

doi: 10.3969/j.issn.1002-0268.2015.01.011

大跨度悬索桥锚跨索股张力计算参数影响分析

王 达, 邓 洁, 陈春苗, 刘 扬

(1. 长沙理工大学 土木与建筑学院, 湖南 长沙 410064;

2. 桥梁工程安全控制省部共建教育部重点实验室, 湖南 长沙 410064)

摘要: 为提高悬索桥锚跨索股张力控制精度, 针对锚跨索股的构造特点, 基于解析法推导了锚跨索股张力控制精度的一般表达式; 结合大型通用有限元计算程序, 建立了锚跨索股的两种不同的力学等效计算模型, 分析了拉杆的边界条件、物理特性、长度比值等因素对锚跨索股张力计算结果的影响幅度及规律。研究表明: 拉杆的边界条件对计算结果的影响较大, 且拉杆边界条件的特性随索股内部张力的变化而变化, 即边界条件由铰接状态向固结状态演变; 拉杆弯曲刚度对锚跨索股张力计算结果的影响, 主要是由连接拉杆的长度比值决定, 当拉杆长度比值小于一定限值或索股应力处于某特定状态时, 可将锚跨内的双连接拉杆简化为单连接拉杆进行分析, 对应的计算结果仍具有较高精度。

关键词: 桥梁工程; 锚跨索股; 解析法; 自振基频; 边界条件; 长度比值

中图分类号: U443.16

文献标识码: A

文章编号: 1002-0268(2015)01-0063-06

Analysis of Calculation Parameters Influence on Anchor Span Strand Tension of Long-span Suspension Bridge

WANG Da, DENG Jie, CHEN Chun-miao, LIU Yang

(1. School of Civil Engineering and Architecture, Changsha University of Science & Technology, Changsha Hunan 410064

China; 2. Co-constructed Key Laboratory for Safety Control of Bridge Engineering of Ministry of Education, Changsha Hunan 410064, China)

Abstract: In order to improve the control accuracy of long-span suspension bridge, aiming at the structural characteristics of anchor span strand, the general expression of the control accuracy of anchor span strand tension is derived based on the analytic method. With aid of the large general finite element program, 2 equivalent mechanical models are established, the influencing amplitude and regularity of the factors such as boundary condition, physical property as well as the length ratio of the pull rod on the calculation result of anchor span strand tension is analysed. The result indicates that (1) the boundary condition of pull rod has a great influence on the result, and its features change with the change of the internal tension of cable, that is, the boundary condition evolves from hinged state to consolidation state; (2) the influence of the bending stiffness of pull rod on the calculation result of anchor span cable tension is mainly decided by the length ratio of the connecting rod, when the length ratio is less than a certain limit or the cable stress is in a particular state, the double connecting rod in the anchor span can be simplified as a single connecting rod for analysis, and the corresponding calculation result still has a high precision.

Key words: bridge engineering; anchor span strand; analytic method; natural vibration fundamental frequency; boundary condition; length rate

收稿日期: 2014-03-11

基金项目: 国家自然科学基金项目(51308071); 国家重点基础研究发展计划(九七三计划)项目(2015CB057701); 湖南省自然科学基金项目(13JJ4057); 湖南省高校创新平台开放基金项目(12KB76); 长沙理工大学桥梁工程安全控制省部共建教育部重点实验室开放基金项目(13QL06)

作者简介: 王达(1980-), 男, 湖南新邵人, 工学博士, 副教授. (yxwang2006@yeah.net)

0 引言

锚跨结构是悬索桥结构的重要组成部分,是主缆体系与锚固体系的关键过渡,锚跨索股张力的控制精度直接影响到结构的线形及安全。关于缆索支撑体系结构索力的计算分析算法,此前有过大量的研究^[1-2],解决了一般索力的计算精度及显式表达的问题^[3-8],解决了大量的工程实际问题,为后续研究提供了可靠的理论基础。但有研究表明发现^[9-10]:锚跨索股两端连接的边界条件介于固接和铰接之间,对于这种难以确定的边界条件,以往的研究并未给出具体及可应用于工程实践的研究结论;工程中经常将连接拉杆特性等视为索股特性,或忽略连接拉杆长度的影响^[11-12]。此类假定能使计算过程尽量得到简化,同时给现场实际工程控制带来了极大的便利,但该假定是否将对计算结果的精度产生影响,影响幅度及规律如何,尚不明确。

