 Savitsky 法

Savitsky 1964 年根据大量试验结果数据提出了关于计算底部斜升角不变的棱柱形滑水艇水动升力的半理论半经验公式,给出升力系数可表示为

$$C_{L0} = \frac{F_{L0}}{0.5\rho U^2 B^2} = \tau_{\text{deg}}^{1.1} (0.012 0\lambda_w^{0.5} + 0.009 5\lambda_w^{2.5}/Fn_B^2) \quad (1)$$

式中:第一项为无因次静浮力项,第二项为无因次动浮力项。

平均浸湿长宽比 λ_w , $\lambda_w = 0.5(L_k + L_c)/B$, L_k 和 L_c 分别是龙骨线和折角线的浸湿长度。Savitsky 公式中假设的船体是棱柱形的,此时滑水艇的底部斜升角是常数。

$$C_{L\beta} = C_{L0} - 0.006 5\beta C_{L0}^{0.6} \quad (2)$$

式中: C_{L0} 为斜升角 ($\beta = 0^\circ$) 时的升力系数; $C_{L\beta}$ 为升力系数; F_{L0} 为斜升角 ($\beta = 0^\circ$) 的升力; $F_{L\beta}$ 为升力; λ_w 为平均浸湿长宽比; τ_{deg} 为滑水艇纵倾角; τ 为单位是弧度制的滑水艇纵倾角; β 为滑水艇的斜升角; B 是滑水艇宽度; $Fn_B = U/\sqrt{gB}$ 这里将船宽作为 Fn 的长度参数。原因是宽度是固定的,而浸湿龙骨长度之类的纵向长度,在解出某一给定航速下的垂向力和纵倾力矩平衡方程之前却是未知的。

1.2 静水中航行姿态计算与步骤

航行姿态指滑水艇在高速航行过程中的纵倾与升沉变化。如图 1 所示,设滑水艇在静水以恒定速度航行时,达到稳态,且所有受力均通过船体重心 COG,通过关于棱柱形滑水艇的经验公式,满足所有垂向力和纵倾力矩的平衡条件,可计算滑水艇在静水面中滑行时的浸湿长度,航行纵倾,航行阻力等。图中: T 表示推力, R_v 表示阻力, M_g 表示重力, N 表示压力。以重心位置为坐标原点,平行龙骨向船首方向为 x 轴正方向,垂直于龙骨向上为 z 轴正方向,建立坐标系。

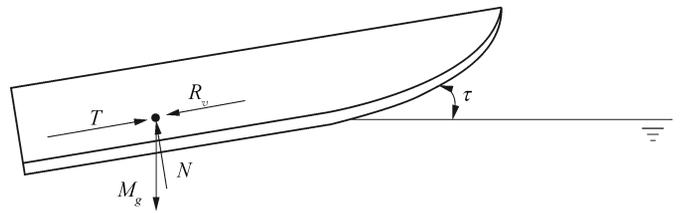


图 1 棱柱形滑水艇受力分析
Fig. 1 Forces acting on the prismatic planing hull

Savitsky 法主要计算步骤如下:

1) 平均浸湿长宽比 λ_w

假设所有力都穿过重心,则重心纵向位置 l_{cg} 与沿龙骨方向从方尾到水动压力中心处的距离 l_p 相等。根据压力中心的纵向位置与平均浸湿长宽比的关系,可求得静水滑行时的平均浸湿长宽比 λ_w 。

$$\frac{l_p}{\lambda_w B} = 0.75 - \frac{1}{5.21 Fn_B^2 / \lambda_w^2 + 2.39} \quad (3)$$

式中: l_p 是沿龙骨方向从方尾到水动压力中心处的距离。

2) 纵倾角 τ_{deg}

高速滑行状态下, 船体受到的浮力很小, 升力成为主要支撑力, 忽略了浮力的影响, 升力和重力平衡。即 $F_{1\beta} = M_g$ 则有:

$$C_{1\beta} = \frac{F_{1\beta}}{0.5\rho U^2 B^2} = \frac{Mg}{0.5\rho U^2 B^2} \quad (4)$$

