

文章编号:1005-9865(2018)04-0001-10

波浪作用下刚性框架浮体及其锚绳运动 数值模拟精度分析

桂福坤,左 孝,潘 昀,冯德军,张 健

(浙江海洋大学 国家海洋设施养殖工程技术研究中心,浙江 舟山 316022)

摘 要:由小尺度刚性杆件构成的复杂结构近年来多用于海洋平台建设和海洋监测浮标制作以及海洋增养殖人工浮鱼礁的设计。采用有限单元法和集中质量点法建立波浪作用下刚性框架浮体及其锚绳运动数值模型,探讨空间单元划分、时间离散步长、数据保存格式对刚性框架浮体和柔性锚绳运动模拟精度的影响,分别给出此三者之间的匹配关系。研究结果表明:框架浮体的单元划分可依据是否出水给定,单元的划分比建议取 0.05;锚绳的单元划分与其上端连接的浮体浮力有关,当锚绳的拉力主要由上端浮体浮力产生时锚绳单元的划分影响较小,当锚绳的拉力主要由波浪力产生时锚绳单元的划分比建议取 0.02;空间单元划分与时间离散步长存在匹配关系,通过减小时间步长来追求数值模拟精度时必须同时考虑保存运动物理量截断误差的影响。

关键词:刚性浮体;锚绳运动;波浪作用;截断误差;单元划分比;时间步长

中图分类号:TV131 **文献标志码:**A **DOI:**10.16483/j.issn.1005-9865.2018.04.001

The effect on numerical precision for simulating frame floating structure tethered by a mooring cable in waves

GUI Fukun, ZUO Xiao, PAN Yun, FENG Dejun, ZHANG Jian

(National Engineering Research Center for Marine Aquaculture, Zhejiang Ocean University, Zhoushan 316022, China)

Abstract: Small-scale rigid bars are increasingly used ocean platforms, ocean monitoring buoys and marine artificial floating reefs in recent years. Numerical modeling of a frame floating structure, tethered by a mooring cable, is developed for the dynamic simulation of the floating structures in waves. The effect of space elements division, time discretization and data saving format on simulation precision was explored. The results of the study show that the space division of frame floating body can be decided by whether it is out of water, and the recommended ratio of the division is 0.05. The space division of anchored rope is associated with floating buoyancy at the upper end. When the tension of the mooring cable is mainly produced by the buoyancy of the upper floating body, the division of the mooring cable has less influence. Otherwise, when the tension of the mooring cable is mainly generated by the wave force, the recommended separation ratio of the mooring cable is 0.02. The division of space must match with the length of time discretization well. It is strongly suggested to consider the truncation error during the calculation process, although decreasing the length of time discretization could improve the numerical simulation accuracy.

Keywords: rigid floating body; movement of mooring cable; wave action; truncation error; ratio of division; time step

锚绳系缚的浮体结构已经广泛应用于海洋气象、水质和生态监测、导航系统、油气开采和海洋设施养殖

收稿日期:2017-12-19

基金项目:国家海洋局公益专项(201505025-2);浙江省自然科学基金项目(LQ18E090005);舟山市海洋专项(2017C41001)

作者简介:桂福坤(1976-),男,江西鹰潭人,教授,主要从事海洋设施养殖工程技术研究。E-mail: gui2237@163.com

通信作者:潘 昀。E-mail: panyunhk@zjou.edu.cn

等重要海洋资源开发和海洋工程设计中,数值模型对浮体结构及其锚绳水动力特性的研究也越发重要。Agarwal 和 Jain^[1], Gobat 和 Grosenbaugh^[2], Umar 和 Datta^[3] 等研究了铁链系缚的浮动浮体平台的动力安全性能。Xu 和 Chen^[4], Kim 等^[5], Zhu 和 Yoo^[6] 研究了单锚绳和多锚绳系缚的浮动 Spar 平台波浪水动力特性,一致指出研究浮体结构运动与锚绳的拉力和运动有关,不能忽略锚绳的影响。海洋设施养殖方面, Zhao 等^[7], Huang 等^[8] 研究了水流和波浪作用下多锚绳系缚的重力式网箱环形浮架的运动和受力特性;桂福坤等^[9] 探讨了系统负重、浮球形式和布置角度对筏式系统水力特性的影响;陈天华等^[10-11] 建立网片数值模型分析了水流及波浪对桩柱式围网养殖系统网片水力特性的影响。

运动浮体的数学表示方法一般有两种:一种是先采用专用软件绘制浮体的整体几何构型,再生成多边形网格紧密附着在几何构型上,水动力荷载计算依据对每一个网格是否淹没的判断(Landier^[12] 和 Wang 等^[13]);另一种是基于有限单元法和集中质量点法建立浮体的几何构型,模型建立的前提条件是浮体的结构尺寸必须符合是小尺度(陈天华等^[10-11], Zhao 等^[7], Huang 等^[8]),一般认为浮体结构的特征长度与波长的比值小于 0.2 即为小尺度结构物。第一种方法表示曲面结构,比如球体、圆柱、圆环时必须采用非常多且面积较小的多边形网格,因此计算量和耗时较大。锚绳的数值模拟也有两种方法:一种是基于泰勒级数展开的有限差分法(FDM),有限差分法存在数值敏感性问题^[14];另一种是基于 galerkin 方法的有限单元法(FEM),把锚绳划分成连续的质量表达式,后来进一步演化出间断的集中质量点矩阵即集中质量点法^[7-11],集中质量点模型在计算锚绳的运动和受力表现出很强的高效性和准确性。