连接拉杆多为劲性钢构件,具有一定的弯曲刚度^[13-14];而锚跨索股断面尺寸比拉杆小,但在一定的应力状态下,索股具有一定的应力刚度,可见,连接拉杆与索股的抗弯刚度具有明显的差异,而连接拉杆与锚跨索股在材质特性差异方面也具有差异性。这一系列的差异性,使得在悬索桥锚跨张力控制过程中,是否需要考虑、在何种条件下需要考虑及如何考虑连接拉杆对锚跨张力的影响,其影响对索股张力控制精度的影响幅度及规律等系列问题,都亟待于深入的研究。

因此,本文将从边界条件、索股与拉杆之间的差异等方面入手,研究计算参数对索股张力影响,以为实际工程控制提供重要参考和后续类似研究提供借鉴。

1 锚跨张力控制精度分析

锚跨张力计算分析时,可假设索股在做小幅度振动时其内部张力保持不变, L 为索股长度, θ 为倾角, m 为质量, T 为张力,可取在理想状态的索股长度范围内,任取一微元段进行分析,如图1所示。

对图1所示的微元段进行分析,可得出 y 方向动平衡方程可得:

$$T \sin\left(\frac{\partial y}{\partial x} + \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} dx\right) - T \sin\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right) - m dx \frac{\partial^2 y'}{\partial t^2} \cos \theta =$$

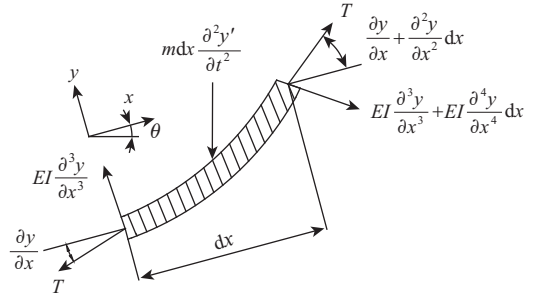


图1 计入抗弯刚度的索股振动微元段模型

Fig.1 Micro section vibration model of cable strand considering bending stiffness

$$EI \left(\frac{\partial^3 y}{\partial x^3} + \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} dx \right) \cos \left(\frac{\partial y}{\partial x} + \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} dx \right) - EI \frac{\partial^3 y}{\partial x^3} \cos \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right), \quad (1)$$

由于索股只做小幅度振动时,此时对应的转角无穷小,则有

$$\begin{cases} \sin\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right) \approx \frac{\partial y}{\partial x} \\ \sin\left(\frac{\partial y}{\partial x} + \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} dx\right) \approx \frac{\partial y}{\partial x} + \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} dx \\ \cos\left(\frac{\partial y}{\partial x} + \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} dx\right) \approx 1 \\ \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \cos \theta = \frac{\partial^2 y'}{\partial t^2} \\ \cos\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right) \approx 1 \end{cases}, \quad (2)$$

联立式(1)和式(2),可得:

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} - T \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0, \quad (3)$$

令

$$y(x, t) = \varphi(x) \eta(t), \quad (4)$$

联立式(3)和式(4)可得:

$$EI \frac{\varphi^{(4)}}{\varphi} - T \frac{\varphi''}{\varphi} = -m \frac{\eta''}{\eta}. \quad (5)$$

若要使式(5)成立,等式两边必须等于同一个常数,设等式两边等于同一常数 c ,即:

$$EI \frac{\varphi^{(4)}}{\varphi} - T \frac{\varphi''}{\varphi} = -m \frac{\eta''}{\eta} = c. \quad (6)$$

