【电子与信息科学 / Electronics and Information Science】

基于多任务贝叶斯压缩感知的电能质量信号重构

王武亮, 江 辉

深圳大学物理与光电工程学院, 广东深圳 518060

摘 要: 压缩感知技术突破奈奎斯特采样定理限制, 能够有效降低数据的存储和传输成本, 只需较少的样本就能对电能质量信号进行重构, 对电能质量的检测分析具有重要意义. 针对电能质量信号, 提出一种基于多任务贝叶斯压缩感知理论的电能质量信号压缩重构算法, 该算法选择快速傅里叶变换基作为稀疏基对电能质量信号进行稀疏处理, 将所得稀疏向量的实部和虚部构成两个压缩重构任务; 利用超参数估计的共享机制, 考虑两个任务间数据的内在相关性, 对电能质量信号进行重构. 仿真结果表明, 该算法在压缩重构含复杂扰动的电能质量信号时, 其抗噪性能和重构精度均优于正交匹配追踪算法和贝叶斯压缩感知算法, 更加适用于含有复杂扰动的电能质量信号的压缩重构.

关键词: 信息处理技术; 压缩感知; 电能质量; 多任务贝叶斯; 信号重构

中图分类号: TM711; TM93

文献标志码: A

doi: 10.3724/SP.J.1249.2021.01077

Power quality signal reconstruction based on multitask Bayesian compressive sensing

WANG Wuliang and JIANG Hui

College of Physics and Optoelectronic Engineering, Shenzhen University, Shenzhen 518060, Guangdong Province, P. R. China

Abstract: Compressed sensing technology breaks through the limitation of Nyquist sampling theorem, and can effectively reduce the cost of data storage and transmission. Only a few samples are needed to reconstruct the power quality signal by using the compressed sensing technology, which is of great significance for the detection and analysis of power quality. We propose an algorithm based on multitask Bayesian compressed sensing (MT-BCS) theory for power quality signals compression and reconstruction in this paper. The power quality signals are changed to sparse vectors by taking the fast Fourier transform basis as the sparse basis. The real and imaginary parts of sparse vectors are then treated as two compression and reconstruction tasks. Considering the internal correlation of data corresponding to these two tasks, the power quality signal is reconstructed using the sharing mechanism of hyperparameter estimation. The simulation results show that the algorithm is superior to the orthogonal matching pursuit algorithm and the Bayesian compressed sensing algorithm in anti-noise performance and reconstruction accuracy, and is more suitable for compressing and reconstructing power quality signals with complex disturbance.

Key words: information processing technology; compressive sensing; power quality; multitask Bayesian; signal reconstruction

Received: 2020-06-02; **Accepted:** 2020-06-28

Foundation: National Natural Science Foundation of China (51707123); Shenzhen Basic Research Foundation (JCYJ20190808165201648)

Corresponding author: Professor JIANG Hui. E-mail: huijiang@szu.edu.cn

Citation: WANG Wuliang, JIANG Hui. Power quality signal reconstruction based on multitask Bayesian compressive sensing [J]. Journal of Shenzhen University Science and Engineering, 2021, 38(1): 77-84. (in Chinese)

<http://journal.szu.edu.cn>

传统的电能质量信号分析方法,都是先按照奈奎斯特采样定律获取数据,然后将数据压缩编码再进行存储或传输,最后对压缩编码的数据进行解压缩处理.然而,一方面电能质量信号扰动类型复杂且变化迅速,这要求采样设备有较高的采样速率,增加了硬件采样成本的同时又产生了大量冗余数据;另一方面,由于电力系统不间断监测的需求,造成每时每刻都要处理海量的采样数据,而采样数据的编码过程计算复杂,消耗了大量计算资源.

CANDÈS 等^[1-3]提出的压缩感知理论,突破了奈奎斯特采样定理的限制.该理论指出:对于可压缩信号(原信号本身稀疏或者在某个变换域下稀疏),可通过一个与变换基不相关的观测矩阵将信号投影到低维空间上,再通过非线性重构算法恢复原信号.近年来压缩感知理论在电能质量分析领域日渐成为热点,文献[4-8]采用贪婪算法对电能质量信号在无噪声情况下进行压缩重构,效果出色.但是电能质量信号含有复杂扰动的同时往往还含有噪声,贪婪算法的抗噪性较差.