根据 Savitsky 经验公式:

$$C_{1\beta} = C_{10} - 0.006 5\beta C_{10}^{0.6} \quad (5)$$

$$C_{10} = \frac{F_{10}}{0.5\rho U^2 B^2} = \tau_{\text{deg}}^{1.1} (0.012 0\lambda_w^{0.5} + 0.009 5\lambda_w^{2.5}/Fn_B^2) \quad (6)$$

通过迭代法求取非线性方程的根, 得到滑行的纵倾角度 τ_{deg} 。

3) 浸湿长度

定义长度 $x_s = L_K - L_C$, 它是沿龙骨方向, 从龙骨线和静水面(平均自由面)的交点到折角线浸湿起点的距离。其中 L_K 为龙骨浸湿长度, L_C 为折角线浸湿长度。

对于折角处没有发生流动分离的横剖面, 可以通过使用相似解或者 Wagner 关于楔形体以常速入水的解来估算垂向力, 进而估算流动分离发生的位置。从 Wagner 解开始, 意味着折角线的流动分离从 $x = x_s = L_K - L_C$ 开始, 这里 x_s 满足:

$$\frac{B}{2} = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{x_s \cdot \tau}{\tan\beta} \quad (7)$$

当 $L_C = 0$ 时, $\lambda_w = 0.5L_K/B$, 所以当 $\lambda_w < 0.5 \frac{\tan\beta}{\pi\tau}$ 时, 折角处没有发生流动分离。也可以根据 Dobrovol'skaya^[11] 的相似解来计算 x_s , 通过表 1 决定 $\frac{z_{\text{max}}}{Vt}$ 的大小。

$$\frac{B}{2} = \left(1 + \frac{z_{\text{max}}}{Vt}\right) \cdot \frac{Vt}{\tan\beta} = \left(1 + \frac{z_{\text{max}}}{Vt}\right) \cdot \frac{x_s \cdot \tau}{\tan\beta} \quad (8)$$

根据 Dobrovol'skaya 关于刚性楔以常速入水的相似解, 给出了一楔形体以恒定的垂向速度 V 入水过程的砰击参数, 其中 z_{max} 为最大压力处的 z 坐标值。

表 1 相似解给出的入水过程的砰击参数

Tab. 1 The slamming parameters of the water entry process by the similar solution

斜升角 $\beta / (^\circ)$	z_{max}/Vt
4	0.569 5
7.5	0.562 3
10	0.555 6
15	0.536 1
20	0.508 7
25	0.470 9
30	0.424 3
40	0.286 6

相似解的 $\left(1 + \frac{z_{\text{max}}}{Vt}\right)$ 与斜升角 β 相关, 对应关系如图 2 所示, 当 β 较小时, $\left(1 + \frac{z_{\text{max}}}{Vt}\right)$ 与 $\frac{\pi}{2}$ 比较接近, 但随着 β 的增加, 差别也越来越大。为保证数值结果更精确, 采用相似解计算 x_s 。

折角线浸湿长度 L_C 和龙骨浸湿长度 L_K 可以表示为:

$$\lambda_w = \frac{0.5(L_K + L_C)}{B} = \frac{0.5(x_s + 2L_C)}{B} \quad (9)$$

则有:

$$L_C = \lambda_w B - 0.5x_s \quad (10)$$

$$L_K = 2\lambda_w B - L_C \quad (11)$$

船尾挡板处龙骨的吃水:

$$D = L_K \sin \tau \quad (12)$$

4) 总阻力的计算

滑艇的总阻力分为两部分:一部分是由于黏性引起的摩擦阻力;另一部分是升力诱导的阻力部分。

诱导阻力通过下式进行计算,即压力造成的阻力分量 R_p :

$$F_{l\beta} = 0.5\rho U^2 B^2 \cdot C_{l\beta} \quad (13)$$

$$R_p = F_{l\beta} \tau \quad (14)$$

摩擦阻力部分:浸湿面积可分为两部分,从船首部($x=0$)一直到折角线浸湿起点处($x=x_s$)的浸湿面积 S_1 ,被用来表示喷溅根部以下的艇体湿表面积。实际上,这部分湿表面积可能更大些。导入 $d(x)$ 作为从喷溅根部到龙骨线的垂向距离,有:

$$S_1 = 2 \int_0^{x_s} \frac{d(x)}{\sin \beta} dx = \frac{2}{\sin \beta} \int_0^{x_s} \left(1 + \frac{z_{\max}}{Vt}\right) x \tau dx = \frac{\tau}{\sin \beta} \left(1 + \frac{z_{\max}}{Vt}\right) x_s^2 \quad (15)$$