索股模型的边界条件,可简化如图2所示。

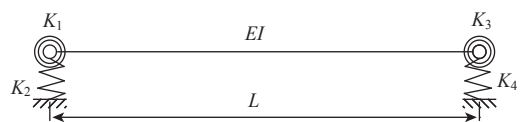


图2 一般边界条件下的索股模型

Fig.2 Cable strand model under normal boundary condition

图2中 K_1, K_3 为索股两端转动约束刚度; K_2, K_4 为索股两端竖向约束刚度,根据结构的边界条件,对式(6)进行求解即可得出频率与索力的关系表达式。工程控制过程中通常将边界条件处理为铰接,对应的边界约束的刚度取值为:

$$\begin{cases} K_1 = K_3 = 0 \\ K_2 = K_4 = \infty \end{cases}, \quad (7)$$

联立式(6)及式(7),求解可得:

$$T = \frac{4mL^2}{k^2} f_k^2 - \frac{k^2 \pi^2}{L^2} EI, \quad (8)$$

式中 f_k 为索股振动时的第 k 阶频率。

令

$$D = \frac{\pi^2}{L^2} EI, \quad (9)$$

式中 D 的取值为1.5~4。

索股张力控制过程中,索股索力的计算,对于自振频率阶次取值一般为一或二阶,即可满足使用要求,因此式(8)的后一项就可以作为计算误差,根据工程实际决定取舍。

工程实际控制过程中,索力测试误差精度一般要求在3%以内,即:

$$k^2 D \leq 3\% \cdot T, \quad (10)$$

式中, T 为索股张力的理论值; k 为频率阶次。

2 计算模型分析

2.1 力学模型等效

悬索桥锚跨结构主要由散索鞍、锚跨索股及连接拉杆等组成,如图3所示,将图中结构进行力学等效,可得出图4所示的力学模型,与之相应的结构参数,如表1所示。表1及图4中,锚跨索股长度 L_1 上下起算点分别是散索鞍的外切点与上连接器上连接点,连接拉杆长度 L_2 上下起算点分别是连接器的上连接点与下锚固点。

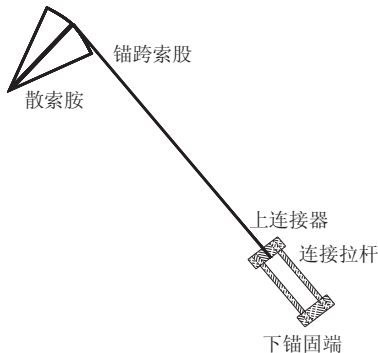


图3 锚跨索股连接构造

Fig.3 Anchor strand connection structure

表1 等效力学模型参数表

Tab.1 Parameters of mechanical equivalent model

构件	截面面积/ m ²	密度/ (kg·m ⁻³)	计算长度/ m	弹性模量/ MPa	内部张力/ kN
索股	A_1	ρ_1	L_1	E_1	T
拉杆	A_2	ρ_2	L_2	E_2	T

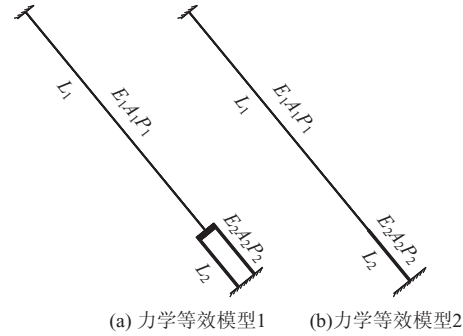


图4 力学等效模型

Fig.4 Mechanical equivalent model

2.2 有限元模型分析

分析过程中,模型索股面积 A_1 为 $9.3 \times 10^{-4} \text{ m}^2$,弹性模量 E_1 为 $2.0 \times 10^5 \text{ MPa}$;单根拉杆面积 A_2 为 $1.8145 \times 10^{-2} \text{ m}^2$ 、弹性模量 E_2 为 $2.1 \times 10^5 \text{ MPa}$;索股与拉杆密度为 7850 m^3 ;计算长度 L_1, L_2 及内部张力 T 为变量。基于通用有限元程序ANSYS,结合图4所示的力学等效,根据研究需要,建立对应的有限元模型进行分析。