贝叶斯压缩感知(Bayesian compressive sensing, BCS)是基于相关向量机^[9-10](relevance vector machine, RVM)发展而来.WIPF 等^[11]提出基于 RVM 的稀疏贝叶斯学习方法;2008 年,JI 等将稀疏贝叶斯理论应用到压缩感知重构算法中,在理论模型中引入噪声项,在信号重构时表现出良好的抗噪性^[12];次年,又提出基于贝叶斯理论的多任务压缩感知,考虑了各待重构任务间数据的内在联系,提高了模型的学习能力和参数估计的精度^[13].

本研究将多任务贝叶斯压缩感知(multitask Bayesian compressive sensing, MT-BCS)理论用于含复杂扰动的电能质量信号的压缩重构研究上,用快速傅里叶变换基对电能质量信号进行稀疏处理,提取稀疏向量的实部和虚部构成两个压缩重构任务,得到两个任务的观测向量后,计算待重构向量的超参数,最后利用观测向量和超参数得到待重构向量的均值进而得到重构信号.通过与正交匹配追踪(orthogonal matching pursuit, OMP)算法和 BCS 算法的仿真结果对比表明,MT-BCS 算法对含复杂扰动的电能质量信号的重构效果更好.

1 MT-BCS

1.1 压缩感知原理

压缩感知包含信号采样压缩与信号重构两部

分.信号进行压缩感知的前提条件是信号具有可压缩性,即信号本身是稀疏的,或者在某个变换域下是稀疏的.根据信号稀疏表示理论可知,信号 $x \in \mathbf{R}^{N \times 1}$ 在 $N \times N$ 的稀疏基 Ψ 下可表示为 $x = \Psi\theta$.其中, Ψ 是 $N \times N$ 的正交矩阵; $\theta \in \mathbf{R}^{N \times 1}$ 是稀疏向量,当 θ 中有 K 个值不为零,则称 θ 为 K 稀疏($K \ll N$).

信号在观测矩阵 Φ 下进行线性投影,得到观测值 y ,完成信号采样压缩.其中, $\Phi = [\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_N]$ 是 $M \times N$ 的观测矩阵.因此,整个采样压缩过程表示为

$$y = \Phi\Psi^T x = \Phi\theta \quad (1)$$

其中, y 可看作是稀疏向量 θ 关于观测矩阵 Φ 的线性观测值, y 的维度 M 远小于 θ 的维度 N , 因此式(1)是一个欠定方程组.在 θ 是稀疏的条件下,若 Φ 满足约束等距条件^[14],可通过求解最优 l_0 范数得到重构后的稀疏向量 $\hat{\theta}$ 的解为

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\theta} \{ \|y - \Phi\theta\|_2^2 + \lambda \|\theta\|_0 \} \quad (2)$$

其中, λ 是用来平衡误差和稀疏度的因子.计算出 $\hat{\theta}$ 后,重构信号 $\hat{x}$ 为 Ψ 与 $\hat{\theta}$ 的乘积.

1.2 MT-BCS 模型

1.2.1 多任务贝叶斯回归方程

文献[13]在贝叶斯压缩感知的基础上假设观测任务有 L 个,并且这些观测任务在统计学上互相关联,因此, L 个稀疏向量 θ_i 通过 L 个观测矩阵 Φ_i 得到 L 个观测值为

$$y_i = \Phi_i \theta_i + n_i \quad (3)$$

其中, $y_i \in \mathbf{R}^{M_i \times 1}$, 表示 L 个观测值 $\{y_i\}_{i=1,2,\dots,L}$; 通常每个观测任务使用不同的随机观测矩阵 Φ_i , $\Phi_i \in \mathbf{R}^{M_i \times N}$, $i = 1, 2, \dots, L$; L 个稀疏向量 $\theta_i \in \mathbf{R}^{N \times 1}$; $n_i \in \mathbf{R}^{M_i \times 1}$ 是每个观测任务引入的噪声,本研究假设 n_i 服从均值为 0, 方差为 σ^2 的多元高斯分布.