将从龙骨线和静水面的交到折角线浸湿起点的距离 x_s 代换后,有:

$$S_1 = \frac{\tan^2 \beta}{\sin \beta} \left[\frac{B^2}{4 \left(1 + \frac{z_{\max}}{Vt}\right)} \tau \right] \quad (16)$$

从 $x=x_s$ 到船尾挡板的湿表面积:

$$S_2 = \frac{B}{\cos \beta} L_C \quad (17)$$

总的湿表面积:

$$S = S_1 + S_2 \quad (18)$$

计算总阻力:

$$R_t = R_p + 0.5(C_f + \Delta C_f) \rho U^2 S \quad (19)$$

$$C_f = \frac{0.075}{(\lg R_n - 2)^2}, \quad \Delta C_f = 0.4 \times 10^{-3} \quad (20)$$

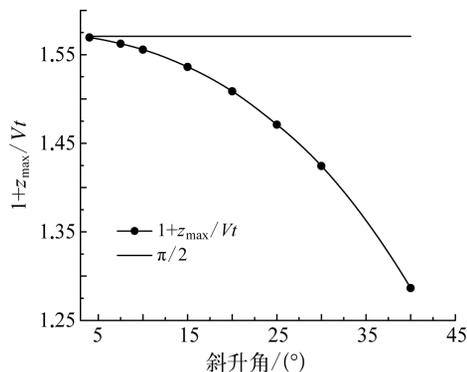


图2 x_s 的系数随斜升角变化的关系

Fig. 2 The relationship between the coefficient and the deadrise angle

2 棱柱形与常规型滑艇数值结果与分析

2.1 棱柱形滑艇数值结果与分析

为了对该计算程序进行验证,选用 Fridsma^[9]发表的等斜升角系列模型进行计算,滑艇基本参数如表2所示,并和试验结果进行比较。表中, L/B 为长宽比, LCG (%L)表示重心纵向位置占船长的百分比。

图3给出了棱柱形滑艇纵倾角的计算结果与试验值的比较。从图3中可以看出:基于 Savitsky 法计算的纵倾结果与模型试验的结果吻合较好,验证了程序计算的正确性。

表 2 滑行艇基本参数与计算结果比较
Tab. 2 The parameters of the planing and comparison with the computed results

模型	L/B	底部斜升角	载重系数	LCG/(%L)	速长比	试验纵倾/(°)	Savitsky 纵倾/(°)
1	5	20	0.608	59.0	4	4	4.435 799
2	5	20	0.608	62.0	6	4	3.908 399
3	5	20	0.608	61.5	2	4	3.582 352
4	5	20	0.608	67.5	2	6	5.725 729
5	5	20	0.608	65.5	4	6	6.083 273
6	5	20	0.912	58.0	4	6	5.866 476
7	5	20	0.912	58.0	6	5	4.827 614
8	5	10	0.608	62.0	2	4	3.460 525
9	5	10	0.608	59.5	4	4	4.021 141
10	5	10	0.608	68.0	6	4	3.829 655
11	5	30	0.608	61.0	4	4	5.567 591
12	5	30	0.608	62.5	2	4	4.131 274
13	5	30	0.608	60.5	6	4	4.485 264
14	6	20	0.608	64.5	4	4	4.088 699
15	6	20	0.912	60.0	4	4	4.403 676
16	4	20	0.631	52.5	4	4	5.340 296