可见,几何构型的单元划分和运动物理量的时间迭代是影响基于有限单元和集中质量点法建立的浮体结构及其锚绳水动力特性模型精度的关键所在。对于空间单元的划分, Zhu 和 Yoo^[15] 仅给出了 Spar 圆柱浮体划分为 20 个单元,不同长度的锚绳(20 m、25.5 m、30 m)均划分为 10 个质量点;同样,孟昂^[9] 把 0.25 m 物理模型锚绳划分 50 个单元与物理试验结果对比良好。虽然最终的计算结果与物理试验和商业软件较为一致,但他们并未解释划分的原因和依据,并且划分的单元数差异性较大。Zhao 等^[7] 和 Huang 等^[8] 只是介绍了数值模拟的方法,未给出具体划分单元数。对于时间离散主要采用一般等时间步长和高阶的 Runge-Kutta 方法两种方法,高阶的 Runge-Kutta 方法又分为等时间步长和自适应时间步长^[16],一般编译语言库函数集成的是等时间步长的四阶和六阶的 Runge-Kutta 方法。Runge-Kutta 方法是工程上应用广泛的高精度单步算法,但陈天华等^[10-11] 多采用一般等时间步长的算法,到底两种时间离散方法对求解浮体结构和锚绳耦合运动模拟精度是否存在差异性未曾可知。空间单元划分与时间离散步长存在一定的匹配关系,单元划分的越细致,运动物理量的数据结构越复杂,就需要更小的时间步长与之匹配。以刚性框架浮体及其锚绳为研究对象,探讨波浪作用下单元划分和时间离散步长对数值模拟精度的影响以及如何选取这些参数是本文的主要研究内容。

1 数值模拟方法

波浪作用下刚性框架浮体及其锚绳运动数值模拟方法主要采用有限单元法计算刚性框架结构的受力和绕质心的力矩,进而离散时间确定框架浮体的平动和转动,采用有限集中质量点法计算柔性锚绳的受力和形变后的拉力,同样离散时间确定锚绳集中质量点的运动速度和空间坐标。

1.1 刚性框架浮体受力和运动

刚性框架浮体能够维持设计形状和形态,并且保持一定的刚度。假设波浪作用下刚性框架浮体始终不出水,并且波浪传播方向与框架浮体六面中的两面平行,那么框架浮体的运动仅在波浪传播方向发生,即可视为二维的刚体运动,如图 1 所示。波浪传播方向与平面 ABCD 平行,框架浮体的运动可以简化为 EFGH 平面上的二维平动和转动,进而研究对象分离为框架浮体 E'F'G'H' 和锚绳之间的运动。

1.1.1 框架浮体受力

如图 1 所示,框架浮体属于刚性结构物,波浪作用下主要受力包括重力、浮力、波浪力以及锚绳的拉力。结构物的波浪力是由波浪的水质点运动产生,由于波浪的水质点速度沿垂向自上而下逐渐减小,所以计算框架浮体的波浪力必须使用有限单元法,分单元自上而下计算框架浮体的波浪力。框架浮体的直径较小与波高相比属于小尺度范畴,波浪力可使用莫里森公式计算。框架浮体一般为圆柱杆件,因此它具有圆柱的水动力性质,其水动力系数具有方向性和水质点的相对运动速度方向有关^[17-18]。当框架浮体发生转动后,计算

每个单元波浪力时应考虑浮体结构物与波浪入射方向的夹角,因此需要在框架单元上建立局部坐标系 $\xi\eta\tau$, τ 方向为沿浮体结构物方向,定义向上和向右为 τ 正方向。 ξ 轴在 τ 方向和水质点相对速度 V_R (见式(1))组成的平面内与 τ 轴垂直, η 轴与 τ 和 ξ 轴方向组成的平面相垂直。

$$V_R = V_{\text{water}} - V_a \quad (1)$$

式中: V_R 为水质点与结构物的相对速度,m/s; V_{water} 为水质点速度,根据线性波理论计算^[6],m/s; V_a 为结构物速度,m/s。整体坐标下,局部坐标系的 ξ 、 η 、 τ 轴单位矢量可以通过已知的水质点相对速度 V_R 和浮杆构件方向 $\tau = (x_1 - x_0, z_1 - z_0)$ 向量叉乘得到,即:

$$\begin{cases} e_\xi = \frac{\tau \times V_R \times \tau}{|\tau \times V_R \times \tau|} = (x_\xi, z_\xi) \\ e_\eta = \frac{\tau \times V_R}{|\tau \times V_R|} = (x_\eta, z_\eta) \\ e_\tau = \frac{\tau}{|\tau|} = (x_\tau, z_\tau) \end{cases} \quad (2)$$

式中: (x_1, z_1) 和 (x_0, z_0) 为浮体单元两端集中质量点的坐标; (x_ξ, z_ξ) 、 (x_η, z_η) 和 (x_τ, z_τ) 为局部坐标系(ξ, η, τ)3个轴的单位矢量坐标^[14]。

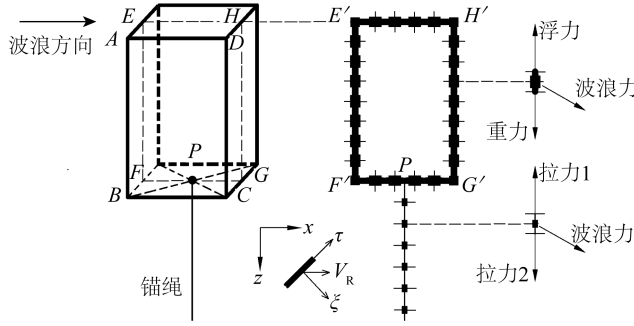


图1 刚性框架浮体及锚绳

Fig. 1 The rigid frame floating structure and mooring cable

由于矢量 τ 由整体坐标 $(x_1 - x_0, z_1 - z_0)$ 计算得到,所以式(2)中 ξ 、 η 、 τ 轴单位矢量仍为整体坐标 $(x_\xi, \eta, \tau, z_\xi, \eta, \tau)$,即 e_ξ, e_η, e_τ 为由局部坐标系转换到整体坐标系下的转换单位向量。因次,浮体结构物 x, z 轴的波浪力可以通过局部坐标向量的运算得到,如式(3)~(5)所示:

$$\begin{cases} F_{D\text{浮体}} = F_{D\eta} + F_{D\tau} \\ F_{I\text{浮体}} = F_{I\eta} + F_{I\tau} \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} F_{D\eta} = \frac{1}{2} \rho_w C_D A_\eta \frac{V_R e_\eta |V_R e_\eta|}{2} \\ F_{D\tau} = \frac{1}{2} \rho_w C_D A_\tau \frac{V_R e_\tau |V_R e_\tau|}{2} \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} F_{I\eta} = \rho_w \forall C_M \frac{\partial V_{\text{water}}}{\partial t} e_\eta \\ F_{I\tau} = \rho_w \forall C_M \frac{\partial V_{\text{water}}}{\partial t} e_\tau \end{cases} \quad (5)$$