给定观测值 y_i , 则稀疏向量 θ_i 和方差 σ^2 的似然函数为

$$p(y_i | \theta_i, \alpha_0) = \frac{1}{(2\pi/\alpha_0)^{M_i/2}} \times \exp\left(-\frac{\alpha_0}{2} \|y_i - \Phi_i \theta_i\|_2^2\right) \quad (4)$$

同时,定义 $\alpha_0 = \sigma^{-2}$ 为噪声逆方差,服从参数为 (a, b) 的伽玛分布.将 α_0 集成到 θ_i 的先验分布中,则可避免对 α_0 的估计,增强了算法的鲁棒性.定义 θ_i 服从 0 均值高斯先验,即

$$p(\theta_i | a, \alpha_0) = \prod_{j=1}^N N(\theta_{i,j} | 0, \alpha_0^{-1} \alpha_j^{-1}) \quad (5)$$

其中, L 个稀疏向量 θ_i 共享同一超参数 α , 此共享机制利用了各组数据的内在联系, 使不同组的观测值数据可共同影响 α 的估计值, 这正是多任务贝叶斯估计的精髓。

给定超参数 α 和测量值 y_i , 结合式(4)和式(5), 利用贝叶斯定理可得 θ_i 的后验分布函数为

$$p(\theta_i | y_i, \alpha) = \frac{\Gamma(a + \frac{N}{2}) \left[1 + \frac{1}{2b} (\theta_i - \mu_i)^T \Sigma_i^{-1} (\theta_i - \mu_i) \right]^{-(a + \frac{N}{2})}}{\Gamma(a) (2\pi b)^{\frac{N}{2}} |\Sigma_i|^{\frac{1}{2}}} \quad (6)$$

其中,

$$\mu_i = \Sigma_i \Phi_i^T y_i \quad (7)$$

$$\Sigma_i = (\Phi_i^T \Phi_i + A)^{-1} \quad (8)$$

这里, 对角矩阵 $A = \text{diag}(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N)$.

θ_i 的后验分布函数为多元 Student- t 分布, 它具有很好的健壮性, 由于其概率密度函数没有指数的限制, 所以在数据有噪声时鲁棒性更强。

1.2.2 超参数估计

利用最大化边际似然函数估计超参数 α . 由式(4)和式(5)得到 α 的边际似然函数的对数为

$$L(\alpha) = \sum_{i=1}^L \ln p(y_i | \alpha) = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^L [(M_i + 2a) \ln(y_i^T B_i^{-1} y_i + 2b) + \ln |B_i|] + \text{const} \quad (9)$$

其中, $B_i = I + \Phi_i A^{-1} \Phi_i^T$; const 为表示 θ 的一个常量. 利用直接微分法或最大期望算法都可通过式(9)求得 α 的点估计为

$$\alpha_j = \frac{L}{\sum_{i=1}^L \mu_{i,j}^2 (M_i + 2a) / (y_i^T B_i^{-1} y_i + 2b) + \Sigma_{i,j,j}} \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (10)$$

为解式(10), 文献[13]通过式(7)、式(8)和式(10)迭代计算出 α 的估计值. Φ_i 最初包含 N 个候选基函数然后逐渐优化删除一些基函数. 式(8)需要计算 $N \times N$ 矩阵的逆, 需要 $O(N^3)$ 的计算复杂度和 $O(N^2)$ 的空间复杂度, 此操作在 N 很大时的计算量巨大且耗时严重. 因此, 文献[13]提出了快速算法. 在该快速算法中, Φ_i 从一个初始基函数开始, 根据需要在 Φ_i 中添加或删除当前基函数, 并且根据矩阵逆引理, 降低了式(8)的计算复杂度.

该快速算法因其任一步中 Φ_i 包含的基函数数量相比 N 都很低, 因此算法的计算复杂度更低.

$$B_i = B_{i,-j} + \alpha_j^{-1} \Phi_{i,j} \Phi_{i,j}^T \quad (11)$$

其中, $B_{i,-j}$ 是 B_i 移除了 $\Phi_{i,j}$ 的项. 因此, 式(9)可改写为

$$L(\alpha) = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^L [(M_i + 2a) \ln(\frac{1}{2} y_i^T B_i^{-1} y_i + b) + \ln |B_{i,-j}|] + \text{const} - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^L [\ln(1 + \alpha_j^{-1} s_{i,j}) + (M_i + 2a) \ln(1 - \frac{q_{i,j}^2 / g_{i,j}}{\alpha_j + s_{i,j}})] = L(\alpha_{-j}) + l(\alpha_j) \quad (12)$$

其中, α_{-j} 是 α 移除了第 j 个元素剩下的部分; $s_{i,j}$ 为稀疏因子, 表征当前基函数与模型中已有基函数的重叠程度, $s_{i,j} = \Phi_{i,j}^T B_{i,-j}^{-1} \Phi_{i,j}$; $q_{i,j}$ 为质量因子, 表征当前基函数与排除了当前基函数的模型的对齐程度, $q_{i,j} = \Phi_{i,j}^T B_{i,-j}^{-1} y_i$; $g_{i,j} = y_i^T B_{i,-j}^{-1} y_i + 2b$; $l(\alpha_j)$ 表示对向量 α 中的一个元素 α_j 求对数.