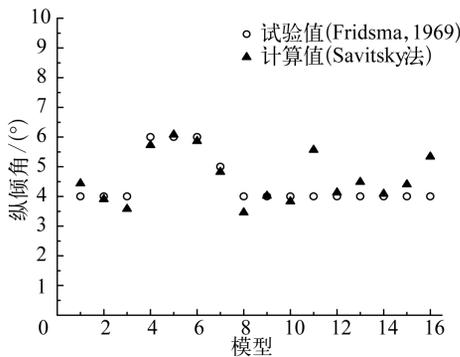


图 3 棱柱形滑行艇计算结果比较
Fig. 3 Comparison of computed results of prismatic planing hull

图 4 给出了棱柱形滑行艇在不同速长比下的纵倾结果。从图中可以看出:在整个航速范围内纵倾角度的计算结果与试验结果吻合都很好,证明基于半经验半理论的 Savitsky 方法对于棱柱形滑行艇的姿态计算具有很高的可靠性,可以用以初步设计阶段的选型。

图 5 给出了不同速长比下滑行艇的阻升比的比较,即给出了计及与未计及喷溅引起湿表面积的增加的阻升比的结果。式(18)在计算湿表面积时计及了喷溅引起的湿表面积的增加,采用式(21)计算时,未考虑喷溅引起的湿表面积的增加。

$$S = \frac{B}{\cos\beta} \left[\frac{1}{2}(L_C + L_K) \right] \quad (21)$$

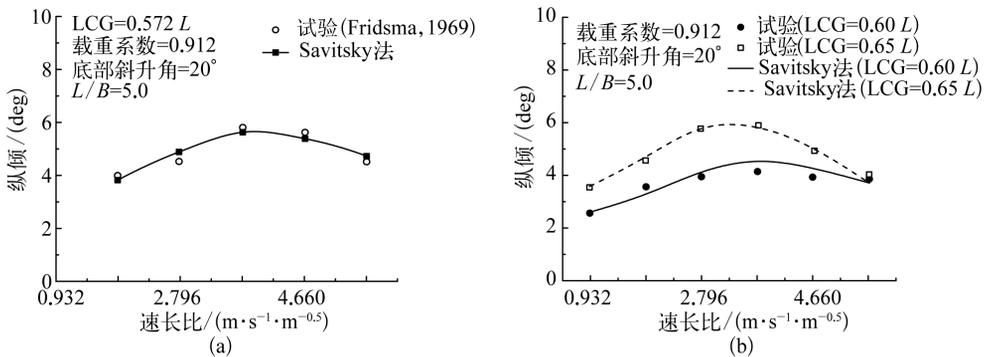


图 4 在不同航速下棱柱形滑行艇纵倾结果的比较
Fig. 4 Comparison of trim results of prismatic planing hull at different speeds

从图 5 中可以看出:随着航速的增加,滑行艇的阻升比逐渐增加;在低速时两种情况下的阻升比基本一致,说明低速时喷溅对于阻力的影响很小;高速时两种情况下的计算结果出现偏差,并且随着航速的进一步的增加,两者的差距越来越大,说明喷溅在高速时比较严重,对于阻力的影响较大,应考虑其影响。

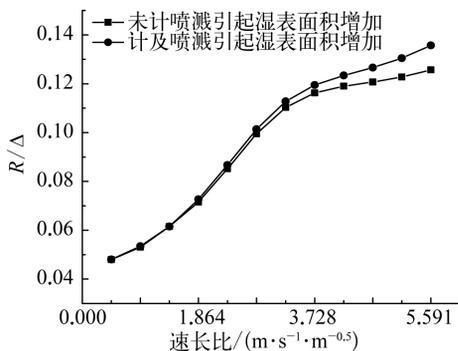


图 5 计及与未计及喷溅引起湿表面面积的增加的阻升比结果比较

Fig. 5 The comparison with and without the increase of wet surface area caused by spray

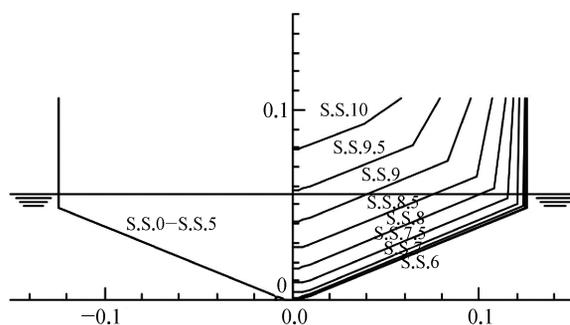


图 6 滑艇艇横剖面示意

Fig. 6 Profile of planing hull

2.2 常规型滑艇数值模拟与结果分析

选取大阪府立大学 Katayama 2000 年开展的滑艇模型试验进行验证计算^[10]。滑艇的主尺度如表 3 所示,表中,KG 表示重心距基线的距离,LCG 表示重心纵向位置。滑艇的横剖面图如图 6 所示。