式中: $F_{D\text{浮体}}$ 和 $F_{I\text{浮体}}$ 为浮体单元受到的拖曳力和惯性力(统称波浪力),N; $F_{D\eta}$ 和 $F_{D\tau}$ 为速度力 F_D 在局部坐标系上的分力; $F_{I\eta}$ 和 $F_{I\tau}$ 为惯性力 F_I 在局部坐标系上的分力; ρ_w 表示水体的密度,kg/m³; $\forall$ 表示浮体单元的体积,m³; V_{water} 表示波浪水质点的速度矢量,m/s; A_η 和 A_τ 为浮体单元在局部坐标系 τ, η 方向上的投影面积,m²; C_D 为局部坐标系的拖曳力项系数; C_M 为局部坐标系上的惯性力项系数。

1.1.2 框架浮体运动

设计的框架浮体在锚绳的牵引下,始终保持在波面以下,框架浮体的运动包括平动和转动。根据刚体运

动的速度和加速度合成原理,刚体任意点的运动速度(加速度)分别由牵连速度(加速度)、相对速度(加速度)和科氏速度(加速度)矢量合成,对于刚体在固定坐标系(绝对坐标系)中的运动速度和加速度实际上就是牵连速度和牵连加速度,只是包括平动和转动两部分。

1) 计算平动

不考虑转动时,在整体坐标系下将框架浮体所有单元的受力进行累加,然后利用牛顿第二定律计算框架浮体的加速度,如式(6)所示。

$$\begin{cases} a_{e1} = (T + F_D + F_1 + G + F_{\text{float}})/M \\ V_{e1} = V_0 + a_{e1} \cdot \Delta t \end{cases} \quad (6)$$

式中: M 表示框架浮体的总质量,kg; a_{e1} 表示框架浮体的平动加速度, m/s^2 ; T 表示锚绳对框架的拉力,N; F_D 、 F_1 分别表示浮体框架的合成拖曳力和惯性力,N; G 表示框架浮体的重力,N; F_{float} 表示框架浮体的浮力,N; V_{e1} 表示框架浮体的平动速度, V_0 为框架浮体的初始速度或上一时刻的速度。

2) 计算转动

刚体的转动是相对于整体坐标系原点而言,一般常取整体坐标系刚体的质心作为动坐标的原点进行转动计算。具体计算转动的方法和步骤如下:

$$M_{\text{力矩}} = \sum_{i=1}^n F_{\text{合力}}^i \times R \quad (7)$$

式中: $M_{\text{力矩}}$ 为框架浮体的总力矩; $F_{\text{合力}}^i$ 为第 i 单元上所受的合力; R 为第 i 单元相对于质心转动的力臂。

$$\begin{cases} a_{e2} = M_{\text{力矩}}/I \\ w_{e2} = w_0 + a_{e2} \cdot \Delta t \\ \theta = w_{e2} \cdot \Delta t + 0.5 \cdot a_{e2} \cdot \Delta t^2 \end{cases} \quad (8)$$

式中: I 为框架浮体的转动惯量,根据转动惯量平行轴定理得出框架的转动惯量为 $\frac{2}{3}m_1l_1^2 + \frac{2}{3}m_2l_2^2$; a_{e2} 表示框架浮体的绕质心转动的角加速度, w_{e2} 表示框架浮体的绕质心转动的角速度, w_0 表示框架浮体的初始角速度或上一时刻角速度, θ 表示 Δt 时间内框架浮体转动的角度。

根据布莱恩角计算公式^[7,17-18]可知,二维情况下 Δt 时间内框架浮体转动的角度与该时刻的布莱恩角相等。具体框架浮体的转动和平动的合成,即动坐标系和整体坐标系的转化公式:

$$\begin{cases} V^i = V_{e1} + V_{e2} = V_{e1} + w_{e2} \cdot R^i \\ P_x^i = R_x^i \cdot \cos\theta + R_z^i \cdot \sin\theta + P_{0x}^i \\ P_z^i = R_z^i \cdot \cos\theta - R_x^i \cdot \sin\theta + P_{0z}^i \end{cases} \quad (9)$$

式中: V^i 为框架浮体第 i 单元整体坐标系下的速度,由于每个单元 V_{e1} 和 w_{e2} 均相等,所以无需使用 i 进行标记; P^i 为框架浮体第 i 单元整体坐标系下的 x 、 z 坐标, P_0^i 为框架浮体第 i 单元整体坐标系下的初始 x 、 z 坐标; θ 表示 x 、 z 轴的布莱恩角。

1.2 柔性锚绳受力及运动

锚绳属于典型柔性结构物,采用集中质量法进行模拟。假定锚绳是由有限的无质量弹簧连接的集中质量点所构成,通过计算集中质量点在动力边界条件作用下的偏移,进一步得到锚绳的形状和各质量点间的拉力。

锚绳集中质量点受力主要包括重力、浮力、锚绳拉力、波浪拖曳力及波浪惯性力等。锚绳受到的波浪力仍可使用莫里森公式计算。把锚绳质量点视为圆柱杆件,其波浪力计算方法与 1.1 节框架浮体的波浪力计算相同,然后利用牛顿第二定律建立质点运动方程^[10-11],具体如式(10)。

$$\begin{cases} a = (T + F_D + F_1 + G + F_{\text{float}})/M \\ T = d^2 + C_1 \varepsilon^{C_2}, \varepsilon = (l - l_0)/l_0 \end{cases} \quad (10)$$