对式(12)运用直接微分法求 α_j 的极值. 结果除了明显解 $\alpha_j = \infty$ 外, 其他的解不能解析地表示, 但可近似为

$$\alpha_j \approx \frac{1}{\sum_{i=1}^L \frac{(M_i + 2a) q_{i,j}^2 / g_{i,j} - s_{i,j}}{s_{i,j} (s_{i,j} - q_{i,j}^2 / g_{i,j})}} \quad (13)$$

其中, $\sum_{i=1}^L \frac{(M_i + 2a) q_{i,j}^2 / g_{i,j} - s_{i,j}}{s_{i,j} (s_{i,j} - q_{i,j}^2 / g_{i,j})} > 0$.

通过分析多元 Student- t 函数性质可知, $\alpha_j = \infty$ 等同于 $\theta_{i,j} = 0$, $\Phi_{i,j}$ 可从 Φ_i 中移除, 因此, 求 α_j 的极值就是控制从 Φ_i 中添加和删除 $\Phi_{i,j}$ 的操作. 如果对候选 $\Phi_{i,j}$ 按照顺序执行这些操作, 就得到了有效的快速算法.

2 基于 MT-BCS 的电能质量信号重构

从压缩感知理论知道, 要对某个信号进行压缩感知, 该信号必须是稀疏的或者在某个变换域下是稀疏的. 电网中含有复杂扰动的电能质量信号并不是稀疏信号, 但在一些稀疏基的投影下是稀疏信号. 在电能检测领域, 快速傅里叶变换基和小波基是运用最多并且较为成熟的稀疏基, 而快速傅里叶变换基结构简单, 运算速度快, 因此, 本研究选择快速傅里叶变换基为稀疏基.

将电能质量信号通过快速傅里叶变换得到稀疏向量 θ . θ 是复数, 取 θ 中的实部 θ_R 和虚部 θ_I 构成两个压缩重构任务, 通过 MT-BCS 算法同时对 θ_R 和 θ_I 进行压缩重构. 因为 θ_R 和 θ_I 之间的稀疏度很相似, MT-BCS 算法通过共享超参数机制充分考虑到 θ_R 和 θ_I 数据的内在联系, 提高了模型的学习能力和重构精度.

电能质量信号用多任务贝叶斯压缩感知算法压缩重构的具体步骤为

1) 信号的稀疏变换. 将电能质量信号 x 通过快速傅里叶变换得到稀疏向量 θ , 再将其实部 θ_R 和虚部 θ_I 作为两个压缩重构任务得到两组观测值 y_R 和 y_I .

2) 计算 θ_R 和 θ_I 的期望值. 根据观测值 y_R 、 y_I 和 Φ_i , 利用快速算法迭代计算出 θ_R 和 θ_I 的期望 $\hat{\mu}_R$ 和 $\hat{\mu}_I$.

3) 重构信号 $\hat{x}$. 将 $\hat{\mu}_R$ 和 $\hat{\mu}_I$ 组合为复数 $\hat{\mu}$, 再对 $\hat{\mu}$ 做快速傅里叶逆变换, 得到重构信号 $\hat{x}$.

3 仿真与结果分析

通过对表 1 中 8 个含扰动的电能质量信号在不同噪声情况下进行仿真实验, 对比分析使用 MT-BCS、OMP 和 BCS 算法进行电能质量信号重构的性能. 信号采样频率为 3 200 Hz, 基波频率为 50 Hz, 信号长度 $N = 640$ 个采样点. 使用相对均方误差 (relative mean square error, RMSE) 和重构后的信噪比 (signal to noise, SNR) 作为性能评价指标, 计算公式如式 (14) 和式 (15). 其中, x 和 $\hat{x}$ 分别为电能质量原信号和重构信号.

$$\text{RMSE} = \sqrt{\sum_{i=1}^N [x(i) - \hat{x}(i)]^2 / \sum_{i=1}^N x^2(i)} \quad (14)$$

$$\text{SNR} = 10 \ln \left\{ \sum_{i=1}^N x^2(i) / \sum_{i=1}^N [x(i) - \hat{x}(i)]^2 \right\} \quad (15)$$

其中, $t \in [0, 0.20]$. 仿真采用的电能质量信号模型如表 1.