表 3 滑艇艇主尺度
Tab. 3 Main dimensions of hull

参数	单位	数值
艇长	m	0.625
艇宽	m	0.25
型深	m	0.106
吃水	m	0.059
底部斜升角	deg	22
艇重	kg	4.28
KG	m	0.111
LCG	m	0.285

滑艇艇高速滑行时,随着航速的变化,滑艇艇的姿态包括升沉与纵倾会发生变化。如图 7 与 8 所示,同时采用 CFD 方法模拟计算了滑艇艇的航行姿态,给出了不同计算方法对于滑艇艇姿态的计算结果与试验结果的比较。可以看出:整个航速范围内,基于 CFD 模拟计算的姿态变化与试验值吻合较好;在未滑行阶段 $Fr < 0.8$ 范围内数值计算结果与试验值误差较大,在滑行以后,两者差别不大。基于 CFD 的数值模拟结果在整个速度范围内与试验值吻合较好,尤其是升沉变化曲线与试验结果基本一致。采用 Savitsky 方法的计算结果与试验结果有一定的差别,整体的变化趋势与试验结果保持一致。

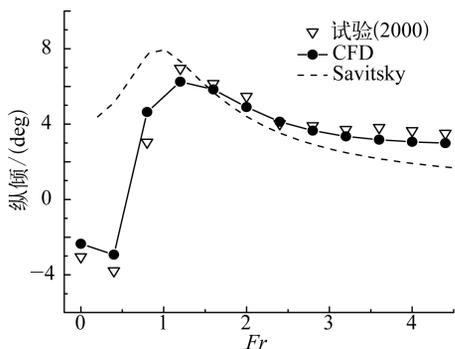


图 7 滑艇艇纵倾变化
Fig.7 Trim results of planing hull

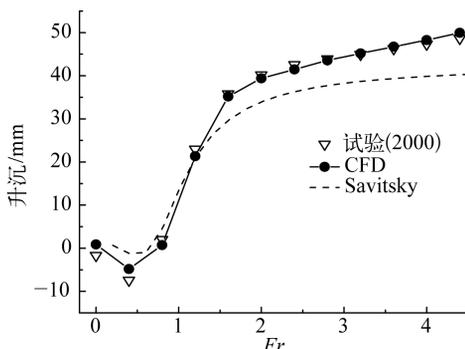


图 8 滑艇艇升沉变化
Fig. 8 Sinkage results of planing hull

3 滑艇阻力性能参数影响研究分析

由于 CFD 数值计算耗时较长,采用 Savitsky 法对滑艇进行参数影响研究。在 Fridsma^[9] 系列模型试验的基础上,基于 Savitsky 法通过改变滑艇的长宽比、底部斜升角与重心纵向位置参数来研究其对阻力性能的影响。选取的基准模型主尺度如表 4 所示。

表 4 模型主尺度
Tab. 4 Main dimensions of model

参数	量纲	值
艇宽	m	0.228 6
长宽比(L/B)	—	5
底部斜升角	deg	20
载重系数	—	0.912
重心垂向位置 (VCG)	m	0.067

3.1 长宽比影响

从流体动力性能方面考虑,滑艇的宽度越大,相当于增加了滑艇面的展弦比,有利于提高滑艇效率,但同时会增加浸湿面积,导致摩擦阻力的增加。图 9 给出了长宽比分别为 4.5、5.0 与 5.5 三组模型在不同航速下的结果比较。