2.2.1 锚跨索股

索股一般以受拉为主,在具有初应力状态下,主缆具有一定的抗弯刚度(即应力刚度);根据主缆的受力特性选择Link10单元,对其受力特性进行模拟,该单元是空间三维杆单元,轴向受力,每个节点具有3个自由度:沿 x, y, z 方向的线位移,具有塑性、蠕变、膨胀、应力刚化、大变形、大应变等功能。

2.2.2 锚跨拉杆

连接拉杆主要承受索股拉力,选择Beam4单元对连接拉杆进行模拟,该单元是一种可用于承受拉、压、弯、扭的单轴受力单元,并能考虑拉杆的弯曲刚度的影响,每个节点上有6个自由度: x, y, z 3个方向的线位移和转动位移,具有应力强化和大变形能力,此外在大变形分析中,还提供了协调相切劲度矩阵选项。

3 锚跨张力影响参数分析

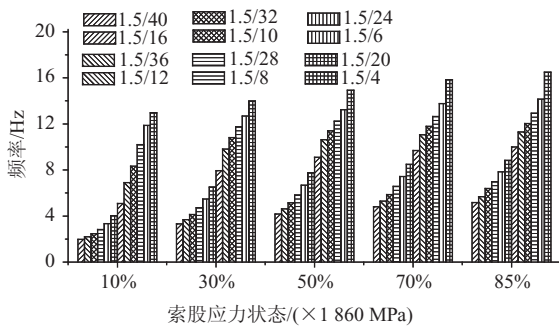
悬索桥锚跨张力控制精度的影响主要有^[8-10]边

界条件、拉杆特性的影响等,但在不同状态下各自影响幅度及规律如何,尚待明确;因此,本文将针对不同应力状态下的边界条件、拉杆特性及拉杆长度对锚跨张力影响幅度及规律进行研究。

3.1 边界条件影响分析

据图4(a)所示的图形,索股及拉杆分别按link10单元及beam4梁单元模拟,锚跨索股与拉杆之间通过大横梁进行连接,其中横梁刚度设置为无穷大,近似刚性,分别建立上、下端固结及上端固结、下端铰接的两个不同计算模型。

对上述不同计算模型进行分析可得出,不同应力状态、拉杆长度比值条件下,不同计算模型对应的自振基频,如图5和图6所示。



注:图例中比值为连接拉杆与锚固长度比值,下同

图5 力学等效模型一计算结果(下锚固端固结)

Fig. 5 Calculation result of mechanical equivalent model 1 (consolidation at bottom of anchor cable)

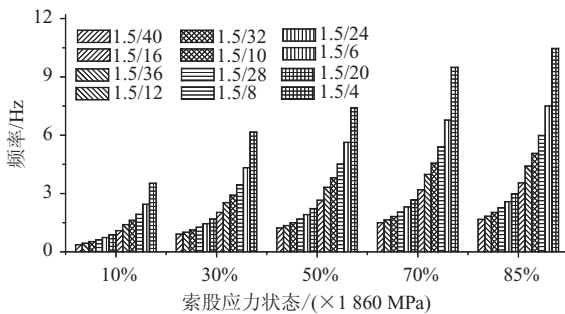


图6 力学等效模型一计算结果(下锚固端铰接空)

Fig. 6 Calculation result of equivalent mechanical model 1 (hinge at bottom of anchor cable)

比较图5和图6所示的自振基频图示可发现,当索股内部张力逐渐增大,对应的结构自振基频增大;当拉杆长度比值(拉杆长度与锚跨长度之比)越大,结构自振基频越大。

综合比较图5和图6所示的自振基频,可得出同应力状态下、同拉杆长度比值条件下,拉杆边界条件分别为固结与铰接状态时,自振基频的相对差

值比较,如图7所示。

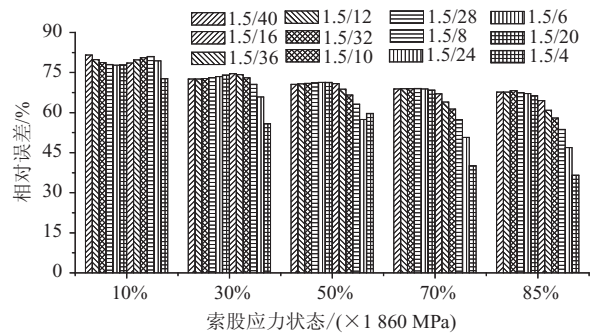


图7 边界条件固结与铰接时自振基频相对误差

Fig. 7 Relative difference of nature frequency for hinge and consolidation boundary conditions