表 1 电能质量信号模型
Table 1 Power quality signal models

信号类型		模 型
稳态电能质量信号	谐波信号	$x(t) = \sin(2\pi ft) + 0.5 \times \sin(6\pi ft)$
	间谐波信号	$x(t) = \sin(2\pi ft) + 0.5 \times \sin(7\pi ft) + 0.3 \times \sin(9\pi ft)$
	电压波动信号	$x(t) = \sin(2\pi ft) + 0.05 \times \sin(2.8\pi ft) + 0.05 \times \sin(1.2\pi ft)$
暂态电能质量信号	短时电压凹陷信号	$x(t) = \begin{cases} \sin(2\pi ft), & t \in [0, 0.08] \cup (0.16, 0.20] \\ 1.2 \times \sin(2\pi ft), & t \in [0.08, 0.16] \end{cases}$
	短时电压凸起信号	$x(t) = \begin{cases} \sin(2\pi ft), & t \in [0, 0.08] \cup (0.16, 0.20] \\ 0.8 \times \sin(2\pi ft), & t \in [0.08, 0.16] \end{cases}$
	短时谐波信号	$x(t) = \begin{cases} \sin(2\pi ft), & t \in [0, 0.08] \cup (0.16, 0.20] \\ \sin(2\pi ft) + 0.2 \times \sin(6\pi ft), & t \in [0.08, 0.16] \end{cases}$
	短时电压中断信号	$x(t) = \begin{cases} \sin(t), & t \in [0, 0.08] \cup (0.16, 0.20] \\ 0.05 \times \sin(2\pi ft), & t \in [0.08, 0.16] \end{cases}$
	复杂信号	$x(t) = \begin{cases} \sin(2\pi ft) + 0.7 \times \sin(6\pi ft) + 0.5 \times \sin(7\pi ft), & t \in [0, 0.08] \cup (0.16, 0.20] \\ 1.2 \times [\sin(2\pi ft) + 0.7 \times \sin(6\pi ft) + 0.5 \times \sin(7\pi ft)], & t \in [0.08, 0.16] \end{cases}$

3.1 稳态电能质量信号仿真分析

对表 1 中的稳态电能质量信号进行仿真实验, 得到表 2 稳态电能质量信号的仿真数据, 以间谐波信号的仿真实验为例对比分析的性能. 图 1 给出了当测量数 M 从 50 个增至 250 个时, 3 种算法对间谐波信号在不同噪声情况下压缩重构的 RMSE 和 SNR 值的曲线图. 表 2 给出了 3 种算法在 $M = 128$ 时,

对稳态电能质量信号在不同噪声情况下进行压缩重构的 RMSE 和 SNR 值.

结合表 2 和图 1 (a) 可见, 重构不含噪声的间谐波信号时, OMP 算法的 RMSE 值 3.350×10^{-15} 最小, MT-BCS 算法的 RMSE 值 7.190×10^{-5} 略大, BCS 算法的 RMSE 值 5.110×10^{-4} 最大; 当间谐波信号中加入噪声且噪声方差 (σ^2) 增大后, BCS 算法

表 2 稳态电能质量信号仿真数据 ($M = 128$)
Table 2 Simulation data of steady state power quality signals ($M = 128$)

稳态电能 质量信号	σ^2	RMSE			SNR/dB		
		MT-BCS 算法	OMP 算法	BCS 算法	MT-BCS 算法	OMP 算法	BCS 算法
谐波信号	0	6.650×10^{-5}	4.150×10^{-15}	4.090×10^{-4}	192.330	662.270	156.010
	0.02	0.014	0.022	0.012	84.830	76.280	87.990
	0.04	0.034	0.049	0.027	67.070	60.000	72.390
间谐波信号	0	7.190×10^{-5}	3.350×10^{-15}	5.110×10^{-4}	190.790	666.560	151.560
	0.02	0.015	0.023	0.009	83.320	69.980	92.830
	0.04	0.035	0.047	0.026	66.810	60.780	72.390
电压波动信号	0	8.710×10^{-5}	1.760×10^{-15}	5.590×10^{-3}	186.950	679.410	103.730
	0.02	0.016	0.030	0.014	82.300	70.120	84.620
	0.04	0.040	0.062	0.034	64.200	55.410	67.390