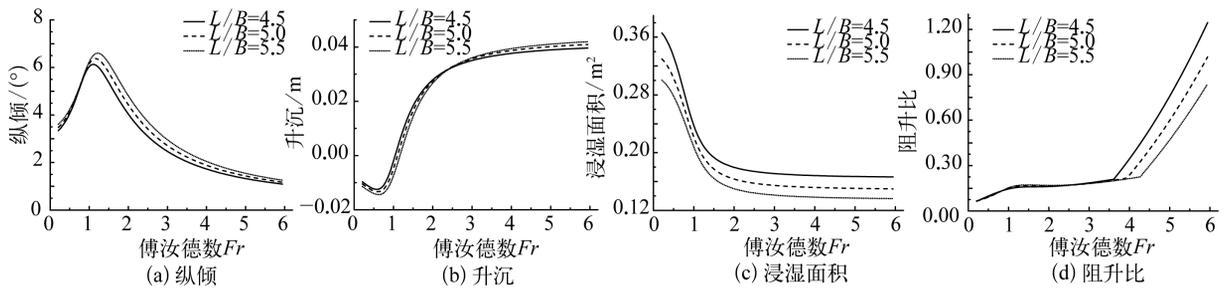


图 9 三种长宽比的结果比较
Fig. 9 Comparison of results by three aspect ratios

从图 9(a) 可以看出:整体上,随着航速的增加,纵倾角先增加,后减小,最后趋于稳定。在傅汝德数为 1.2 左右,纵倾角有一峰值;长宽比越大,峰值越大,峰值的位置向右偏移。在傅汝德数大于 1.2 范围内,同一航速下,长宽比越大,纵倾角越大。从图 9(b) 看出:在相同航速下,三种长宽比的升沉差别较小,说明升沉对长宽比的变化不敏感,影响较小。从图 9(c) 看出:整体上,随着航速的增大,浸湿面积逐渐减小;航速进一步增大,浸湿面积趋于定值。相同航速下,长宽比越大,浸湿面积越大。从图 9(d) 看出:低航速时,三种长宽比下的阻升比接近;在傅汝德数大于 3.5 的范围内,长宽比越大,阻升比也越大,由于航速较高,喷溅引起浸湿面积对阻升比影响较大。

3.2 重心纵向位置影响

滑艇重心纵向位置的不同会直接影响姿态的变化,进而影响其静水阻力性能。这里的重心纵向位置用重心到方尾的纵向距离占滑艇总长的比重来表示。重心纵向位置 LCG/L 分别选取 0.35、0.40、0.45 展开研究,图 10 给出了不同重心纵向位置时,不同航速下滑艇的静水阻力性能与姿态。

从图 10(a) 看出:重心纵向位置越靠近船尾,纵倾角的峰值越大,三种不同重心纵向位置的纵倾峰值差别较大,说明重心纵向位置对于纵倾角的影响较大,由于重心纵向位置与纵摇的惯性力矩有关,纵向的惯性半径主要取决于滑艇的重心纵向位置与底部的形状。从图 10(b) 看出:三种不同重心纵向位置下,低航速时,重心越靠近船尾,滑艇下沉值越大;高航速时,升沉结果基本一致。从图 10(c) 看出:相同航速下,重心越靠近船尾,浸湿面积越小,由纵倾角较大引起的。从图 10(d) 看出:低航速时,重心越靠后,阻升比越大,可能由于低航速时滑艇的下沉值较大引起的;高航速时,重心越靠后,阻升比反而越小,与浸湿面积的变化有关。