对比分析图7所示相对误差可发现,边界条件的差异,对应的自振基频计算值最大相对误差可达80%,平均相对误差超过70%。当锚跨索股处于低应力状态时,不同长度比值的条件下的相对误差基本相同;当锚跨索股处于高应力状态时,随着拉杆长度比值的增大,边界条件引起的相对误差迅速减少。究其原因是为应力越大,锚跨索股应力刚度越大,则拉杆的弯曲刚度与索股的应力刚度越接近,此时,边界条件对计算结果的影响相对减弱。尽管如此,边界条件的差异,对计算结果仍将产生较大影响。

3.2 拉杆特性影响分析

基于图4(b)所示的等效图式,分别以link10单元及beam4梁单元对拉杆进行模拟,可得到两个不同数值分析模型,模型中索股以link10单元模拟,上下边界条件均处理为固结。经计算可得出不同应力状态及不同拉杆长度比值条件下的锚跨索股自振基频,如图8和图9所示。

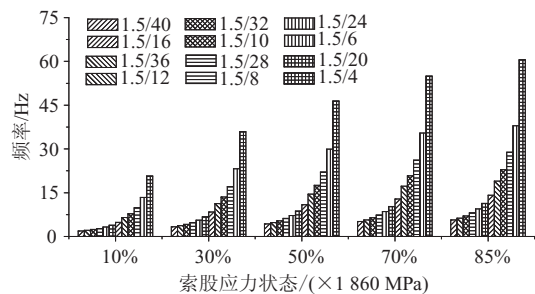


图8 不考虑拉杆特性差异(拉杆以link10单元模拟)

Fig. 8 Without consideration of different characteristics of pull rod (taking element link10 for simulation)

对比分析图8和图9所示的自振基频,可得出

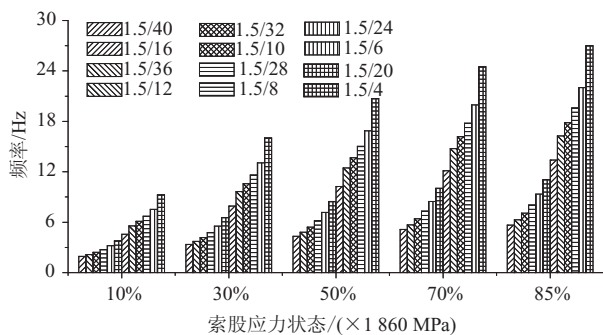


图9 考虑拉杆特性差异(拉杆以 beam4 单元模拟)

Fig. 9 Consideration of different characteristics of pull rod (taking element beam4 for simulation)

二者之间的相对误差,如图10所示。比较图10所示的相对误差可发现,当拉杆长度比值小于1.5/16时,即锚跨长度大于16 m时,计算过程中拉杆是以link单元或是以beam单元模拟,对应计算结果的相对差值都不超出6%,根据文献[11]的研究结论,可知锚跨索股计算基频值与内部张力值的二次方根成正比关系,即可得此条件下,索股张力相对差值不超过3%;当拉杆长度比值大于1.5/16时,即锚跨长度低于16 m时,锚跨结构内部张力无论处于低应力状态还是处于高应力状态,对应计算结果的相对差值将超出6%,与之相应的索股张力差值,也将超出3%的限值要求。