图 1 不同噪声情况下 3 种算法重构间谐波信号的数据曲线

Fig. 1 The data curve of the reconstructed interharmonics signal by three algorithms under different noises

的 RMSE 值 0.026 最小，MT-BCS 算法的 RMSE 值 0.035 略大，OMP 算法的 RMSE 值 0.047 最大。结合表 2 和图 1 (b) 可见，重构不含噪声的间谐波信号时，OMP 算法的 SNR 值 666.560 最大，MT-BCS 算法的 SNR 值 192.330 次之，BCS 的 SNR 值 156.010 最小；当间谐波信号中加入噪声且噪声方差增大后，BCS 算法的 SNR 值 72.390 最大，MT-BCS 算法的 SNR 值 66.810 次之，OMP 算法的 SNR 值 60.780 最小。

由表 2 可见，OMP 算法在重构不含噪声的稳态电能质量信号时，效果远优于 MT-BCS 算法和 BCS

算法，这是因为此时的稳态电能质量信号扰动简单又不含噪声。当稳态电能质量信号中加入噪声后，MT-BCS 算法和 BCS 算法的抗噪性要强于 OMP 算法，贝叶斯理论在建立模型的时候就已经引入了测量噪声和随机高斯噪声，这令基于贝叶斯理论的算法拥有比 OMP 算法更强的抗噪性。重构含有噪声的稳态电能质量信号时，MT-BCS 算法的重构效果略逊于 BCS 算法，这是因为此时信号扰动简单，信号稀疏变换后稀疏度很小，而 MT-BCS 算法待估计超参数共享，因此超参数累积的误差对 MT-BCS 算法的影响较大。

3.2 暂态电能质量信号仿真分析

对表 1 中的暂态电能质量信号进行仿真实验, 以短时谐波信号为例, 对比分析 MT-BCS 算法与 OMP 算法和 BCS 算法的性能. 图 2 给出了当 M 从

50 增至 250 时, 3 种算法对短时谐波信号在不同噪声情况下重构的 RMSE 和 SNR 值曲线图. 表 3 给出了当 $M = 128$ 时, 3 种算法对暂态电能质量信号在不同噪声情况下重构的 RMSE 和 SNR 值.

图 2 不同噪声情况下 3 种算法重构短时谐波信号的数据曲线图

Fig. 2 The data curve of the reconstructed short-time harmonics signal by three algorithms under different noises

表 3 暂态电能质量信号仿真数据 ($M = 128$)

Table 3 Simulation data of transient power quality signals ($M = 128$)

信号类型	σ^2	RMSE			SNR/dB		
		MT-BCS 算法	OMP 算法	BCS 算法	MT-BCS 算法	OMP 算法	BCS 算法
短时电压凹陷信号	0	5.220×10^{-3}	6.230×10^{-3}	0.025	105.070	101.540	73.190
	0.02	0.018	0.021	0.032	79.330	76.860	68.270
	0.04	0.029	0.063	0.046	70.690	55.170	61.460
短时电压凸起信号	0	2.780×10^{-3}	4.740×10^{-3}	0.017	117.670	106.990	80.930
	0.02	0.011	0.017	0.019	88.560	81.140	78.250
	0.04	0.023	0.035	0.027	74.820	66.670	72.070
短时谐波信号	0	9.970×10^{-3}	0.013	0.024	92.140	85.540	74.330
	0.02	0.015	0.022	0.024	83.830	76.010	74.250
	0.04	0.028	0.040	0.033	70.990	64.360	67.690
短时电压中断信号	0	0.022	0.029	0.057	75.450	70.500	56.970
	0.02	0.049	0.059	0.066	60.110	56.390	54.360
	0.04	0.077	0.099	0.106	51.160	46.240	44.700

由图 2 (a) 和表 3 可见, 当重构不含噪声的短时谐波信号时, MT-BCS 算法的 RMSE 值 9.970×10^{-3} 在 3 种算法中最小, OMP 算法的 RMSE 值 0.013 较