式中: L_0 为锚绳原始长度, l 为变形后的长度,m; C_1 、 C_2 为锚绳材料弹性系数; d 为锚绳的直径。

1.3 框架浮体结构及锚绳参数

框架浮体结构一般采用高聚乙烯管道焊接而成,本文设计框架浮体尺寸为 1.0 m×0.4 m(长×宽),框架半径为 0.05 m,框架密度为 400 kg/m³。锚绳原长为 5.0 m,直径为 0.01 m。锚绳一端系缚框架底端中点位置,另一端通过锚块固定在海床上,如图 1 所示。锚绳密度为 950 kg/m³,PE 材质,海水的密度为 1 025 kg/m³。涉及的其他计算参数如表 1 所示。

表 1 模型建立参数
Tab. 1 Model setting parameters

参数	材料	尺寸/m	直径/m	密度/ (kg·m ⁻³)	拖曳力 系数 C _D	惯性力 系数 C _S	锚绳弹性 系数 C ₁	锚绳弹性 系数 C ₂
框架	HDPE	1.0×0.4	0.05	400,900	0.8	1.2		
锚绳	PE	5.0	0.01	950	0.6	1.2	345.3×10 ⁶	1.012 1

2 空间离散对模拟精度的影响

框架浮体和锚绳的运动模拟均采用划分有限单元和划分集中质量点的方法,但如何确定单元和质量点的个数以及粗划分和细划分对运动模拟的精度影响尚无确切的资料参考。本节针对空间划分情况对波浪作用下框架浮体和锚绳运动模拟的精度影响进行研究和分析。理论上在计算单元受力和运动物理量时间迭代时,单元划分越密越细越优,但会带来计算量翻倍增大和其他一些运动相互影响产生的计算误差,因此寻找合适的单元划分标准对此类小尺度结构物的波浪水动力模拟非常有意义。

2.1 框架浮体单元划分

框架由均匀等质量的浮体杆件组成,由图 1 中框架单元的受力可知,波浪力是导致框架初始状态发生偏转的动力。波浪的水质点速度在垂直方向上逐渐递减,作用在每个框架单元的波浪力也不相同,因此框架浮体如何划分单元对模拟框架的运动非常关键。设计了单元长度与框架构成杆件(图 1 中 E'F'、F'G'、H'G'、E'H' 四根杆件)的长度之比 $\lambda_1=0.2$ 、 $\lambda_2=0.1$ 、 $\lambda_3=0.05$ 三种工况,探讨框架浮体单元划分对模拟精度的影响,所有工况锚绳单元与原长的比分为 0.02,锚绳原长 5 m。选择的波要素为波高 $H=3$ m、水深 $D=8$ m、周期 $T=2$ s,波长使用线性波弥散方程迭代计算^[6]。坐标原点选为静水面位置,z 轴与锚绳初始状态重合,如图 1 所示。为保证框架波浪条件不出水,选取 E' 的坐标为 (-0.2,-2.0),其他单元的坐标可根据几何关系得到。

图 2 为波浪作用下框架浮体及锚绳运动模拟计算 26.5 s(波谷)和 27.5 s(波峰)两时刻的三种不同单元划分的框架位置,可以看出 $\lambda_1=0.2$ 与 $\lambda_2=0.1$ 、 $\lambda_3=0.05$ 比较,出现较大的偏差,而 $\lambda_2=0.1$ 和 $\lambda_3=0.05$ 的框架位置基本重合,因此可以说明 $\lambda_2=0.1$ 为较好的框架单元划分比。

图 3 给了上述波浪条件下三种不同单元划分对框架上端点 E' 点和 F' 点 30 s 内运动轨迹的影响,同样 $\lambda_1=0.2$ 与 $\lambda_2=0.1$ 、 $\lambda_3=0.05$ 比较,存在较明显的偏离,而 $\lambda_2=0.1$ 和 $\lambda_3=0.05$ 的两点运动轨迹重合较好。

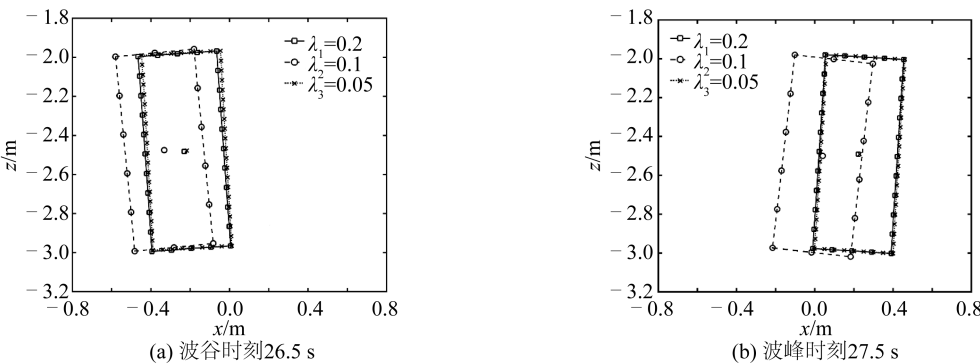


图 2 波浪作用下不同单元划分框架浮体的运动位置

Fig. 2 The motion position of frame floating structure under different divisions of space

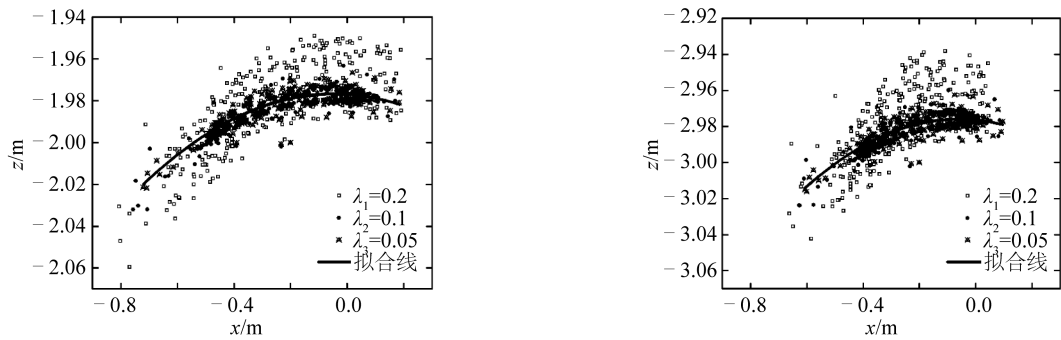


图 3 不同单元划分框架浮体 E' 点和 F' 点 30 s 内的运动轨迹

Fig. 3 The movement of point E' and point F' in 30 seconds under different divisions of space