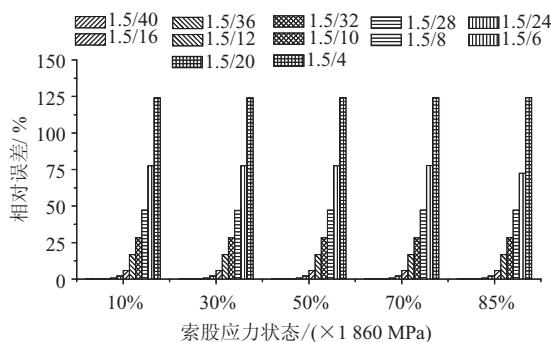


图10 link单元与beam单元相对计算误差

Fig. 10 Relative calculation difference between link element and beam element

3.3 计算模型影响分析

分别对图4(a)和图4(b)所示的力学等效图示进行数值分析,即可得出模型一与模型二对应的自振基频比较,如图6和图9所示;对比分析图6和图9所示自振基频,可得出二者之间的相对差值如图11所示。

图11所示的相对差值表明,一般情形计算模型一的计算结果与计算模型二的计算结果之间存在一

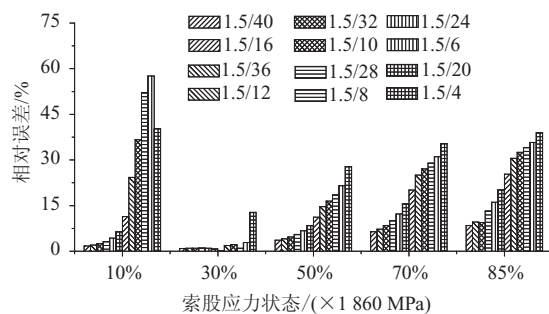


图11 模型一与模型二相对计算差值

Fig. 11 Relative calculation difference between model 1 and model 2

定的差异。通过比较不同应力状态下及不同拉杆长度比值条件下的相对差值还可发现,当锚跨索股的拉杆长度比值小于1.5/20时,计算模型一与计算模型二之间的相对差值可控制在6.0%以内,与之对应的索力误差可控制在3%以下;当索股使用应力处于设计应力30%时,除拉杆长度比值为1.5/4的超短索外,其余相对差值均低于3%,而30%索股应力状态,一般处于悬索桥主缆成桥应力设计状态附近。因此,在对悬索桥成桥状态锚跨索股张力计算分析时,可采用图4(b)所示的力学等效模型进行简化分析,对应计算精度虽不及图4(a)所示的力学等效模型,但仍能满足一般施工控制精度要求。

4 结论

通过对大跨度悬索桥锚跨索股张力计算参数的影响进行研究,可得出相应结论如下:

(1) 悬索桥锚跨索股张力计算分析过程中,拉杆的边界条件,将对计算结果的精度产生影响较大;工程实际中,随着施工的进行,索股内部张力处于不断增大过程,拉杆下锚固端的边界条件由铰接状态向固结状态演变,分析控制时,应予以高度重视。

(2) 锚跨拉杆长度比值小于1.5/16时,连接拉杆弯曲刚度的影响对计算结果的精度产生影响较小,在锚跨张力不做精细化控制时,可不考虑拉杆物理特性的影响;当拉杆长度比值大于1.5/16时,必须考虑拉杆物理特性的影响。

(3) 锚跨索力计算控制分析过程中,当拉杆长度比值小于1.5/20时,或索股应力状态为设计使用应力状态的30%时,将双连接拉杆等效为单连接拉杆进行分析,可保证计算结果具有较高的精度。

参考文献:

References:

[1] 罗喜恒, 肖汝诚, 项海帆. 悬索桥锚跨索股分析研究

- [J]. 公路交通科技, 2004, 21 (12): 45-49, 53.
- LUO Xi-heng, XIAO Ru-cheng, XIANG Hai-fan. Analysis Study of Anchor Span Strand for Suspension Bridges [J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2004, 21 (12): 45-49, 53.
- [2] KIM B H, PARK T. Estimation Cable Tension Force Using the Frequency-based System Identification Method [J]. Journal of Sound and Vibration, 2007, 304 (3/4/5): 660-676.
- [3] NI Y Q, KO J M, ZHENG G. Dynamic Analysis of Large-diameter Sagged Cables Taking Into Account Flexural Rigidity [J]. Journal of Sound Vibration, 2002, 257 (2): 301-319.
- [4] CHO S, LYNCH J P, LEE J J, et al. Development of an Automated Wireless Tension Force Estimation System for Cable-stayed Bridges [J]. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 2010, 21 (3): 361-376.
- [5] 陈彦江, 程建旗, 闫维明, 等. 基于参数灵敏度分析的吊杆索力识别 [J]. 振动与冲击, 2011, 30 (7): 256-260.
- CHEN Yan-jiang, CHENG Jian-qi, YAN Wei-ming, et al. Cable Force Detection Based on Parametric Sensitivity Analysis [J]. Journal of Vibration and Shock, 2011, 30 (7): 256-260.
- [6] RICEIARDI G, SAITTA F. A Continuous Vibration Analysis Model for Cables with Sag and Bending Stiffness [J]. Engineering Structures, 2008, 30 (2): 1459-1472.
- [7] 肖南, 黄玉香, 陈华鹏. 基于虚功原理索杆张力结构强度优化形状分析 [J]. 华中科技大学学报: 自然科学版, 2011, 39 (8): 43-48.
- XIAO Nan, HUANG Yu-xiang, CHEN Hua-peng. Morphological Analysis of Cable-strut Tension Structures with Strength Optimization Using Principle of Virtual Work [J]. Huazhong University of Science & Technology: Natural Science Edition, 2011, 39 (8): 43-48.
- [8] 徐霞飞, 任伟新. 边界条件对吊索索力估算的影响 [J]. 铁道科学与工程学报, 2008, 5 (6): 26-31.
- XU Xia-fei, REN Wei-xin. Effect of Boundary Conditions on the Estimation of Suspender Tension [J]. Journal of Railway Science and Engineering, 2008, 5 (6): 26-31.
- [9] 苏成, 徐郁峰, 韩大建. 频率法测量索力中的参数分析与索抗弯刚度的识别 [J]. 公路交通科技, 2005, 22 (5): 75-78.
- SU Cheng, XU Yu-feng, HAN Da-jian. Parameter Analysis and Identification of Bending Stiffness of Cables during Tension Measurements by Frequency Method [J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2005, 22 (5): 75-78.
- [10] 李国强, 魏金波, 张开莹. 考虑抗弯刚度影响的弹性支承索力动力检测理论与试验研究 [J]. 土木工程学报, 2011, 44 (3): 79-84.
- LI Guo-qiang, WEI Jin-bo, ZHANG Kai-ying. Theoretical and Experimental Study for Cable Tension Estimation by Vibration Method Accounting for Flexural Stiffness and Flexibility Support [J]. China Civil Engineering Journal, 2011, 44 (3): 79-84.
- [11] 许汉铮, 黄平明. 大跨径悬索桥主缆锚跨张力控制 [J]. 长安大学学报: 自然科学版, 2002, 22 (5), 32-34, 41.
- XU Han-zheng, HUANG Ping-ming. Cable Tension Control in Anchorage Span of Suspension Bridge [J]. Journal of Chang'an University: Natural Science Edition, 2002, 22 (5), 32-34, 41.
- [12] KANGAS S, HELMICKI A, HUNT V, et al. Cable-Stayed Bridges; Case Study for Ambient Vibration-based Cable Tension Estimation [J]. Journal of Bridge Engineering, 2012, 17 (6): 839-846.
- [13] 张巍, 王广政, 孙永明. 考虑抗弯刚度的斜拉索频率与索力分析 [J]. 公路交通科技, 2012, 29 (7): 64-68.
- ZHANG Wei, WANG Guang-zheng, SUN Yong-ming. Analysis on Frequency and Force of Stay Cable Considering Flexural Rigidity [J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2012, 29 (7): 64-68.
- [14] 周正茂. 振型节点法估算短索索力的数值分析 [J]. 公路交通科技, 2013, 30 (12): 107-113.
- ZHOU Zheng-mao. Numerical Analysis on Mode Node Method for Estimation of Tension in Short Cable [J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2013, 30 (12): 107-113.