大, BCS 算法的 RMSE 值 0.024 最大; 当短时谐波信号中加入噪声及噪声方差增大后, MT-BCS 算法的 RMSE 值 0.028 在 3 种算法中依旧保持最小,

BCS 算法的 RMSE 值 0.033 略大，OMP 算法的 RMSE 值 0.040 最大。结合图 2 (b) 和表 3 可见，当重构不含噪声的短时谐波信号时，MT-BCS 算法的 SNR 值 92.140 在 3 种算法中最大，OMP 算法的 SNR 值 85.540 次之，BCS 算法的 SNR 值 74.330 最小；当短时谐波信号中加入噪声及噪声方差增大后，MT-BCS 算法的 SNR 值 70.990 在 3 种算法中依旧保持最大，BCS 算法的 SNR 值 67.690 次之，OMP 算法的 SNR 值 64.360 最小。从图 2 (a) 和图 2 (b) 还可看出，在 M 很小时，MT-BCS 算法的重构效果也优于 OMP 算法和 BCS 算法，说明 MT-BCS 算法的性能在压缩采样不完备的情况下依然稳定，

而且采样率越低此优势越明显。在重构暂态电能质量信号时共享超参数机制使得 MT-BCS 算法更好地利用了实部与虚部数据的内在联系，拥有更精确的估计值和更强的抗噪性，重构效果明显优于 BCS 算法和 OMP 算法。但是，MT-BCS 算法同时重构实部和虚部两个任务，计算过程更复杂，这也牺牲了一定的运算时间。

3.3 复杂电能质量信号仿真分析

图 3 给出了当 M 从 50 增至 250 时，3 种算法对复杂信号在不同噪声情况下重构的 RMSE 和 SNR 值的曲线图。表 4 给出了当 $M = 128$ 时 3 种算法对复杂信号在不同噪声情况下重构的 RMSE 和 SNR 值。

图 3 不同噪声情况下 3 种算法重构复杂信号的数据曲线图

Fig. 3 The data curve of the reconstructed complicated signal by three algorithms under different noises

表 4 复杂电能质量信号仿真数据 ($M = 128$)

Table 4 Simulation data of complicated power quality signal ($M = 128$)

σ^2	RMSE			SNR/dB		
	MT-BCS	OMP	BCS	MT-BCS	OMP	BCS
0	0.021	0.049	0.052	76.61	60.02	58.84
0.02	0.037	0.053	0.043	65.92	58.43	62.92
0.04	0.048	0.077	0.060	60.54	51.03	56.13

结合图 3 (a) 和表 4 可见，当重构不含噪声的复杂信号时，MT-BCS 算法的 RMSE 值 0.021 在 3 种算法中最小，OMP 算法的 RMSE 值 0.049 较大，BCS 算法的 RMSE 值 0.052 最大；当复杂信号中加

入噪声及噪声方差增大后，MT-BCS 算法的 RMSE 值 0.048 依旧保持最小，BCS 算法的 RMSE 值 0.060 略大，OMP 算法的 RMSE 值 0.077 最大。结合图 3 (b) 和表 4 可见，当重构不含噪声的复杂信号时，MT-BCS 算法的 SNR 值 76.610 在 3 种算法中最大，OMP 算法的 SNR 值 60.020 次之，BCS 算法的 SNR 值 58.840 最小；当复杂信号中加入噪声及噪声方差增大后，MT-BCS 算法的 SNR 值 60.540 依旧最大，但 BCS 算法的 SNR 值 56.130 比 OMP 算法的 SNR 值 51.030 大。可以看出，MT-BCS 算法也适用于压缩重构扰动更加复杂的电能质量信号，且表现出出色的重构效果，更适合于含复杂扰动的电能质量信号的压缩重构。

结 语

将多任务贝叶斯压缩感知理论用于含复杂扰动的电能质量信号的压缩重构研究中. 对 OMP 算法和 BCS 算法进行仿真, 结果表明: ① 在压缩重构含复杂扰动的电能质量信号时, MT-BCS 算法对电能质量信号的重构效果更出色, 重构精度更高; ② MT-BCS 算法在压缩比很小时依然能够保持良好的稳定性, 在压缩比很小时重构效果优于 OMP 算法及 BCS 算法, 体现了 MT-BCS 算法在低压缩采样率时的巨大优势, 能够以更低的压缩比压缩重构信号, 有效节省了存储空间. ③ 当信号含有噪声时, MT-BCS 算法的重构效果优于 OMP 算法及 BCS 算法, 说明该算法具有更强的抗噪性, 这在压缩重构含有大量噪声的电能质量信号时优势明显. 但是, MT-BCS 算法在追求高重构精度和更强抗噪性的同时, 牺牲了算法的运行时间, 致使算法运行时间较长. 综上所述, MT-BCS 算法能够适应含各种复杂扰动的电能质量信号的压缩重构.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (51707123); 深圳市基础研究计划资助项目 (JCYJ20190808165201648)