选择两条曲线(图中黑线)用于检验三种单元划分 E' 点和 F' 点轨迹点偏离该曲线的情况,曲线的函数如式(11)和(12),对应的相关系数 R^2 见表 2。单元划分 $\lambda_1=0.2$ 的相关系数 R^2 (两组数据协方差的平方,下文 R^2 相同)较小,不满足模拟的精度。综合以上分析,框架单元长度与构成杆件长度之比为 0.1 时,模拟波浪作用下框架浮体的运动较为精确,并且能够保持相对较少的计算量。

$$y = -0.0959x^2 - 0.0092x - 1.9768 \tag{11}$$

$$y = -0.1281x^2 - 0.0154x - 2.9763 \tag{12}$$

表 2 不同框架单元划分计算的框架端点运动轨迹与选取曲线相关系数及程序循环次数对比

Tab. 2 The correlation coefficients between the movement of the end point of frame floating structure and the selected curve, and the number of program cycles

相关系数及程序循环次数	框架单元划分比		
	$\lambda_1=0.2$	$\lambda_2=0.1$	$\lambda_3=0.05$
E' 点~曲线 R^2	0.636	0.865	0.770
F' 点~曲线 R^2	0.530	0.807	0.682
程序循环次数($\times 10^8$)	2.040	3.150	7.170

2.2 锚绳集中质量点划分

选择相同的波浪要素和水深条件,把锚绳单元与原长的比分为 $\gamma_1=0.1$ 、 $\gamma_2=0.05$ 、 $\gamma_3=0.02$ 、 $\gamma_4=0.01$ 四种工况,探讨锚绳单元划分对模拟精度的影响,此时框架单元长度与构成杆件长度之比均为 0.1。图 4 为波浪作用下框架浮体及锚绳运动模拟过程中四种锚绳单元划分工况之间锚绳与框架系缚点位置(图 1 中 P 点)锚绳拉力的差值,其中图 4(a)框架浮体密度为 400 kg/m^3 ,而图 4(b)框架浮体密度为 900 kg/m^3 。图 4(a)中四种差值变化较小, F_{γ_1} 和 F_{γ_2} 的锚绳拉力差值稍微优于其他三组。图 4(b)中 F_{γ_1} 和 F_{γ_2} 、 F_{γ_1} 和 F_{γ_3} 的锚绳拉力差值在模拟时间 10~15 s 出现很大偏差,而 F_{γ_2} 和 F_{γ_3} 的锚绳拉力差值在模拟时间 20~26 s 出现较大偏差。

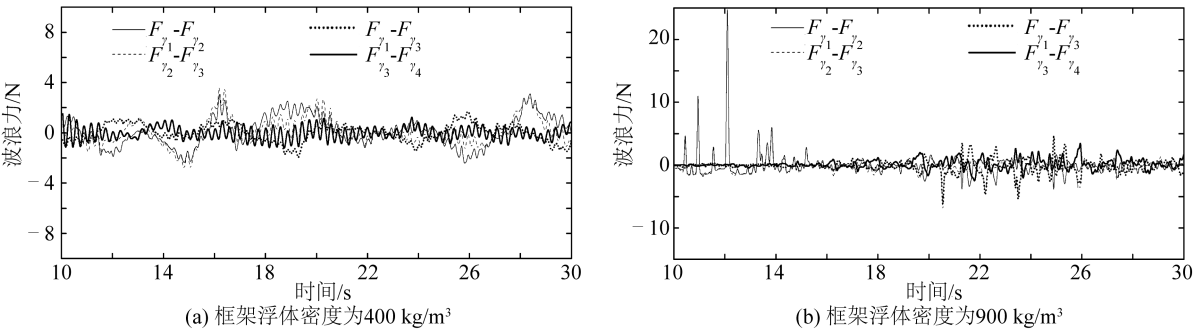


图 4 不同锚绳单元划分对模拟精度的影响

Fig. 4 The effect of numerical precision on divisions of mooring cable

为了进一步说明问题,把四种锚绳单元划分工况模拟计算的系缚点锚绳拉力两两进行相关性分析,得到的相关系数 R^2 值如表 3 所示。可以得出,框架浮体的密度较小时,四种情况的相关系数均为 1,即此时锚绳单元划分对框架运动的模拟无影响;框架浮体的密度较大时,仅有 F_{γ_3} 和 F_{γ_4} 系缚点锚绳拉力相关系数为 0.711,也就是说明此时锚绳单元划分对框架运动的模拟有显著影响,且单元长度与原长的比为 0.02 时运动模拟效果较好,程序循环次数较少。

表 3 不同锚绳单元划分计算的锚绳系缚点拉力相关系数及程序循环次数对比

Tab. 3 The correlation coefficients between the tensions of the tie-point of mooring cable under different divisions, and the number of program cycles

相关系数及程序循环次数	锚绳单元系数			
	$F_{\gamma_1} \sim F_{\gamma_2}$	$F_{\gamma_1} \sim F_{\gamma_3}$	$F_{\gamma_2} \sim F_{\gamma_3}$	$F_{\gamma_3} \sim F_{\gamma_4}$
低密度浮体不同 γR^2	0.999	0.999	0.999	0.999
高密度浮体不同 γR^2	0.022	0.035	0.165	0.711
对应程序循环次数($\times 10^8$)	1.95~2.25	1.95~3.15	2.25~3.15	3.15~4.65

3 时间离散对模拟精度的影响

时间离散即为以时间步长划分模拟时间,而后计算每一时间步长框架浮体和锚绳的运动状态,因此时间步长和求解方法的选取除了影响模拟精度外,还直接决定着计算量。时间步长较大,各空间单元的计算得到的运动物理量易导致发散;时间步长较小,程序运行迭代次数增加,由空间单元的运动物理量保存长度引起的截断误差将逐步累加。本节针对不同等时间步长和 Runge-Kutta 方法^[16]以框架系缚点的锚绳拉力为观察对象分析时间离散对模拟精度的影响。