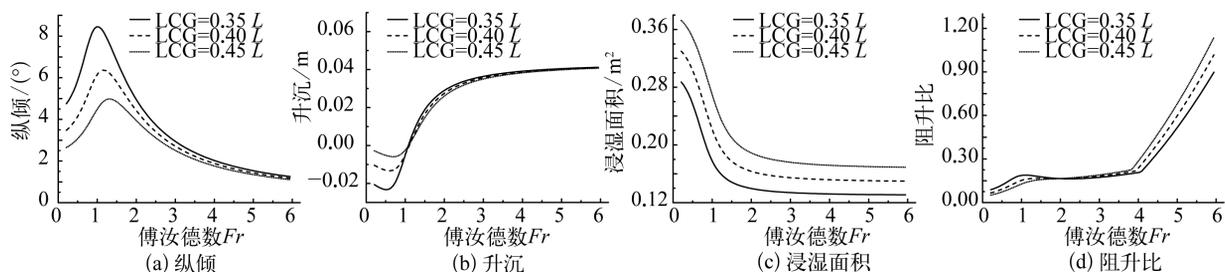


图 10 三种重心纵向位置的结果比较
Fig. 10 Comparison of results by three LCG

3.3 底部斜升角影响

滑艇的横剖面往往都采用艉部有折角的斜升型,也称 V 型。如图 11 所示,文中选取底部斜升角分别为 10° 、 20° 与 30° , 研究不同斜升角对滑艇的姿态与阻力性能的影响。图 12 给出了不同底部斜升角时,不同航速下滑艇的静水阻力性能与姿态。从图 12(a) 与 (b) 看出:在相同航速下,斜升角越大,纵倾角越大,升沉值越小。从图 12(c) 与 (d) 看出:浸湿面积随着底部斜升角的增大而增大。在傅汝德数大于 3.5 范围内,随着底部斜升角的增大,滑艇阻力增大,滑行的效率降低。

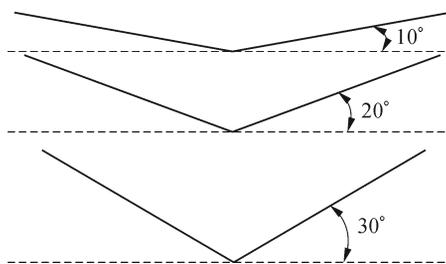


图 11 三种底部斜升角示意
Fig. 11 Schematic diagram of three deadrise angles

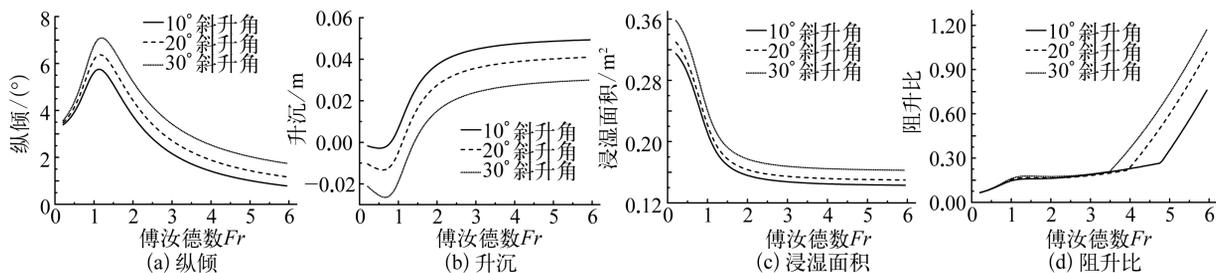


图 12 三种底部斜升角的结果比较
Fig. 12 Comparison of results by three deadrise angles

4 结 语

采用 Savitsky 法对滑艇的阻力与航行姿态进行研究分析。通过与 CFD 数值结果和试验结果比较,验证分析了半经验半理论 Savitsky 方法的正确性。进一步研究分析了滑艇的长宽比、底部斜升角与重心纵向位置参数对棱柱型滑艇航行姿态与阻升比的影响。主要结论如下:

- 1) 基于 Savitsky 法计算棱柱形滑艇的航行姿态,计算效率高,并具有可靠的适用性。采用 Savitsky 法计算滑艇阻力时,在高速阶段应计及喷溅引起湿表面积增加的阻力增加。
- 2) 随着航速的增加,滑艇的纵倾角先增加后减小最后趋于稳定;升沉值先减小,后逐渐增大;浸湿面积先减小,后趋于稳定。
- 3) 滑艇的纵倾角对长宽比变化不敏感,重心纵向位置与底部斜升角对纵倾角影响较大。同航速下,重心纵向位置越靠近船尾,纵倾角越大;斜升角越大,纵倾角越大。
- 4) 滑艇的升沉值对长宽比与重心纵向位置变化不敏感,升沉结果对底部斜升角比较敏感。斜升角越

大,升沉值越小。

5) 滑艇在低速时,长宽比、重心纵向位置与底部斜升角的变化对阻力影响较小;高速时,阻力值对三种参数比较敏感。滑艇的长宽比越大,重心纵向位置越远离船尾,底部斜升角越大,阻力结果越大。