作者简介: 王武亮 (1995—), 深圳大学硕士研究生. 研究方向: 智能信息处理. E-mail: szu_wwl@163.com

引 文: 王武亮, 江 辉. 基于多任务贝叶斯压缩感知的电能质量信号重构[J]. 深圳大学学报理工版, 2021, 38(1): 77-84.

参考文献 / References:

- [1] CANDÈS E J, ROMBERG J K, TAO T. Stable signal recovery from incomplete and inaccurate measurements [J]. Communications on Pure and Applied Mathematics, 2006, 59(8): 1207-1223.
- [2] CANDÈS E J, TAO T. Near-optimal signal recovery from random projections: universal encoding strategies? [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(12): 5406-5425.
- [3] DONOHO D L. Compressed sensing [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(4): 1289-1306.
- [4] WANG Xu, TIAN Lijun, GAO Yunxing, et al. Analysis of power quality disturbance signal based on improved compressed sensing reconstruction algorithm [C]// IEEE Transportation Electrification Conference and Expo, Asia-Pacific (ITEC Asia-Pacific). Harbin, China: IEEE, 2017: 1-5.
- [5] 童 新, 卿朝进, 夏 凌, 等. 基于稀疏度特征的短时电能质量扰动信号重构方法[J]. 电测与仪表, 2018, 55(20): 114-121.
- [6] TONG Xin, QING Chaojin, XIA Ling, et al. Sparsity-feature based reconstruction method for short-time power quality disturbance signals [J]. Electrical Measurement & Instrumentation, 2018, 55(20): 114-121. (in Chinese)
- [7] 刘国海, 丁灵卫, 沈 跃, 等. 广义正交匹配追踪电能质量信号重构方法[J]. 电测与仪表, 2019, 56(10): 69-74.
- [8] LIU Guohai, DING Lingwei, SHEN Yue, et al. Power quality signal reconstruction method based on generalized orthogonal matching pursuit [J]. Electrical Measurement & Instrumentation, 2019, 56(10): 69-74. (in Chinese)
- [9] 刘 嫣, 汤 伟, 刘宝泉. 基于压缩感知的电能质量扰动数据稀疏分析与改进重构算法[J]. 电工技术学报, 2018(1): 3461-3470.
- [10] LIU Yan, TANG Wei, LIU Baoquan. Data sparse analysis and improved reconstruction algorithm of power quality disturbance based on compressed sensing [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2018(1): 3461-3470. (in Chinese)
- [11] 张 锐, 吴庭宇. 基于压缩感知的电能质量压缩采样重构算法[J]. 数据采集与处理, 2019, 34(2): 214-222.
- [12] ZHANG Rui, WU Tingyu. Power quality compressed sampling reconstruction algorithm based on compressed sensing [J]. Journal of Data Acquisition & Processing, 2019, 34(2): 214-222. (in Chinese)
- [13] BISHOP C M, TIPPING M E. Variational relevance vector machines [C]// Proceedings of the 16th Conference in Uncertainty in Artificial Intelligence. San Francisco, USA: [s. n.], 2000: 46-53.
- [14] TIPPING M E. Sparse Bayesian learning and the relevance vector machine [J]. Journal of Machine Learning Research, 2001, 1(3): 211-244.
- [15] WIPF D P, RAO B D. Sparse Bayesian learning for basis selection [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2004, 52(8): 2153-2164.
- [16] JI Shihao, XUE Ya, CARIN L. Bayesian compressive sensing [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008, 56(6): 2346-2356.
- [17] JI Shihao, DUNSON D, CARIN L. Multitask compressive sensing [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2009, 57(1): 92-106.
- [18] CANDÈS E J. The restricted isometry property and its implications for compressed sensing [J]. Comptes Rendus: Mathématique, 2008, 346(9/10): 589-592.

【中文责编: 英 子; 英文责编: 木 柯】