3.1 等时间步长

模拟计算中发现波浪作用下刚性框架浮体及其锚绳运动数值模拟的时间步长 $\Delta t \geq 0.001$ s 模型发散溢出,并且对于单精度变量而言, 1×10^{-7} 为 8 个字节的最小正数,所以表 4 中仅讨论了时间步长 $\Delta t_1 = 1 \times 10^{-4}$ s、 $\Delta t_2 = 1 \times 10^{-5}$ s、 $\Delta t_3 = 1 \times 10^{-6}$ s 和锚绳划分比 $\gamma_1 = 0.1$ 、 $\gamma_2 = 0.05$ 、 $\gamma_3 = 0.02$ 之间的相互影响。所有工况框架单元长度与构成杆件长度之比均为 0.1。表 4 列出了不同时间步长计算的锚绳系缚点拉力相关系数,仅有 $\gamma_3 = 0.02$ 选取时间步长 Δt_1 和 Δt_2 计算锚绳系缚点拉力相关系数较差。因此,当单元划分比 $\gamma \geq 0.05$ 时可以使用 $\Delta t = 1 \times 10^{-4}$ s,当单元划分比 $\gamma \leq 0.05$ 时,必须使用较小的时间步长。表 4 给出了不同工况下的锚绳系缚点拉力程序循环次数,可以得出三种时间步长之间的计算量相差 10 倍。

表 4 不同时间步长计算的锚绳系缚点拉力相关系数及程序循环次数对比

Tab. 4 The correlation coefficients between the tensions of the tie-point of mooring cable under different lengths of time discretization, and the number of program cycles

相关系数及程序循环次数	锚绳单元系数		
	$\gamma_1 = 0.10$	$\gamma_2 = 0.05$	$\gamma_3 = 0.02$
$\Delta t_1 \sim \Delta t_2 R^2$	0.998	0.996	0.062
$\Delta t_1 \sim \Delta t_2$ 对应程序循环次数($\times 10^8$)	0.195~1.95	0.225~2.25	0.315~3.15
$\Delta t_2 \sim \Delta t_3 R^2$	0.998	0.996	0.99
$\Delta t_2 \sim \Delta t_3$ 对应程序循环次数($\times 10^8$)	1.95~19.5	2.25~22.5	3.15~31.5

3.2 等时间步长和 Runge-Kutta 方法的对比

Runge-Kutta 方法的思想是在 Δt 内多预报计算点的斜率值,然后将其加权平均值作为平均斜率,构造出更高精度的计算格式。本节采用时间步长 $\Delta L_1 = 0.1 \times 10^{-4}$ s 和 $\Delta L_2 = 0.1 \times 10^{-5}$ s 的四阶 Runge-Kutta 方法求解的框架系缚点锚绳拉力与一般等时间步长 $\Delta t = 0.1 \times 10^{-5}$ s 进行对比分析。所有工况框架单元长度与构成杆件长度之比均为 0.1,锚绳的单元划分比为 0.02。

表 5 列出了等时间步长和 Runge-Kutta 方法计算的框架系缚点锚绳拉力相关系数,等时间步长计算的锚绳系缚点拉力与缩小 10 倍时间步长的四阶 Runge-Kutta 方法计算的拉力值相关系数 R^2 非常接近于 1,且程序的计算量相等。其他时间步长的计算结果在精度上存在较小的差异,但在计算量上 Runge-Kutta 方法均增大 10 倍的计算量。

表 5 等时间步长和 Runge-Kutta 方法计算的锚绳系缚点拉力相关系数及程序循环次数对比

Tab. 5 The correlation coefficients between the tensions of the tie-point of mooring cable under different methods (Equitime and Runge-Kutta) of time discretization, and the number of program cycles

相关系数及 程序循环次数	时间步长		
	$\Delta t = 1 \times 10^{-5} \sim \Delta L_1 = 1 \times 10^{-4}$	$\Delta t = 1 \times 10^{-5} \sim \Delta L_2 = 1 \times 10^{-5}$	$\Delta L_1 = 1 \times 10^{-4} \sim \Delta L_2 = 1 \times 10^{-5}$
不同时间步长相关系数 R^2	0.997	0.989	0.989
对应程序循环次数($\times 10^8$)	3.15~3.15	3.15~31.5	31.5~315

3.3 数据存储精度

运动物理量的保存格式有两种精度,一种为 8 字符的单精度,一种为 16 字符的双精度。随着程序循环次数的增加,由单元运动物理量的保存长度引起的截断误差将逐步累加,当时间步长较小时尤为显著。本节使用单精度保存物理量数据,以框架的运动形状为检测对象,分析因截断误差引起的框架变形。图 5 为相同的空间划分条件下同一波峰和波谷时刻框架三种不同时间步长计算得到的框架运动状态。

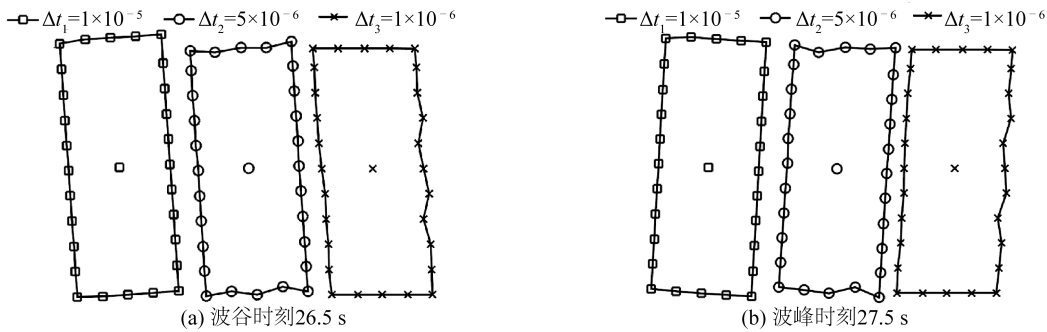


图 5 不同时间步长对模拟框架运动状态的影响

Fig. 5 The effect of simulating frame movement on different lengths of time discretization