参考文献:

- [1] FALTINSEN O M. Hydrodynamics of high-speed marine vehicles[M]. New York: Cambridge University Press, 2005.
- [2] SAVITSKY D. Hydrodynamic analysis of planing hulls[J]. Mar. Technol., 1964, 1(1): 71-95.
- [3] LIU C Y, WANG C T. Interference effects of catamaran planing hulls[J]. J. Hydronautics, 1979, 13(1): 31-32.
- [4] LAI C, TROESCH A W. A vortex lattice method for high-speed planning[J]. International Journal for Numerical Methods in Fluids, 1996, 22(6): 495-513.
- [5] ZHAO R, FALTINSEN O M, HASLUM H A. A simplified nonlinear analysis of a high-speed planing craft in calm water[C]// Proceedings of the Fourth International Conference on Fast Sea Transportation. 1997.
- [6] GHASSEMI H, GHIASI M. A combined method for the hydrodynamic characteristics of planing crafts[J]. Ocean Engineering, 2008, 35(3): 310-322.
- [7] JIANG Y, SUN H, ZOU J, et al. Experimental and numerical investigations on hydrodynamic and aerodynamic characteristics of the tunnel of planing trimaran[J]. Applied Ocean Research, 2017, 63:1-10.
- [8] REZA K, MOHAMMAD A R, SAJAD H. Hydrodynamic evaluation of a planing hull in calm water using RANS and Savitsky's method[J]. Ocean Engineering, 2019, 187: 106-221.
- [9] FRIDSMA. A systematic study of the rough water performance of planning boats[R]. Davidson Laboratory Technology Report R-1275, 1969.
- [10] KATAYAMA T, HINAMI T, IKEDA Y. Longitudinal motion of a super high-speed planing craft in regular head wave[C]// Proceedings of the 4th Osaka Colloquium on Seakeeping Performance of Ships. 2000:214-220.
- [11] DOBROVOL'SKAYA Z N. On some problems of similarity flow of fluid with a free surface[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1969, 36(4): 805-829.

(上接第 120 页)

- [15] MENZIES D, ROPER R. Comparison of jackup rig spudcan penetration methods in clay[C]//Proceedings of the Offshore Technology Conference. 2008; OTC 19545.
- [16] 刘剑涛. 超固结粘土不排水抗剪强度的研究[J]. 港工技术, 2013, 50(6): 47-50. (LIU Jiantiao. The study of the undrained shear strength of overconsolidated clay[J]. Port Engineering Technology, 2013, 50(6): 47-50. (in Chinese))
- [17] BUTTERFIELD R, HOULSBY G T, GOTTARDI G. Standardized sign conventions and notation for generally loaded foundations [J]. Géotechnique, 1997, 47(5): 1051-1054.
- [18] TAN F S. Centrifuge and theoretical modelling of conical footing on sand[D]. Cambridge: Cambridge University, 1990.
- [19] GOURVENE S, RANDOLPH M F. Effect of strength non-homogeneity on the shape of failure envelopes for combined loading of strip and circular foundations on clay[J]. Géotechnique, 2003, 53(6): 575-586.
- [20] GOURVENE S. Effect of embedment on the undrained capacity of shallow foundations under general loading [J]. Géotechnique, 2008, 58(3): 177-185.
- [21] HOSSAIN M S, RANDOLPH M F, WHITE D J. Cavity stability and bearing capacity of spudcan foundations on clay[C]// Proceedings of the Offshore Technology Conference. 2006; OTC 17770.
- [22] VULPE C, GOURVENE S, POWER M. A generalised failure envelope for undrained capacity of circular shallow foundations under general loading[J]. Géotechnique Letters, 2014, 4(3): 187-196
- [23] LI Y P, YI J T, LEE F H, et al. Effects of the lattice leg on cavities and bearing capacity of deeply embedded spudcans in clay [J]. Géotechnique, 2017, 67(1): 1-17.
- [24] YIN S, YI J T. Undrained bearing capacity of deeply embedded skirted spudcan foundations under combined loading in soft clay [J]. Marine Structures, 2019, 66: 164-177.