采用时间步长 $\Delta t_1 = 1 \times 10^{-5}$ s 计算的结果在波谷和波峰时刻框架的左上角开始发生变形;采用时间步长 $\Delta t_2 = 5 \times 10^{-6}$ s 计算的结果在波谷和波峰时刻框架的上端和下端构件发生较大的变形;采用时间步长 $\Delta t_3 = 1 \times 10^{-6}$ s 计算的结果在波谷和波峰时刻框架被拉伸,且右侧构件发生较大的错位变形。因此,时间步长一旦小于 1×10^{-5} s,物理量的数据保存格式必须采用双精度才能保证数值模拟的精度。

4 讨 论

锚绳固定下框架浮体的水动力数值模拟精度直接与框架浮体和锚绳在空间上的单元划分和时间上的离散步长相关,并且两者之间还存在交互作用。理论上空间单元划分越密越细对波浪的识别度越高,单元波浪力计算精度越高,然而需要更小的时间离散步长与之匹配,否则将产生由运动物理量之间相互影响引起的计算误差,计算量也将翻倍增大。

针对刚性框架浮体的单元划分,保持锚绳划分单元长度与锚绳原长的比 0.02 不变,对比分析框架单元长度与构成杆件长度之比 $\lambda_1 = 0.2$ 、 $\lambda_2 = 0.1$ 、 $\lambda_3 = 0.05$ 等波浪作用下框架的波峰和波谷时刻运动状态和框架上某一点的位置时间序列变化,发现框架单元长度与构成杆件长度之比为 0.1 时,模拟波浪作用下框架浮体的运动较为精确,并且能够保持相对较少的计算量。值得探讨是 Zhu 和 Yoo^[15] 在模拟 Spar 圆柱浮体时,单元长度与圆柱长度的比取 0.05 的计算结果与商业软件 ProteusDS 的模拟结果吻合较好,主要原因是该 Spar 圆柱浮体在波浪表面上运动,需要对单元进行出水和淹没的判别,所以对刚性浮体的单元划分需要更细。

针对柔性锚绳的单元划分,保持框架单元长度与构成杆件长度之比 0.1 不变,对比分析锚绳划分单元长

度与锚绳原长的比 $\gamma_1=0.1$ 、 $\gamma_2=0.05$ 、 $\gamma_3=0.02$ 、 $\gamma_4=0.01$ 等波浪作用下框架系缚点位置的锚绳拉力,得出当框架浮体的密度较小时,锚绳单元划分对框架运动的模拟无影响;当框架浮体的密度较大时,锚绳单元划分对框架运动的模拟有显著影响,且单元长度与原长的比为 0.02 时运动模拟效果较好,程序循环次数较少。可见,锚绳的单元划分与其上端连接的浮体浮力有很大关系,当锚绳的拉力主要由上端浮体浮力产生时锚绳自身的波浪力可忽略,因此锚绳单元的划分无影响;当锚绳的拉力主要由波浪力产生时锚绳单元的划分比为 0.02 时,模拟精度较高。Zhu 和 Yoo^[15] 同样对比分析了锚绳单元划分比为 0.1 和 0.033 时同样锚绳系缚点的拉力,发现锚绳拉力和运动位置没有变化,但其并未进一步解释该结果的原因。桂福坤等^[9] 模拟了筏式吊耳养殖系统物理模型锚绳拉力和运动,取锚绳单元划分比为 0.02,模拟结果与水槽试验结果一致性较好,但其并未解释划分的依据。Zhu 和 Yoo^[6,15] 论文中锚绳长度包括 20 m、25.5 m、30 m,锚绳单元划分比均为 0.1,而桂福坤等^[9] 的锚绳长度为 2.5 m,每个单元的长度为 0.05 m,由于锚绳单元划分比是无因次数值,因此得到的结论可以推广到多数锚绳水动力模拟中。

波浪作用下刚性框架浮体及其锚绳运动数值模拟的时间步长需要 $\Delta t \leq 0.001$ s,陈天华等^[10-11] 采用集中质量点法模拟桩柱式围网养殖网衣水动力特性取等时间步长 $\Delta t = 1 \times 10^{-5}$ s,本文探讨了空间单元划分与时间离散步长的匹配关系,当单元划分比 $\lambda \geq 0.05$ 时可以使用 $\Delta t = 1 \times 10^{-4}$ s,而单元划分比 $\lambda \leq 0.02$ 时建议采用 $\Delta t = 1 \times 10^{-5}$ s。Zhao 等^[7]、Huang 等^[8] 在计算重力式网箱圆形浮架时采用的时间离散方法为 4 阶或 6 阶的 Runge-Kutta 方法,但并未给出时间步长。Zhu 和 Yoo^[6] 采用 Matlab 的 Runge-Kutta 库函数取 $\Delta t = 1 \times 10^{-4}$ s,本文通过对比一般等时间步长和 Runge-Kutta 方法计算的锚绳拉力结果发现等时间步长计算的锚绳系缚点拉力与缩小 10 倍时间步长的 4 阶 Runge-Kutta 方法计算的拉力值在精度上和计算量上均非常接近。所谓刚性浮体即是在动力作用下只发生转动而不产生弯曲或者变形,采用有限单元的方法求解浮体各单元运动物理量时无论使用单精度还是双精度均会带来数据存储的截断误差,如果时间离散步长过小,在循环迭代过程中随着误差的累积将导致刚性浮体空间几何关系的错误。研究发现时间步长为 1×10^{-5} s 时表示浮体运动物理量的数据保存格式必须采用双精度才能保证数值模拟的精度。双精度保存格式也并未能够满足时间步长非常的小,因此随着计算机性能的提高通过减小时间步长来追求数值模拟精度时必须同时考虑保存运动物理量截断误差的影响。

5 结 语

采用有限单元法和集中质量点法建立了波浪作用下刚性框架浮体及其锚绳运动数值模型,探讨了空间单元划分和时间离散步长以及数据保存格式对模型模拟精度的影响,分别给出了空间单元划分、时间离散步长、数据保存格式之间的匹配关系。得到如下基本结论:

- 1) 框架单元长度与构成杆件长度之比为 0.1,已经满足波浪作用下框架浮体运动的模拟精度。如果框架浮体单元需要判别出水 and 淹没,建议单元划分比为 0.05。
- 2) 锚绳的单元划分与其上端连接的浮体浮力有关,当锚绳的拉力主要由上端浮体浮力产生时锚绳自身的波浪力可忽略,因此锚绳单元的划分无影响;当锚绳的拉力主要由波浪力产生时锚绳单元的划分比应小于或等于 0.02,模拟精度较高。
- 3) 空间单元划分与时间离散步长存在匹配关系,当单元划分比 $\lambda \geq 0.05$ 时可以使用 $\Delta t = 1 \times 10^{-4}$ s,而单元划分比 $\lambda \leq 0.02$ 时建议采用 $\Delta t = 1 \times 10^{-5}$ s。一般等时间步长与缩小 10 倍时间步长的 4 阶 Runge-Kutta 方法计算锚绳拉力和运动在精度上和计算量上相当。
- 4) 时间步长为 1×10^{-5} s 时表示浮体运动物理量的数据保存格式必须采用双精度才能保证数值模拟的精度。通过减小时间步长来追求数值模拟精度时必须同时考虑保存运动物理量截断误差的影响。

特别指出,研究仅针对波浪作用下小尺度刚性浮体杆件构成的框架结构运动及其柔性锚绳拉力的模拟方法和精度进行了分析,以不同条件下计算结果的协方差作为检验优劣标准得到空间单元划分与时间离散步长的临界值。文中结论有一定的普适性和参考价值,但由于构成杆件和锚绳的形状、尺寸、材质、结构等差异性较大,还需要借助物理试验和现场测量进一步验证。

参考文献:

- [1] AGARWAL A K, JAIN A K. Dynamic behavior of offshore spar platforms under regular sea waves[J]. Ocean Engineering,

- 2003, 30(4):487-516.
- [2] GOBAT J I, GROSENBAUGH M A. A simple model for heave-induced dynamic tension in catenary moorings[J]. Applied Ocean Research, 2001, 23(3):159-174.
- [3] UMAR A, DATTA T K. Nonlinear response of a moored buoy[J]. Ocean Engineering, 2003, 30(13):1625-1646.
- [4] XU L X, CHEN J Y. Advantages of polyester mooring for deepwater floaters[C]//Proceedings of the 33rd International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering. 2014: OMAE2014/23976.
- [5] KIM B W, SUNG H G, KIM J H, et al. Comparison of linear spring and nonlinear FEM methods in dynamic coupled analysis of floating structure and mooring system[J]. Journal of Fluids and Structures, 2013, 42:205-227.
- [6] ZHU X, YOO W S. Dynamic analysis of a floating spherical buoy fastened by mooring cables[J]. Ocean Engineering, 2016, 121:462-471.
- [7] ZHAO Y P, BAI X D, DONG G H, et al. Numerical analysis of the elastic response of a floating collar in waves[J]. Ocean Engineering, 2015, 95:175-182.
- [8] HUANG X H, GUO G X, TAO Q Y, et al. Numerical simulation of deformations and forces of a floating fish cage collar in waves[J]. Aquacultural Engineering, 2016, 74:111-119.
- [9] 桂福坤, 孟昂, 陈天华, 等. 筏式吊耳养殖系统水力特性及布局影响[J]. 水产学报, 2017, 41(10):1599-1608. (GUI Fukun, MENG Ang, CHEN Tianhua, et al. Hydrodynamic characteristics of raft-stytle lug aquaculture system and the influence of arrangement[J]. Journal of Fisheries of China, 2017, 41(10):1599-1608. (in Chinese))
- [10] 陈天华, 孟昂, 桂福坤. 波浪高度及方向对桩柱式围网养殖系统网片水力特性的影响[J]. 农业工程学报, 2017, 33(2):245-251. (CHEN Tianhua, MENG Ang, GUI Fukun. Effect of wave height and direction on hydraulic characteristics of net of pile-column type net enclosure aquaculture system[J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering, 2017, 33(2):245-251. (in Chinese))
- [11] 陈天华, 潘昀, 孟昂, 等. 桩柱式围网单元网片在水流作用下的水动力特性研究[J]. 水动力学研究与进展, 2017, 32(4):511-519. (CHEN Tianhua, PAN Yun, MENG Ang, et al. Study on the hydrodynamics of unit net panel of the column-type net enclosure in currents[J]. Chinese Journal of Hydrodynamics, 2017, 32(4):511-519. (in Chinese))
- [12] LANDIER S. Boolean operations on arbitrary polygonal and polyhedral meshes[J]. Computer-Aided Design, 2017, 85:138-153.
- [13] WANG S, HANG X, YUAN G. A pyramid scheme for three-dimensional diffusion equations on polyhedral meshes[J]. Journal of Computational Physics, 2017, 350:590-606.
- [14] ZHU X, YOO W S. Suggested new element reference frame for dynamic analysis of marine cables[J]. Nonlinear Dynamics, 2017, 87(1):489-501.
- [15] ZHU X, YOO W S. Numerical modeling of a spar platform tethered by a mooring cable[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2015, 28(4):785-792.
- [16] ZHANG G L. High order Runge-Kutta methods for impulsive delay differential equations[J]. Applied Mathematics and Computation, 2017, 313:12-23.
- [17] BAI X, ZHAO Y, DONG G, et al. Hydrodynamic analysis of elastic floating collars in random waves[J]. China Ocean Engineering, 2015, 29(3):341-356.
- [18] 赵云鹏, 王晓鹏, 董国海. 波浪作用下三角型人工鱼礁水动力特性数值模拟与实验验证[J]. 海洋工程, 2015, 33(6):52-61. (ZHAO Yunpeng, WANG Xiaopeng, DONG Guohai. Numerical simulation and experimental validation of hydrodynamic characteristics of submerged artificial reef in waves[J]. The Ocean Engineering, 2015, 33(6):52-61. (in Chinese))